

2018 年上海市青浦区中考数学二模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）[每小题只有一个正确选项，在答题纸相应题号的选项上用 **2B** 铅笔正确填涂]

1. (4 分) 下列实数中，有理数是 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $2.\dot{1}$ C. π D. $5\frac{1}{3}$

2. (4 分) 下列方程有实数根的是 ()

- A. $x^4+2=0$ B. $\sqrt{x^2-2}=-1$ C. $x^2+2x-1=0$ D. $\frac{x}{x-1}=\frac{1}{x-1}$

3. (4 分) 已知反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ ，下列结论正确的是 ()

- A. 图象经过点 $(-1, 1)$ B. 图象在第一、三象限
C. y 随着 x 的增大而减小 D. 当 $x>1$ 时， $y<1$

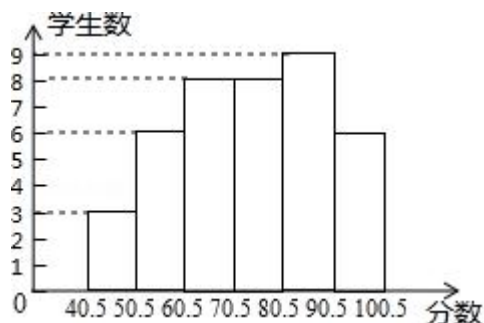
4. (4 分) 用配方法解方程 $x^2-4x+1=0$ ，配方后所得的方程是 ()

- A. $(x-2)^2=3$ B. $(x+2)^2=3$ C. $(x-2)^2=-3$ D. $(x+2)^2=-3$

5. (4 分) “ a 是实数， $a^2\geq 0$ ”这一事件是 ()

- A. 不可能事件 B. 不确定事件 C. 随机事件 D. 必然事件

6. (4 分) 某校 40 名学生参加科普知识竞赛（竞赛分数都是整数），竞赛成绩的频数分布直方图如图所示，成绩的中位数落在 ()



- A. 50.5 ~ 60.5 分 B. 60.5 ~ 70.5 分
C. 70.5 ~ 80.5 分 D. 80.5 ~ 90.5 分

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分) [在答题纸相应题号后的空格内直接填写答案]

7. (4 分) 计算： $a^3 \div (-a)^2 =$ _____.

8. (4 分) 因式分解： $a^2 - 4a =$ _____.

9. (4 分) 函数 $y = \sqrt{x+3}$ 的定义域是_____.

10. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ 2-x > 0 \end{cases}$ 的整数解是_____.

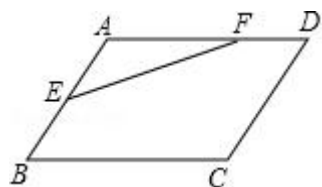
11. (4 分) 关于 x 的方程 $ax = x + 2$ ($a \neq 1$) 的解是_____.

12. (4 分) 抛物线 $y = (x - 3)^2 + 1$ 的顶点坐标是_____.

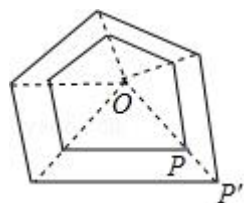
13. (4 分) 掷一枚质地均匀的骰子，掷得的点数是合数的概率为_____.

14. (4 分) 如果点 $P_1(2, y_1)$ 、 $P_2(3, y_2)$ 在抛物线 $y = -x^2 + 2x$ 上，那么 y_1 y_2 . (填“>”、“<”或“=”)

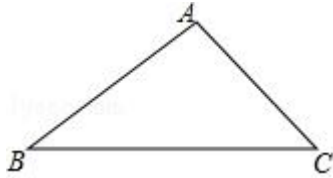
15. (4 分) 如图，已知在平行四边形 $ABCD$ 中， E 是边 AB 的中点， F 在边 AD 上，且 $AF:FD = 2:1$ ，如果 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ，那么 $\overrightarrow{EF} =$ _____.



16. (4 分) 如图，如果两个相似多边形任意一组对应顶点 P 、 P' 所在的直线都经过同一点 O ，且有 $OP' = k \cdot OP$ ($k \neq 0$)，那么我们把这样的两个多边形叫位似多边形，点 O 叫做位似中心. 已知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 是关于点 O 的位似三角形， $OA' = 3OA$ ，则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的周长之比是_____.



17. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BC=7$, $AC=3\sqrt{2}$, $\tan C=1$, 点 P 为 AB 边上一动点 (点 P 不与点 B 重合), 以点 P 为圆心, PB 为半径画圆, 如果点 C 在圆外, 那么 PB 的取值范围是_____.



18. (4分) 已知, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=9$, $BC=12$, 点 D 、 E 分别在边 AC 、 BC 上, 且 $CD:CE=3:4$. 将 $\triangle CDE$ 绕点 D 顺时针旋转, 当点 C 落在线段 DE 上的点 F 处时, BF 恰好是 $\angle ABC$ 的平分线, 此时线段 CD 的长是_____.

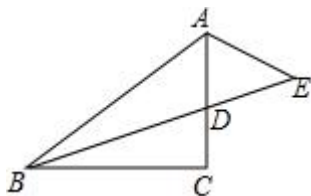
三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分) [将下列各题的解答过程, 做在答题纸的相应位置上]

19. (10分) 计算: $5^{\frac{1}{2}} + |\sqrt{5} - 2| - (-3)^0 + (\frac{1}{2})^{-1}$.

20. (10分) 先化简, 再求值: $(x - 2 - \frac{5}{x+2}) \div \frac{(x+3)^2}{x+2}$, 其中 $x=\sqrt{3}$.

21. (10分) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=3$, $BC=4$, $\angle ABC$ 的平分线交边 AC 于点 D , 延长 BD 至点 E , 且 $BD=2DE$, 连接 AE .

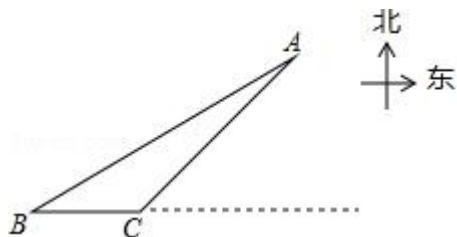
- (1) 求线段 CD 的长;
- (2) 求 $\triangle ADE$ 的面积.



22. (10分) 如图, 海中有一个小岛 A , 该岛四周 11 海里范围内有暗礁. 有一货轮在海面上由西向东方向航行, 到达 B 处时它在小岛南偏西 60° 的方向

上，再往正东方向行驶 10 海里后恰好到达小岛南偏西 45° 方向上的点 C 处．问：如果货轮继续向正东方向航行，是否会有触礁的危险？

(参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.41$ ， $\sqrt{3} \approx 1.73$)



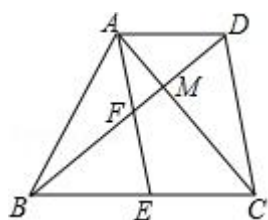
23. (12 分) 如图，在梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ，对角线 AC、BD 交于点 M，

点 E 在边 BC 上，且

$\angle DAE = \angle DCB$ ，联结 AE，AE 与 BD 交于点 F．

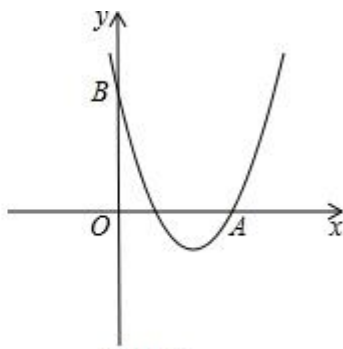
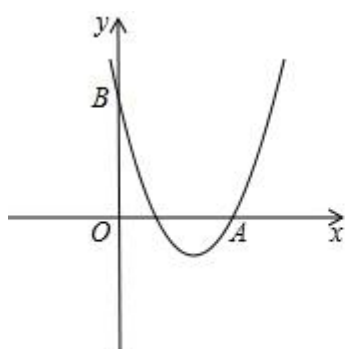
(1) 求证： $DM^2 = MF \cdot MB$ ；

(2) 联结 DE，如果 $BF = 3FM$ ，求证：四边形 ABED 是平行四边形．



24. (12 分) 已知：如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 的图

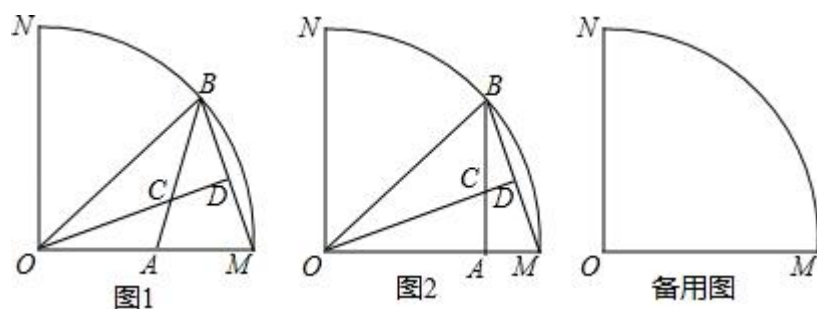
象与 x 轴交于点 A (3, 0)，与 y 轴交于点 B，顶点 C 在直线 $x = 2$ 上，将抛物线沿射线 AC 的方向平移，当顶点 C 恰好落在 y 轴上的点 D 处时，点 B 落在点 E 处．



备用图

- (1) 求这个抛物线的解析式;
- (2) 求平移过程中线段 BC 所扫过的面积;
- (3) 已知点 F 在 x 轴上, 点 G 在坐标平面内, 且以点 C 、 E 、 F 、 G 为顶点的四边形是矩形, 求点 F 的坐标.

25. (14 分) 如图 1, 已知扇形 MON 的半径为 $\sqrt{2}$, $\angle MON=90^\circ$, 点 B 在弧 MN 上移动, 联结 BM , 作 $OD \perp BM$, 垂足为点 D , C 为线段 OD 上一点, 且 $OC=BM$, 联结 BC 并延长交半径 OM 于点 A , 设 $OA=x$, $\angle COM$ 的正切值为 y .



- (1) 如图 2, 当 $AB \perp OM$ 时, 求证: $AM=AC$;
- (2) 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出定义域;
- (3) 当 $\triangle OAC$ 为等腰三角形时, 求 x 的值.

2018 年上海市青浦区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）[每小题只有一个正确选项，在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂]

1. (4 分) 下列实数中，有理数是 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $2.\dot{1}$ C. π D. $5\frac{1}{3}$

【考点】27：实数.

【专题】1：常规题型.

【分析】根据有理数的定义，即可解答.

【解答】解： $\sqrt{2}$ ， π ， $5\frac{1}{3}$ 是无理数， $2.\dot{1}$ 是有理数，

故选：B.

【点评】本题考查了实数，解决本题的关键是熟记实数的分类.

2. (4 分) 下列方程有实数根的是 ()

- A. $x^4+2=0$ B. $\sqrt{x^2-2}=-1$ C. $x^2+2x-1=0$ D. $\frac{x}{x-1}=\frac{1}{x-1}$

【考点】AA：根的判别式；AF：高次方程；AG：无理方程.

【专题】52：方程与不等式.

【分析】根据方程解的定义，一一判断即可解决问题；

【解答】解：A、 $\because x^4 > 0$ ， $\therefore x^4+2=0$ 无解；故本选项不符合题意；

B、 $\because \sqrt{x^2-2} \geq 0$ ， $\therefore \sqrt{x^2-2}=-1$ 无解，故本选项不符合题意；

C、 $\because x^2+2x-1=0$ ， $\Delta=8=4=12 > 0$ ，方程有实数根，故本选项符合题意；

D、解分式方程 $\frac{x}{x-1}=\frac{1}{x-1}$ ，可得 $x=1$ ，经检验 $x=1$ 是分式方程的增根，故本选项不符合题意；

故选：C.

【点评】 本题考查无理方程、根的判别式、高次方程、分式方程等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

3. (4分) 已知反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ ，下列结论正确的是 ()

- A. 图象经过点 $(-1, 1)$ B. 图象在第一、三象限
C. y 随着 x 的增大而减小 D. 当 $x > 1$ 时, $y < 1$

【考点】 G4: 反比例函数的性质.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 直接利用反比例函数的性质进而分析得出答案.

【解答】 解: A、反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ ，图象经过点 $(-1, -1)$ ，故此选项错误;

B、反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ ，图象在第一、三象限，故此选项正确;

C、反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ ，每个象限内， y 随着 x 的增大而减小，故此选项错误;

D、反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ ，当 $x > 1$ 时, $0 < y < 1$ ，故此选项错误;

故选: B.

【点评】 此题主要考查了反比例函数的性质，正确掌握反比例函数的性质是解题关键.

4. (4分) 用配方法解方程 $x^2 - 4x + 1 = 0$ ，配方后所得的方程是 ()

- A. $(x - 2)^2 = 3$ B. $(x + 2)^2 = 3$ C. $(x - 2)^2 = -3$ D. $(x + 2)^2 = -3$

【考点】 A6: 解一元二次方程 - 配方法.

【专题】 52: 方程与不等式.

【分析】 根据配方法可以解答本题.

【解答】 解: $x^2 - 4x + 1 = 0$,

$$(x - 2)^2 - 4 + 1 = 0$$

$$(x - 2)^2 = 3,$$

故选: A.

【点评】本题考查解一元二次方程 - 配方法，解答本题的关键是解一元二次方程的方法.

5. (4 分) “ a 是实数， $a^2 \geq 0$ ”这一事件是 ()

- A. 不可能事件 B. 不确定事件 C. 随机事件 D. 必然事件

【考点】X1: 随机事件.

【专题】1: 常规题型.

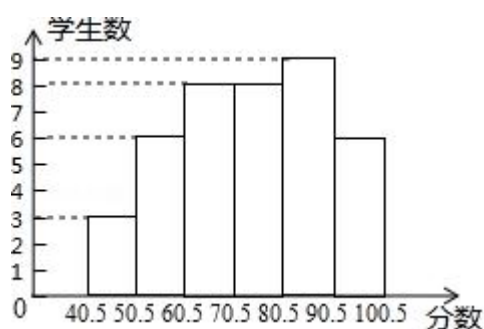
【分析】直接利用实数的性质以及结合必然事件的定义得出答案.

【解答】解: a 是实数， $a^2 \geq 0$ 这一事件是必然事件.

故选: D.

【点评】此题主要考查了必然事件，正确把握相关定义是解题关键.

6. (4 分) 某校 40 名学生参加科普知识竞赛 (竞赛分数都是整数)，竞赛成绩的频数分布直方图如图所示，成绩的中位数落在 ()



- A. 50.5 ~ 60.5 分 B. 60.5 ~ 70.5 分
C. 70.5 ~ 80.5 分 D. 80.5 ~ 90.5 分

【考点】V8: 频数 (率) 分布直方图; W4: 中位数.

【专题】1: 常规题型; 542: 统计的应用.

【分析】由频数分布直方图知这组数据共有 40 个，则其中位数为第 20、21 个数据的平均数，而第 20、21 个数据均落在 70.5 ~ 80.5 分这一分组内，据此可得.

【解答】解: 由频数分布直方图知，这组数据共有 $3+6+8+8+9+6=40$ 个，

则其中位数为第 20、21 个数据的平均数，
而第 20、21 个数据均落在 70.5 ~ 80.5 分这一分组内，
所以中位数落在 70.5 ~ 80.5 分，
故选：C.

【点评】 本题主要考查频数（率）分布直方图和中位数，解题的关键是掌握将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数．如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数．

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）[在答题纸相应题号后的空格内直接填写答案]

7. （4 分）计算： $a^3 \div (-a)^2 = \underline{a}$.

【考点】 48：同底数幂的除法.

【专题】 1：常规题型.

【分析】 根据同底数幂的除法即可求出答案.

【解答】 解：原式= a

故答案为： a

【点评】 本题考查同底数幂的除法，解题的关键是熟练运用同底数幂的除法，本题属于基础题型.

8. （4 分）因式分解： $a^2 - 4a = \underline{a(a - 4)}$.

【考点】 53：因式分解 – 提公因式法.

【专题】 1：常规题型.

【分析】 直接找出公因式提取公因式分解因式即可.

【解答】 解：原式= $a(a - 4)$.

故答案为： $a(a - 4)$.

【点评】此题主要考查了提取公因式法分解因式，正确找出公因式是解题关键.

9. (4分) 函数 $y=\sqrt{x+3}$ 的定义域是 $x \geq -3$.

【考点】E4: 函数自变量的取值范围.

【专题】33: 函数思想.

【分析】根据二次根式的性质，被开方数大于或等于 0，可以求出 x 的范围.

【解答】解：根据题意得： $x+3 \geq 0$,

解得： $x \geq -3$.

故答案为： $x \geq -3$.

【点评】考查了函数自变量的取值范围，函数自变量的范围一般从三个方面考虑：

(1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；

(2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；

(3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

10. (4分) 不等式组 $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ 2-x > 0 \end{cases}$ 的整数解是 $-1, 0, 1$.

【考点】CC: 一元一次不等式组的整数解.

【专题】11: 计算题; 524: 一元一次不等式(组)及应用.

【分析】先求出每个不等式的解集，再确定其公共解，得到不等式组的解集，然后求其整数解.

【解答】解：解不等式 $x+1 \geq 0$ ，得： $x \geq -1$,

解不等式 $2-x > 0$ ，得： $x < 2$,

则不等式组的解集为 $-1 \leq x < 2$,

所以不等式组的整数解为 $-1, 0, 1$,

故答案为： $-1, 0, 1$.

【点评】本题主要考查不等式组的解法及整数解的确定. 求不等式组的解集，应

遵循以下原则：同大取较大，同小取较小，小大大小中间找，大大小小解不了.

11. (4 分) 关于 x 的方程 $ax=x+2$ ($a \neq 1$) 的解是 $-\frac{2}{a-1}$.

【考点】6C: 分式的混合运算; 86: 解一元一次方程.

【专题】11: 计算题; 521: 一次方程 (组) 及应用.

【分析】根据一元一次方程的步骤依次移项、合并同类项、系数化为 1 可得.

【解答】解: 移项, 得: $ax - x = 2$,

合并同类项, 得: $(a - 1)x = 2$,

$\because a \neq 1$,

$\therefore a - 1 \neq 0$,

则 $x = \frac{2}{a-1}$,

故答案为: $\frac{2}{a-1}$.

【点评】本题主要考查解一元一次方程, 解题的关键是掌握解方程的基本步骤和等式的基本性质.

12. (4 分) 抛物线 $y = (x - 3)^2 + 1$ 的顶点坐标是 $(3, 1)$.

【考点】H3: 二次函数的性质.

【专题】53: 函数及其图象.

【分析】已知抛物线解析式为顶点式, 可直接写出顶点坐标.

【解答】解: $\because y = (x - 3)^2 + 1$ 为抛物线的顶点式, 根据顶点式的坐标特点可知, 抛物线的顶点坐标为 $(3, 1)$.

故答案为: $(3, 1)$.

【点评】主要考查了二次函数的性质, 关键是根据抛物线顶点式的运用解答.

13. (4 分) 掷一枚质地均匀的骰子, 掷得的点数是合数的概率为 $\frac{1}{3}$.

【考点】X4: 概率公式.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 根据概率的求法, 找准两点:

①全部情况的总数;

②符合条件情况数目; 二者的比值就是其发生的概率.

【解答】 解: 掷一枚质地均匀的骰子, 掷得的点数可能是 1、2、3、4、5、6 中的任意一个数,

共有六种可能, 其中 4、6 是合数,

所以概率为 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

故答案为: $\frac{1}{3}$.

【点评】 本题主要考查概率的求法, 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

14. (4 分) 如果点 $P_1(2, y_1)$ 、 $P_2(3, y_2)$ 在抛物线 $y = -x^2 + 2x$ 上, 那么 y_1 y_2 . (填“>”、“<”或“=”)

【考点】 H5: 二次函数图象上点的坐标特征.

【专题】 53: 函数及其图象.

【分析】 首先求得抛物线 $y = -x^2 + 2x$ 的对称轴是 $x=1$, 利用二次函数的性质, 点 M、N 在对称轴的右侧, y 随着 x 的增大而减小, 得出答案即可.

【解答】 解: 抛物线 $y = -x^2 + 2x$ 的对称轴是 $x = -\frac{2}{-2} = 1$,

$\because a = -1 < 0$, 抛物线开口向下, $1 < 2 < 3$,

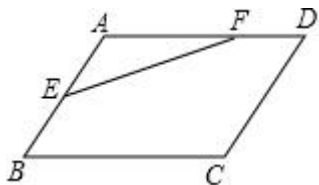
$\therefore y_1 > y_2$.

故答案为: >

【点评】 本题考查了二次函数图象上点的坐标特征, 二次函数的性质, 求得对称轴, 掌握二次函数图象的性质解决问题.

15. (4 分) 如图, 已知在平行四边形 ABCD 中, E 是边 AB 的中点, F 在边 AD

上, 且 $AF:FD=2:1$, 如果 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{EF}=\frac{2}{3}\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{a}$.



【考点】L5: 平行四边形的性质; LM: *平面向量.

【专题】5: 特定专题.

【分析】根据 $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AF}$, 只要求出 $\overrightarrow{AE}$ 、 $\overrightarrow{AF}$ 即可解决问题;

【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD=BC, AD\parallel BC,$$

$$\therefore \overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}=\vec{b},$$

$$\therefore AF=2DF,$$

$$\therefore \overrightarrow{AF}=\frac{2}{3}\vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{AB}=\vec{a}, AE=EB,$$

$$\therefore \overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\vec{a},$$

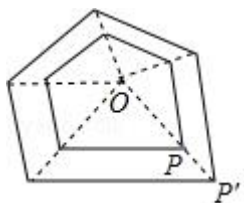
$$\therefore \overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AF},$$

$$\therefore \overrightarrow{EF}=\frac{2}{3}\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{a}.$$

$$\text{故答案为 } \frac{2}{3}\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{a}.$$

【点评】本题考查平面向量, 解题的关键是熟练掌握三角形法则, 属于中考常考题型.

16. (4 分) 如图, 如果两个相似多边形任意一组对应顶点 P 、 P' 所在的直线都经过同一点 O , 且有 $OP'=k\cdot OP$ ($k\neq 0$), 那么我们把这样的两个多边形叫位似多边形, 点 O 叫做位似中心. 已知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 是关于点 O 的位似三角形, $OA'=3OA$, 则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的周长之比是 1:3.



【考点】SC：位似变换.

【专题】17：推理填空题.

【分析】根据相似三角形的周长比等于相似比解答.

【解答】解：∵ $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 是关于点 O 的位似三角形，

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle A'B'C',$$

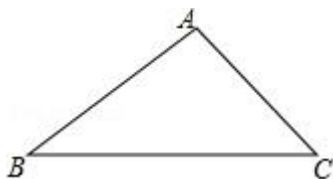
$$\therefore OA' = 3OA,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 与 } \triangle A'B'C' \text{ 的周长之比是：} OA : OA' = 1 : 3,$$

故答案为：1：3.

【点评】本题考查的是位似变换的性质，位似变换的性质：①两个图形必须是相似形；②对应点的连线都经过同一点；③对应边平行.

17. (4分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BC=7$ ， $AC=3\sqrt{2}$ ， $\tan C=1$ ，点 P 为 AB 边上一动点（点 P 不与点 B 重合），以点 P 为圆心， PB 为半径画圆，如果点 C 在圆外，那么 PB 的取值范围是 $0 < PB < \frac{35}{8}$.



【考点】M8：点与圆的位置关系；T7：解直角三角形.

【专题】17：推理填空题.

【分析】根据题意作出合适的辅助线，然后根据题意即可求得 PB 的取值范围.

【解答】解：作 $AD \perp BC$ 于点 D ，作 $PE \perp BC$ 于点 E ，

$$\therefore \text{在 } \triangle ABC \text{ 中，} BC=7, AC=3\sqrt{2}, \tan C=1,$$

$$\therefore AD=CD=3,$$

$$\therefore BD=4,$$

$$\therefore AB=5,$$

由题意可得,

当 $PB=PC$ 时, 点 C 恰好在以点 P 为圆心, PB 为半径圆上,

$$\therefore AD \perp BC, PE \perp BC,$$

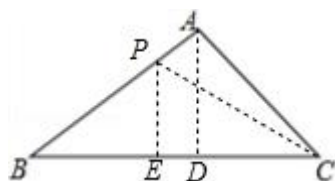
$$\therefore PE \parallel AD,$$

$$\therefore \triangle BPE \sim \triangle BDA,$$

$$\therefore \frac{BE}{BD} = \frac{BP}{BA},$$

$$\text{即 } \frac{\frac{7}{2}}{4} = \frac{BP}{5}, \text{ 得 } BP = \frac{35}{8},$$

故答案为: $0 < PB < \frac{35}{8}$.



【点评】 本题考查点与圆的位置关系、解直角三角形, 解答本题的关键是明确题意, 找出所求问题需要的条件, 利用数形结合的思想解答.

18. (4 分) 已知, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=9$, $BC=12$, 点 D 、 E 分别在边 AC 、 BC 上, 且 $CD:CE=3:4$. 将 $\triangle CDE$ 绕点 D 顺时针旋转, 当点 C 落在线段 DE 上的点 F 处时, BF 恰好是 $\angle ABC$ 的平分线, 此时线段 CD 的长是 6.

【考点】 R2: 旋转的性质.

【专题】 558: 平移、旋转与对称; 55D: 图形的相似.

【分析】 设 $CD=3x$, 则 $CE=4x$, $BE=12-4x$, 依据 $\angle EBF=\angle EFB$, 可得 $EF=BE=12$

- 4x, 由旋转可得 $DF=CD=3x$, 再根据 $\text{Rt}\triangle DCE$ 中, $CD^2+CE^2=DE^2$, 即可

得到 $(3x)^2 + (4x)^2 = (3x+12-4x)^2$, 进而得出 $CD=6$.

【解答】解: 如图所示, 设 $CD=3x$, 则 $CE=4x$, $BE=12-4x$,

$$\therefore \frac{CD}{CE} = \frac{CA}{CB} = \frac{3}{4}, \quad \angle DCE = \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ACB \sim \triangle DCE,$$

$$\therefore \angle DEC = \angle ABC,$$

$$\therefore AB \parallel DE,$$

$$\therefore \angle ABF = \angle BFE,$$

又 $\because BF$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle ABF = \angle CBF,$$

$$\therefore \angle EBF = \angle EFB,$$

$$\therefore EF = BE = 12 - 4x,$$

由旋转可得 $DF=CD=3x$,

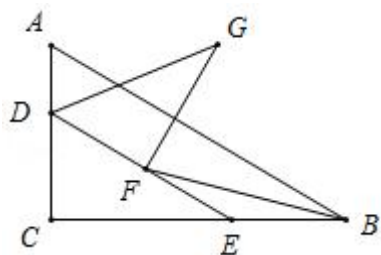
$$\therefore \text{Rt}\triangle DCE \text{ 中, } CD^2 + CE^2 = DE^2,$$

$$\therefore (3x)^2 + (4x)^2 = (3x+12-4x)^2,$$

解得 $x_1=2$, $x_2=-3$ (舍去),

$$\therefore CD=2 \times 3=6,$$

故答案为: 6.



【点评】本题考查了相似三角形的判定, 勾股定理以及旋转的性质, 解题时注意:

对应点到旋转中心的距离相等；对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角；旋转前、后的图形全等.

三、解答题：(本大题共 7 题，满分 78 分) [将下列各题的解答过程，做在答题纸的相应位置上]

19. (10 分) 计算： $5^{\frac{1}{2}} + |\sqrt{5} - 2| - (-3)^0 + (\frac{1}{2})^{-1}$.

【考点】2C：实数的运算；2F：分数指数幂；6E：零指数幂；6F：负整数指数幂.

【专题】1：常规题型.

【分析】直接利用负指数幂的性质以及零指数幂的性质和绝对值的性质分别化简即可.

【解答】解：原式 $= \sqrt{5} + \sqrt{5} - 2 - 1 + 2$
 $= 2\sqrt{5} - 1$.

【点评】此题主要考查了实数运算，正确化简各数是解题关键.

20. (10 分) 先化简，再求值： $(x - 2 - \frac{5}{x+2}) \div \frac{(x+3)^2}{x+2}$ ，其中 $x = \sqrt{3}$.

【考点】6D：分式的化简求值.

【专题】1：常规题型.

【分析】根据分式的运算法则即可求出答案.

【解答】解：原式 $= \frac{x^2 - 4 - 5}{x+2} \times \frac{x+2}{(x+3)^2}$
 $= \frac{(x+3)(x-3)}{x+2} \times \frac{x+2}{(x+3)^2}$
 $= \frac{x-3}{x+3}$.

当 $x = \sqrt{3}$ 时，原式 $= \frac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}+3} = \sqrt{3} - 2$

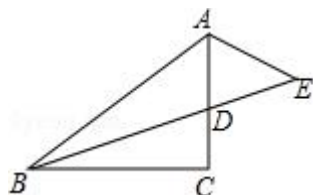
【点评】本题考查分式的运算法则，解题的关键是熟练运用分式的运算法则，本题属于基础题型.

21. (10 分) 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 3$ ， $BC = 4$ ， $\angle ABC$ 的平分

线交边 AC 于点 D，延长 BD 至点 E，且 $BD=2DE$ ，连接 AE.

(1) 求线段 CD 的长；

(2) 求 $\triangle ADE$ 的面积.



【考点】 KF: 角平分线的性质.

【专题】 17: 推理填空题.

【分析】 (1) 过点 D 作 $DH \perp AB$ ，根据角平分线的性质得到 $DH=DC$ 根据正弦的定义列出方程，解方程即可；

(2) 根据三角形的面积公式计算.

【解答】 解: (1) 过点 D 作 $DH \perp AB$ ，垂足为点 H,

$\because BD$ 平分 $\angle ABC$, $\angle C=90^\circ$,

$\therefore DH=DC=x$,

则 $AD=3-x$.

$\because \angle C=90^\circ$, $AC=3$, $BC=4$,

$\therefore AB=5$,

$\because \sin \angle BAC = \frac{HD}{AD} = \frac{BC}{AB}$,

$\therefore \frac{x}{3-x} = \frac{4}{5}$,

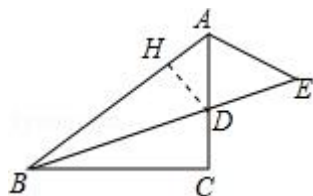
$\therefore x = \frac{4}{3}$, 即 $CD = \frac{4}{3}$;

(2) $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} AB \cdot DH = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{4}{3} = \frac{10}{3}$,

$\because BD=2DE$,

$$\therefore \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{BD}{DE} = 2,$$

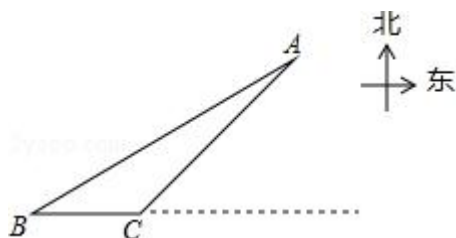
$$\therefore S_{\triangle ADE} = \frac{10}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{3}.$$



【点评】 本题考查的是角平分线的性质，掌握角的平分线上的点到角的两边的距离相等是解题的关键.

22. (10 分) 如图，海中有一个小岛 A，该岛四周 11 海里范围内有暗礁. 有一货轮在海面上由西向东方向航行，到达 B 处时它在小岛南偏西 60° 的方向上，再往正东方向行驶 10 海里后恰好到达小岛南偏西 45° 方向上的点 C 处. 问：如果货轮继续向正东方向航行，是否有触礁的危险？

(参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.41$ ， $\sqrt{3} \approx 1.73$)

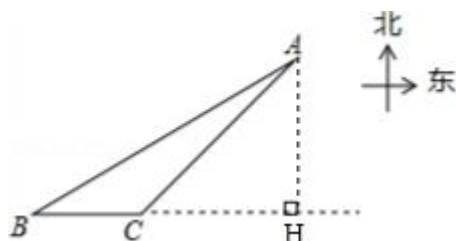


【考点】 TB：解直角三角形的应用 - 方向角问题.

【专题】 1：常规题型；55E：解直角三角形及其应用.

【分析】 作 $AH \perp BC$ ，由 $\angle CAH = 45^\circ$ 可设 $AH = CH = x$ ，根据 $\tan \angle BAH = \frac{BH}{AH}$ 可得关于 x 的方程，解之可得.

【解答】 解：过点 A 作 $AH \perp BC$ ，垂足为点 H.



由题意，得 $\angle BAH=60^\circ$ ， $\angle CAH=45^\circ$ ， $BC=10$ 。（

设 $AH=x$ ，则 $CH=x$ 。

在 $Rt\triangle ABH$ 中，

$$\because \tan \angle BAH = \frac{BH}{AH},$$

$$\therefore \tan 60^\circ = \frac{10+x}{x},$$

$$\therefore \sqrt{3}x = 10+x,$$

$$\text{解得 } x = 5\sqrt{3} + 5 \approx 13.65,$$

$$\therefore 13.65 > 11,$$

$\therefore$ 货轮继续向正东方向航行，不会有触礁的危险。

【点评】 本题考查了解直角三角形的应用 - 方向角问题，解一般三角形的问题一般可以转化为解直角三角形的问题，解决的方法就是作高线。

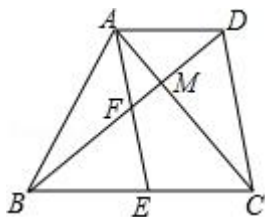
23. (12 分) 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，对角线 AC 、 BD 交于点 M ，

点 E 在边 BC 上，且

$\angle DAE = \angle DCB$ ，联结 AE ， AE 与 BD 交于点 F 。

(1) 求证： $DM^2 = MF \cdot MB$ ；

(2) 联结 DE ，如果 $BF = 3FM$ ，求证：四边形 $ABED$ 是平行四边形。



【考点】 L6：平行四边形的判定；LH：梯形；S9：相似三角形的判定与性质。

【专题】 14：证明题；555：多边形与平行四边形；55D：图形的相似。

【分析】 (1) 由 $AD \parallel BC$ 可得出 $\angle DAE = \angle AEB$ ，结合 $\angle DCB = \angle DAE$ 可得出 $\angle$

$DCB = \angle AEB$ ，进而可得出 $AE \parallel DC$ 、 $\triangle AMF \sim \triangle CMD$ ，根据相似三角形的

性质可得出 $\frac{FM}{DM} = \frac{AM}{CM}$ ，根据 $AD \parallel BC$ ，可得出 $\triangle AMD \sim \triangle CMB$ ，根据相似三角形的性质可得出 $\frac{AM}{CM} = \frac{DM}{BM}$ ，进而可得出 $\frac{FM}{DM} = \frac{DM}{BM}$ ，即 $MD^2 = MF \cdot MB$ ；

(2) 设 $FM=a$ ，则 $BF=3a$ ， $BM=4a$ 。由 (1) 的结论可求出 MD 的长度，代入 $DF=DM+MF$ 可得出 DF 的长度，由 $AD \parallel BC$ ，可得出 $\triangle AFD \sim \triangle EFB$ ，根据相似三角形的性质可得出 $AF=EF$ ，利用“对角线互相平分的四边形是平行四边形”即可证出四边形 $ABED$ 是平行四边形。

【解答】证明：(1) $\because AD \parallel BC$ ，

$$\therefore \angle DAE = \angle AEB,$$

$$\because \angle DCB = \angle DAE,$$

$$\therefore \angle DCB = \angle AEB,$$

$$\therefore AE \parallel DC,$$

$$\therefore \triangle AMF \sim \triangle CMD,$$

$$\therefore \frac{FM}{DM} = \frac{AM}{CM}.$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle AMD \sim \triangle CMB,$$

$$\therefore \frac{AM}{CM} = \frac{DM}{BM},$$

$$\therefore \frac{FM}{DM} = \frac{DM}{BM},$$

$$\text{即 } MD^2 = MF \cdot MB.$$

(2) 设 $FM=a$ ，则 $BF=3a$ ， $BM=4a$ 。

由 $MD^2 = MF \cdot MB$ ，得： $MD^2 = a \cdot 4a$ ，

$$\therefore MD=2a,$$

$$\therefore DF=BF=3a.$$

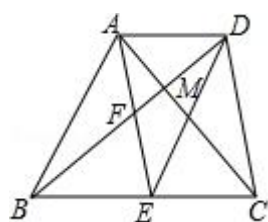
$\therefore AD \parallel BC$,

$\therefore \triangle AFD \sim \triangle EFB$,

$$\therefore \frac{AF}{EF} = \frac{DF}{BF} = 1,$$

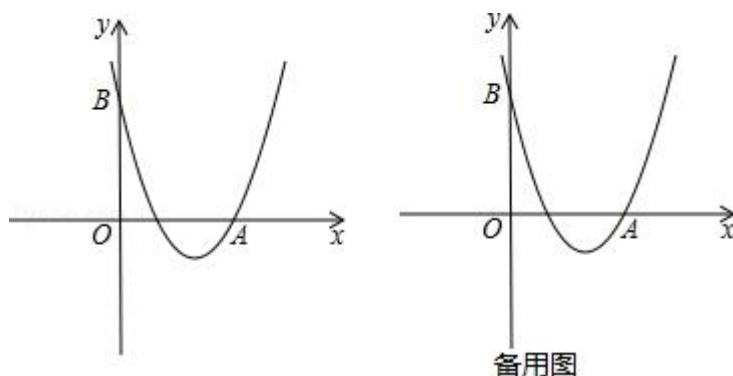
$\therefore AF = EF$,

$\therefore$ 四边形 $ABED$ 是平行四边形.



【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质、平行四边形的判定、平行线的性质以及矩形, 解题的关键是: (1) 利用相似三角形的性质找出 $\frac{FM}{DM} = \frac{AM}{CM}$, $\frac{AM}{CM} = \frac{DM}{BM}$; (2) 牢记“对角线互相平分的四边形是平行四边形”.

24. (12 分) 已知: 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 的图象与 x 轴交于点 $A(3, 0)$, 与 y 轴交于点 B , 顶点 C 在直线 $x = 2$ 上, 将抛物线沿射线 AC 的方向平移, 当顶点 C 恰好落在 y 轴上的点 D 处时, 点 B 落在点 E 处.



(1) 求这个抛物线的解析式;

(2) 求平移过程中线段 BC 所扫过的面积;

(3) 已知点 F 在 x 轴上, 点 G 在坐标平面内, 且以点 C 、 E 、 F 、 G 为顶点的四

边形是矩形，求点 F 的坐标.

【考点】 HF: 二次函数综合题.

【专题】 16: 压轴题.

【分析】 (1) 根据对称轴方程求得 $b = -4a$ ，将点 A 的坐标代入函数解析式求得

$9a+3b+3=0$ ，联立方程组，求得系数的值即可；

(2) 抛物线在平移的过程中，线段 BC 所扫过的面积为平行四边形 BCDE 的面积，根据二次函数图象上点的坐标特征和三角形的面积得到： $\therefore$

$$S_{\text{平行四边形BCDE}} = 2S_{\triangle BCD} = 2 \times \frac{1}{2} \times BD \cdot CN = 6 \times 2 = 12.$$

(3) 联结 CE. 分类讨论：(i) 当 CE 为矩形的一边时，过点 C 作 $CF_1 \perp CE$ ，

交 x 轴于点 F_1 ，设点 $F_1(a, 0)$ ，在 $Rt\triangle OCF_1$ 中，利用勾股定理求得 a 的值；

(ii) 当 CE 为矩形的对角线时，以点 O 为圆心，OC 长为半径画弧分别交 x 轴于点 F_3 、 F_4 ，利用圆的性质解答.

【解答】 解：(1) $\because$ 顶点 C 在直线 $x=2$ 上，

$$\therefore x = -\frac{b}{2a} = 2,$$

$$\therefore b = -4a.$$

将 A (3, 0) 代入 $y=ax^2+bx+3$ ，得 $9a+3b+3=0$ ，

解得 $a=1$ ， $b=-4$ 。

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y=x^2-4x+3$ 。

(2) 过点 C 作 $CM \perp x$ 轴， $CN \perp y$ 轴，垂足分别为 M、N。

$$\because y = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1,$$

$$\therefore C(2, -1).$$

$$\therefore CM = MA = 1,$$

$$\therefore \angle MAC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ODA = 45^\circ,$$

$$\therefore OD = OA = 3.$$

$\therefore$ 抛物线 $y = x^2 - 4x + 3$ 与 y 轴交于点 B ,

$$\therefore B(0, 3),$$

$$\therefore BD = 6.$$

$\therefore$ 抛物线在平移的过程中, 线段 BC 所扫过的面积为平行四边形 $BCDE$ 的面积,

$$\therefore S_{\text{平行四边形}BCDE} = 2S_{\triangle BCD} = 2 \times \frac{1}{2} \times BD \cdot CN = 6 \times 2 = 12.$$

(3) 联结 CE .

$\therefore$ 四边形 $BCDE$ 是平行四边形,

$\therefore$ 点 O 是对角线 CE 与 BD 的交点,

$$\text{即 } OE = OC = \sqrt{5}.$$

(i) 当 CE 为矩形的一边时, 过点 C 作 $CF_1 \perp CE$, 交 x 轴于点 F_1 ,

设点 $F_1(a, 0)$,

$$\text{在 Rt}\triangle OCF_1 \text{ 中, } OF_1^2 = OC^2 + CF_1^2,$$

$$\text{即 } a^2 = (a - 2)^2 + 5,$$

$$\text{解得 } a = \frac{5}{2},$$

$$\therefore \text{点 } F_1\left(\frac{5}{2}, 0\right)$$

$$\text{同理, 得点 } F_2\left(-\frac{5}{2}, 0\right);$$

(ii) 当 CE 为矩形的对角线时, 以点 O 为圆心, OC 长为半径画弧分别交 x 轴

于点 F_3 、 F_4 ,

$$\text{可得 } OF_3 = OF_4 = OC = \sqrt{5},$$

得点 $F_3(\sqrt{5}, 0)$ 、 $F_4(-\sqrt{5}, 0)$

综上所述：满足条件的点有 $F_1(\frac{5}{2}, 0)$ ， $F_2(-\frac{5}{2}, 0)$ ， $F_3(\sqrt{5}, 0)$ ，

$F_4(-\sqrt{5}, 0)$ 。

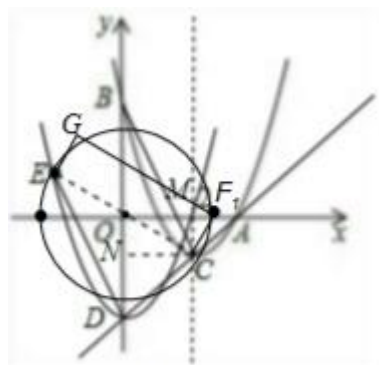


图2

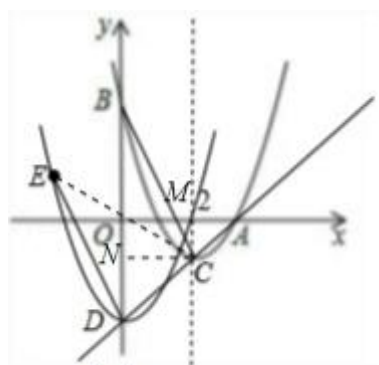


图1

【点评】 本题考查了待定系数法求二次函数的解析式，二次函数图象上点的坐标特征，平行四边形的面积公式，正确的理解题意是解题的关键。

25. (14 分) 如图 1，已知扇形 MON 的半径为 $\sqrt{2}$ ， $\angle MON=90^\circ$ ，点 B 在弧 MN 上移动，联结 BM ，作 $OD \perp BM$ ，垂足为点 D ， C 为线段 OD 上一点，且 $OC=BM$ ，联结 BC 并延长交半径 OM 于点 A ，设 $OA=x$ ， $\angle COM$ 的正切值为 y 。

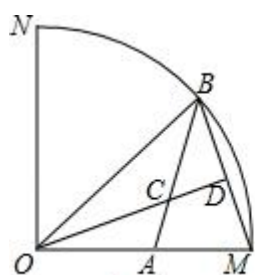


图1

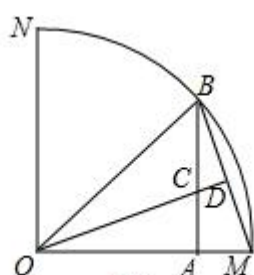
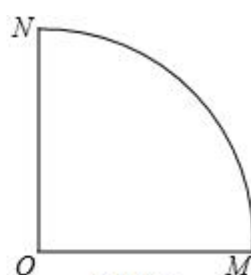


图2



备用图

(1) 如图 2, 当 $AB \perp OM$ 时, 求证: $AM=AC$;

(2) 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出定义域;

(3) 当 $\triangle OAC$ 为等腰三角形时, 求 x 的值.

【考点】 MR: 圆的综合题.

【专题】 15: 综合题.

【分析】 (1) 先判断出 $\angle ABM = \angle DOM$, 进而判断出 $\triangle OAC \cong \triangle BAM$, 即可得出结论;

(2) 先判断出 $BD=DM$, 进而得出 $\frac{DM}{BD} = \frac{ME}{AE}$, 进而得出 $AE = \frac{1}{2}(\sqrt{2}-x)$, 再判断出 $\frac{OA}{OE} = \frac{OC}{OD} = \frac{2DM}{OD}$, 即可得出结论;

(3) 分三种情况利用勾股定理或判断出不存在, 即可得出结论.

【解答】 解: (1) $\because OD \perp BM, AB \perp OM$

$\therefore \angle ODM = \angle BAM = 90^\circ$. (1 分)

$\because \angle ABM + \angle M = \angle DOM + \angle M$,

$\therefore \angle ABM = \angle DOM$. (1 分)

$\because \angle OAC = \angle BAM, OC = BM$,

$\therefore \triangle OAC \cong \triangle BAM$, (1 分)

$\therefore AC = AM$. (1 分)

(2) 如图 2, 过点 D 作 $DE \parallel AB$, 交 OM 于点 E . (1 分)

$\because OB = OM, OD \perp BM$,

$\therefore BD = DM$.

$\because DE \parallel AB$,

$$\therefore \frac{DM}{BD} = \frac{ME}{AE},$$

$$\therefore AE = EM,$$

$$\therefore OM = \sqrt{2},$$

$$\therefore AE = \frac{1}{2}(\sqrt{2} - x). \quad (1 \text{ 分}),$$

$$\therefore OE = OA + AE = x + \frac{1}{2}(\sqrt{2} - x) = \frac{1}{2}(\sqrt{2} + x)$$

$$\therefore DE \parallel AB,$$

$$\therefore \frac{OA}{OE} = \frac{OC}{OD} = \frac{2DM}{OD}, \quad (1 \text{ 分})$$

$$\therefore \frac{DM}{OD} = \frac{OA}{2OE},$$

$$\text{在 Rt}\triangle ODM \text{ 中, } y = \frac{DM}{OD} = \frac{OA}{2OE} = \frac{x}{2 \times \frac{1}{2}(\sqrt{2} + x)} = \frac{x}{x + \sqrt{2}}. \quad (0 < x < \sqrt{2}) \quad (2 \text{ 分})$$

(3) (i) 当 $OA = OC$ 时,

$$\therefore DM = \frac{1}{2}BM = \frac{1}{2}OC = \frac{1}{2}x,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ODM \text{ 中, } OD = \sqrt{OM^2 - DM^2} = \sqrt{2 - \frac{1}{4}x^2}.$$

$$\therefore y = \frac{DM}{OD},$$

$$\therefore \frac{\frac{1}{2}x}{\sqrt{2 - \frac{1}{4}x^2}} = \frac{x}{x + \sqrt{2}}. \quad \text{解得 } x = \frac{\sqrt{14} - \sqrt{2}}{2}, \text{ 或 } x = \frac{-\sqrt{14} - \sqrt{2}}{2} \text{ (舍)}. \quad (2 \text{ 分})$$

(ii) 当 $AO = AC$ 时, 则 $\angle AOC = \angle ACO$,

$$\therefore \angle ACO > \angle COB, \quad \angle COB = \angle AOC,$$

$$\therefore \angle ACO > \angle AOC,$$

$\therefore$ 此种情况不存在. (1 分)

(iii) 当 $CO = CA$ 时,

则 $\angle COA = \angle CAO = \alpha$,

$\therefore \angle CAO > \angle M, \angle M = 90^\circ - \alpha,$

$\therefore \alpha > 90^\circ - \alpha,$

$\therefore \alpha > 45^\circ,$

$\therefore \angle BOA = 2\alpha > 90^\circ,$

$\therefore \angle BOA \leq 90^\circ,$

$\therefore$ 此种情况不存在. (1 分)

即: 当 $\triangle OAC$ 为等腰三角形时, x 的值为 $\frac{\sqrt{14}-\sqrt{2}}{2}$.

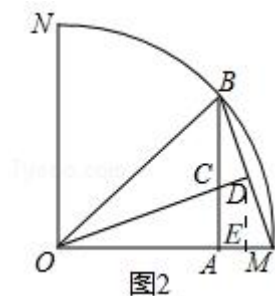


图2

【点评】 此题是圆的综合题, 主要考查了相似三角形的判定和性质, 额济数据换算, 勾股定理, 等腰三角形的性质, 建立 y 关于 x 的函数关系式是解本题的关键.