

2018 年上海市金山区中考数学二模试卷

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. (4 分) 下列各数中，相反数等于本身的数是 ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

2. (4 分) 单项式 $2a^3b$ 的次数是 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

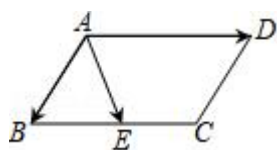
3. (4 分) 如果将抛物线 $y = -2x^2$ 向上平移 1 个单位，那么所得新抛物线的表达式是 ()

- A. $y = -2(x+1)^2$ B. $y = -2(x-1)^2$ C. $y = -2x^2 - 1$ D. $y = -2x^2 + 1$

4. (4 分) 如果一组数据 1, 2, x, 5, 6 的众数为 6, 则这组数据的中位数为 ()

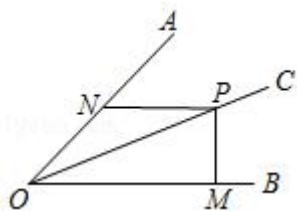
- A. 1 B. 2 C. 5 D. 6

5. (4 分) 如图, $\square ABCD$ 中, E 是 BC 的中点, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 那么向量 $\overrightarrow{AE}$ 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示为 ()



- A. $\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ B. $\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$ C. $-\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ D. $-\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$

6. (4 分) 如图, $\angle AOB = 45^\circ$, OC 是 $\angle AOB$ 的角平分线, $PM \perp OB$, 垂足为点 M, $PN \parallel OB$, PN 与 OA 相交于点 N, 那么 $\frac{PM}{PN}$ 的值等于 ()



A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请直接将结果填入答题纸的相应位置】

7. (4 分) 因式分解： $a^2 - a =$ _____.

8. (4 分) 函数： $y = \sqrt{x-2}$ 的定义域是_____.

9. (4 分) 方程 $\frac{x}{x-1} = 2$ 的解是_____.

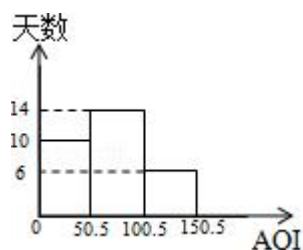
10. (4 分) 函数 $y = -x + 2$ 的图象不经过第_____象限.

11. (4 分) 有一枚材质均匀的正方体骰子，它的六个面上分别有 1 点、2 点、...、6 点的标记，掷一次骰子，向上的一面出现的点数是素数的概率是_____.

12. (4 分) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 有两个不相等的实数根，则 m 的取值范围为_____.

13. (4 分) 如果梯形的中位线长为 6，一条底边长为 8，那么另一条底边长等于_____.

14. (4 分) 空气质量指数，简称 AQI，如果 AQI 在 0 ~ 50 空气质量类别为优，在 51 ~ 100 空气质量类别为良，在 101 ~ 150 空气质量类别为轻度污染，按照某市最近一段时间的 AQI 画出的频数分布直方图如图所示. 已知每天的 AQI 都是整数，那么空气质量类别为优和良的天数占总天数的百分比为_____ %.

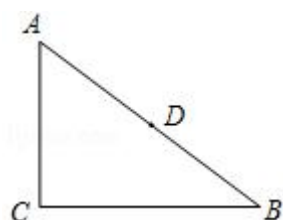


15. (4 分) 一辆汽车在坡度为 1 : 2.4 的斜坡上向上行驶 130 米，那么这辆汽车的高度上升了_____米.

16. (4 分) 如果一个正多边形的中心角等于 30° , 那么这个正多边形的边数是_____.

17. (4 分) 如果两圆的半径之比为 3: 2, 当这两圆内切时圆心距为 3, 那么当这两圆相交时, 圆心距 d 的取值范围是_____.

18. (4 分) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=6$, $BC=8$, D 是 AB 的中点, P 是直线 BC 上一点, 把 $\triangle BDP$ 沿 PD 所在的直线翻折后, 点 B 落在点 Q 处, 如果 $QD \perp BC$, 那么点 P 和点 B 间的距离等于_____.



三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

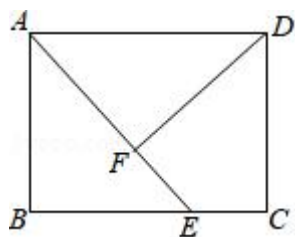
19. (10 分) 计算: $|\tan 45^\circ - 2\sin 60^\circ| + 12 \cdot \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$.

20. (10 分) 解方程组:
$$\begin{cases} x+y=4 \\ x^2-xy=8 \end{cases}$$
.

21. (10 分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, E 是 BC 边上的点, $AE=BC$, $DF \perp AE$, 垂足为 F .

(1) 求证: $AF=BE$;

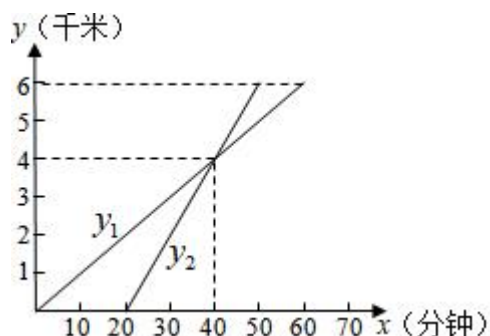
(2) 如果 $BE: EC=2: 1$, 求 $\angle CDF$ 的余切值.



22. (10 分) 九年级学生到距离学校 6 千米的百花公园去春游, 一部分学生步行

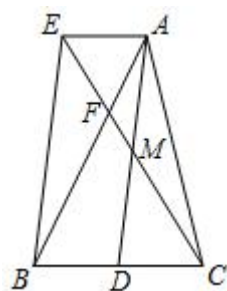
前往，20 分钟后另一部分学生骑自行车前往，设 x （分钟）为步行前往的学生离开学校所走的时间，步行学生走的路程为 y_1 千米，骑自行车学生骑行的路程为 y_2 千米， y_1 、 y_2 关于 x 的函数图象如图所示.

- (1) 求 y_2 关于 x 的函数解析式；
- (2) 步行的学生和骑自行车的学生谁先到达百花公园，先到了几分钟？



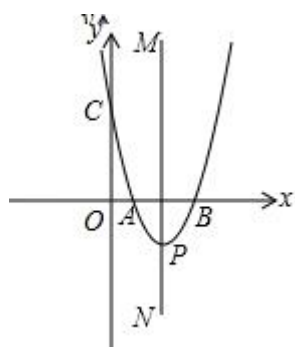
23. (12 分) 如图，已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线， M 是 AD 的中点，过 A 点作 $AE \parallel BC$ ， CM 的延长线与 AE 相交于点 E ，与 AB 相交于点 F .

- (1) 求证：四边形 $AEBD$ 是平行四边形；
- (2) 如果 $AC=3AF$ ，求证四边形 $AEBD$ 是矩形.

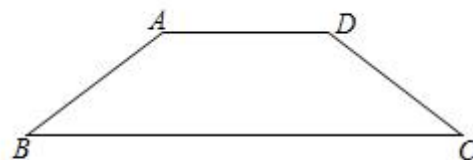
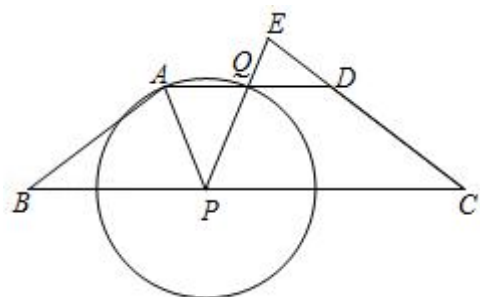


24. (12 分) 平面直角坐标系 xOy 中 (如图)，已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过点 A (1, 0) 和 B (3, 0)，与 y 轴相交于点 C ，顶点为 P .

- (1) 求这条抛物线的表达式和顶点 P 的坐标；
- (2) 点 E 在抛物线的对称轴上，且 $EA=EC$ ，求点 E 的坐标；
- (3) 在 (2) 的条件下，记抛物线的对称轴为直线 MN ，点 Q 在直线 MN 右侧的抛物线上， $\angle MEQ=\angle NEB$ ，求点 Q 的坐标.



25. (14 分) 如图, 已知在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB=DC=AD=5$, $\sin B = \frac{3}{5}$, P 是线段 BC 上一点, 以 P 为圆心, PA 为半径的 $\odot P$ 与射线 AD 的另一个交点为 Q , 射线 PQ 与射线 CD 相交于点 E , 设 $BP=x$.



备用图

- (1) 求证: $\triangle ABP \sim \triangle ECP$;
- (2) 如果点 Q 在线段 AD 上 (与点 A 、 D 不重合), 设 $\triangle APQ$ 的面积为 y , 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出定义域;
- (3) 如果 $\triangle QED$ 与 $\triangle QAP$ 相似, 求 BP 的长.

2018 年上海市金山区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. (4 分) 下列各数中，相反数等于本身的数是 ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

【考点】14：相反数.

【专题】1：常规题型.

【分析】根据相反数的意义，只有符号不同的数为相反数.

【解答】解：相反数等于本身的数是 0.

故选：B.

【点评】本题考查了相反数的意义. 注意掌握只有符号不同的数为相反数，0 的相反数是 0.

2. (4 分) 单项式 $2a^3b$ 的次数是 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【考点】42：单项式.

【专题】1：常规题型.

【分析】根据单项式的性质即可求出答案.

【解答】解：该单项式的次数为：4

故选：C.

【点评】本题考查单项式的次数定义，解题的关键是熟练运用单项式的次数定义，本题属于基础题型.

3. (4 分) 如果将抛物线 $y = -2x^2$ 向上平移 1 个单位, 那么所得新抛物线的表达式是 ()

A. $y = -2(x+1)^2$ B. $y = -2(x-1)^2$ C. $y = -2x^2 - 1$ D. $y = -2x^2 + 1$

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【专题】33: 函数思想.

【分析】直接利用抛物线平移规律: 上加下减, 左加右减进而得出平移后的解析式.

【解答】解: $\because$ 将抛物线 $y = -2x^2$ 向上平移 1 个单位,

$\therefore$ 平移后的抛物线的解析式为: $y = -2x^2 + 1$.

故选: D.

【点评】此题主要考查了二次函数图象的平移变换, 正确掌握平移规律是解题关键.

4. (4 分) 如果一组数据 1, 2, x , 5, 6 的众数为 6, 则这组数据的中位数为 ()

A. 1 B. 2 C. 5 D. 6

【考点】W4: 中位数; W5: 众数.

【专题】1: 常规题型.

【分析】根据众数的定义先求出 x 的值, 再把数据按从小到大的顺序排列, 找出最中间的数, 即可得出答案.

【解答】解: $\because$ 数据 1, 2, x , 5, 6 的众数为 6,

$\therefore x = 6$,

把这些数从小到大排列为: 1, 2, 5, 6, 6, 最中间的数是 5,

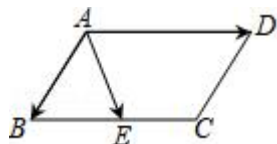
则这组数据的中位数为 5;

故选: C.

【点评】此题考查了确定一组数据的中位数的能力. 注意找中位数的时候一定要

先排好顺序，然后再根据奇数和偶数个来确定中位数，如果数据有奇数个，则正中间的数字即为所求，如果是偶数个则找中间两位数的平均数.

5. (4分) 如图， $\square ABCD$ 中，E 是 BC 的中点，设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ ，那么向量 $\overrightarrow{AE}$ 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示为 ()



- A. $\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ B. $\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$ C. $-\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ D. $-\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$

【考点】L5: 平行四边形的性质；LM: *平面向量.

【专题】5: 特定专题.

【分析】根据 $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}$ ，只要求出 $\overrightarrow{BE}$ 即可解决问题；

【解答】解： $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形，

$$\therefore AD \parallel BC, AD = BC,$$

$$\therefore \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} = \vec{b},$$

$$\therefore BE = CE,$$

$$\therefore \overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\vec{b},$$

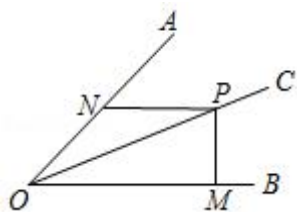
$$\therefore \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}, \quad \overrightarrow{AB} = \vec{a},$$

$$\therefore \overrightarrow{AE} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}.$$

故选：A.

【点评】本题考查平面向量，解题的关键是熟练掌握三角形法则，属于中考常考题型.

6. (4分) 如图， $\angle AOB = 45^\circ$ ，OC 是 $\angle AOB$ 的角平分线， $PM \perp OB$ ，垂足为点 M， $PN \parallel OB$ ，PN 与 OA 相交于点 N，那么 $\frac{PM}{PN}$ 的值等于 ()



A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

【考点】JA: 平行线的性质.

【专题】55: 几何图形.

【分析】过点 P 作 $PE \perp OA$ 于点 E, 根据角平分线上的点到角的两边的距离相等可得 $PE=PM$, 再根据两直线平行, 内错角相等可得 $\angle POM=\angle OPN$, 根据三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和求出 $\angle PNE=\angle AOB$, 再根据直角三角形解答.

【解答】解: 如图, 过点 P 作 $PE \perp OA$ 于点 E,

$\therefore OP$ 是 $\angle AOB$ 的平分线,

$\therefore PE=PM$,

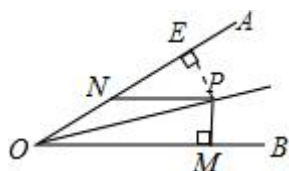
$\therefore PN \parallel OB$,

$\therefore \angle POM=\angle OPN$,

$\therefore \angle PNE=\angle PON+\angle OPN=\angle PON+\angle POM=\angle AOB=45^\circ$,

$\therefore \frac{PM}{PN}$ 的值 $=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

故选: B.



【点评】本题考查了角平分线上的点到角的两边距离相等的性质, 直角三角形的性质, 以及三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和, 作辅助线构造直角三角形是解题的关键.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请直接将结果填入答题纸的相应位置】

7. (4 分) 因式分解： $a^2 - a = \underline{a(a-1)}$.

【考点】53：因式分解－提公因式法.

【分析】直接提取公因式 a ，进而分解因式得出即可.

【解答】解： $a^2 - a = a(a-1)$.

故答案为： $a(a-1)$.

【点评】此题主要考查了提取公因式法分解因式，正确找出公因式是解题关键.

8. (4 分) 函数： $y = \sqrt{x-2}$ 的定义域是 $\underline{x \geq 2}$.

【考点】72：二次根式有意义的条件；E4：函数自变量的取值范围.

【分析】根据二次根式的性质，被开方数大于等于 0，可知： $x-2 \geq 0$ ，解得 x 的范围.

【解答】解：根据题意得： $x-2 \geq 0$,

解得： $x \geq 2$.

【点评】本题考查的是函数自变量取值范围的求法. 函数自变量的范围一般从三个方面考虑：

(1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；

(2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；

(3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数为非负数.

9. (4 分) 方程 $\frac{x}{x-1} = 2$ 的解是 $\underline{x=2}$.

【考点】B3：解分式方程.

【专题】11：计算题；522：分式方程及应用.

【分析】根据解分式方程的步骤依次计算可得.

【解答】解：去分母，得： $x = 2(x-1)$,

解得: $x=2$,

当 $x=2$ 时, $x-1=1 \neq 0$,

所以 $x=2$ 是原分式方程的解,

故答案为: $x=2$.

【点评】 本题主要考查解分式方程, 解题的关键是熟练掌握解分式方程的步骤:

①去分母; ②求出整式方程的解; ③检验; ④得出结论.

10. (4 分) 函数 $y = -x + 2$ 的图象不经过第 三 象限.

【考点】 F7: 一次函数图象与系数的关系.

【分析】 先根据一次函数 $y = -x + 2$ 中 $k = -1$, $b = 2$ 判断出函数图象经过的象限, 进而可得出结论.

【解答】 解: $\because$ 一次函数 $y = -x + 2$ 中 $k = -1 < 0$, $b = 2 > 0$,

$\therefore$ 此函数的图象经过一、二、四象限, 不经过第三象限.

故答案为: 三.

【点评】 本题考查的是一次函数的性质, 即一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 中, 当 $k < 0$, $b > 0$ 时, 函数图象经过一、二、四象限.

11. (4 分) 有一枚材质均匀的正方体骰子, 它的六个面上分别有 1 点、2 点、...、6 点的标记, 掷一次骰子, 向上的一面出现的点数是素数的概率是 $\frac{1}{2}$.

【考点】 X4: 概率公式.

【分析】 由一枚质地均匀的正方体骰子的六个面上分别刻有 1 到 6 的点数, 掷一次这枚骰子, 向上的一面的点数为素数的有 3 种情况, 直接利用概率公式求解即可求得答案.

【解答】 解: $\because$ 一枚质地均匀的正方体骰子的六个面上分别刻有 1 到 6 的点数, 掷一次这枚骰子, 向上的一面的点数为素数的有 3 种情况,

∴ 掷一次这枚骰子，向上的一面的点数为素数的概率是： $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

故答案为： $\frac{1}{2}$.

【点评】 此题考查了概率公式的应用．注意用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比．

12. (4 分) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 有两个不相等的实数根，则 m 的取值范围为 $m < 4$ ．

【考点】 AA：根的判别式．

【分析】 根据判别式的意义得到 $\Delta = (-4)^2 - 4m > 0$ ，然后解不等式即可．

【解答】 解：∵ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 有两个不相等的实数根，

$$\therefore \Delta = (-4)^2 - 4m > 0,$$

解得： $m < 4$ ．

故答案为： $m < 4$ ．

【点评】 此题考查了一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ ：当 $\Delta > 0$ ，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = 0$ ，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ ，方程没有实数根．

13. (4 分) 如果梯形的中位线长为 6，一条底边长为 8，那么另一条底边长等于 4．

【考点】 LL：梯形中位线定理．

【专题】 55：几何图形．

【分析】 只需根据梯形的中位线定理“梯形的中位线等于两底和的一半”，进行计算．

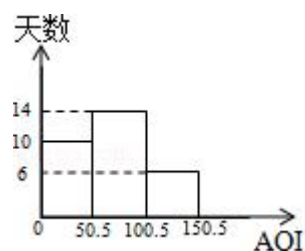
【解答】 解：根据梯形的中位线定理，得

$$\text{另一底边长} = \text{中位线} \times 2 - \text{一底边长} = 2 \times 6 - 8 = 4.$$

故答案为：4

【点评】本题考查梯形中位线，用到的知识点为：梯形中位线 $=\frac{1}{2}$ （上底+下底）.

14. (4分) 空气质量指数，简称AQI，如果AQI在0~50空气质量类别为优，在51~100空气质量类别为良，在101~150空气质量类别为轻度污染，按照某市最近一段时间的AQI画出的频数分布直方图如图所示. 已知每天的AQI都是整数，那么空气质量类别为优和良的天数占总天数的百分比为 80 %.



【考点】V8：频数（率）分布直方图.

【专题】1：常规题型；542：统计的应用.

【分析】用空气质量类别为优和良的天数之和除以被抽查的总天数即可得.

【解答】解：空气质量类别为优和良的天数占总天数的百分比为 $\frac{10+14}{10+14+6} \times 100\%=80\%$,

故答案为：80.

【点评】本题考查读频数分布直方图的能力和利用统计图获取信息的能力；利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题.

15. (4分) 一辆汽车在坡度为1：2.4的斜坡上向上行驶130米，那么这辆汽车的高度上升了 50 米.

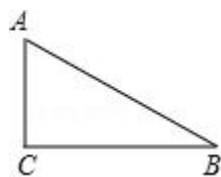
【考点】T9：解直角三角形的应用－坡度坡角问题.

【专题】1：常规题型；55E：解直角三角形及其应用.

【分析】根据坡度的定义可以求得AC、BC的比值，根据AC、BC的比值和AB

的长度即可求得 AC 的值，即可解题.

【解答】解：如图，AB=130 米



$$\tan B = \frac{AC}{BC} = 1: 2.4,$$

设 $AC=x$ ，则 $BC=2.4x$ ，

$$\text{则 } x^2 + (2.4x)^2 = 130^2,$$

解得 $x=50$ ，

故答案为：50.

【点评】本题考查了勾股定理在直角三角形中的运用，坡度的定义及直角三角形中三角函数值的计算，属于基础题.

16. (4 分) 如果一个正多边形的中心角等于 30° ，那么这个正多边形的边数是 12.

【考点】MM: 正多边形和圆.

【专题】55: 几何图形.

【分析】根据正 n 边形的中心角的度数为 $360^\circ \div n$ 进行计算即可得到答案.

【解答】解： $360^\circ \div 30^\circ = 12$.

故这个正多边形的边数为 12.

故答案为：12

【点评】本题考查的是正多边形内角、外角和中心角的知识，掌握中心角的计算公式是解题的关键.

17. (4 分) 如果两圆的半径之比为 3: 2，当这两圆内切时圆心距为 3，那么当这两圆相交时，圆心距 d 的取值范围是 $3 < d < 15$.

【考点】MJ：圆与圆的位置关系.

【专题】1：常规题型.

【分析】先根据比例式设两圆半径分别为 $3x$ 、 $2x$ ，根据内切时圆心距列出等式求出半径，然后利用相交时圆心距与半径的关系求解.

【解答】解：设两圆半径分别为 $3x$ ， $2x$ ，

由题意，得 $3x - 2x = 3$ ，

解得 $x = 3$ ，

则两圆半径分别为 9 ， 6 ，

所以当这两圆相交时，圆心距 d 的取值范围是 $9 - 6 < d < 9 + 6$ ，

即 $3 < d < 15$.

故答案为 $3 < d < 15$.

【点评】本题考查了圆和圆的位置与两圆的圆心距、半径的数量之间的关系：①

两圆外离， $d > R + r$ ；

②两圆外切， $d = R + r$ ；

③两圆相交， $R - r < d < R + r$ ($R \geq r$)；

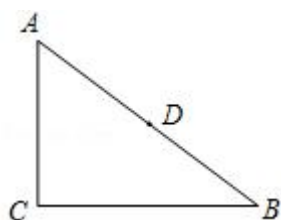
④两圆内切， $d = R - r$ ($R > r$)；

⑤两圆内含， $d < R - r$ ($R > r$).

18. (4分) 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 6$ ， $BC = 8$ ， D 是 AB 的中点， P

是直线 BC 上一点，把 $\triangle BDP$ 沿 PD 所在的直线翻折后，点 B 落在点 Q 处，

如果 $QD \perp BC$ ，那么点 P 和点 B 间的距离等于 2.5 或 10.



【考点】PB：翻折变换（折叠问题）.

【专题】554：等腰三角形与直角三角形.

【分析】在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中，根据勾股定理可求 AB 的长，根据折叠的性质可得

$QD=BD$ ， $QP=BP$ ，根据三角形中位线定理可得 $DE=\frac{1}{2}AC$ ， $BD=\frac{1}{2}AB$ ，

$BE=\frac{1}{2}BC$ ，再在 $\text{Rt}\triangle QEP$ 中，根据勾股定理可求 QP ，继而可求得答案.

【解答】解：在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=6$ ， $BC=8$ ，

$$AB=\sqrt{6^2+8^2}=10,$$

由折叠的性质可得 $QD=BD$ ， $QP=BP$ ，

又 $\because QD \perp BC$ ，

$\therefore DQ \parallel AC$ ，

$\therefore D$ 是 AB 的中点，

$$\therefore DE=\frac{1}{2}AC=3, \quad BD=\frac{1}{2}AB=5, \quad BE=\frac{1}{2}BC=4,$$

①当点 P 在 DE 右侧时，

$$\therefore QE=5-3=2,$$

在 $\text{Rt}\triangle QEP$ 中， $QP^2=(4-BP)^2+QE^2$ ，

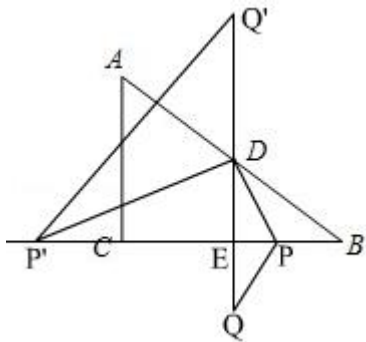
$$\text{即 } QP^2=(4-QP)^2+2^2,$$

解得 $QP=2.5$ ，

则 $BP=2.5$ 。

②当点 P 在 DE 左侧时，同①知， $BP=10$

故答案为：2.5 或 10.



【点评】此题考查了折叠的性质、直角三角形的性质以及勾股定理. 此题难度适中, 注意数形结合思想的应用, 注意折叠中的对应关系.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 计算: $|\tan 45^\circ - 2\sin 60^\circ| + 12 \cdot \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$.

【考点】2C: 实数的运算; 2F: 分数指数幂; 6F: 负整数指数幂; T5: 特殊角的三角函数值.

【专题】1: 常规题型.

【分析】直接利用负指数幂的性质以及特殊角的三角函数值和绝对值的性质分别化简得出答案.

【解答】解: 原式 $= |1 - \sqrt{3}| + 2\sqrt{3} - 4$

$$= \sqrt{3} - 1 + 2\sqrt{3} - 4$$

$$= -5 + 3\sqrt{3}.$$

【点评】此题主要考查了实数运算, 正确化简各数是解题关键.

20. (10 分) 解方程组:
$$\begin{cases} x+y=4 \\ x^2-xy=8 \end{cases}.$$

【考点】AF: 高次方程.

【专题】1: 常规题型.

【分析】把 $x+y=4$ 变形为用含 x 的代数式表示 y , 把变形后的方程代入另一个方程, 解一元二次方程求出 x 的值, 得方程组的解.

【解答】 解:
$$\begin{cases} x+y=4 \text{①} \\ x^2-xy=8 \text{②} \end{cases}$$

由①得, $y=4-x$ ③

把③代入①, 得 $x^2 - x(4-x) = 8$

整理, 得 $x^2 - 2x - 4=0$

解得: $x_1=1+\sqrt{5}$, $x_2=1-\sqrt{5}$.

把 $x=1+\sqrt{5}$ 代入③, 得 $y_1=4 - (1+\sqrt{5}) = 3 - \sqrt{5}$;

把 $x=1-\sqrt{5}$ 代入③, 得 $y_2=4 - (1-\sqrt{5}) = 3+\sqrt{5}$;

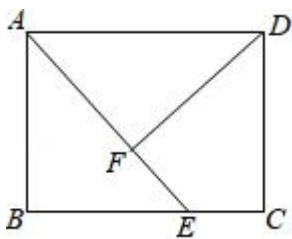
所以原方程组的解为:
$$\begin{cases} x_1=1+\sqrt{5} \\ y_1=3-\sqrt{5} \end{cases}, \begin{cases} x_2=1-\sqrt{5} \\ y_2=3+\sqrt{5} \end{cases}$$

【点评】 本题考查了方程组的解法和一元二次方程的解法, 代入法是解决本题的关键.

21. (10 分) 如图, 在矩形 ABCD 中, E 是 BC 边上的点, $AE=BC$, $DF \perp AE$, 垂足为 F.

(1) 求证: $AF=BE$;

(2) 如果 $BE: EC=2: 1$, 求 $\angle CDF$ 的余切值.



【考点】 LB: 矩形的性质; T7: 解直角三角形.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 (1) 矩形的性质得到 $AD=BC$, $AD \parallel BC$, 得到 $AD=AE$, $\angle DAF = \angle AEB$,

根据 AAS 定理证明 $\triangle ABE \cong \triangle DFA$;

(2) 根据全等三角形的性质、勾股定理、余切的定义计算即可.

【解答】解：（1）证明：∵四边形 ABCD 是矩形，

$$\therefore AD=BC, AD \parallel BC,$$

$$\therefore AD=AE, \angle DAF = \angle AEB,$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DFA$ 中，

$$\begin{cases} \angle DAF = \angle AEB \\ \angle AFD = \angle EBA, \\ AD = AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DFA,$$

$$\therefore AF=BE;$$

$$(2) \because \triangle ABE \cong \triangle DFA,$$

$$\therefore AD=AE, \angle DAF = \angle AEB,$$

设 $CE=k$,

$$\therefore BE: EC=2: 1,$$

$$\therefore BE=2k,$$

$$\therefore AD=AE=3k,$$

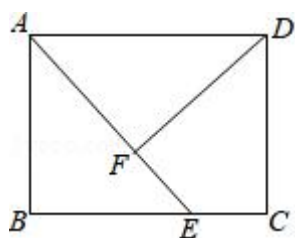
$$\therefore AB = \sqrt{AE^2 - BE^2} = \sqrt{5}k,$$

$$\therefore \angle ADF + \angle CDF = 90^\circ, \angle ADF + \angle DAF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CDF = \angle DAE,$$

$$\therefore \angle CDF = \angle AEB,$$

$$\therefore \cot \angle CDF = \cot \angle AEB = \frac{BE}{AB} = \frac{2k}{\sqrt{5}k} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$



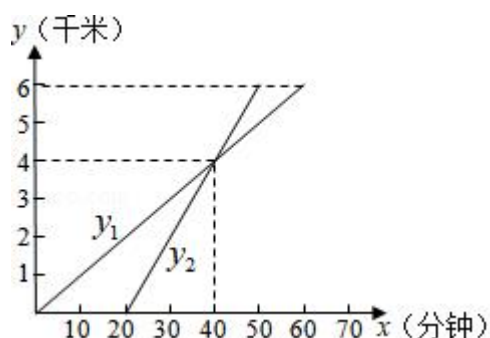
【点评】 本题考查的是矩形的性质、勾股定理的运用、全等三角形的判定和性质

以及余切的定义，掌握全等三角形的判定定理和性质定理是解题的关键.

22. (10 分) 九年级学生到距离学校 6 千米的百花公园去春游，一部分学生步行前往，20 分钟后另一部分学生骑自行车前往，设 x (分钟) 为步行前往的学生离开学校所走的时间，步行学生走的路程为 y_1 千米，骑自行车学生骑行的路程为 y_2 千米， y_1 、 y_2 关于 x 的函数图象如图所示.

(1) 求 y_2 关于 x 的函数解析式;

(2) 步行的学生和骑自行车的学生谁先到达百花公园，先到了几分钟?



【考点】FH：一次函数的应用.

【专题】53：函数及其图象.

【分析】(1) 根据函数图象中的数据可以求得 y_2 关于 x 的函数解析式;

(2) 根据函数图象中的数据和题意可以分别求得步行学生和骑自行车学生到达百花公园的时间，从而可以解答本题.

【解答】解：(1) 设 y_2 关于 x 的函数解析式是 $y_2=kx+b$,

$$\begin{cases} 20k+b=0 \\ 40k+b=4 \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} k=0.2 \\ b=-4 \end{cases},$$

即 y_2 关于 x 的函数解析式是 $y_2=0.2x-4$;

(2) 由图象可知,

步行的学生的速度为: $4 \div 40 = 0.1$ 千米/分钟,

$\therefore$ 步行同学到达百花公园的时间为: $6 \div 0.1 = 60$ (分钟),

当 $y_2=6$ 时, $6=0.2x-4$, 得 $x=50$,

$$60 - 50 = 10,$$

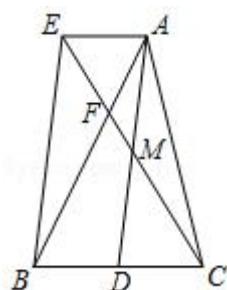
答：骑自行车的学生先到达百花公园，先到了 10 分钟.

【点评】 本题考查一次函数的应用，解答本题的关键是明确题意，利用一次函数的性质解答.

23. (12 分) 如图，已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线， M 是 AD 的中点，过 A 点作 $AE \parallel BC$ ， CM 的延长线与 AE 相交于点 E ，与 AB 相交于点 F .

(1) 求证：四边形 $AEBD$ 是平行四边形；

(2) 如果 $AC = 3AF$ ，求证四边形 $AEBD$ 是矩形.



【考点】 L7：平行四边形的判定与性质；LC：矩形的判定.

【专题】 556：矩形 菱形 正方形；55D：图形的相似.

【分析】 (1) 先判定 $\triangle AEM \cong \triangle DCM$ ，可得 $AE = CD$ ，再根据 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，即可得到 $AD = CD = BD$ ，依据 $AE \parallel BD$ ，即可得出四边形 $AEBD$ 是平行四边形；

(2) 先判定 $\triangle AEF \sim \triangle BCF$ ，即可得到 $AB = 3AF$ ，依据 $AC = 3AF$ ，可得 $AB = AC$ ，根据 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，可得 $AD \perp BC$ ，进而得出四边形 $AEBD$ 是矩形.

【解答】 证明：(1) $\because M$ 是 AD 的中点，

$$\therefore AM = DM,$$

$$\therefore AE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle AEM = \angle DCM,$$

又 $\because \angle AME = \angle DMC$,

$\therefore \triangle AEM \cong \triangle DCM$,

$\therefore AE = CD$,

又 $\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线,

$\therefore AD = CD = BD$,

又 $\because AE \parallel BD$,

$\therefore$ 四边形 $AEBD$ 是平行四边形;

(2) $\because AE \parallel BC$,

$\therefore \triangle AEF \sim \triangle BCF$,

$\therefore \frac{AF}{BF} = \frac{AE}{BC} = \frac{1}{2}$, 即 $BF = 2AF$,

$\therefore AB = 3AF$,

又 $\because AC = 3AF$,

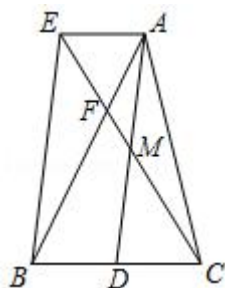
$\therefore AB = AC$,

又 $\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线,

$\therefore AD \perp BC$,

又 $\because$ 四边形 $AEBD$ 是平行四边形,

$\therefore$ 四边形 $AEBD$ 是矩形.

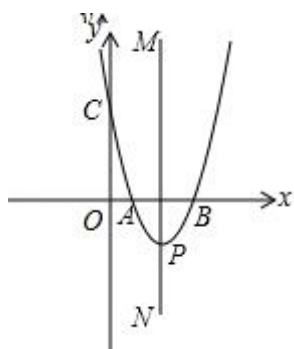


【点评】 本题主要考查了平行四边形、矩形的判定，等腰三角形的性质以及相似

三角形的性质的运用，解题时注意：对角线相等的平行四边形是矩形.

24. (12 分) 平面直角坐标系 xOy 中 (如图), 已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过点 A (1, 0) 和 B (3, 0), 与 y 轴相交于点 C, 顶点为 P.

- (1) 求这条抛物线的表达式和顶点 P 的坐标;
- (2) 点 E 在抛物线的对称轴上, 且 $EA=EC$, 求点 E 的坐标;
- (3) 在 (2) 的条件下, 记抛物线的对称轴为直线 MN, 点 Q 在直线 MN 右侧的抛物线上, $\angle MEQ=\angle NEB$, 求点 Q 的坐标.



【考点】 HF: 二次函数综合题.

【专题】 15: 综合题.

【分析】 (1) 利用交点式写出抛物线解析式, 把一般式配成顶点式得到顶点 P 的坐标;

(2) 设 $E(2, t)$, 根据两点间的距离公式, 利用 $EA=EC$ 得到 $(2-1)^2+t^2=2^2+(t-3)^2$, 然后解方程求出 t 即可得到 E 点坐标;

(3) 直线 $x=2$ 交 x 轴于 F, 作 $MH \perp$ 直线 $x=2$ 于 H, 如图, 利用 $\tan \angle NEB = \frac{1}{2}$ 得到 $\tan \angle MEQ = \frac{1}{2}$, 设 $Q(m, m^2-4m+3)$, 则 $HE=m^2-4m+1$, $QH=m-2$, 再在 $Rt\triangle QHE$ 中利用正切的定义得到 $\tan \angle HEQ = \frac{QH}{HE} = \frac{1}{2}$, 即 $m^2-4m+1=2(m-2)$, 然后解方程求出 m 即可得到 Q 点坐标.

【解答】 解: (1) 抛物线解析式为 $y=(x-1)(x-3)$,

即 $y=x^2-4x+3$,

$$\therefore y=(x-2)^2-1,$$

$\therefore$ 顶点 P 的坐标为 (2, -1);

(2) 抛物线的对称轴为直线 $x=2$,

设 E (2, t),

$$\therefore EA=EC,$$

$$\therefore (2-1)^2+t^2=2^2+(t-3)^2, \text{ 解得 } t=2,$$

$\therefore$ E 点坐标为 (2, 2);

(3) 直线 $x=2$ 交 x 轴于 F, 作 $MH \perp$ 直线 $x=2$ 于 H, 如图,

$$\therefore \angle MEQ = \angle NEB,$$

$$\text{而 } \tan \angle NEB = \frac{BF}{EF} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \tan \angle MEQ = \frac{1}{2},$$

设 Q (m, m^2-4m+3), 则 $HE=m^2-4m+3-2=m^2-4m+1$, $QH=m-2$,

$$\text{在 Rt}\triangle QHE \text{ 中, } \tan \angle HEQ = \frac{QH}{HE} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore m^2-4m+1=2(m-2),$$

整理得 $m^2-6m+5=0$, 解得 $m_1=1$ (舍去), $m_2=5$,

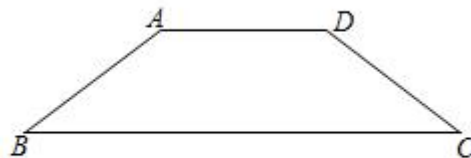
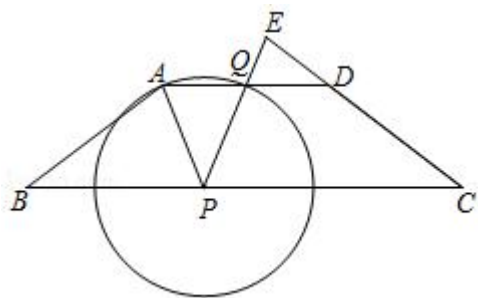
$\therefore$ Q 点的坐标为 (5, 8).

【点评】 本题考查了二次函数的综合题: 熟练掌握二次函数图象上点的坐标特征、二次函数的性质和锐角三角函数的定义; 会利用待定系数法求函数解析式; 理解坐标与图形性质, 记住两点间的距离公式.

25. (14 分) 如图, 已知在梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $AB=DC=AD=5$, $\sin B = \frac{3}{5}$,

P 是线段 BC 上一点, 以 P 为圆心, PA 为半径的 $\odot P$ 与射线 AD 的另一个交点为 Q, 射线 PQ 与射线 CD 相交于点 E, 设

$$BP=x$$



备用图

- (1) 求证: $\triangle ABP \sim \triangle ECP$;
- (2) 如果点 Q 在线段 AD 上 (与点 A、D 不重合), 设 $\triangle APQ$ 的面积为 y , 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出定义域;
- (3) 如果 $\triangle QED$ 与 $\triangle QAP$ 相似, 求 BP 的长.

【考点】MR: 圆的综合题.

【专题】152: 几何综合题.

【分析】(1) 想办法证明 $\angle B = \angle C$, $\angle APB = \angle EPC$ 即可解决问题;

(2) 作 $AM \perp BC$ 于 M, $PN \perp AD$ 于 N. 则四边形 AMPN 是矩形. 想办法求出 AQ、PN 的长即可解决问题;

(3) 因为 $DQ \parallel PC$, 所以 $\triangle EDQ \sim \triangle ECP$, 又 $\triangle ABP \sim \triangle ECP$, 推出 $\triangle EDQ \sim \triangle ABP$, 推出 $\triangle ABP$ 相似 $\triangle AQP$ 时, $\triangle QED$ 与 $\triangle QAP$ 相似, 分两种情形讨论即可解决问题;

【解答】(1) 证明: $\because$ 四边形 ABCD 是等腰梯形,

$$\therefore \angle B = \angle C,$$

$$\therefore PA = PQ,$$

$$\therefore \angle PAQ = \angle PQA,$$

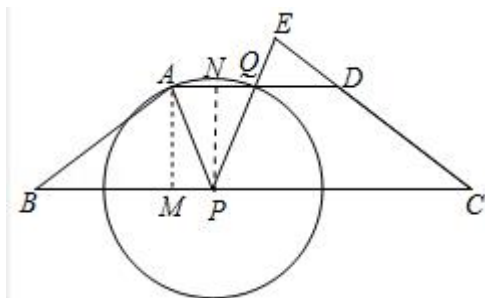
$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle PAQ = \angle APB, \quad \angle PQA = \angle EPC,$$

$$\therefore \angle APB = \angle EPC,$$

$$\therefore \triangle ABP \sim \triangle ECP.$$

(2) 解: 作 $AM \perp BC$ 于 M , $PN \perp AD$ 于 N . 则四边形 $AMPN$ 是矩形.



在 $\text{Rt}\triangle ABM$ 中, $\therefore \sin B = \frac{AM}{AB} = \frac{3}{5}$, $AB=5$,

$$\therefore AM=3, \quad BM=4,$$

$$\therefore PM=AN=x-4, \quad AM=PN=3,$$

$$\therefore PA=PQ, \quad PN \perp AQ,$$

$$\therefore AQ=2AN=2(x-4),$$

$$\therefore y = \frac{1}{2} \cdot AQ \cdot PN = 3x - 12 \quad (4 < x < 6.5).$$

(3) 解: $\therefore DQ \parallel PC$,

$$\therefore \triangle EDQ \sim \triangle ECP, \quad \therefore \triangle ABP \sim \triangle ECP,$$

$$\therefore \triangle EDQ \sim \triangle ABP,$$

$\therefore \triangle ABP$ 相似 $\triangle AQP$ 时, $\triangle QED$ 与 $\triangle QAP$ 相似,

$$\therefore PQ=PA, \quad \angle APB = \angle PAQ,$$

$\therefore$ 当 $BA=BP$ 时, $\triangle BAP \sim \triangle PAQ$, 此时 $BP=AB=5$,

当 $AB=AP$ 时, $\triangle APB \sim \triangle PAQ$, 此时 $PB=2BM=8$,

综上所述，当 $PB=5$ 或 8 时， $\triangle QED$ 与 $\triangle QAP$ 相似.

【点评】 本题考查几何综合题、圆的有关性质、等腰梯形的性质，锐角三角函数、相似三角形的判定和性质、平行线的性质等知识，解题的关键是正确寻找相似三角形解决问题，学会添加常用辅助线，构造直角三角形和特殊四边形解决问题，属于中考压轴题.