

2018 年上海市闵行区中考数学二模试卷

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，请选择正确选项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. (4 分) 在下列各式中，二次单项式是 ()
A. x^2+1 B. $\frac{1}{3}xy^2$ C. $2xy$ D. $(-\frac{1}{2})^2$
2. (4 分) 下列运算结果正确的是 ()
A. $(a+b)^2=a^2+b^2$ B. $2a^2+a=3a^3$
C. $a^3 \cdot a^2=a^5$ D. $2a^{-1}=\frac{1}{2a}$ ($a \neq 0$)
3. (4 分) 在平面直角坐标系中，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 图象在每个象限内 y 随着 x 的增大而减小，那么它的图象的两个分支分别在 ()
A. 第一、三象限 B. 第二、四象限
C. 第一、二象限 D. 第三、四象限
4. (4 分) 有 9 名学生参加校民乐决赛，最终成绩各不相同，其中一名同学想要知道自己是否进入前 5 名，不仅要了解自己的成绩，还要了解这 9 名同学成绩的 ()
A. 平均数 B. 中位数 C. 众数 D. 方差
5. (4 分) 已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形，下列结论中不正确的是 ()
A. 当 $AB=BC$ 时，四边形 $ABCD$ 是菱形
B. 当 $AC \perp BD$ 时，四边形 $ABCD$ 是菱形
C. 当 $\angle ABC=90^\circ$ 时，四边形 $ABCD$ 是矩形
D. 当 $AC=BD$ 时，四边形 $ABCD$ 是正方形
6. (4 分) 点 A 在圆 O 上，已知圆 O 的半径是 4，如果点 A 到直线 a 的距离是

8. 那么圆 O 与直线 a 的位置关系可能是 ()

- A. 相交 B. 相离 C. 相切或相交 D. 相切或相离

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 计算: $|-1|+2^2=$ _____.

8. (4 分) 在实数范围内分解因式: $4a^2 - 3=$ _____.

9. (4 分) 方程 $\sqrt{2x-1}=1$ 的根是_____.

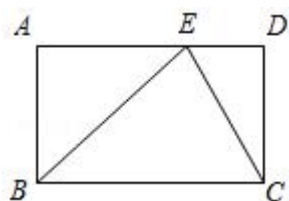
10. (4 分) 已知关于 x 的方程 $x^2 - 3x - m=0$ 没有实数根, 那么 m 的取值范围是_____.

11. (4 分) 已知直线 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 与直线 $y = -\frac{1}{3}x$ 平行, 且截距为 5, 那么这条直线的解析式为_____.

12. (4 分) 某十字路口的交通信号灯每分钟红灯亮 30 秒, 绿灯亮 25 秒, 黄灯亮 5 秒, 当你抬头看信号灯时, 是绿灯的概率为_____.

13. (4 分) 已知一个 40 个数据的样本, 把它分成六组, 第一组到第四组的频数分别为 10, 5, 7, 6, 第五组的频率是 0.10, 则第六组的频数为_____.

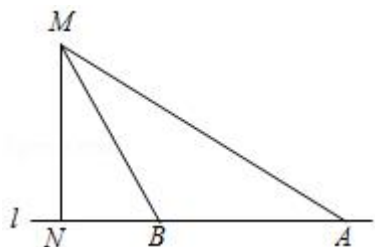
14. (4 分) 如图, 已知在矩形 $ABCD$ 中, 点 E 在边 AD 上, 且 $AE=2ED$. 设 $\overrightarrow{BA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{CE}=$ _____ (用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的式子表示).



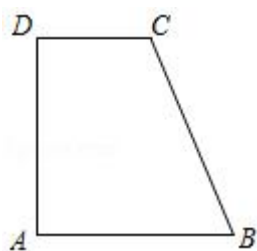
15. (4 分) 如果二次函数 $y=a_1x^2+b_1x+c_1$ ($a_1 \neq 0$, a_1 、 b_1 、 c_1 是常数) 与 $y=a_2x^2+b_2x+c_2$ ($a_2 \neq 0$, a_2 、 b_2 、 c_2 是常数) 满足 a_1 与 a_2 互为相反数, b_1 与 b_2 相等, c_1 与 c_2 互为倒数, 那么称这两个函数为“亚旋转函数”. 请直接写出函数 $y = -x^2+3x-2$ 的“亚旋转函数”为_____.

16. (4分) 如果正 n 边形的中心角为 2α , 边长为 5, 那么它的边心距为_____. (用锐角 α 的三角比表示)

17. (4分) 如图, 一辆小汽车在公路 l 上由东向西行驶, 已知测速探头 M 到公路 l 的距离 MN 为 9 米, 测得此车从点 A 行驶到点 B 所用的时间为 0.6 秒, 并测得点 A 的俯角为 30° , 点 B 的俯角为 60° . 那么此车从 A 到 B 的平均速度为_____米/秒. (结果保留三个有效数字, 参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{2} \approx 1.414$)



18. (4分) 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle DAB = 90^\circ$, $AB = 12$, $DC = 7$, $\cos \angle ABC = \frac{5}{13}$, 点 E 在线段 AD 上, 将 $\triangle ABE$ 沿 BE 翻折, 点 A 恰巧落在对角线 BD 上点 P 处, 那么 $PD =$ _____.



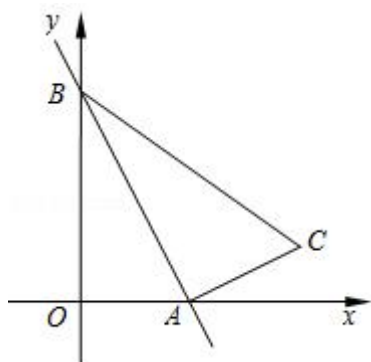
三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10分) 计算: $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + (-1)^{2018} - 2\cos 45^\circ + 8\frac{1}{3}$.

20. (10分) 解方程组:
$$\begin{cases} y-x=1 \\ x^2-xy-2y^2=0 \end{cases}$$

21. (10分) 已知一次函数 $y = -2x + 4$ 的图象与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、 B , 以 AB 为边在第一象限内作直角三角形 ABC , 且 $\angle BAC = 90^\circ$, $\tan \angle ABC = \frac{1}{2}$.

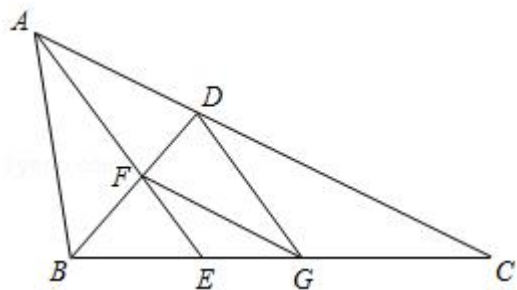
- (1) 求点 C 的坐标;
- (2) 在第一象限内有一点 M (1, m), 且点 M 与点 C 位于直线 AB 的同侧, 使得 $2S_{\triangle ABM}=S_{\triangle ABC}$, 求点 M 的坐标.



22. (10 分) 为了响应上海市市政府“绿色出行”的号召, 减轻校门口道路拥堵的现状, 王强决定改父母开车接送为自己骑车上学. 已知他家离学校 7.5 千米, 上下班高峰时段, 驾车的平均速度比自行车平均速度快 15 千米/小时, 骑自行车所用时间比驾车所用时间多 $\frac{1}{4}$ 小时, 求自行车的平均速度?

23. (12 分) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=2\angle C$, $\angle BAC$ 的平分线 AE 与 $\angle ABC$ 的平分线 BD 相交于点 F, $FG\parallel AC$, 联结 DG.

- (1) 求证: $BF\cdot BC=AB\cdot BD$;
- (2) 求证: 四边形 ADGF 是菱形.

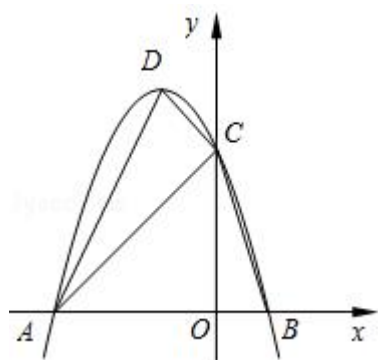


24. (12 分) 如图, 已知在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y=ax^2-2x+c$ 与 x 轴交于点 A 和点 B (1, 0), 与 y 轴相交于点 C (0, 3).

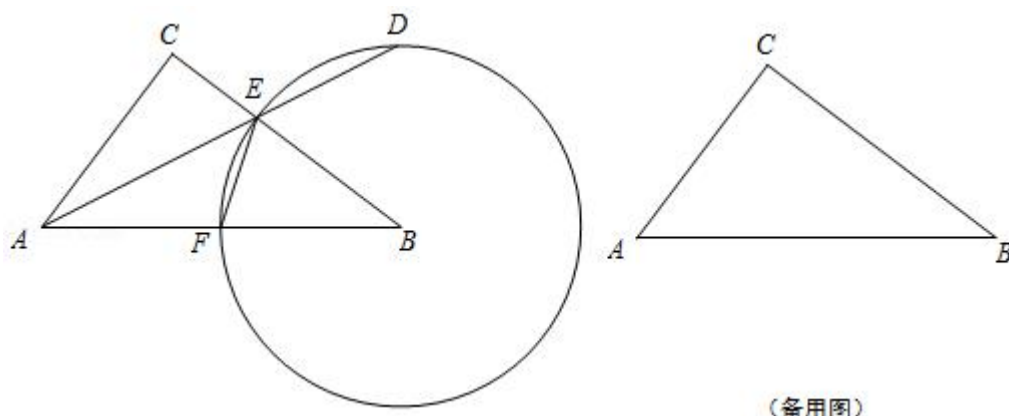
- (1) 求抛物线的解析式和顶点 D 的坐标;

(2) 求证: $\angle DAB = \angle ACB$;

(3) 点 Q 在抛物线上, 且 $\triangle ADQ$ 是以 AD 为底的等腰三角形, 求 Q 点的坐标.



25. (14 分) 如图, 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 6$, $BC = 8$, 点 F 在线段 AB 上, 以点 B 为圆心, BF 为半径的圆交 BC 于点 E, 射线 AE 交圆 B 于点 D (点 D、E 不重合).



(1) 如果设 $BF = x$, $EF = y$, 求 y 与 x 之间的函数关系式, 并写出它的定义域;

(2) 如果 $\widehat{ED} = 2\widehat{EF}$, 求 ED 的长;

(3) 联结 CD、BD, 请判断四边形 ABDC 是否为直角梯形? 说明理由.

2018 年上海市闵行区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，请选择正确选项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. (4 分) 在下列各式中，二次单项式是 ()

A. x^2+1

B. $\frac{1}{3}xy^2$

C. $2xy$

D. $(-\frac{1}{2})^2$

【考点】42：单项式.

【专题】1：常规题型.

【分析】根据单项式的定义即可求出答案.

【解答】解：由题意可知： $2xy$ 是二次单项式，

故选：C.

【点评】本题考查单项式的定义，解题的关键是正确理解单项式的定义，本题属于基础题型.

2. (4 分) 下列运算结果正确的是 ()

A. $(a+b)^2=a^2+b^2$

B. $2a^2+a=3a^3$

C. $a^3 \cdot a^2=a^5$

D. $2a^{-1}=\frac{1}{2a}$ ($a \neq 0$)

【考点】35：合并同类项；46：同底数幂的乘法；4C：完全平方公式；6F：负整数指数幂.

【专题】1：常规题型.

【分析】根据整式的运算法则即可求出答案.

【解答】解：(A) 原式= $a^2+2ab+b^2$ ，故 A 错误；

(B) $2a^2+a$ 中没有同类项，不能合并，故 B 错误；

(D) 原式= $\frac{2}{a}$, 故 D 错误;

故选: C.

【点评】 本题考查整式的运算法则, 解题的关键是熟练运用整式的运算法则, 本题属于基础题型.

3. (4 分) 在平面直角坐标系中, 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 图象在每个象限内 y

随着 x 的增大而减小, 那么它的图象的两个分支分别在 ()

A. 第一、三象限

B. 第二、四象限

C. 第一、二象限

D. 第三、四象限

【考点】 G4: 反比例函数的性质.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 直接利用反比例函数的性质进而分析得出答案.

【解答】 解: $\because$ 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 图象在每个象限内 y 随着 x 的增大而减小,

$\therefore k > 0$,

$\therefore$ 它的图象的两个分支分别在第一、三象限.

故选: A.

【点评】 此题主要考查了反比例函数的性质, 正确记忆反比例函数图象的分布是解题关键.

4. (4 分) 有 9 名学生参加校民乐决赛, 最终成绩各不相同, 其中一名同学想要知道自己是否进入前 5 名, 不仅要了解自己的成绩, 还要了解这 9 名学生成绩的 ()

A. 平均数

B. 中位数

C. 众数

D. 方差

【考点】 WA: 统计量的选择.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】9 人成绩的中位数是第 5 名的成绩. 参赛选手要想知道自己是否能进入前 5 名, 只需要了解自己的成绩以及全部成绩的中位数, 比较即可.

【解答】解: 由于总共有 9 个人, 且他们的分数互不相同, 第 5 的成绩是中位数, 要判断是否进入前 5 名, 故应知道中位数的多少.

故选: B.

【点评】此题主要考查统计的有关知识, 主要包括平均数、中位数、众数、方差的意义.

5. (4 分) 已知四边形 ABCD 是平行四边形, 下列结论中不正确的是 ()

- A. 当 $AB=BC$ 时, 四边形 ABCD 是菱形
- B. 当 $AC \perp BD$ 时, 四边形 ABCD 是菱形
- C. 当 $\angle ABC=90^\circ$ 时, 四边形 ABCD 是矩形
- D. 当 $AC=BD$ 时, 四边形 ABCD 是正方形

【考点】L5: 平行四边形的性质; L9: 菱形的判定; LC: 矩形的判定; LF: 正方形的判定.

【专题】555: 多边形与平行四边形.

【分析】根据邻边相等的平行四边形是菱形; 根据所给条件可以证出邻边相等; 根据有一个角是直角的平行四边形是矩形; 根据对角线相等的平行四边形是矩形.

【解答】解: A、根据邻边相等的平行四边形是菱形可知: 四边形 ABCD 是平行四边形, 当 $AB=BC$ 时, 它是菱形, 故本选项错误;

B、根据对角线互相垂直的平行四边形是菱形知: 当 $AC \perp BD$ 时, 四边形 ABCD 是菱形, 故本选项错误;

C、根据有一个角是直角的平行四边形是矩形知: 当 $\angle ABC=90^\circ$ 时, 四边形 ABCD 是矩形, 故本选项错误;

D、根据对角线相等的平行四边形是矩形可知：当 $AC=BD$ 时，它是矩形，不是正方形，故本选项正确；

综上所述，符合题意是 D 选项；

故选：D.

【点评】 本题考查正方形的判定、菱形的判定、矩形的判定等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

6. (4 分) 点 A 在圆 O 上，已知圆 O 的半径是 4，如果点 A 到直线 a 的距离是 8，那么圆 O 与直线 a 的位置关系可能是 ()

A. 相交 B. 相离 C. 相切或相交 D. 相切或相离

【考点】 MB: 直线与圆的位置关系.

【专题】 55: 几何图形.

【分析】 根据圆心到直线的距离 d 与半径 r 的大小关系解答.

【解答】 解：∵ 点 A 在圆 O 上，已知圆 O 的半径是 4，点 A 到直线 a 的距离是 8，

∴ 圆 O 与直线 a 的位置关系可能是相切或相离，

故选：D.

【点评】 此题考查了直线与圆的位置关系，根据圆心到直线的距离 d 与半径 r 的大小关系解答. 若 $d < r$ ，则直线与圆相交；若 $d = r$ ，则直线与圆相切；若 $d > r$ ，则直线与圆相离.

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. (4 分) 计算： $|-1| + 2^2 = \underline{5}$.

【考点】 1G: 有理数的混合运算.

【专题】 11: 计算题；511: 实数.

【分析】原式利用绝对值的代数意义，以及乘方的意义计算即可求出值.

【解答】解：原式 $=1+4=5$,

故答案为：5

【点评】此题考查了有理数的混合运算，熟练掌握运算是解本题的关键.

8. (4分) 在实数范围内分解因式： $4a^2 - 3 = \underline{(2a+\sqrt{3})(2a-\sqrt{3})}$.

【考点】58：实数范围内分解因式.

【专题】44：因式分解.

【分析】符合平方差公式的特点，可以直接分解. 平方差公式 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

【解答】解： $4a^2 - 3 = (2a+\sqrt{3})(2a-\sqrt{3})$.

故答案为： $(2a+\sqrt{3})(2a-\sqrt{3})$.

【点评】本题考查平方差公式分解因式，把 $4a^2$ 写成 $(2a)^2$ ，3 写成 $(\sqrt{3})^2$ 是利用平方差公式的关键.

9. (4分) 方程 $\sqrt{2x-1}=1$ 的根是 1.

【考点】AG：无理方程.

【分析】本题思路是两边平方后去根号，解方程.

【解答】解：两边平方得 $2x - 1 = 1$ ，解得 $x = 1$.

经检验 $x = 1$ 是原方程的根.

故本题答案为： $x = 1$.

【点评】平方时可能产生增根，要验根.

10. (4分) 已知关于 x 的方程 $x^2 - 3x - m = 0$ 没有实数根，那么 m 的取值范围是 $m < -\frac{9}{4}$.

【考点】AA：根的判别式.

【专题】1：常规题型；523：一元二次方程及应用.

【分析】由根的情况，由根的判别式可得到关于 m 的不等式，则可求得 m 的取值范围.

【解答】解:

$\because$ 关于 x 的方程 $x^2 - 3x - m = 0$ 没有实数根,

$\therefore \Delta < 0$, 即 $(-3)^2 - 4(-m) < 0$,

解得 $m < -\frac{9}{4}$,

故答案为: $m < -\frac{9}{4}$.

【点评】本题主要考查根的判别式, 熟练掌握一元二次方程根的个数与根的判别式的关系是解题的关键.

11. (4 分) 已知直线 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 与直线 $y = -\frac{1}{3}x$ 平行, 且截距为 5, 那么这条直线的解析式为 $y = -\frac{1}{3}x + 5$.

【考点】FF: 两条直线相交或平行问题.

【专题】53: 函数及其图象.

【分析】根据互相平行的直线的解析式的值相等确定出 k , 根据“截距为 5”计算出 b 值, 即可得解.

【解答】解: $\because$ 直线 $y = kx + b$ 平行于直线 $y = -\frac{1}{3}x$,

$\therefore k = -\frac{1}{3}$.

又 $\because$ 截距为 5,

$\therefore b = 5$,

$\therefore$ 这条直线的解析式是 $y = -\frac{1}{3}x + 5$.

故答案是: $y = -\frac{1}{3}x + 5$.

【点评】本题考查了两直线平行的问题, 熟记并利用平行直线的解析式的 k 值相等是解题的关键.

12. (4 分) 某十字路口的交通信号灯每分钟红灯亮 30 秒, 绿灯亮 25 秒, 黄灯亮 5 秒, 当你抬头看信号灯时, 是绿灯的概率为 $\frac{5}{12}$.

【考点】X4: 概率公式.

【分析】随机事件 A 的概率 $P(A) = \text{事件 A 可能出现的结果数} \div \text{所有可能出现的结果数}$, 据此用绿灯亮的时间除以三种灯亮的总时间, 求出抬头看信号灯时, 是绿灯的概率为多少即可.

【解答】解: 抬头看信号灯时, 是绿灯的概率为 $\frac{25}{30+25+5} = \frac{5}{12}$.

故答案为: $\frac{5}{12}$.

【点评】此题主要考查了概率公式的应用, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: (1) 随机事件 A 的概率 $P(A) = \text{事件 A 可能出现的结果数} \div \text{所有可能出现的结果数}$. (2) $P(\text{必然事件}) = 1$. (3) $P(\text{不可能事件}) = 0$.

13. (4 分) 已知一个 40 个数据的样本, 把它分成六组, 第一组到第四组的频数分别为 10, 5, 7, 6, 第五组的频率是 0.10, 则第六组的频数为 8.

【考点】V6: 频数与频率.

【专题】11: 计算题.

【分析】首先根据频率 = 频数 $\div$ 总数, 计算从第一组到第四组的频率之和, 再进一步根据一组数据中, 各组的频率和是 1, 进行计算.

【解答】解: 根据题意, 得: 第一组到第四组的频率和是 $\frac{28}{40} = 0.7$,

又 $\because$ 第五组的频率是 0.10,

$\therefore$ 第六组的频率为 $1 - (0.7 + 0.10) = 0.2$,

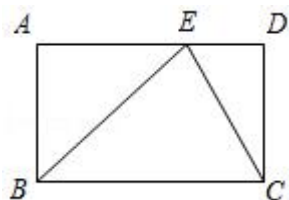
$\therefore$ 第六组的频数为: $40 \times 0.2 = 8$.

故答案为: 8.

【点评】本题主要考查了对频率、频数灵活运用, 注意: 各小组频数之和等于数

据总和，各小组频率之和等于 1，比较简单.

14. (4 分) 如图，已知在矩形 $ABCD$ 中，点 E 在边 AD 上，且 $AE=2ED$. 设 $\overrightarrow{BA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{CE}=\underline{\vec{a}-\frac{1}{3}\vec{b}}$ (用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的式子表示).



【考点】LB: 矩形的性质; LM: *平面向量.

【专题】5: 特定专题.

【分析】根据 $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DE}$, 只要求出 $\overrightarrow{CD}$ 、 $\overrightarrow{ED}$ 即可解决问题;

【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore AB=CD$, $AB\parallel CD$, $AD=BC$, $AD\parallel BC$,

$\therefore \overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}=\vec{b}$,

$\because AE=2DE$,

$\therefore \overrightarrow{ED}=\frac{1}{3}\vec{b}$,

$\therefore \overrightarrow{CE}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DE}$.

$\therefore \overrightarrow{CE}=\vec{a}-\frac{1}{3}\vec{b}$,

故答案为 $\vec{a}-\frac{1}{3}\vec{b}$.

【点评】本题考查平面向量，解题的关键是熟练掌握三角形法则，属于中考常考题型.

15. (4 分) 如果二次函数 $y=a_1x^2+b_1x+c_1$ ($a_1\neq 0$, a_1 、 b_1 、 c_1 是常数) 与 $y=a_2x^2+b_2x+c_2$ ($a_2\neq 0$, a_2 、 b_2 、 c_2 是常数) 满足 a_1 与 a_2 互为相反数, b_1 与 b_2 相等, c_1 与 c_2 互为倒数, 那么称这两个函数为“亚旋转函数”. 请直接写出函数 $y=-x^2+3x-2$ 的“亚旋转函数”为 $\underline{y=x^2+3x-\frac{1}{2}}$.

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【专题】23: 新定义.

【分析】根据“亚旋转函数”的定义解答.

【解答】解: $\because y = -x^2 + 3x - 2$ 中 $a = -1$, $b = 3$, $c = -2$, 且 -1 的相反数是 1 ,

与 b 相等的数是 3 , -2 的倒数是 $-\frac{1}{2}$,

$\therefore y = -x^2 + 3x - 2$ 的“亚旋转函数”为 $y = x^2 + 3x - \frac{1}{2}$.

故答案是: $y = x^2 + 3x - \frac{1}{2}$.

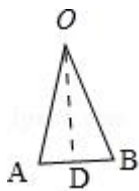
【点评】考查了二次函数图象与几何变换, 解题的关键是读懂“亚旋转函数”的定义, 找到“二次函数 $y = a_1x^2 + b_1x + c_1$ ($a_1 \neq 0$, a_1 、 b_1 、 c_1 是常数) 与 $y = a_2x^2 + b_2x + c_2$ ($a_2 \neq 0$, a_2 、 b_2 、 c_2 是常数) 满足 a_1 与 a_2 互为相反数, b_1 与 b_2 相等, c_1 与 c_2 互为倒数”中的关键信息.

16. (4 分) 如果正 n 边形的中心角为 2α , 边长为 5 , 那么它的边心距为 $\frac{5}{2}\cot\alpha$
(或 $\frac{5}{2\tan\alpha}$). (用锐角 α 的三角比表示)

【考点】MM: 正多边形和圆; T1: 锐角三角函数的定义.

【专题】55: 几何图形.

【分析】根据三角函数解答即可.



【解答】解: 如图所示:

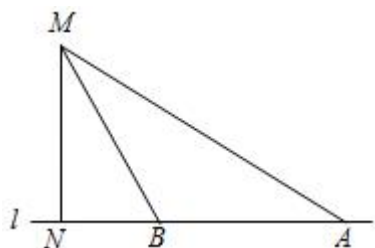
$\because$ 正 n 边形的中心角为 2α , 边长为 5 ,

$\therefore$ 边心距 $OD = \frac{5}{2}\cot\alpha$ (或 $\frac{5}{2\tan\alpha}$),

故答案为: $\frac{5}{2}\cot\alpha$ (或 $\frac{5}{2\tan\alpha}$),

【点评】此题主要考查了正多边形与圆, 关键是根据三角函数解答.

17. (4 分) 如图，一辆小汽车在公路 l 上由东向西行驶，已知测速探头 M 到公路 l 的距离 MN 为 9 米，测得此车从点 A 行驶到点 B 所用的时间为 0.6 秒，并测得点 A 的俯角为 30° ，点 B 的俯角为 60° 。那么此车从 A 到 B 的平均速度为 17.3 米/秒。（结果保留三个有效数字，参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{2} \approx 1.414$ ）



【考点】TA：解直角三角形的应用－仰角俯角问题.

【专题】1：常规题型；55E：解直角三角形及其应用.

【分析】根据题意需求 AB 长. 由已知易知 $AB=BM$ ，解直角三角形 MNB 求出 BM 即 AB ，再求速度，与限制速度比较得结论. 注意单位.

【解答】解：在 $Rt\triangle AMN$ 中， $AN=MN \times \tan \angle AMN=MN \times \tan 60^\circ=9 \times \sqrt{3}=9\sqrt{3}$.

在 $Rt\triangle BMN$ 中， $BN=MN \times \tan \angle BMN=MN \times \tan 30^\circ=9 \times \frac{\sqrt{3}}{3}=3\sqrt{3}$.

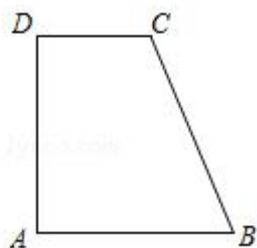
$$\therefore AB=AN-BN=9\sqrt{3}-3\sqrt{3}=6\sqrt{3}.$$

则 A 到 B 的平均速度为： $\frac{AB}{0.6}=\frac{6\sqrt{3}}{0.6}=10\sqrt{3} \approx 17.3$ （米/秒）.

故答案为：17.3.

【点评】此题主要考查解直角三角形的应用－仰角俯角问题，将已知条件和所求结论转化到同一个直角三角形中求解是解直角三角形的常规思路.

18. (4 分) 在直角梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $\angle DAB=90^\circ$ ， $AB=12$ ， $DC=7$ ， $\cos \angle ABC=\frac{5}{13}$ ，点 E 在线段 AD 上，将 $\triangle ABE$ 沿 BE 翻折，点 A 恰巧落在对角线 BD 上点 P 处，那么 $PD=$ $12\sqrt{2}-12$.



【考点】L1：直角梯形；PB：翻折变换（折叠问题）；T7：解直角三角形.

【专题】17：推理填空题；554：等腰三角形与直角三角形.

【分析】过点 C 作 $CF \perp AB$ 于点 F，则四边形 AFCD 为矩形，根据矩形的性质可得出 $BF=5$ ，结合 $\cos \angle ABC = \frac{5}{13}$ ，可得出 CF 的长度，进而可得出 AD 的长度，在 $Rt\triangle BAD$ 中利用勾股定理可求出 BD 的长度，由折叠的性质可得出 $BP=BA=12$ ，再由 $PD=BD - BP$ 即可求出 PD 的长度.

【解答】解：过点 C 作 $CF \perp AB$ 于点 F，则四边形 AFCD 为矩形，如图所示.

$$\because AB=12, DC=7,$$

$$\therefore BF=5.$$

$$\text{又} \because \cos \angle ABC = \frac{5}{13},$$

$$\therefore BC=13, CF=\sqrt{BC^2 - BF^2}=12.$$

$$\therefore AD=CF=12, AB=12,$$

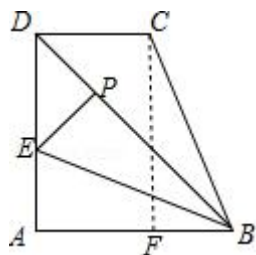
$$\therefore BD=\sqrt{AB^2 + AD^2}=12\sqrt{2}.$$

$$\because \triangle ABE \text{ 沿 } BE \text{ 翻折得到 } \triangle PBE,$$

$$\therefore BP=BA=12,$$

$$\therefore PD=BD - BP=12\sqrt{2} - 12.$$

故答案为： $12\sqrt{2} - 12$.



【点评】 本题考查了翻折变换、直角梯形以及解直角三角形，通过解直角三角形求出 AD、BD 的长度是解题的关键.

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (10 分) 计算： $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + (-1)^{2018} - 2\cos 45^\circ + 8\frac{1}{3}$.

【考点】 2C：实数的运算；2F：分数指数幂；T5：特殊角的三角函数值.

【专题】 1：常规题型.

【分析】 直接利用二次根式的性质和分数指数幂的性质以及特殊角的三角函数值分别化简得出答案.

【解答】 解：原式 $= \sqrt{2} - 1 + 1 - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 8\frac{1}{3}$
 $= \sqrt{2} - \sqrt{2} + 8\frac{1}{3}$
 $= 8\frac{1}{3}$.

【点评】 此题主要考查了实数运算，正确化简各数是解题关键.

20. (10 分) 解方程组：
$$\begin{cases} y-x=1 \\ x^2-xy-2y^2=0 \end{cases}$$

【考点】 &E：二元二次方程组.

【专题】 11：计算题.

【分析】 先将第二个方程分解因式可得： $x - 2y = 0$ 或 $x + y = 0$ ，分别与第一个方程组成新的方程组，解出即可.

【解答】 解：
$$\begin{cases} y-x=1 \text{ ①} \\ x^2-xy-2y^2=0 \text{ ②} \end{cases}$$

由②得: $(x - 2y)(x + y) = 0$,

$x - 2y = 0$ 或 $x + y = 0$ (2 分)

原方程组可化为 $\begin{cases} y - x = 1 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$, $\begin{cases} y - x = 1 \\ x + y = 0 \end{cases}$ (2 分)

解得原方程组的解为 $\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$, $\begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$ (5 分)

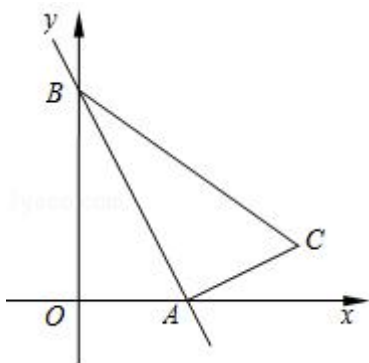
$\therefore$ 原方程组的解是为 $\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$, $\begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$ (6 分)

【点评】 本题考查了解二元二次方程组, 解题思路是降次, 可以利用代入法或分解因式, 达到降次的目的.

21. (10 分) 已知一次函数 $y = -2x + 4$ 的图象与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、 B , 以 AB 为边在第一象限内作直角三角形 ABC , 且 $\angle BAC = 90^\circ$, $\tan \angle ABC = \frac{1}{2}$.

(1) 求点 C 的坐标;

(2) 在第一象限内有一点 $M(1, m)$, 且点 M 与点 C 位于直线 AB 的同侧, 使得 $2S_{\triangle ABM} = S_{\triangle ABC}$, 求点 M 的坐标.



【考点】 F8: 一次函数图象上点的坐标特征; T7: 解直角三角形.

【专题】 533: 一次函数及其应用.

【分析】 (1) 根据自变量与函数值的对应关系, 可得 A 、 B 点坐标, 根据勾股定理, 可得 AB 的长, 根据锐角三角函数, 可得 AC , 根据相似三角形的判定与性

质，可得 DC，AD，根据点的坐标，可得答案.

(2) 根据面积的和差，可得关于 m 的方程，根据解方程，可得答案.

【解答】解：(1) 令 $y=0$ ，则 $-2x+4=0$ ，

解得 $x=2$ ，

∴ 点 A 坐标是 (2, 0).

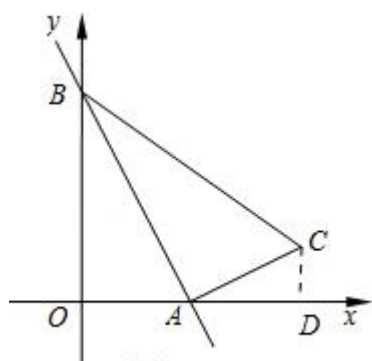
令 $x=0$ ，则 $y=4$ ，

∴ 点 B 坐标是 (0, 4).

$$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}.$$

$$\because \angle BAC = 90^\circ, \tan \angle ABC = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore AC = \frac{1}{2}AB = \sqrt{5}.$$



如图 1

图 1

过 C 点作 $CD \perp x$ 轴于点 D，

$$\angle BAO + \angle ABO = 90^\circ, \quad \angle BAO + \angle CAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABO = \angle CAD,$$

$$\begin{cases} \angle ABO = \angle CAD \\ \angle O = \angle D = 90^\circ \end{cases},$$

$$\therefore \triangle OAB \sim \triangle DAC.$$

$$\therefore \frac{DC}{OA} = \frac{AD}{OB} = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore OB = 4, \quad OA = 2,$$

$$\therefore AD=2, CD=1,$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 坐标是 } (4, 1).$$

$$(2) S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5.$$

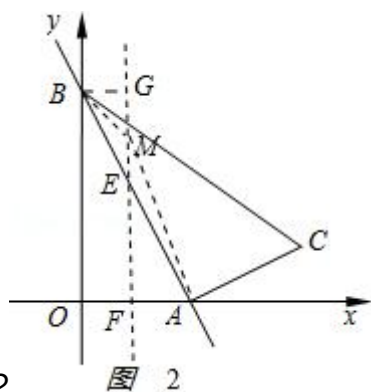
$$\therefore 2S_{\triangle ABM} = S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore S_{\triangle ABM} = \frac{5}{2}.$$

$$\therefore M(1, m),$$

$$\therefore \text{点 } M \text{ 在直线 } x=1 \text{ 上};$$

$$\text{令直线 } x=1 \text{ 与线段 } AB \text{ 交于点 } E, ME=m-2;$$



如图 2

$$\text{分别过点 } A、B \text{ 作直线 } x=1 \text{ 的垂线，垂足分别是点 } F、G,$$

$$\therefore AF+BG=OA=2;$$

$$\begin{aligned} \therefore S_{\triangle ABM} &= S_{\triangle BME} + S_{\triangle AME} = \frac{1}{2} ME \cdot BG + \frac{1}{2} ME \cdot AF = \frac{1}{2} ME (BG+AF) \\ &= \frac{1}{2} ME \cdot OA = \frac{1}{2} \times 2 \times ME = \frac{5}{2}, \end{aligned}$$

$$\therefore ME = \frac{5}{2},$$

$$m-2 = \frac{5}{2},$$

$$m = \frac{9}{2},$$

$$\therefore M\left(1, \frac{9}{2}\right).$$

【点评】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征，解 (1) 的关键是利用相似

三角形的判定与性质得出 AD, CD 的长, 解 (2) 的关键是利用面积的和差得出关于 m 的方程.

22. (10 分) 为了响应上海市市政府“绿色出行”的号召, 减轻校门口道路拥堵的现状, 王强决定改父母开车接送为自己骑车上学. 已知他家离学校 7.5 千米, 上下班高峰时段, 驾车的平均速度比自行车平均速度快 15 千米/小时, 骑自行车所用时间比驾车所用时间多 $\frac{1}{4}$ 小时, 求自行车的平均速度?

【考点】B7: 分式方程的应用.

【专题】1: 常规题型.

【分析】根据题目中的关键语句“骑自行车所用时间比驾车所用时间多 $\frac{1}{4}$ 小时”, 找到等量关系列出分式方程求解即可.

【解答】解: 设自行车的平均速度是 x 千米/时.

根据题意, 列方程得 $\frac{7.5}{x} - \frac{7.5}{x+15} = \frac{1}{4}$,

解得: $x_1=15$, $x_2=-30$.

经检验, $x_1=15$ 是原方程的根, 且符合题意, $x_2=-30$ 不符合题意舍去.

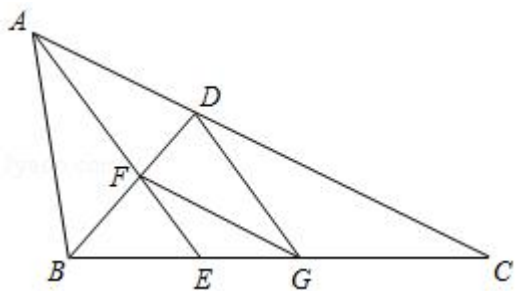
答: 自行车的平均速度是 15 千米/时.

【点评】本题考查分式方程的应用, 分析题意, 找到合适的等量关系是解决问题的关键.

23. (12 分) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=2\angle C$, $\angle BAC$ 的平分线 AE 与 $\angle ABC$ 的平分线 BD 相交于点 F, $FG\parallel AC$, 联结 DG.

(1) 求证: $BF\cdot BC=AB\cdot BD$;

(2) 求证: 四边形 ADGF 是菱形.



【考点】L9：菱形的判定；S9：相似三角形的判定与性质.

【专题】14：证明题.

【分析】(1) 根据两角对应相等可得： $\triangle ABF \sim \triangle CBD$ ，列比例式得： $\frac{AB}{BC} = \frac{BF}{BD}$ ，

则 $BF \cdot BC = AB \cdot BD$.

(2) 先根据三角形全等证明： $AF = FG$ ，再根据两组对边分别平行证明：四边形 $ADGF$ 是平行四边形，所以四边形 $ADGF$ 是菱形.

【解答】证明：(1) $\because AE$ 平分 $\angle BAC$,

$$\therefore \angle BAC = 2\angle BAF = 2\angle EAC.$$

$$\because \angle BAC = 2\angle C,$$

$$\therefore \angle BAF = \angle C = \angle EAC.$$

又 $\because BD$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle ABD = \angle DBC.$$

$$\because \angle BAF = \angle C, \angle ABD = \angle DBC,$$

$$\therefore \triangle ABF \sim \triangle CBD. \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{BF}{BD}. \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\therefore BF \cdot BC = AB \cdot BD. \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

(2) $\because FG \parallel AC$,

$$\therefore \angle C = \angle FGB,$$

$\therefore \angle FGB = \angle FAB$ (1 分)

$\therefore \angle BAF = \angle BGF, \angle ABD = \angle GBD, BF = BF,$

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle GBF$.

$\therefore AF = FG, BA = BG$ (1 分)

$\therefore BA = BG, \angle ABD = \angle GBD, BD = BD,$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle GBD$.

$\therefore \angle BAD = \angle BGD$ (1 分)

$\therefore \angle BAD = 2\angle C,$

$\therefore \angle BGD = 2\angle C,$

$\therefore \angle GDC = \angle C,$

$\therefore \angle GDC = \angle EAC,$

$\therefore AF \parallel DG$ (1 分)

又 $\therefore FG \parallel AC,$

$\therefore$ 四边形 $ADGF$ 是平行四边形. (1 分)

$\therefore AF = FG$ (1 分)

$\therefore$ 四边形 $ADGF$ 是菱形. (1 分)

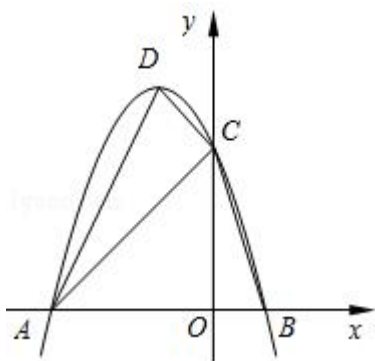
【点评】 本题主要考查相似三角形的判定和性质、菱形的判定，掌握相似三角形的判定方法及其性质是解题的关键，注意本题角平分线定义及平行线性质的应用.

24. (12 分) 如图，已知在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 - 2x + c$ 与 x 轴交于点 A 和点 $B(1, 0)$ ，与 y 轴相交于点 $C(0, 3)$.

(1) 求抛物线的解析式和顶点 D 的坐标；

(2) 求证： $\angle DAB = \angle ACB$;

(3) 点 Q 在抛物线上，且 $\triangle ADQ$ 是以 AD 为底的等腰三角形，求 Q 点的坐标.



【考点】 HF：二次函数综合题.

【专题】 4：解题方法.

【分析】 (1) 将 A (1, 0)、C (0, 3) 代入抛物线的解析式可求得关于 a、c 的方程组，解得 a、c 的值可求得抛物线的解析式，最后依据配方法可求得抛物线的顶点坐标；

(2) 首先求得 A 点的坐标，即可证得 $OA=OC=3$. 得出 $\angle CAO=\angle OCA$ ，然后根据勾股定理求得 AD、DC、AC，进一步证得 $\triangle ACD$ 是直角三角形且 $\angle ACD=90^\circ$ ，解直角三角形得出 $\tan \angle OCB=\frac{OB}{OC}=\frac{1}{3}$ ， $\tan \angle DAC=\frac{DC}{AC}=\frac{1}{3}$ ，即可证得 $\angle DAC=\angle OCB$ ，进而求得 $\angle DAC+\angle CAO=\angle BCO+\angle OCA$ ，即 $\angle DAB=\angle ACB$ ；

(3) 令 Q (x, y) 且满足 $y=-x^2-2x+3$ ，由已知得出 $QD^2=QA^2$ ，即 $(x+3)^2+y^2=(x+1)^2+(y-4)^2$ ，化简得出 $x-2+2y=0$ ，然后与抛物线的解析式联立方程，解方程即可求得.

【解答】 解：(1) 把 B (1, 0) 和 C (0, 3) 代入 $y=ax^2-2x+c$ 中，
得 $\begin{cases} a-2+c=0 \\ c=3 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} a=-1 \\ c=3 \end{cases}$ ，

$\therefore$ 抛物线的解析式是： $y=-x^2-2x+3$ ，

$\therefore y=-x^2-2x+3=-(x+1)^2+4$ ，

∴ 顶点坐标 D (- 1, 4);

(2) 令 $y=0$, 则 $-x^2 - 2x+3=0$,

解得 $x_1=-3$, $x_2=1$,

∴ A (- 3, 0),

∴ OA=OC=3,

∴ $\angle CAO = \angle OCA$,

在 Rt△BOC 中, $\tan \angle OCB = \frac{OB}{OC} = \frac{1}{3}$,

∴ $AC = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$, $DC = \sqrt{(-1-0)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{2}$, $AD = \sqrt{(-1-1)^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$,

∴ $AC^2 + DC^2 = 20 = AD^2$;

∴ △ACD 是直角三角形且 $\angle ACD = 90^\circ$,

∴ $\tan \angle DAC = \frac{DC}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{3}$,

又 ∵ $\angle DAC$ 和 $\angle OCB$ 都是锐角,

∴ $\angle DAC = \angle OCB$,

∴ $\angle DAC + \angle CAO = \angle BCO + \angle OCA$,

即 $\angle DAB = \angle ACB$;

(3) 令 Q (x, y) 且满足 $y = -x^2 - 2x + 3$, A (- 3, 0), D (- 1, 4),

∴ △ADQ 是以 AD 为底的等腰三角形,

∴ $QD^2 = QA^2$, 即 $(x+3)^2 + y^2 = (x+1)^2 + (y-4)^2$,

化简得: $x - 2 + 2y = 0$,

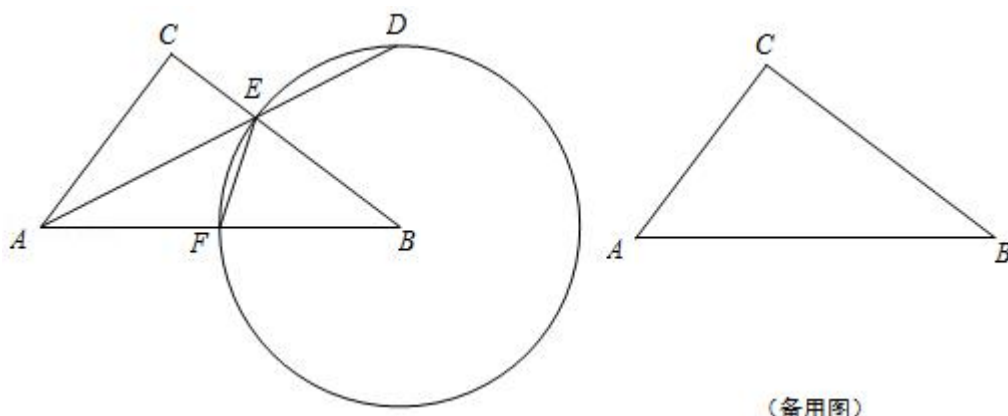
由 $\begin{cases} x-2+2y=0 \\ y=-x^2-2x+3 \end{cases}$,

$$\text{解得} \begin{cases} x_1 = \frac{-3+\sqrt{41}}{4} \\ y_1 = \frac{11-\sqrt{41}}{8} \end{cases}, \begin{cases} x_2 = \frac{-3-\sqrt{41}}{4} \\ y_2 = \frac{11+\sqrt{41}}{8} \end{cases}.$$

$\therefore$ 点 Q 的坐标是 $(\frac{-3+\sqrt{41}}{4}, \frac{11-\sqrt{41}}{8})$, $(\frac{-3-\sqrt{41}}{4}, \frac{11+\sqrt{41}}{8})$.

【点评】 本题主要考查的是二次函数的综合应用，解答本题主要利用了待定系数法求二次函数的解析式、等腰直角三角形的性质和判定、勾股定理及逆定理的应用以及解直角三角形等，证得 $AC^2+DC^2=20=AD^2$ 从而得到 $\angle DAC=\angle OCB$ 是解题的关键.

25. (14 分) 如图，已知在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=6$ ， $BC=8$ ，点 F 在线段 AB 上，以点 B 为圆心，BF 为半径的圆交 BC 于点 E，射线 AE 交圆 B 于点 D (点 D、E 不重合).



- (1) 如果设 $BF=x$ ， $EF=y$ ，求 y 与 x 之间的函数关系式，并写出它的定义域；
- (2) 如果 $\widehat{ED}=2\widehat{EF}$ ，求 ED 的长；
- (3) 联结 CD、BD，请判断四边形 ABDC 是否为直角梯形？说明理由.

【考点】 MR：圆的综合题.

【专题】 15：综合题.

【分析】 (1) 先利用勾股定理 $AB=10$ ，进而 $EH=\frac{3}{5}x$ ， $EH=\frac{4}{5}x$ ， $FH=\frac{1}{5}x$ ，利用勾股定理建立函数关系式；

(2) 先判断出 $\angle CAE = \angle EBP = \angle ABC$ ，进而得出 $\triangle BEH \cong \triangle BEG$ ，即可求出 BE，即可得出结论；

(3) 分两种情况，讨论进行判断即可得出结论.

【解答】 解：(1) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AC=6$ ， $BC=8$ ， $\angle ACB=90^\circ$

$$\therefore AB=10,$$

如图 1，过 E 作 $EH \perp AB$ 于 H，

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ABC \text{ 中，} \sin B = \frac{3}{5}, \cos B = \frac{4}{5}$$

在 $\text{Rt}\triangle BEH$ 中， $BE=BF=x$ ，

$$\therefore EH = \frac{3}{5}x, BH = \frac{4}{5}x,$$

$$\therefore FH = \frac{1}{5}x,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle EHF \text{ 中，} EF^2 = EH^2 + FH^2 = \left(\frac{3}{5}x\right)^2 + \left(\frac{1}{5}x\right)^2 = \frac{10}{25}x^2,$$

$$\therefore y = \frac{\sqrt{10}}{5}x \quad (0 < x < 8)$$

(2) 如图 2，取 $\widehat{ED}$ 的中点 P，联结 BP 交 ED 于点 G

$$\therefore \widehat{ED} = 2\widehat{EF}, P \text{ 是 } \widehat{ED} \text{ 的中点，} EP = EF = PD.$$

$$\therefore \angle FBE = \angle EBP = \angle PBD.$$

$$\therefore EP = EF, BP \text{ 过圆心},$$

$$\therefore BG \perp ED, ED = 2EG = 2DG,$$

$$\text{又 } \therefore \angle CEA = \angle DEB,$$

$$\therefore \angle CAE = \angle EBP = \angle ABC,$$

又 $\therefore BE$ 是公共边，

$$\therefore \triangle BEH \cong \triangle BEG.$$

$$\therefore EH = EG = GD = \frac{3}{5}x.$$

在 Rt△CEA 中,

$$\therefore AC=6, BC=8, \tan \angle CAE = \tan \angle ABC = \frac{AC}{BC} = \frac{CE}{AC},$$

$$\therefore CE = AC \cdot \tan \angle CAE = \frac{6 \times 6}{8} = \frac{9}{2}$$

$$\therefore BE = 8 - \frac{9}{2} = \frac{7}{2}$$

$$\therefore ED = 2EG = \frac{6}{5}x = \frac{21}{5},$$

(3) 四边形 ABDC 不可能为直角梯形,

①当 CD//AB 时, 如图 3, 如果四边形 ABDC 是直角梯形,

只可能 $\angle ABD = \angle CDB = 90^\circ$.

在 Rt△CBD 中, $\therefore BC=8$.

$$\therefore CD = BC \cdot \cos \angle BCD = \frac{32}{5},$$

$$BD = BC \cdot \sin \angle BCD = \frac{24}{5} = BE.$$

$$\therefore \frac{CD}{AB} = \frac{\frac{32}{5}}{10} = \frac{16}{25}, \quad \frac{CE}{BE} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore \frac{CD}{AB} \neq \frac{CE}{BE}.$$

$\therefore$ CD 不平行于 AB, 与 CD//AB 矛盾.

$\therefore$ 四边形 ABDC 不可能为直角梯形,

②当 AC//BD 时, 如图 4, 如果四边形 ABDC 是直角梯形,

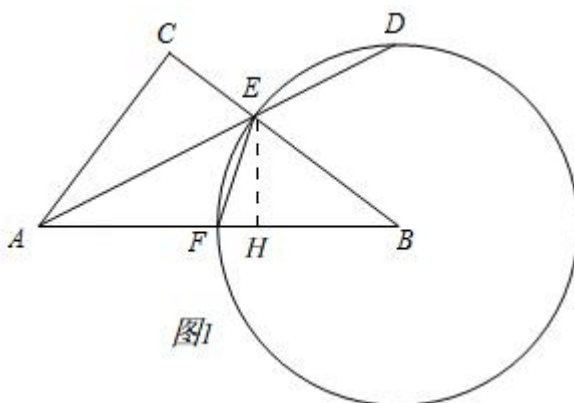
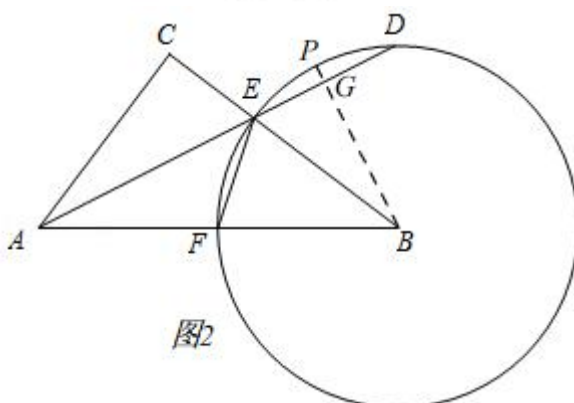
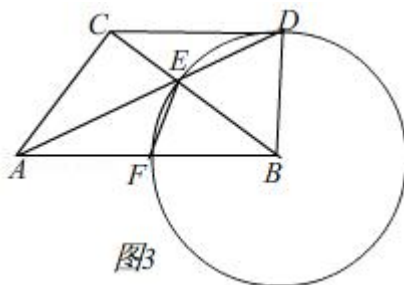
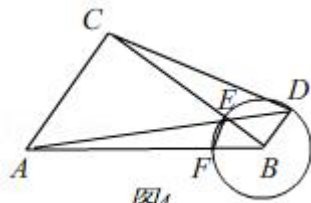
只可能 $\angle ACD = \angle CDB = 90^\circ$.

$$\therefore AC \parallel BD, \quad \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle CBD = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ACB + \angle BCD > 90^\circ.$$

即：四边形 $ABDC$ 不可能是直角梯形



第 29 页 (共 29 页)