

2018 年上海市长宁区中考数学二模试卷

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【每题只有一个正确选项，在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂】

1. (4 分) 函数 $y=2x-1$ 的图象不经过 ()
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
2. (4 分) 下列式子一定成立的是 ()
A. $2a+3a=6a$ B. $x^8 \div x^2 = x^4$
C. $a^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{a}}$ D. $(-a^{-2})^3 = -\frac{1}{a^6}$
3. (4 分) 下列二次根式中， $\sqrt{2}$ 的同类二次根式是 ()
A. $\sqrt{4}$ B. $\sqrt{2x}$ C. $\sqrt{\frac{2}{9}}$ D. $\sqrt{12}$
4. (4 分) 已知一组数据 2、x、8、5、5、2 的众数是 2，那么这组数据的中位数是 ()
A. 3.5 B. 4 C. 2 D. 6.5
5. (4 分) 已知圆 A 的半径长为 4，圆 B 的半径长为 7，它们的圆心距为 d，要使这两圆没有公共点，那么 d 的值可以取 ()
A. 11 B. 6 C. 3 D. 2
6. (4 分) 已知在四边形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ，对角线 AC、BD 交于点 O，且 $AC=BD$ ，下列四个命题中真命题是 ()
A. 若 $AB=CD$ ，则四边形 ABCD 一定是等腰梯形
B. 若 $\angle DBC = \angle ACB$ ，则四边形 ABCD 一定是等腰梯形
C. 若 $\frac{AO}{OB} = \frac{CO}{OD}$ ，则四边形 ABCD 一定是矩形
D. 若 $AC \perp BD$ 且 $AO=OD$ ，则四边形 ABCD 一定是正方形

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【在答题纸相应题号后的空格内直接填写答案】

7. (4 分) 计算: $\sin 30^\circ - (-3)^0 =$ _____.

8. (4 分) 方程 $-x = \sqrt{x+6}$ 的解是_____.

9. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} -x+3 < 0 \\ 3(\frac{x}{2}-1) \geq 1 \end{cases}$ 的解集是_____.

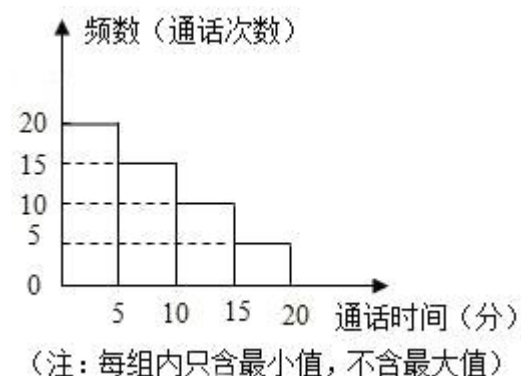
10. (4 分) 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(-2017, 2018)$, 当 $x > 0$ 时, 函数值 y 随自变量 x 的值增大而_____. (填“增大”或“减小”)

11. (4 分) 若关于 x 的方程 $x^2 - \sqrt{3}x - m = 0$ 有两个相等的实数根, 则 m 的值是_____.

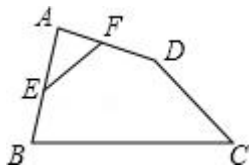
12. (4 分) 在形状为等腰三角形、圆、矩形、菱形、直角梯形的 5 张纸片中随机抽取一张, 抽到中心对称图形的概率是_____.

13. (4 分) 抛物线 $y = mx^2 + 2mx + 5$ 的对称轴是直线_____.

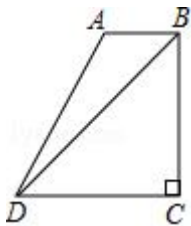
14. (4 分) 小明统计了家里 3 月份的电话通话清单, 按通话时间画出频数分布直方图 (如图所示), 则通话时间不足 10 分钟的通话次数的频率是_____.



15. (4 分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别是边 AB 、 AD 的中点, $BC=15$, $CD=9$, $EF=6$, $\angle AFE=50^\circ$, 则 $\angle ADC$ 的度数为_____.

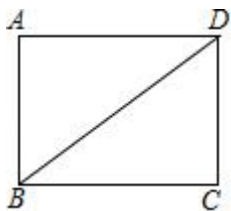


16. (4分) 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle C = 90^\circ$, $BC = CD = 4$, $AD = 2\sqrt{5}$, 若 $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DC} = \vec{b}$, 用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{DE} =$ _____.



17. (4分) 如果一个三角形有一条边上的高等于这条边的一半, 那么我们把这个三角形叫做半高三角形. 已知直角三角形 ABC 是半高三角形, 且斜边 $AB = 5$, 则它的周长等于_____.

18. (4分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 对角线 BD 的长为 1, 点 P 是线段 BD 上的一点, 联结 CP , 将 $\triangle BCP$ 沿着直线 CP 翻折, 若点 B 落在边 AD 上的点 E 处, 且 $EP \parallel AB$, 则 AB 的长等于_____.



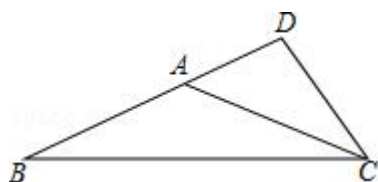
三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分) 【将下列各题的解答过程, 做在答题纸的相应位置上】

19. (10分) 先化简, 再求值: $\frac{1}{x+1} - \frac{x+3}{x^2-1} \div \frac{x^2+4x+3}{x^2-2x+1}$, 其中 $x = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$.

20. (10分) 解方程组:
$$\begin{cases} x^2 + 5xy - 6y^2 = 0 & \text{①} \\ 2x - y = 1 & \text{②} \end{cases}$$

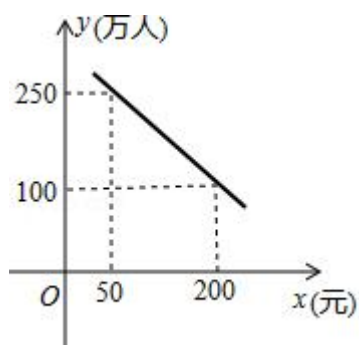
21. (10分) 如图, 在等腰三角形 ABC 中, $AB = AC$, 点 D 在 BA 的延长线上, $BC = 24$, $\sin \angle ABC = \frac{5}{13}$.

- (1) 求 AB 的长;
- (2) 若 $AD=6.5$, 求 $\angle DCB$ 的余切值.



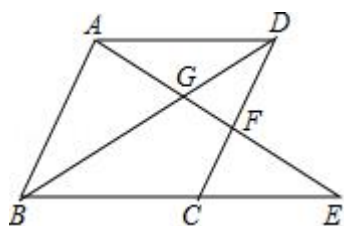
22. (10 分) 某旅游景点的年游客量 y (万人) 是门票价格 x (元) 的一次函数, 其函数图象如图.

- (1) 求 y 关于 x 的函数解析式;
- (2) 经过景点工作人员统计发现: 每卖出一张门票所需成本为 20 元. 那么要想获得年利润 11500 万元, 且门票价格不得高于 230 元, 该年的门票价格应该定为多少元?



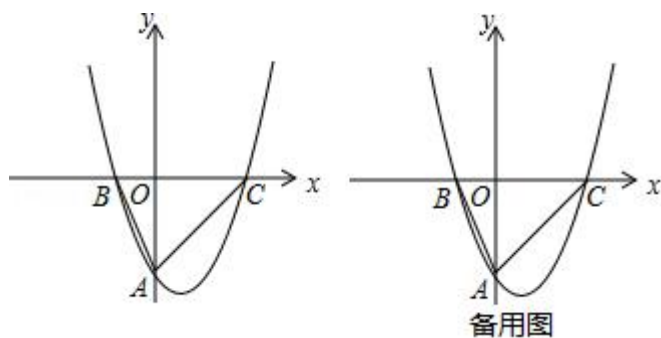
23. (12 分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, E 在 BC 的延长线, 联结 AE 分别交 BD 、 CD 于点 G 、 F , 且 $\frac{AD}{BE} = \frac{GF}{AG}$.

- (1) 求证: $AB \parallel CD$;
- (2) 若 $BC^2 = GD \cdot BD$, $BG = GE$, 求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形.



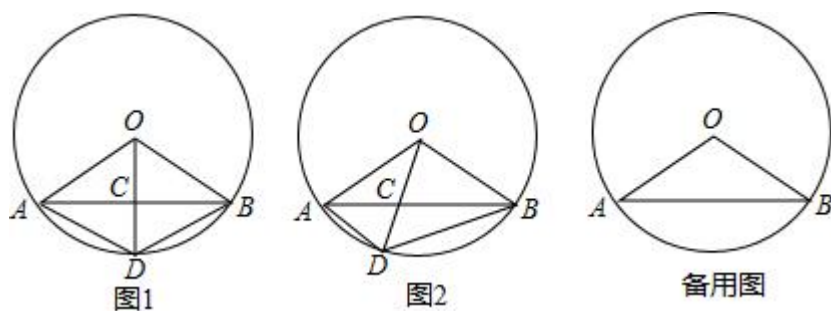
24. (12 分) 如图在直角坐标平面内, 抛物线 $y = ax^2 + bx - 3$ 与 y 轴交于点 A , 与

x 轴分别交于点 B (−1, 0)、点 C (3, 0)，点 D 是抛物线的顶点.



- (1) 求抛物线的表达式及顶点 D 的坐标;
- (2) 联结 AD、DC, 求 $\triangle ACD$ 的面积;
- (3) 点 P 在直线 DC 上, 联结 OP, 若以 O、P、C 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似, 求点 P 的坐标.

25. (14 分) 在圆 O 中, C 是弦 AB 上的一点, 联结 OC 并延长, 交劣弧 AB 于点 D, 联结 AO、BO、AD、BD. 已知圆 O 的半径长为 5, 弦 AB 的长为 8.



- (1) 如图 1, 当点 D 是弧 AB 的中点时, 求 CD 的长;
- (2) 如图 2, 设 $AC=x$, $\frac{S_{\triangle ACO}}{S_{\triangle OBD}}=y$, 求 y 关于 x 的函数解析式并写出定义域;
- (3) 若四边形 AOB D 是梯形, 求 AD 的长.

2018 年上海市长宁区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【每题只有一个正确选项，

在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂】

1. (4 分) 函数 $y=2x-1$ 的图象不经过 ()

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【考点】F5: 一次函数的性质.

【分析】由于 $k=2$ ，函数 $y=2x-1$ 的图象经过第一、三象限； $b=-1$ ，图象与 y 轴的交点在 x 轴的下方，即图象经过第四象限，即可判断图象不经过第二象限.

【解答】解：∵ $k=2>0$,

∴ 函数 $y=2x-1$ 的图象经过第一，三象限；

又 ∵ $b=-1<0$,

∴ 图象与 y 轴的交点在 x 轴的下方，即图象经过第四象限；

所以函数 $y=-x-1$ 的图象经过第一，三，四象限，即它不经过第二象限.

故选：B.

【点评】本题考查了一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$, k, b 为常数) 的性质. 它的图象为一条直线，当 $k>0$ ，图象经过第一，三象限， y 随 x 的增大而增大；当 $k<0$ ，图象经过第二，四象限， y 随 x 的增大而减小；当 $b>0$ ，图象与 y 轴的交点在 x 轴的上方；当 $b=0$ ，图象过坐标原点；当 $b<0$ ，图象与 y 轴的交点在 x 轴的下方.

2. (4 分) 下列式子一定成立的是 ()

A. $2a+3a=6a$

B. $x^8 \div x^2 = x^4$

C. $a^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{a}}$

D. $(-a^{-2})^3 = -\frac{1}{a^6}$

【考点】2F：分数指数幂；35：合并同类项；47：幂的乘方与积的乘方；48：

同底数幂的除法；6F：负整数指数幂.

【专题】512：整式.

【分析】根据合并同类项，同底数幂的除法，分数指数幂，积的乘方，可得答案

【解答】解：A、 $2a+3a=5a$ ，故 A 不符合题意；

B、 $x^8 \div x^2 = x^6$ ，故 B 不符合题意；

C、 $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$ ，故 C 不符合题意；

D、 $(-a^{-2})^3 = -a^{-6} = -\frac{1}{a^6}$ ，故 D 符合题意；

故选：D.

【点评】本题考查了同底数幂的除法，熟记法则并根据法则计算是解题关键.

3. (4 分) 下列二次根式中， $\sqrt{2}$ 的同类二次根式是 ()

A. $\sqrt{4}$

B. $\sqrt{2x}$

C. $\sqrt{\frac{2}{9}}$

D. $\sqrt{12}$

【考点】77：同类二次根式.

【专题】51：数与式.

【分析】将选项中的各个数化到最简，即可得到哪个数与与 $\sqrt{2}$ 是同类二次根式，本题得以解决.

【解答】解：A、 $\sqrt{4}=2$ 与 $\sqrt{2}$ 不是同类二次根式，错误；

B、 $\sqrt{2x}$ 与 $\sqrt{2}$ 不是同类二次根式，错误；

C、 $\sqrt{\frac{2}{9}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$ 与 $\sqrt{2}$ 是同类二次根式，正确；

D、 $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ 与 $\sqrt{2}$ 不是同类二次根式，错误；

故选：C.

【点评】 本题考查同类二次根式，解题的关键是明确什么是同类二次根式，注意要将数化到最简，再找哪几个数是同类二次根式.

4. (4分) 已知一组数据 2、x、8、5、5、2 的众数是 2，那么这组数据的中位数是 ()
- A. 3.5 B. 4 C. 2 D. 6.5

【考点】 W4: 中位数; W5: 众数.

【专题】 1: 常规题型; 542: 统计的应用.

【分析】 先根据众数定义求出 x，再把这组数据从小到大排列，找出正中间的那个数就是中位数.

【解答】 解: $\because$ 数据 2、x、8、5、5、2 的众数是 2,

$\therefore x=2$,

则数据为 2、2、2、5、5、8,

所以中位数为 $\frac{2+5}{2}=3.5$,

故选: A.

【点评】 本题考查了众数、中位数，解题的关键是理解众数、中位数的概念，并根据概念求出一组数据的众数、中位数.

5. (4分) 已知圆 A 的半径长为 4，圆 B 的半径长为 7，它们的圆心距为 d，要使这两圆没有公共点，那么 d 的值可以取 ()
- A. 11 B. 6 C. 3 D. 2

【考点】 MJ: 圆与圆的位置关系.

【专题】 55A: 与圆有关的位置关系.

【分析】 若两圆没有公共点，则可能外离或内含，据此考虑圆心距的取值范围.

【解答】 解: 若两圆没有公共点，则可能外离或内含，

外离时的数量关系应满足 $d > 11$;

内含时的数量关系应满足 $0 \leq d < 3$.

观察选项，只有 D 符合题意.

故选：D.

【点评】考查了圆与圆的位置关系，关键是根据两圆的位置关系和数量关系之间的等价关系解答.

6. (4 分) 已知在四边形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ，对角线 AC、BD 交于点 O，且 $AC=BD$ ，下列四个命题中真命题是 ()

- A. 若 $AB=CD$ ，则四边形 ABCD 一定是等腰梯形
- B. 若 $\angle DBC=\angle ACB$ ，则四边形 ABCD 一定是等腰梯形
- C. 若 $\frac{AO}{OB}=\frac{CO}{OD}$ ，则四边形 ABCD 一定是矩形
- D. 若 $AC \perp BD$ 且 $AO=OD$ ，则四边形 ABCD 一定是正方形

【考点】O1：命题与定理.

【专题】55：几何图形.

【分析】根据等腰梯形、矩形、正方形的判定判断即可.

【解答】解：A、在四边形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ，对角线 AC、BD 交于点 O，且 $AC=BD$ ，若 $AB=CD$ ，则四边形 ABCD 可能是矩形，错误；

B、在四边形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ，对角线 AC、BD 交于点 O，且 $AC=BD$ ，若 $\angle DBC=\angle ACB$ ，则四边形 ABCD 可能是正方形，错误；

C、在四边形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ，对角线 AC、BD 交于点 O，且 $AC=BD$ ，若 $\frac{AO}{OB}=\frac{CO}{OD}$ ，则四边形 ABCD 一定是矩形，正确；

D、在四边形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ，对角线 AC、BD 交于点 O，且 $AC=BD$ ，若 $AC \perp BD$ 且 $AO=OD$ ，则四边形 ABCD 可能是等腰梯形，错误；

故选：C.

【点评】此题考查命题与定理，关键是根据等腰梯形、矩形、正方形的判定解答.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分) 【在答题纸相应题号后的空格内直接填写答案】

7. (4 分) 计算: $\sin 30^\circ - (-3)^0 = -\frac{1}{2}$.

【考点】2C: 实数的运算; 6E: 零指数幂; T5: 特殊角的三角函数值.

【专题】1: 常规题型.

【分析】直接利用特殊角的三角函数值以及零指数幂的性质分别化简得出答案.

【解答】解: 原式 $= \frac{1}{2} - 1$
 $= -\frac{1}{2}$.

故答案为: $-\frac{1}{2}$.

【点评】此题主要考查了实数运算, 正确化简各数是解题关键.

8. (4 分) 方程 $-x = \sqrt{x+6}$ 的解是 $x = -2$.

【考点】AG: 无理方程.

【专题】11: 计算题; 511: 实数.

【分析】无理方程两边平方转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到无理方程的解.

【解答】解: 两边平方得: $x^2 = x + 6$, 即 $(x - 3)(x + 2) = 0$,

解得: $x = 3$ 或 $x = -2$,

经检验 $x = 3$ 是增根, 无理方程的解为 $x = -2$,

故答案为: $x = -2$

【点评】此题考查了无理方程, 利用了转化的思想, 无理方程注意要验根.

9. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} -x+3 < 0 \\ 3(\frac{x}{2}-1) \geq 1 \end{cases}$ 的解集是 $x > 3$.

【考点】CB: 解一元一次不等式组.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 分别求出各不等式的解集, 再求出其公共解集即可.

【解答】 解:
$$\begin{cases} -x+3 < 0 \textcircled{1} \\ 3(\frac{x}{2}-1) \geq 1 \textcircled{2} \end{cases}$$

解不等式①, 得 $x > 3$;

解不等式②, 得 $x \geq \frac{8}{3}$;

$\therefore$ 不等式组的解集为 $x > 3$,

故答案为 $x > 3$.

【点评】 本题考查的是解一元一次不等式组, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

10. (4 分) 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(-2017, 2018)$, 当 $x > 0$ 时,

函数值 y 随自变量 x 的值增大而 增大. (填“增大”或“减小”)

【考点】 G4: 反比例函数的性质; G6: 反比例函数图象上点的坐标特征.

【专题】 534: 反比例函数及其应用.

【分析】 根据题意, 利用待定系数法解出系数的符号, 再根据 k 值的正负确定函数值的增减性.

【解答】 解: 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(-2017, 2018)$,

所以 $k < 0$,

所以当 $x > 0$ 时, y 的值随自变量 x 值的增大而增大.

故答案为: 增大.

【点评】 本题考查了运用待定系数法求反比例函数的表达式和反比例函数的性质, 解题时注意: 当 $k < 0$, 双曲线的两支分别位于第二、第四象限, 在每一象限内 y 随 x 的增大而增大.

11. (4 分) 若关于 x 的方程 $x^2 - \sqrt{3}x - m = 0$ 有两个相等的实数根, 则 m 的值是

$$m = -\frac{3}{4}.$$

【考点】AA: 根的判别式.

【专题】17: 推理填空题.

【分析】根据题意可以得到 $\Delta=0$, 从而可以求得 m 的值.

【解答】解: $\because$ 关于 x 的方程 $x^2 - \sqrt{3}x - m = 0$ 有两个相等的实数根,

$$\therefore \Delta = (-\sqrt{3})^2 - 4 \times 1 \times (-m) = 0,$$

$$\text{解得, } m = -\frac{3}{4},$$

$$\text{故答案为: } m = -\frac{3}{4}.$$

【点评】本题考查根的判别式, 解答本题的关键是明确根的判别式的意义.

12. (4 分) 在形状为等腰三角形、圆、矩形、菱形、直角梯形的 5 张纸片中随机抽取一张, 抽到中心对称图形的概率是 $\frac{3}{5}$.

【考点】R5: 中心对称图形; X4: 概率公式.

【专题】1: 常规题型; 543: 概率及其应用.

【分析】在形状为等腰三角形、圆、矩形、菱形、直角梯形的 5 张纸片中, 中心对称图案的卡片是圆、矩形、菱形, 直接利用概率公式求解即可求得答案.

【解答】解: $\because$ 在等腰三角形、圆、矩形、菱形、直角梯形的 5 张纸片中, 中心对称图形有圆、矩形、菱形这 3 个,

$$\therefore \text{抽到中心对称图形的概率是 } \frac{3}{5},$$

$$\text{故答案为: } \frac{3}{5}.$$

【点评】本题考查概率的求法: 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

13. (4 分) 抛物线 $y = mx^2 + 2mx + 5$ 的对称轴是直线 $x = -1$.

【考点】H3: 二次函数的性质.

【专题】1：常规题型.

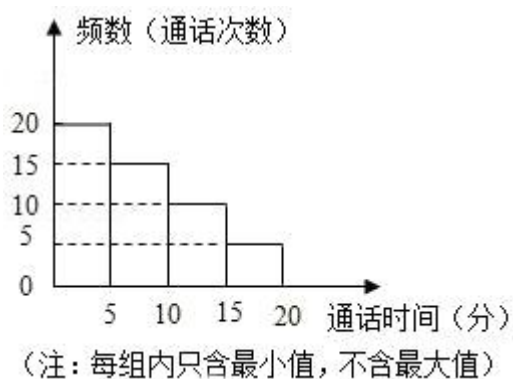
【分析】根据二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的对称轴是直线 $x=-\frac{b}{2a}$ 即可求解.

【解答】解：抛物线 $y=mx^2+2mx+5$ 的对称轴是直线 $x=-\frac{2m}{2m}=-1$ ，即 $x=-1$.

故答案为 $x=-1$.

【点评】本题考查了二次函数的性质，掌握二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的对称轴是直线 $x=-\frac{b}{2a}$ 是解题的关键.

14. (4 分) 小明统计了家里 3 月份的电话通话清单，按通话时间画出频数分布直方图 (如图所示)，则通话时间不足 10 分钟的通话次数的频率是 0.7.



【考点】V8：频数 (率) 分布直方图.

【专题】1：常规题型；542：统计的应用.

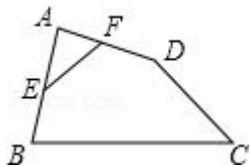
【分析】用通话时间不足 10 分钟的通话次数除以通话的总次数即可得.

【解答】解：通话时间不足 10 分钟的通话次数的频率是 $\frac{20+15}{20+15+10+5}=\frac{35}{50}=0.7$,

故答案为：0.7.

【点评】本题主要考查频数分布直方图，解题的关键是掌握频率=频数÷总数.

15. (4 分) 如图，在四边形 ABCD 中，点 E、F 分别是边 AB、AD 的中点，BC=15，CD=9，EF=6， $\angle AFE=50^\circ$ ，则 $\angle ADC$ 的度数为 140° .



【考点】KX: 三角形中位线定理.

【专题】11: 计算题.

【分析】连接 BD，根据三角形中位线定理得到 $EF \parallel BD$ ， $BD=2EF=12$ ，根据勾股定理的逆定理得到 $\angle BDC=90^\circ$ ，计算即可.

【解答】解：连接 BD，

$\because$ E、F 分别是边 AB、AD 的中点，

$\therefore EF \parallel BD$ ， $BD=2EF=12$ ，

$\therefore \angle ADB = \angle AFE = 50^\circ$ ，

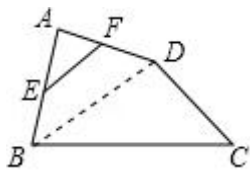
$BD^2 + CD^2 = 225$ ， $BC^2 = 225$ ，

$\therefore BD^2 + CD^2 = BC^2$ ，

$\therefore \angle BDC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ADC = \angle ADB + \angle BDC = 140^\circ$ ，

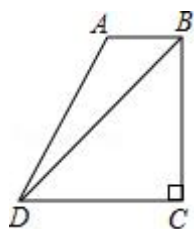
故答案为： 140° .



【点评】本题考查的是三角形中位线定理、勾股定理的逆定理，三角形的中位线平行于第三边，并且等于第三边的一半.

16. (4 分) 如图，在梯形 ABCD 中， $AB \parallel CD$ ， $\angle C=90^\circ$ ， $BC=CD=4$ ， $AD=2\sqrt{5}$ ，

若 $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{DC} = \vec{b}$ ，用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{DB} = \underline{\underline{\frac{1}{2}\vec{b} - \vec{a}}}$.



【考点】LH: 梯形; LM: *平面向量.

【专题】35: 转化思想.

【分析】过点 A 作 $AE \perp DC$ 于点 E, 构造矩形 AECB 和直角三角形 ADE, 利用矩形的性质和勾股定理求得 DE 的长度, 易得 AB 的长度, 然后利用向量加法的几何意义解答.

【解答】解: 如图, 过点 A 作 $AE \perp DC$ 于点 E,

$\therefore$ 在梯形 ABCD 中, $AB \parallel CD$, $\angle C = 90^\circ$,

$\therefore AB = CE$, $AE = BC$.

$\therefore BC = CD = 4$, $AD = 2\sqrt{5}$,

$\therefore DE = \sqrt{AD^2 - AE^2} = \sqrt{20 - 16} = 2$,

$\therefore AB = CD - CE = 4 - 2 = 2$.

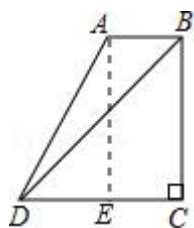
$\therefore AB = \frac{1}{2}DC$.

$\therefore \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$

$\therefore \overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DC} = \vec{b}$,

$\therefore \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{a}$.

故答案是: $\frac{1}{2}\vec{b} - \vec{a}$.



【点评】考查了平面向量和梯形，解题的关键是找到 $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$ ，另外注意题中辅助线的作法.

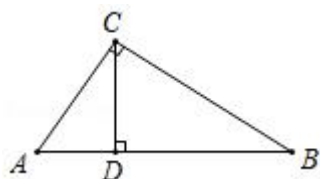
17. (4分) 如果一个三角形有一条边上的高等于这条边的一半，那么我们把这个三角形叫做半高三角形. 已知直角三角形 ABC 是半高三角形，且斜边 $AB=5$ ，则它的周长等于 $5+3\sqrt{5}$ 或 $5+5\sqrt{2}$.

【考点】K2: 三角形的角平分线、中线和高等.

【专题】32: 分类讨论; 552: 三角形.

【分析】分两种情况讨论: ① $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $CD \perp AB$, $CD = \frac{1}{2}AB = \frac{5}{2}$; ② $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AC = \frac{1}{2}BC$, 分别依据勾股定理和三角形的面积公式, 即可得到该三角形的周长为 $5+3\sqrt{5}$ 或 $5+5\sqrt{2}$.

【解答】解: 如图所示, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $CD \perp AB$, $CD = \frac{1}{2}AB = \frac{5}{2}$,



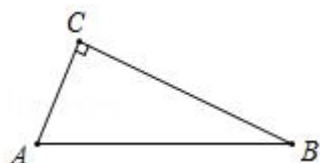
设 $BC=a$, $AC=b$, 则

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 5^2 \\ \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{5}{2} \end{cases}$$

解得 $a+b=5\sqrt{2}$, 或 $a+b=-5\sqrt{2}$ (舍去),

$\therefore \triangle ABC$ 长度周长为 $5\sqrt{2}+5$;

如图所示, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AC = \frac{1}{2}BC$,



设 $BC=a$, $AC=b$, 则

$$\begin{cases} a=2b \\ a^2+b^2=5^2 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=2\sqrt{5} \\ b=\sqrt{5} \end{cases},$$

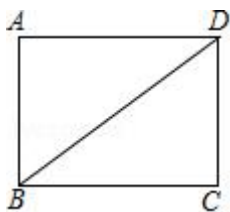
$\therefore \triangle ABC$ 长度周长为 $3\sqrt{5}+5$;

综上所述, 该三角形的周长为 $5+3\sqrt{5}$ 或 $5+5\sqrt{2}$.

故答案为: $5+3\sqrt{5}$ 或 $5+5\sqrt{2}$.

【点评】 本题主要考查了三角形的高线以及勾股定理的运用, 解决问题给的关键是利用勾股定理进行推算.

18. (4 分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 对角线 BD 的长为 1, 点 P 是线段 BD 上的一点, 联结 CP , 将 $\triangle BCP$ 沿着直线 CP 翻折, 若点 B 落在边 AD 上的点 E 处, 且 $EP \parallel AB$, 则 AB 的长等于 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.



【考点】 LB: 矩形的性质; PB: 翻折变换 (折叠问题).

【专题】 55D: 图形的相似.

【分析】 设 $CD=AB=a$, 利用勾股定理可得到 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中, $DE^2=CE^2-CD^2=1-2a^2$, $\text{Rt}\triangle DEP$ 中, $DE^2=PD^2-PE^2=1-2PE$, 进而得出 $PE=a^2$, 再根据 $\triangle DEP \sim \triangle DAB$, 即可得到 $\frac{PE}{AB} = \frac{PD}{BD}$, 即 $\frac{PE}{a} = \frac{1-PE}{1}$, 可得 $\frac{a^2}{a} = \frac{1-a^2}{1}$, 即可得到 AB 的长等于 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

【解答】 解: 如图, 设 $CD=AB=a$, 则 $BC^2=BD^2-CD^2=1-a^2$,

由折叠可得, $CE=BC$, $BP=EP$,

$$\therefore CE^2 = 1 - a^2,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle CDE \text{ 中, } DE^2 = CE^2 - CD^2 = 1 - 2a^2,$$

$$\therefore PE \parallel AB, \angle A = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PED = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle DEP \text{ 中, } DE^2 = PD^2 - PE^2 = (1 - PE)^2 - PE^2 = 1 - 2PE,$$

$$\therefore PE = a^2,$$

$$\therefore PE \parallel AB,$$

$$\therefore \triangle DEP \sim \triangle DAB,$$

$$\therefore \frac{PE}{AB} = \frac{PD}{BD}, \text{ 即 } \frac{PE}{a} = \frac{1-PE}{1},$$

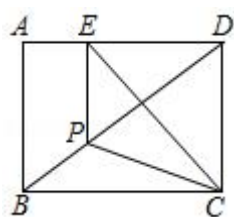
$$\therefore \frac{a^2}{a} = \frac{1-a^2}{1},$$

$$\text{即 } a^2 + a - 1 = 0,$$

$$\text{解得 } a_1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}, a_2 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2} \text{ (舍去),}$$

$$\therefore AB \text{ 的长等于 } \frac{\sqrt{5}-1}{2},$$

$$\text{故答案为: } \frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$



【点评】本题主要考查了折叠问题以及相似三角形的性质,勾股定理的综合运用,折叠是一种对称变换,它属于轴对称,折叠前后图形的形状和大小不变,位置变化,对应边和对应角相等.

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分) 【将下列各题的解答过程, 做在答题纸的相应位置上】

19. (10 分) 先化简, 再求值: $\frac{1}{x+1} - \frac{x+3}{x^2-1} \div \frac{x^2+4x+3}{x^2-2x+1}$, 其中 $x = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$.

【考点】6D: 分式的化简求值; 75: 二次根式的乘除法.

【专题】11: 计算题; 513: 分式.

【分析】先根据分式的混合运算顺序和运算法则化简原式, 再将化简后的 x 的值代入计算可得.

【解答】解: 原式 $= \frac{1}{x+1} - \frac{x+3}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{(x-1)^2}{(x+1)(x+3)}$

$$= \frac{1}{x+1} - \frac{x-1}{(x+1)^2}$$
$$= \frac{x+1}{(x+1)^2} - \frac{x-1}{(x+1)^2}$$
$$= \frac{2}{(x+1)^2},$$

当 $x = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2}-1$ 时,

$$\text{原式} = \frac{2}{(\sqrt{2}-1+1)^2} = \frac{2}{2} = 1.$$

【点评】本题主要考查分式的混合运算, 解题的关键是熟练掌握分式的混合运算顺序和运算法则.

20. (10 分) 解方程组: $\begin{cases} x^2+5xy-6y^2=0 & \text{①} \\ 2x-y=1 & \text{②} \end{cases}$

【考点】AF: 高次方程.

【专题】52: 方程与不等式.

【分析】首先将方程①可变形, 然后与方程②分别组成方程组, 即可求出方程组的解.

【解答】解: 方程①可变形为 $(x+6y)(x-y)=0$

得 $x+6y=0$ 或 $x-y=0$

将它们与方程②分别组成方程组, 得 (I) $\begin{cases} x+6y=0 \\ 2x-y=1 \end{cases}$ 或 (II) $\begin{cases} x-y=0 \\ 2x-y=1 \end{cases}$

解方程组 (I) $\begin{cases} x=-\frac{6}{13} \\ y=\frac{1}{13} \end{cases}$, 解方程组 (II) $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$,

所以原方程组的解是 $\begin{cases} x_1 = \frac{6}{13} \\ y_1 = -\frac{1}{13} \end{cases} \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = 1 \end{cases}$.

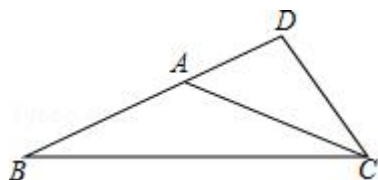
【点评】 本题主要考查解高次方程组，关键在于将方程①可变形.

21. (10 分) 如图，在等腰三角形 ABC 中， $AB=AC$ ，点 D 在 BA 的延长线上，

$$BC=24, \sin \angle ABC = \frac{5}{13}.$$

(1) 求 AB 的长；

(2) 若 $AD=6.5$ ，求 $\angle DCB$ 的余切值.



【考点】 KH：等腰三角形的性质； T7：解直角三角形.

【专题】 1：常规题型.

【分析】 (1) 过点 A 作 $AE \perp BC$ ，垂足为点 E ，解直角三角形得到 $\frac{AE}{AB} = \frac{5}{13}$ ，设

$AE=5k$ ， $AB=13k$ ，根据勾股定理求得 k 的值，即可求得 AB 的长；

(2) 过点 D 作 $DF \perp BC$ ，垂足为点 F ，先证得 $AE \parallel DF$ ，根据平行线分线段成

比例定理证得 $DF = \frac{15}{2}$ ， $BF=18$ ，即可求得 $CF=6$ ，然后解直角三角形即可求

得.

【解答】 解：(1) 过点 A 作 $AE \perp BC$ ，垂足为点 E ，

又 $\because AB=AC$ ，

$$\therefore BE = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore BC=24,$$

$$\therefore BE=12,$$

在 $Rt\triangle ABE$ 中， $\angle AEB=90^\circ$ ， $\sin \angle ABC = \frac{AE}{AB} = \frac{5}{13}$ ，

设 $AE=5k$, $AB=13k$,

$$\therefore AB^2=AE^2+BE^2,$$

$$\therefore BE=12k=12,$$

$$\therefore k=1,$$

$$\therefore AE=5k=5, AB=13k=13;$$

(2) 过点 D 作 $DF \perp BC$, 垂足为点 F ,

$$\therefore AD=6.5, AB=13,$$

$$\therefore BD=AB+AD=19.5,$$

$$\therefore AE \perp BC, DF \perp BC,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle DFB = 90^\circ,$$

$$\therefore AE \parallel DF,$$

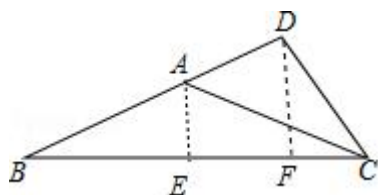
$$\therefore \frac{AE}{DF} = \frac{BE}{BF} = \frac{AB}{BD},$$

$$\text{又} \because AE=5, BE=12, AB=13,$$

$$\therefore DF = \frac{15}{2}, BF=18,$$

$$\therefore CF=BC-BF, \text{ 即 } CF=24-18=6,$$

$$\text{在 Rt}\triangle DCF \text{ 中, } \angle DFC=90^\circ, \cot \angle DCB = \frac{CF}{DF} = \frac{6}{\frac{15}{2}} = \frac{4}{5}.$$

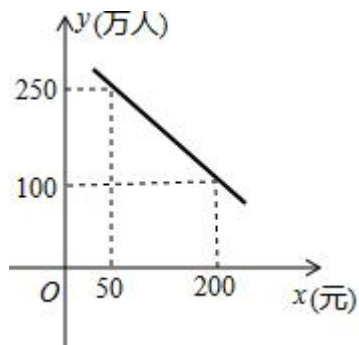


【点评】 本题考查了等腰三角形的性质，解直角三角形的应用，作出辅助线构建直角三角形是解题的关键.

22. (10 分) 某旅游景点的年游客量 y (万人) 是门票价格 x (元) 的一次函数, 其函数图象如图.

(1) 求 y 关于 x 的函数解析式;

(2) 经过景点工作人员统计发现: 每卖出一张门票所需成本为 20 元. 那么要想获得年利润 11500 万元, 且门票价格不得高于 230 元, 该年的门票价格应该定为多少元?



【考点】AD: 一元二次方程的应用; FH: 一次函数的应用.

【专题】1: 常规题型.

【分析】(1) 设 y 关于 x 的函数解析式为 $y=kx+b$, 用待定系数法建立关于 k 和 b 的方程组, 解之即可求出所求;

(2) 按照等量关系“年利润 = (门票定价 - 成本价) $\times$ 年游客量”列出方程, 解方程即可.

【解答】解: (1) 设 y 关于 x 的函数解析式为 $y=kx+b$,

$\therefore$ 函数图象过点 $(200, 100)$, $(50, 250)$,

$$\therefore \begin{cases} 200k+b=100 \\ 50k+b=250 \end{cases}, \text{ 解之得: } \begin{cases} k=-1 \\ b=300 \end{cases},$$

所以 y 关于 x 的解析式为: $y=-x+300$;

(2) 设门票价格定为 x 元, 依题意可得:

$$(x-20)(-x+300)=11500,$$

整理得: $x^2-320x+17500=0$,

解之得: $x_1=70$, $x_2=250$ (舍去),

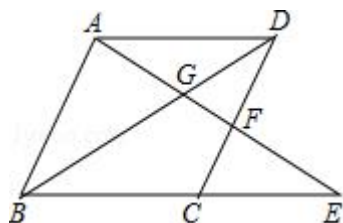
答: 门票价格应该定为 70 元.

【点评】 本题考查了一元二次方程的应用, 判断所求的解是否符合题意, 舍去不合题意的解. 找到关键描述语, 找到等量关系准确的列出方程是解决问题的关键.

23. (12 分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, E 在 BC 的延长线, 联结 AE 分别交 BD 、 CD 于点 G 、 F , 且 $\frac{AD}{BE} = \frac{GF}{AG}$.

(1) 求证: $AB \parallel CD$;

(2) 若 $BC^2 = GD \cdot BD$, $BG = GE$, 求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形.



【考点】 L9: 菱形的判定; S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】 556: 矩形 菱形 正方形.

【分析】 (1) 欲证明 $AB \parallel CD$, 只要证明 $\frac{DG}{BG} = \frac{GF}{AG}$ 即可;

(2) 利用相似三角形的性质证明 $BC = CD$ 即可解决问题;

【解答】 证明: (1) $\because AD \parallel BE$,

$$\therefore \frac{AD}{BE} = \frac{DG}{GB},$$

$$\therefore \frac{AD}{BE} = \frac{GF}{AG}$$

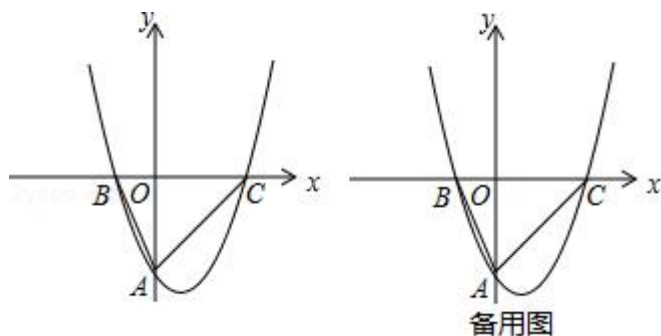
$$\therefore \frac{DG}{BG} = \frac{GF}{AG},$$

$$\therefore AB \parallel CD.$$

(2) $\because AD \parallel BC$, $AB \parallel CD$,

平行线的判定等知识，解题的关键是准确寻找相似三角形解决问题，属于中考常考题型.

24. (12 分) 如图在直角坐标平面内，抛物线 $y=ax^2+bx-3$ 与 y 轴交于点 A ，与 x 轴分别交于点 $B(-1, 0)$ 、点 $C(3, 0)$ ，点 D 是抛物线的顶点.



- (1) 求抛物线的表达式及顶点 D 的坐标；
- (2) 联结 AD 、 DC ，求 $\triangle ACD$ 的面积；
- (3) 点 P 在直线 DC 上，联结 OP ，若以 O 、 P 、 C 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似，求点 P 的坐标.

【考点】 HF：二次函数综合题.

【专题】 1：常规题型.

【分析】 (1) 直接利用待定系数法求出二次函数解析式即可；

(2) 利用勾股定理逆定理得出 $\angle CAD=90^\circ$ ，再利用直角三角形面积求法得出答案；

(3) 当 $\angle POC=\angle ABC$ 时以及当 $\angle POC=\angle ACB$ 时，分别得出 P 点坐标.

【解答】 解：(1) 点 $B(-1, 0)$ 、 $C(3, 0)$ 在抛物线 $y=ax^2+bx-3$ 上，

$$\therefore \begin{cases} a-b-3=0 \\ 9a+3b-3=0 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \end{cases},$$

$$\therefore \text{抛物线的表达式为: } y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4,$$

故顶点 D 的坐标是 $(1, -4)$ ；

(2) $\because A(0, -3), C(3, 0), D(1, -4),$

$$\therefore AC=3\sqrt{2}, CD=2\sqrt{5}, AD=\sqrt{2},$$

$$\therefore CD^2=AC^2+AD^2,$$

$$\therefore \angle CAD=90^\circ,$$

$$\therefore S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}\cdot AC\cdot AD=\frac{1}{2}\times 3\sqrt{2}\times \sqrt{2}=3;$$

$$(3) \because \angle CAD=\angle AOB=90^\circ, \frac{AD}{BO}=\frac{AC}{AO}=\sqrt{2},$$

$$\therefore \triangle CAD\sim \triangle AOB,$$

$$\therefore \angle ACD=\angle OAB,$$

$$\because OA=OC, \angle AOC=90^\circ,$$

$$\therefore \angle OAC=\angle OCA=45^\circ,$$

$$\therefore \angle OAC+\angle OAB=\angle OCA+\angle ACD, \text{ 即 } \angle BAC=\angle BCD,$$

若以 O、P、C 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似，且 $\triangle ABC$ 为锐角三角形，

则 $\triangle POC$ 也为锐角三角形，点 P 在第四象限，

由点 C (3, 0), D (1, -4) 得直线 CD 的表达式是: $y=2x-6$, 设 P (t, $2t-6$) ($0 < t < 3$)

过 P 作 $PH \perp OC$, 垂足为点 H, 则 $OH=t$, $PH=6-2t$,

①当 $\angle POC=\angle ABC$ 时, 由 $\tan \angle POC=\tan \angle ABC$ 得 $\frac{PH}{OH}=\frac{AO}{BO}$,

$$\therefore \frac{6-2t}{t}=3,$$

$$\text{解得: } t=\frac{6}{5},$$

$$\therefore P_1\left(\frac{6}{5}, -\frac{18}{5}\right);$$

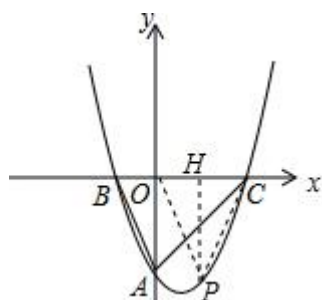
②当 $\angle POC = \angle ACB$ 时，由 $\tan \angle POC = \tan \angle ACB = \tan 45^\circ = 1$ ，得 $\frac{PH}{OH} = 1$ ，

$$\therefore \frac{6-2t}{t} = 1,$$

解得： $t = 2$ ，

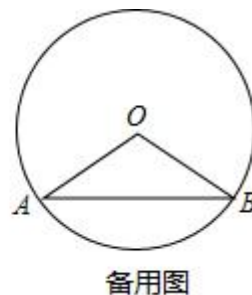
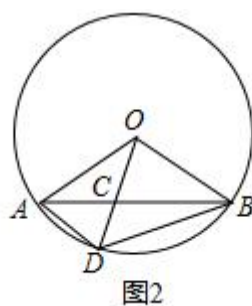
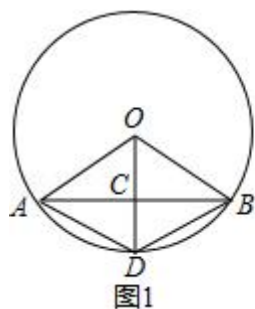
$$\therefore P_2 (2, -2),$$

综上得： $P_1 (\frac{6}{5}, -\frac{18}{5})$ 或 $P_2 (2, -2)$.



【点评】此题主要考查了二次函数的综合以及相似三角形的判定与性质，正确分类讨论是解题关键.

25. (14分) 在圆O中，C是弦AB上的一点，联结OC并延长，交劣弧AB于点D，联结AO、BO、AD、BD. 已知圆O的半径长为5，弦AB的长为8.



(1) 如图1，当点D是弧AB的中点时，求CD的长；

(2) 如图2，设 $AC = x$ ， $\frac{S_{\triangle ACO}}{S_{\triangle OBD}} = y$ ，求y关于x的函数解析式并写出定义域；

(3) 若四边形AOBD是梯形，求AD的长.

【考点】MR：圆的综合题.

【专题】15：综合题.

【分析】(1) 先求出 AC，再用勾股定理求出 CO，即可得出结论；

(2) 先求出 AH，OH，再表示出 AO，利用勾股定理表示 CO，进而得出 CD，

再判断出 $\triangle OCH \sim \triangle DCG$ ，表示出 DG，即可得出结论；

(3) 分两种情况，利用勾股定理即可得出结论.

【解答】解：(1) $\because OD$ 过圆心，点 D 是弧 AB 的中点， $AB=8$ ，

$$\therefore OD \perp AB, AC = \frac{1}{2}AB = 4,$$

在 $Rt\triangle AOC$ 中， $\because \angle ACO = 90^\circ$ ， $AO=5$ ，

$$\therefore CO = \sqrt{AO^2 - AC^2} = 3,$$

$$\therefore OD = 5,$$

$$\therefore CD = OD - OC = 2;$$

(2) 如图 2，过点 O 作 $OH \perp AB$ ，垂足为点 H，

则由 (1) 可得 $AH=4$ ， $OH=3$ ，

$$\therefore AC = x,$$

$$\therefore CH = |x - 4|,$$

在 $Rt\triangle HOC$ 中， $\because \angle CHO = 90^\circ$ ， $AO=5$ ，

$$\therefore CO = \sqrt{HO^2 + HC^2} = \sqrt{3^2 + |x-4|^2} = \sqrt{x^2 - 8x + 25},$$

$$\therefore CD = OD - OC = 5 - \sqrt{x^2 - 8x + 25},$$

过点 D 作 $DG \perp AB$ 于 G，

$$\therefore OH \perp AB,$$

$$\therefore DG \parallel OH,$$

$$\therefore \triangle OCH \sim \triangle DCG,$$

$$\therefore \frac{OH}{DG} = \frac{OC}{CD},$$

$$\therefore DG = \frac{OH \cdot CD}{OC} = \frac{3(5 - \sqrt{x^2 - 8x + 25})}{\sqrt{x^2 - 8x + 25}},$$

$$\therefore S_{\triangle ACO} = \frac{1}{2} AC \times OH = \frac{1}{2} x \times 3 = \frac{3}{2} x,$$

$$S_{\triangle BOD} = \frac{1}{2} BC (OH + DG) = \frac{1}{2} (8 - x) \times \left(3 + \frac{3(5 - \sqrt{x^2 - 8x + 25})}{\sqrt{x^2 - 8x + 25}} \right) = \frac{3}{2} (8 - x) \times$$

$$\frac{5}{\sqrt{x^2 - 8x + 25}}$$

$$\therefore y = \frac{S_{\triangle ACO}}{S_{\triangle OBD}} = \frac{\frac{3}{2} x}{\frac{3}{2} (8 - x) \times \frac{5}{\sqrt{x^2 - 8x + 25}}} = \frac{x \sqrt{x^2 - 8x + 25}}{5(8 - x)} \quad (0 < x < 8)$$

(3) ①当 $OB \parallel AD$ 时, 如图 3,

过点 A 作 $AE \perp OB$ 交 BO 延长线于点 E, 过点 O 作 $OF \perp AD$, 垂足为点 F,

则 $OF = AE$,

$$\therefore S = \frac{1}{2} AB \cdot OH = \frac{1}{2} OB \cdot AE,$$

$$AE = \frac{AB \cdot OH}{OB} = \frac{24}{5} = OF,$$

在 $Rt\triangle AOF$ 中, $\angle AFO = 90^\circ$, $AO = 5$,

$$\therefore AF = \sqrt{AO^2 - OF^2} = \frac{7}{5},$$

$\therefore OF$ 过圆心, $OF \perp AD$,

$$\therefore AD = 2AF = \frac{14}{5}.$$

②当 $OA \parallel BD$ 时, 如图 4, 过点 B 作 $BM \perp OA$ 交 AO 延长线于点 M, 过点 D 作

$DG \perp AO$, 垂足为点 G,

则由①的方法可得 $DG = BM = \frac{24}{5}$,

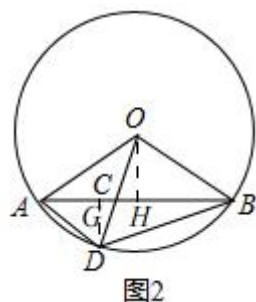
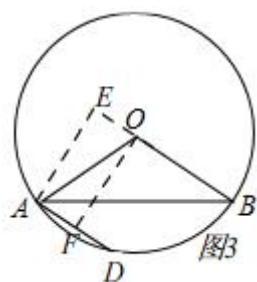
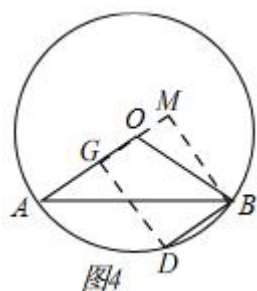
在 $\text{Rt}\triangle GOD$ 中, $\angle DGO=90^\circ$, $DO=5$,

$$\therefore GO=\sqrt{DO^2-DG^2}=\frac{7}{5}, \quad AG=AO-GO=\frac{18}{5},$$

在 $\text{Rt}\triangle GAD$ 中, $\angle DGA=90^\circ$,

$$\therefore AD=\sqrt{AG^2+DG^2}=6$$

综上得 $AD=\frac{14}{5}$ 或 6.



【点评】 此题是圆的综合题, 主要考查了圆的性质, 勾股定理, 相似三角形的判定和性质, 三角形的面积公式, 分类讨论的思想, 作出辅助线是解本题的关键.