

## 2018 年上海市虹口区中考数学二模试卷

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分) [下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.]

1. (4 分) 下列实数中，有理数是 ( )

- A.  $\sqrt{3}$                       B.  $\sqrt[3]{9}$                       C.  $\pi$                       D. 0

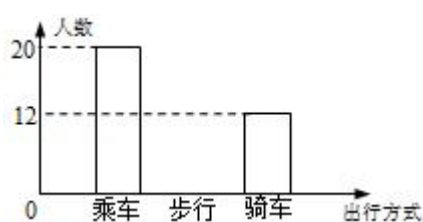
2. (4 分) 如果关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 2x + k = 0$  有两个不相等的实数根，那么  $k$  的取值范围是 ( )

- A.  $k < 1$                       B.  $k < 1$  且  $k \neq 0$                       C.  $k > 1$                       D.  $k > 1$  且  $k \neq 0$ .

3. (4 分) 如果将抛物线  $y = x^2$  向左平移 1 个单位，那么所得新抛物线的表达式是 ( )

- A.  $y = x^2 + 1$                       B.  $y = x^2 - 1$                       C.  $y = (x + 1)^2$                       D.  $y = (x - 1)^2$ .

4. (4 分) 如图，是某中学九 (3) 班学生外出方式 (乘车、步行、骑车) 的不完整频数 (人数) 分布直方图. 如果乘车的频率是 0.4，那么步行的频率为 ( )



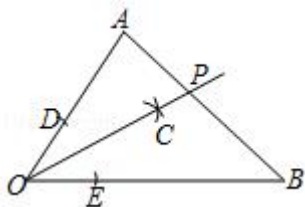
- A. 0.4                      B. 0.36                      C. 0.3                      D. 0.24

5. (4 分) 数学课上，小明进行了如下的尺规作图 (如图所示)：

- (1) 在  $\triangle AOB$  ( $OA < OB$ ) 边  $OA$ 、 $OB$  上分别截取  $OD$ 、 $OE$ ，使得  $OD = OE$ ；  
(2) 分别以点  $D$ 、 $E$  为圆心，以大于  $\frac{1}{2}DE$  为半径作弧，两弧交于  $\triangle AOB$  内的一点  $C$ ；

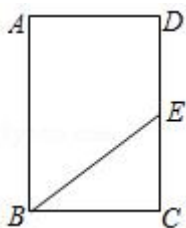
(3) 作射线 OC 交 AB 边于点 P.

那么小明所求作的线段  $OP$  是  $\triangle AOB$  的 ( )



- A. 一条中线  
B. 一条高  
C. 一条角平分线  
D. 不确定

6. (4分) 如图, 在矩形  $ABCD$  中, 点  $E$  是  $CD$  的中点, 联结  $BE$ , 如果  $AB=6$ ,  $BC=4$ , 那么分别以  $AD$ 、 $BE$  为直径的  $\odot M$  与  $\odot N$  的位置关系是 ( )



- A. 外离                  B. 外切                  C. 相交                  D. 内切

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分) [请将结果直接填入答题纸的相应位置]

7. (4 分)  $a^6 \div a^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

8. (4 分) 某病毒的直径是 0.000 068 毫米, 这个数据用科学记数法表示为 \_\_\_\_\_ 毫米.

9. (4分) 不等式组  $\begin{cases} -x > 1 \\ 2x < 4 \end{cases}$  的解集是\_\_\_\_\_.

10. (4分) 方程 $\sqrt{-x+2}=x$ 的解为\_\_\_\_\_.

11. (4 分) 已知反比例函数  $y = \frac{3-a}{x}$ , 如果当  $x > 0$  时,  $y$  随自变量  $x$  的增大而增大, 那么  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

12. (4分) 请写出一个图象的对称轴为  $y$  轴, 开口向下, 且经过点  $(1, -2)$  的二次函数解析式, 这个二次函数的解析式可以是\_\_\_\_\_.

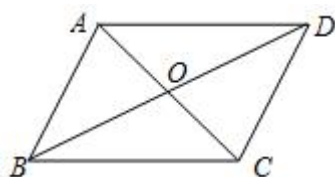
13. (4分) 掷一枚材质均匀的骰子, 掷得的点数为素数的概率是\_\_\_\_\_.

14. (4分) 在植树节当天, 某校一个班的学生分成 10 个小组参加植树造林活动, 如果 10 个小组植树的株数情况见下表, 那么这 10 个小组植树株数的平均数是\_\_\_\_\_株.

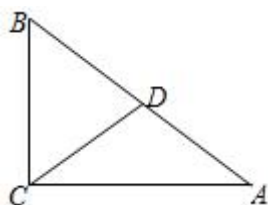
|          |   |   |   |
|----------|---|---|---|
| 植树株数 (株) | 5 | 6 | 7 |
| 小组个数     | 3 | 4 | 3 |

15. (4分) 如果正六边形的两条平行边间的距离是  $2\sqrt{3}$ , 那么这个正六边形的边长为\_\_\_\_\_.

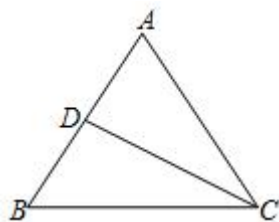
16. (4分) 如图, 在  $\square ABCD$  中, 对角线  $AC$  与  $BD$  相交于点  $O$ , 如果  $\overrightarrow{AC} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{BD} = \vec{b}$ , 那么用向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  表示向量  $\overrightarrow{AB}$  是\_\_\_\_\_.



17. (4分) 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AB = 10$ ,  $\sin A = \frac{3}{5}$ ,  $CD$  为  $AB$  边上的中线, 以点  $B$  为圆心,  $r$  为半径作  $\odot B$ . 如果  $\odot B$  与中线  $CD$  有且只有一个公共点, 那么  $\odot B$  的半径  $r$  的取值范围为\_\_\_\_\_.



18. (4分) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $BC = 8$ ,  $\tan B = \frac{3}{2}$ , 点  $D$  是  $AB$  的中点, 如果把  $\triangle BCD$  沿直线  $CD$  翻折, 使得点  $B$  落在同一平面内的  $B'$  处, 联结  $AB'$ , 那么  $AB'$  的长为\_\_\_\_\_.



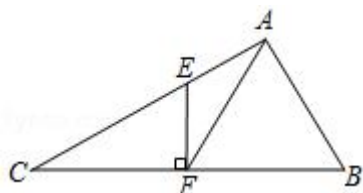
### 三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (10 分) 先化简，再求值：  $(a-1-\frac{3}{a+1}) \div \frac{a^2-4a+4}{a+1}$ ，其中  $a=\sqrt{3}$ .

20. (10 分) 解方程组：  $\begin{cases} x^2-4xy+4y^2=4, & \textcircled{1} \\ x+2y=6, & \textcircled{2} \end{cases}$

21. (10 分) 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\sin B = \frac{4}{5}$ ，点 F 在 BC 上， $AB=AF=5$ ，过点 F

作  $EF \perp CB$  交 AC 于点 E，且  $AE:EC=3:5$ ，求 BF 的长与  $\sin C$  的值.

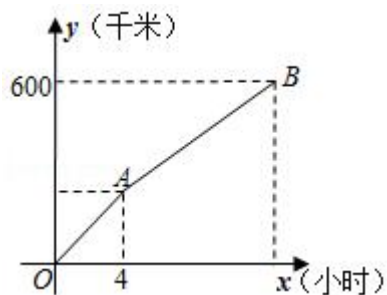


22. (10 分) 甲、乙两车需运输一批货物到 600 公里外的某地，原计划甲车的速度比乙车每小时多 10 千米，这样甲车将比乙车早到 2 小时. 实际甲车以原计划的速度行驶了 4 小时后，以较低速度继续行驶，结果甲、乙两车同时到达.

$x$  (小时)  $y$  (千米)

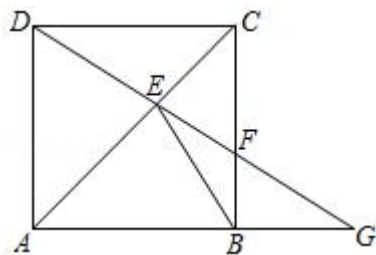
(1) 求甲车原计划的速度;

(2) 如图是甲车行驶的路程  $y$  (千米) 与时间  $x$  (小时) 的不完整函数图象，那么点 A 的坐标为\_\_\_\_，点 B 的坐标为\_\_\_\_，4 小时后的  $y$  与  $x$  的函数关系式为\_\_\_\_ (不要求写定义域).



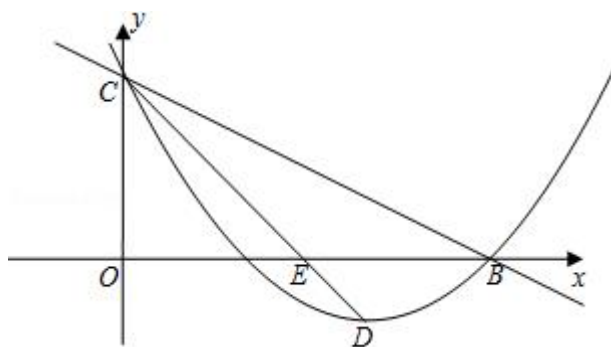
23. (12 分) 如图, 四边形  $ABCD$  是矩形,  $E$  是对角线  $AC$  上的一点,  $EB=ED$  且  $\angle ABE=\angle ADE$ .

- (1) 求证: 四边形  $ABCD$  是正方形;
- (2) 延长  $DE$  交  $BC$  于点  $F$ , 交  $AB$  的延长线于点  $G$ , 求证:  $EF \cdot AG = BC \cdot BE$ .



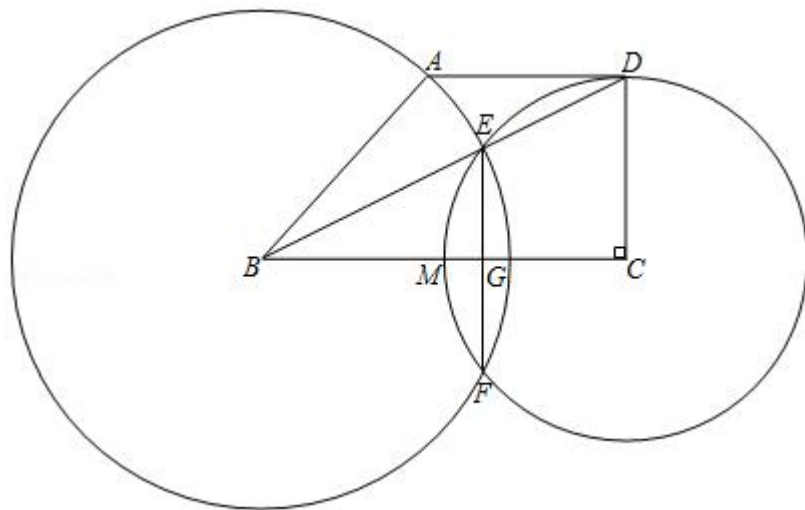
24. (12 分) 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y=ax^2-2x+c$  与直线  $y=-\frac{1}{2}x+3$  分别交于  $x$  轴、 $y$  轴上的  $B$ 、 $C$  两点, 抛物线的顶点为点  $D$ , 联结  $CD$  交  $x$  轴于点  $E$ .

- (1) 求抛物线的解析式以及点  $D$  的坐标;
- (2) 求  $\tan \angle BCD$ ;
- (3) 点  $P$  在直线  $BC$  上, 若  $\angle PEB = \angle BCD$ , 求点  $P$  的坐标.



25. (14 分) 如图, 在梯形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ ,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $DC = 5$ , 以  $CD$  为半径的  $\odot C$  与以  $AB$  为半径的  $\odot B$  相交于点  $E$ 、 $F$ , 且点  $E$  在  $BD$  上, 联结  $EF$  交  $BC$  于点  $G$ .

- (1) 设  $BC$  与  $\odot C$  相交于点  $M$ , 当  $BM = AD$  时, 求  $\odot B$  的半径;
- (2) 设  $BC = x$ ,  $EF = y$ , 求  $y$  关于  $x$  的函数关系式, 并写出它的定义域;
- (3) 当  $BC = 10$  时, 点  $P$  为平面内一点, 若  $\odot P$  与  $\odot C$  相交于点  $D$ 、 $E$ , 且以  $A$ 、 $E$ 、 $P$ 、 $D$  为顶点的四边形是梯形, 请直接写出  $\odot P$  的面积. (结果保留  $\pi$ )



## 2018 年上海市虹口区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分) [下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.]

1. (4 分) 下列实数中，有理数是 ( )

- A.  $\sqrt{3}$                       B.  $\sqrt[3]{9}$                       C.  $\pi$                       D. 0

【考点】27：实数.

【专题】511：实数.

【分析】根据有理数的意义，无理数的意义，可得答案.

【解答】解： $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt[3]{9}$ ,  $\pi$  是无理数,

0 是有理数,

故选：D.

【点评】本题考查了实数，有理数是有限小数或无限循环小数，无理数是无限不循环小数.

2. (4 分) 如果关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 2x + k = 0$  有两个不相等的实数根，那么  $k$  的取值范围是 ( )

- A.  $k < 1$                       B.  $k < 1$  且  $k \neq 0$                       C.  $k > 1$                       D.  $k > 1$  且  $k \neq 0$ .

【考点】AA：根的判别式.

【专题】1：常规题型；523：一元二次方程及应用.

【分析】由方程根的个数，根据根的判别式可得到关于  $k$  的不等式，则可求得  $k$  的取值范围.

【解答】解：

∴关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 2x + k = 0$  有两个不相等的实数根,

∴  $\Delta > 0$ , 即  $(-2)^2 - 4k > 0$ , 解得  $k < 1$ ,

故选: A.

**【点评】** 本题主要考查根的判别式, 熟练掌握一元二次方程根的个数与根的判别式的关系是解题的关键.

3. (4 分) 如果将抛物线  $y = x^2$  向左平移 1 个单位, 那么所得新抛物线的表达式是 ( )

A.  $y = x^2 + 1$       B.  $y = x^2 - 1$       C.  $y = (x + 1)^2$       D.  $y = (x - 1)^2$ .

**【考点】** H6: 二次函数图象与几何变换.

**【专题】** 535: 二次函数图象及其性质.

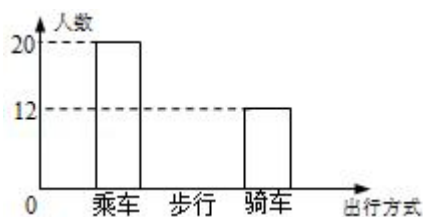
**【分析】** 先把函数化为顶点式的形式, 再根据“左加右减”的法则即可得出结论

**【解答】** 解: ∵ 抛物线  $y = x^2$  向左平移 1 个单位后, 所得新抛物线的表达式为  $y = (x + 1)^2$ ,

故选: C.

**【点评】** 本题考查的是二次函数的图象与几何变换, 熟知“上加下减, 左加右减”的法则是解答此题的关键.

4. (4 分) 如图, 是某中学九 (3) 班学生外出方式 (乘车、步行、骑车) 的不完整频数 (人数) 分布直方图. 如果乘车的频率是 0.4, 那么步行的频率为 ( )



A. 0.4      B. 0.36      C. 0.3      D. 0.24

【考点】V8: 频数（率）分布直方图.

【专题】1: 常规题型.

【分析】根据乘车的人数和频率，求出总人数，再根据直方图给出的数据求出步行的人数，从而得出步行的频率.

【解答】解：∵乘车的有 20 人，它的频率是 0.4，

∴总人数是  $\frac{20}{0.4}=50$  人，

∴步行的频率为  $\frac{50-20-12}{50}=0.36$ ;

故选：B.

【点评】此题考查了频数（率）分布直方图，利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题.

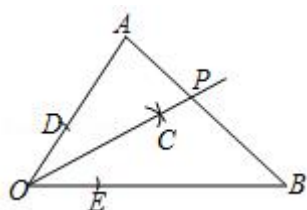
5. (4 分) 数学课上，小明进行了如下的尺规作图（如图所示）：

(1) 在  $\triangle AOB$  ( $OA < OB$ ) 边  $OA$ 、 $OB$  上分别截取  $OD$ 、 $OE$ ，使得  $OD=OE$ ;

(2) 分别以点  $D$ 、 $E$  为圆心，以大于  $\frac{1}{2}DE$  为半径作弧，两弧交于  $\triangle AOB$  内的一点  $C$ ;

(3) 作射线  $OC$  交  $AB$  边于点  $P$ .

那么小明所求作的线段  $OP$  是  $\triangle AOB$  的 ( )



A. 一条中线

B. 一条高

C. 一条角平分线

D. 不确定

【考点】N3: 作图—复杂作图.

【专题】13: 作图题.

【分析】利用基本作图可判定射线平分 $\angle AOB$ ，从而可判断 $OP$ 为 $\triangle ABC$ 的角平分线.

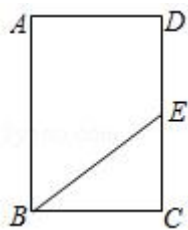
【解答】解：利用作法可判断 $OC$ 平分 $\angle AOB$ ,

所以 $OP$ 为 $\triangle AOB$ 的角平分线.

故选：C.

【点评】本题考查了作图—复杂作图：复杂作图是在五种基本作图的基础上进行作图，一般是结合了几何图形的性质和基本作图方法．解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质，结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作．

6. (4分) 如图，在矩形 $ABCD$ 中，点 $E$ 是 $CD$ 的中点，联结 $BE$ ，如果 $AB=6$ ， $BC=4$ ，那么分别以 $AD$ 、 $BE$ 为直径的 $\odot M$ 与 $\odot N$ 的位置关系是（ ）



- A. 外离                      B. 外切                      C. 相交                      D. 内切

【考点】LB：矩形的性质；MJ：圆与圆的位置关系.

【专题】1：常规题型.

【分析】直接利用已知得出两圆的半径，进而得出两圆位置关系.

【解答】解：如图所示：连接 $MN$ ,

可得 $M$ 是 $AD$ 的中点， $N$ 是 $BE$ 的中点，

则 $MN$ 是梯形 $ABED$ 的中位线，

$$\text{则 } MN = \frac{1}{2} (AB + DE) = 4.5,$$

$$\therefore EC = 3, \quad BC = AD = 4,$$

$$\therefore BE = 5,$$

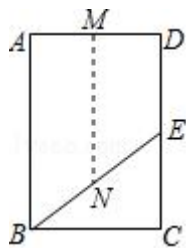
则 $\odot N$ 的半径为 2.5,

$\odot M$ 的半径为 2,

则  $2+2.5=4.5$ .

故 $\odot M$ 与 $\odot N$ 的位置关系是: 外切.

故选: B.



**【点评】**此题主要考查了圆与圆的位置关系, 正确得出两圆心距离是解题关键.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分) [请将结果直接填入答题纸的相应位置]

7. (4 分)  $a^6 \div a^2 = \underline{a^4}$ .

**【考点】**48: 同底数幂的除法.

**【分析】**根据同底数幂的除法, 可得答案.

**【解答】**解:  $a^6 \div a^2 = a^4$ .

故答案为:  $a^4$ .

**【点评】**本题考查了同底数幂的除法, 同底数幂的除法底数不变指数相减.

8. (4 分) 某病毒的直径是 0.000 068 毫米, 这个数据用科学记数法表示为  $\underline{6.8} \times 10^{-5}$  毫米.

**【考点】**1J: 科学记数法—表示较小的数.

**【专题】**1: 常规题型.

**【分析】**绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示, 一般形式为  $a \times 10^{-n}$ , 与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂, 指数由原数左边起

第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

**【解答】**解:  $0.000\ 068=6.8 \times 10^{-5}$ .

故答案为:  $6.8 \times 10^{-5}$ .

**【点评】** 本题考查用科学记数法表示较小的数, 一般形式为  $a \times 10^{-n}$ , 其中  $1 \leq |a| < 10$ ,  $n$  为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

9. (4 分) 不等式组  $\begin{cases} -x > 1 \\ 2x < 4 \end{cases}$  的解集是  $x < -1$ .

**【考点】** CB: 解一元一次不等式组.

**【专题】** 52: 方程与不等式.

**【分析】** 根据一元一次不等式的解法分别解出两个不等式, 根据不等式的解集确定方法得到不等式组的解集.

**【解答】** 解:  $\begin{cases} -x > 1 \text{ ①} \\ 2x < 4 \text{ ②} \end{cases}$ ,

解不等式①, 得  $x < -1$ ,

解不等式②, 得  $x < 2$ ,

所以不等式组的解集为:  $x < -1$ .

**【点评】** 本题考查的是一元一次不等式组的解法, 掌握确定解集的规律: 同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到是解题的关键.

10. (4 分) 方程  $\sqrt{-x+2}=x$  的解为  $x=1$ .

**【考点】** AG: 无理方程.

**【专题】** 11: 计算题; 511: 实数.

**【分析】** 方程两边平方, 将无理方程转化为整式方程, 求出  $x$  的值, 经检验即可得到无理方程的解.

**【解答】** 解: 两边平方得:  $-x+2=x^2$ , 即  $(x-1)(x+2)=0$ ,

解得：  $x=1$  或  $x=-2$ ，

经检验  $x=-2$  是增根，无理方程的解为  $x=1$ ，

故答案为：  $x=1$

【点评】此题考查了无理方程，利用了转化的思想，解无理方程注意要验根.

11. (4分) 已知反比例函数  $y=\frac{3-a}{x}$ ，如果当  $x>0$  时， $y$  随自变量  $x$  的增大而增大，

那么  $a$  的取值范围为  $a>3$ .

【考点】G4: 反比例函数的性质.

【专题】17: 推理填空题.

【分析】根据反比例函数  $y=\frac{3-a}{x}$ ，如果当  $x>0$  时， $y$  随自变量  $x$  的增大而增大，

可以得到  $3-a<0$ ，从而可以解答本题.

【解答】解：  $\because$  反比例函数  $y=\frac{3-a}{x}$ ，如果当  $x>0$  时， $y$  随自变量  $x$  的增大而增大，

$\therefore 3-a<0$ ，

解得，  $a>3$ ，

故答案为：  $a>3$ .

【点评】本题考查反比例函数的性质，解答本题的关键是明确题意，利用反比例函数的性质解答.

12. (4分) 请写出一个图象的对称轴为  $y$  轴，开口向下，且经过点  $(1, -2)$

的二次函数解析式，这个二次函数的解析式可以是  $y=-x^2-1$  等 (答案不唯一).

【考点】H3: 二次函数的性质.

【专题】1: 常规题型.

【分析】设二次函数解析式为  $y=ax^2+c$ ，将  $(1, -2)$  代入解析式，得到关于  $a$ 、

c 的关系式，从而推知 a、c 的值.

**【解答】**解：∵对称轴为 y 轴，

∴设二次函数解析式为  $y=ax^2+c$ ，

将 (1, -2) 代入解析式，得  $a+c=-2$ ，

不妨取  $a=-1$ ， $c=-1$ ，得解析式为  $y=-x^2-1$ ，答案不唯一.

故答案为： $y=-x^2-1$  等（答案不唯一）.

**【点评】**此题考查了二次函数的性质，要熟悉对称轴公式、二次函数成立的条件，要注意此题具有开放性，答案不唯一.

13. (4 分) 掷一枚材质均匀的骰子，掷得的点数为素数的概率是  $\frac{1}{2}$ .

**【考点】**X4：概率公式.

**【专题】**1：常规题型；543：概率及其应用.

**【分析】**根据概率的求法，找准两点：①全部情况的总数；②符合条件的情况数目；二者的比值就是其发生的概率.

**【解答】**解：掷一枚质地均匀的骰子，掷得的点数可能是 1、2、3、4、5、6 中的任意一个数，

共有六种可能，其中 2、3、5 是素数，

所以概率为  $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ ，

故答案为： $\frac{1}{2}$ .

**【点评】**本题主要考查概率的求法，用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

14. (4 分) 在植树节当天，某校一个班的学生分成 10 个小组参加植树造林活动，如果 10 个小组植树的株数情况见下表，那么这 10 个小组植树株数的平均数是 6 株.

|          |   |   |   |
|----------|---|---|---|
| 植树株数 (株) | 5 | 6 | 7 |
| 小组个数     | 3 | 4 | 3 |

【考点】W2: 加权平均数.

【专题】11: 计算题; 542: 统计的应用.

【分析】根据加权平均数的定义列式计算可得.

【解答】解: 这 10 个小组植树株数的平均数是  $\frac{5 \times 3 + 6 \times 4 + 7 \times 3}{10} = 6$  (株),

故答案为: 6.

【点评】本题考查的是平均数, 解题的关键是熟练掌握加权平均数的定义.

15. (4 分) 如果正六边形的两条平行边间的距离是  $2\sqrt{3}$ , 那么这个正六边形的边长为 2.

【考点】JA: 平行线的性质; MM: 正多边形和圆.

【专题】1: 常规题型.

【分析】根据题意画出图形, 再根据正六边形的性质求出  $\angle ABC$  的度数, 连接 AC, 过 B 作  $BD \perp AC$  于点 D, 有垂径定理可得出  $AD=AC$ , 求出  $\angle ABD$  的度数, 再根据锐角三角函数的定义即可得出 AB 的长.

【解答】解: 如图所示,

$\therefore$  此正多边形是正六边形,

$\therefore \angle ABC = 120^\circ$ ,

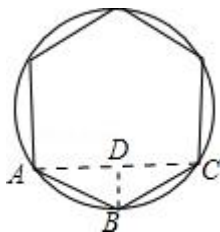
连接 AC, 过 B 作  $BD \perp AC$  于点 D,

$\therefore AC = 2\sqrt{3}$ ,

$\therefore AD = \sqrt{3}$ ,  $\angle ABD = \frac{1}{2} \angle ABC = 60^\circ$ ,

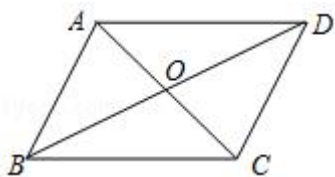
$\therefore AB = \frac{AD}{\sin \angle ABD} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2$ .

故答案为: 2.



【点评】 本题考查的是正六边形和圆，根据题意画出图形，利用数形结合求解是解答此题的关键.

16. (4 分) 如图, 在  $\square ABCD$  中, 对角线  $AC$  与  $BD$  相交于点  $O$ , 如果  $\overrightarrow{AC} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{BD} = \vec{b}$ , 那么用向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  表示向量  $\overrightarrow{AB}$  是  $\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$ .



【考点】 L5: 平行四边形的性质; LM: \*平面向量.

【专题】 555: 多边形与平行四边形.

【分析】 根据平行四边形的性质可得出  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DB} = -\frac{1}{2}\vec{b}$ , 将其代入  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$  中即可求出结论.

【解答】 解:  $\because$  四边形  $ABCD$  为平行四边形,

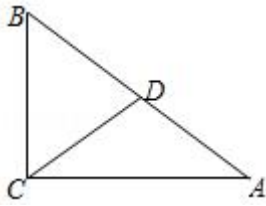
$$\therefore \overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{a}, \quad \overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DB} = -\frac{1}{2}\vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}.$$

故答案为:  $\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$ .

【点评】 本题考查了平面向量以及平行四边形的性质, 根据平行四边形的性质找出  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DB}$  是解题的关键.

17. (4 分) 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AB = 10$ ,  $\sin A = \frac{3}{5}$ ,  $CD$  为  $AB$  边上的中线, 以点  $B$  为圆心,  $r$  为半径作  $\odot B$ . 如果  $\odot B$  与中线  $CD$  有且只有一个公共点, 那么  $\odot B$  的半径  $r$  的取值范围为  $5 < r \leq 6$  或  $r = \frac{24}{5}$ .



【考点】KP：直角三角形斜边上的中线；MB：直线与圆的位置关系；T7：解直角三角形.

【专题】554：等腰三角形与直角三角形；55A：与圆有关的位置关系.

【分析】根据三角函数可得 BC，AC，根据直角三角形斜边上的中线的性质可求 CD，BD，根据三角形面积公式可求 CD 边的高，再根据直线与圆的位置关系即可求解.

【解答】解：∵在 Rt△ABC 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AB=10$ ， $\sin A=\frac{3}{5}$ ，

∴ $BC=6$ ， $AC=8$ ，

∴CD 为 AB 边上的中线，

∴ $CD=BD=5$ ，

∴CD 边的高 $=6 \times 8 \div 2 \div 5 = \frac{24}{5}$ ，

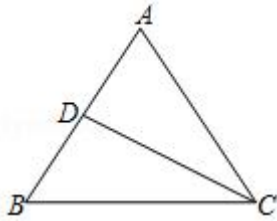
∴⊙B 与中线 CD 有且只有一个公共点，

∴⊙B 的半径 r 的取值范围为  $5 < r \leq 6$  或  $r = \frac{24}{5}$ .

故答案为： $5 < r \leq 6$  或  $r = \frac{24}{5}$ .

【点评】本题考查了直线与圆的位置关系、三角形的面积、直角三角形斜边上的中线、解直角三角形等知识；熟练掌握直线与圆的位置关系，由三角函数求出 BC 是解决问题的关键.

18. (4 分) 如图，在△ABC 中， $AB=AC$ ， $BC=8$ ， $\tan B=\frac{3}{2}$ ，点 D 是 AB 的中点，如果把△BCD 沿直线 CD 翻折，使得点 B 落在同一平面内的 B'处，联结 AB'，那么 AB'的长为  $\frac{2}{5}\sqrt{5}$ .

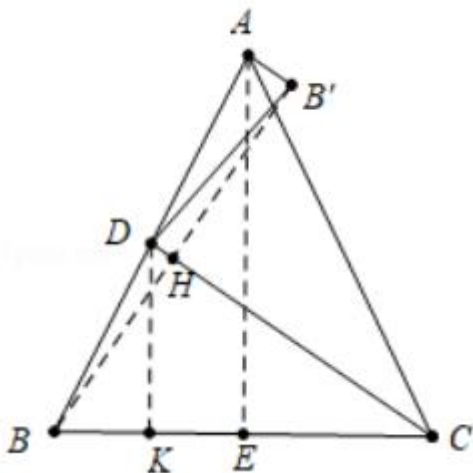


【考点】KH：等腰三角形的性质；PB：翻折变换（折叠问题）；T7：解直角三角形.

【专题】17：推理填空题.

【分析】如图，作  $AE \perp BC$  于  $E$ ， $DK \perp BC$  于  $K$ ，连接  $BB'$  交  $CD$  于  $H$ ．只要证明  $\angle AB'B = 90^\circ$ ，求出  $AB$ 、 $BB'$ ，理由勾股定理即可解决问题；

【解答】解：如图，作  $AE \perp BC$  于  $E$ ， $DK \perp BC$  于  $K$ ，连接  $BB'$  交  $CD$  于  $H$ ．



$$\because AB=AC, AE \perp BC,$$

$$\therefore BE=EC=4,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABE \text{ 中, } \therefore \tan B = \frac{3}{4} = \frac{AE}{BE},$$

$$\therefore AE=6, AB=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13},$$

$$\because DK \parallel AE, BD=AD,$$

$$\therefore BK=EK=2,$$

$$\therefore DK=\frac{1}{2}AE=3,$$

在  $\text{Rt}\triangle CDK$  中,  $CD=\sqrt{3^2+6^2}=3\sqrt{5}$ ,

$\therefore B、B'$  关于  $CD$  对称,

$\therefore BB' \perp CD$ ,  $BH=HB'$

$$\therefore S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot DK = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot BH,$$

$$\therefore BH = \frac{8\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore BB' = \frac{16\sqrt{5}}{5},$$

$\therefore BD=AD=DB'$ ,

$\therefore \angle AB'B=90^\circ$ ,

$$\therefore AB' = \sqrt{AB^2 - BB'^2} = \frac{2\sqrt{5}}{5},$$

故答案为  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ .

**【点评】** 本题考查翻折变换、等腰三角形的性质、解直角三角形等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 构造直角三角形解决问题, 属于中考常考题型.

### 三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 先化简, 再求值:  $(a-1-\frac{3}{a+1}) \div \frac{a^2-4a+4}{a+1}$ , 其中  $a=\sqrt{3}$ .

**【考点】** 6D: 分式的化简求值.

**【专题】** 1: 常规题型.

**【分析】** 首先将括号里面通分运算, 再将分子与分母分解因式, 进而化简得出答案.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: 原式} &= \frac{a^2-1-3}{a+1} \cdot \frac{a+1}{a^2-4a+4} \\ &= \frac{(a+2)(a-2)}{a+1} \cdot \frac{a+1}{(a-2)^2} \\ &= \frac{a+2}{a-2}, \end{aligned}$$

当  $a=\sqrt{3}$  时,

$$\text{原式} = \frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}-2} = -7 - 4\sqrt{3}.$$

【点评】此题主要考查了分式的化简求值，正确分解因式是解题关键.

20. (10分) 解方程组: 
$$\begin{cases} x^2 - 4xy + 4y^2 = 4, & \text{①} \\ x + 2y = 6, & \text{②} \end{cases}$$

【考点】AF: 高次方程.

【专题】1: 常规题型.

【分析】根据平方根的意义，把方程组中①变形为:  $x - 2y = 2$  或  $x - 2y = -2$ ，它们与方程组②组成二元一次方程组，求解即可.

【解答】解: 由①得,  $x - 2y = 2$  或  $x - 2y = -2$

将它们与方程②分别组成方程组, 得: 
$$\begin{cases} x - 2y = 2 \\ x + 2y = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x - 2y = -2 \\ x + 2y = 6 \end{cases}$$

解  $\begin{cases} x - 2y = 2 \\ x + 2y = 6 \end{cases}$ , 得  $\begin{cases} x_1 = 4 \\ y_1 = 1 \end{cases}$ ;

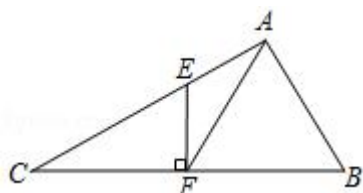
解  $\begin{cases} x - 2y = -2 \\ x + 2y = 6 \end{cases}$ , 得  $\begin{cases} x_2 = 2 \\ y_2 = 2 \end{cases}$ .

所以原方程组的解为:  $\begin{cases} x_1 = 4 \\ y_1 = 1 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 2 \\ y_2 = 2 \end{cases}$ .

【点评】本题考查了二元二次方程组的解法，把组中的高次方程降次，重新得到方程组是解决本类题目的常见办法. 另本题亦可把组中的②变形，用含一个未知数的代数式表示出另一个未知数，代入①解一元二次方程，先求出一个未知数的值，再求方程组的解.

21. (10分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\sin B = \frac{4}{5}$ ，点F在BC上， $AB = AF = 5$ ，过点F

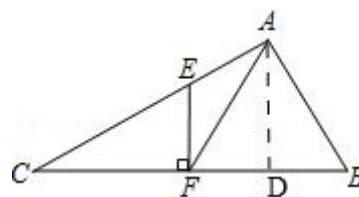
作 $EF \perp CB$ 交AC于点E，且 $AE:EC = 3:5$ ，求BF的长与 $\sin C$ 的值.



【考点】T7: 解直角三角形.

【专题】55: 几何图形.

【分析】过点 A 作  $AD \perp CB$ ，垂足为点 D，根据解直角三角形的计算解答即可.



【解答】解：过点 A 作  $AD \perp CB$ ，垂足为点 D，

$$\therefore \sin B = \frac{4}{5},$$

$$\therefore \cos B = \frac{3}{5},$$

在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中， $BD = AB \cdot \cos B = 5 \times \frac{3}{5} = 3$ ,

$$\therefore AB = AF \quad AD \perp CB,$$

$$\therefore BF = 2BD = 6,$$

$$\therefore EF \perp CB \quad AD \perp CB,$$

$$\therefore EF \parallel AD,$$

$$\therefore \frac{DF}{CF} = \frac{AE}{EC},$$

$$\therefore AE : EC = 3 : 5 \quad DF = BD = 3,$$

$$\therefore CF = 5,$$

$$\therefore CD = 8,$$

在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中， $AD = AB \cdot \sin B = 5 \times \frac{4}{5} = 4$ ,

在  $\text{Rt}\triangle ACD$  中， $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = 4\sqrt{5}$ ,

$$\therefore \sin C = \frac{AD}{AC} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

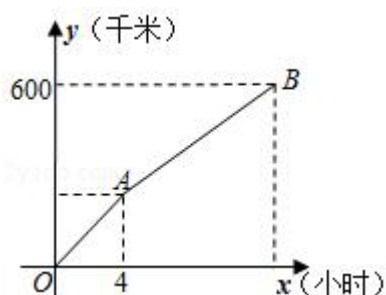
【点评】此题考查解直角三角形问题，关键是解直角三角形的计算解答.

22. (10 分) 甲、乙两车需运输一批货物到 600 公里外的某地，原计划甲车的速度比乙车每小时多 10 千米，这样甲车将比乙车早到 2 小时. 实际甲车以原计划的速度行驶了 4 小时后，以较低速度继续行驶，结果甲、乙两车同时到达.

$x$  (小时)  $y$  (千米)

(1) 求甲车原计划的速度;

(2) 如图是甲车行驶的路程  $y$  (千米) 与时间  $x$  (小时) 的不完整函数图象, 那么点 A 的坐标为 (4, 240), 点 B 的坐标为 (12, 600), 4 小时后的  $y$  与  $x$  的函数关系式为  $y=45x+60$  (不要求写定义域).



【考点】FH: 一次函数的应用.

【专题】53: 函数及其图象.

【分析】(1) 设甲车原计划的速度为  $x$  千米/小时, 根据图象列出方程解答即可;

(2) 根据图象得出坐标和关系式即可.

【解答】解: (1) 设甲车原计划的速度为  $x$  千米/小时

$$\text{由题意得 } \frac{600}{x-10} - \frac{600}{x} = 2,$$

$$\text{解得 } x_1 = -50, x_2 = 60$$

经检验,  $x_1 = -50, x_2 = 60$  都是原方程的解, 但  $x_1 = -50$  不符合题意, 舍去

$$\therefore x = 60,$$

答: 甲车原计划的速度为 60 千米/小时;

$$(2) 4 \times 60 = 240,$$

所以点 A 的坐标为 (4, 240);

点 B 的坐标为 (12, 600);

4 小时后的  $y$  与  $x$  的函数关系式为  $y=45x+60$ ;

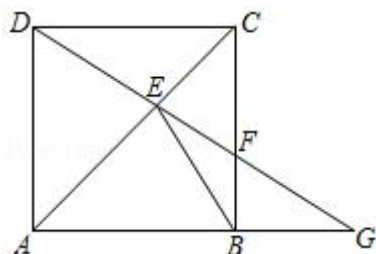
故答案为: (4, 240); (12, 600);  $y=45x+60$

**【点评】** 本题考查了一次函数的应用及函数的图象, 解答本题的关键是仔细观察所给图象, 理解每个拐点的实际意义, 注意数形结合思想的运用.

23. (12 分) 如图, 四边形  $ABCD$  是矩形,  $E$  是对角线  $AC$  上的一点,  $EB=ED$  且  $\angle ABE=\angle ADE$ .

(1) 求证: 四边形  $ABCD$  是正方形;

(2) 延长  $DE$  交  $BC$  于点  $F$ , 交  $AB$  的延长线于点  $G$ , 求证:  $EF \cdot AG = BC \cdot BE$ .



**【考点】** LB: 矩形的性质; LG: 正方形的判定与性质; S9: 相似三角形的判定与性质.

**【专题】** 152: 几何综合题.

**【分析】** (1) 根据邻边相等的矩形是正方形即可证明;

(2) 由  $AD \parallel BC$ , 推出  $\frac{EF}{DE} = \frac{EC}{EA}$ , 同理  $\frac{DC}{AG} = \frac{EC}{EA}$ , 由  $DE=BE$ , 四边形  $ABCD$  是正方形, 推出  $BC=DC$ , 可得  $\frac{EF}{BE} = \frac{BC}{AG}$  解决问题;

**【解答】** (1) 证明: 连接  $BD$ .

$$\because EB=ED,$$

$$\therefore \angle EBD=\angle EDB,$$

$$\because \angle ABE=\angle ADE,$$

$$\therefore \angle ABD=\angle ADB,$$

$\therefore AB=AD$ ,

$\therefore$  四边形 ABCD 是矩形,

$\therefore$  四边形 ABCD 是正方形.

(2) 证明:  $\therefore$  四边形 ABCD 是矩形

$\therefore AD \parallel BC$ ,

$$\therefore \frac{EF}{DE} = \frac{EC}{EA},$$

同理  $\frac{DC}{AG} = \frac{EC}{EA},$

$\therefore DE=BE$ ,

$\therefore$  四边形 ABCD 是正方形,

$\therefore BC=DC$ ,

$$\therefore \frac{EF}{BE} = \frac{BC}{AG},$$

$\therefore EF \cdot AG = BC \cdot BE$ .

**【点评】** 本题考查相似三角形的判定和性质、矩形的性质、正方形的性质和判定等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 属于中考常考题型.

24. (12 分) 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y=ax^2-2x+c$  与直线  $y=-\frac{1}{2}x+3$  分别交于  $x$  轴、 $y$  轴上的  $B$ 、 $C$  两点, 抛物线的顶点为点  $D$ , 联结  $CD$  交  $x$  轴于点  $E$ .

(1) 求抛物线的解析式以及点  $D$  的坐标;

(2) 求  $\tan \angle BCD$ ;

(3) 点  $P$  在直线  $BC$  上, 若  $\angle PEB = \angle BCD$ , 求点  $P$  的坐标.



在 Rt△OEC 中,  $EC = \frac{OE}{\cos \angle CEO} = 3\sqrt{2}$ ,

在 Rt△BEF 中,  $BF = BE \cdot \sin \angle BEF = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ ,

同理,  $EF = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ ,

$\therefore CF = 3\sqrt{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{9\sqrt{2}}{2}$ ,

在 Rt△CBF 中,  $\tan \angle BCD = \frac{BF}{CF} = \frac{1}{3}$ ;

(3) 设点 P  $(m, -\frac{1}{2}m+3)$

$\therefore \angle PEB = \angle BCD$ ,

$\therefore \tan \angle PEB = \tan \angle BCD = \frac{1}{3}$ ,

①点 P 在 x 轴上方

$$\therefore \frac{-\frac{1}{2}m+3}{m-3} = \frac{1}{3},$$

解得:  $m = \frac{24}{5}$ ,

$\therefore$  点 P  $(\frac{24}{5}, \frac{3}{5})$ ,

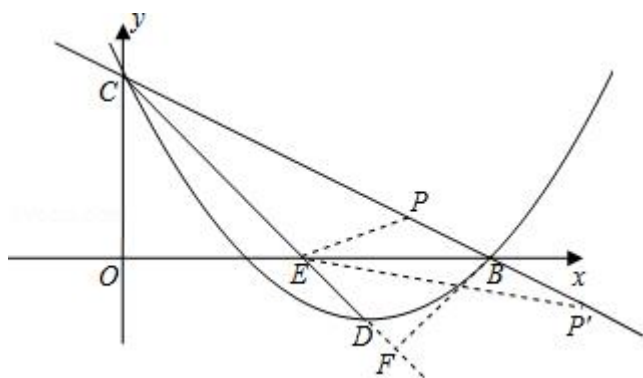
②点 P 在 x 轴下方

$$\therefore \frac{\frac{1}{2}m-3}{m-3} = \frac{1}{3},$$

解得:  $m = 12$ ,

$\therefore$  点 P  $(12, -3)$ ,

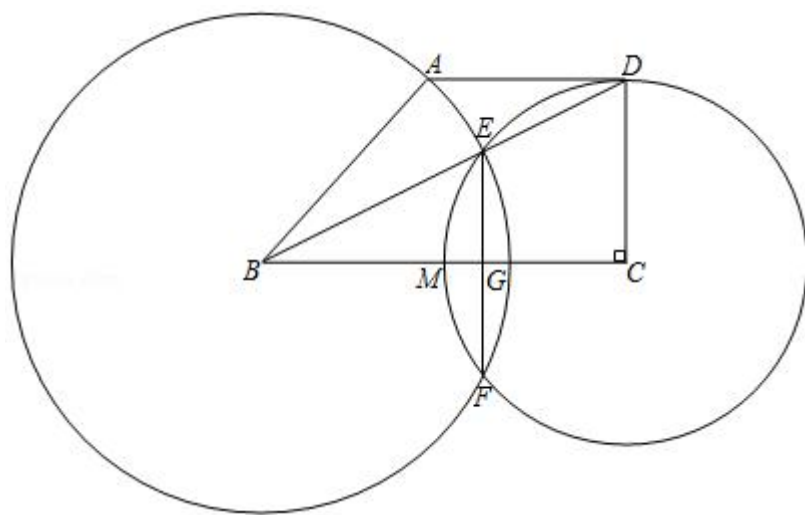
综上所述, 点 P  $(\frac{24}{5}, \frac{3}{5})$  或  $(12, -3)$ .



【点评】此题主要考查了二次函数的综合以及锐角三角函数关系的应用，正确分类讨论是解题关键.

25. (14 分) 如图，在梯形  $ABCD$  中， $AD \parallel BC$ ， $\angle C = 90^\circ$ ， $DC = 5$ ，以  $CD$  为半径的  $\odot C$  与以  $AB$  为半径的  $\odot B$  相交于点  $E$ 、 $F$ ，且点  $E$  在  $BD$  上，联结  $EF$  交  $BC$  于点  $G$ .

- (1) 设  $BC$  与  $\odot C$  相交于点  $M$ ，当  $BM = AD$  时，求  $\odot B$  的半径；
- (2) 设  $BC = x$ ， $EF = y$ ，求  $y$  关于  $x$  的函数关系式，并写出它的定义域；
- (3) 当  $BC = 10$  时，点  $P$  为平面内一点，若  $\odot P$  与  $\odot C$  相交于点  $D$ 、 $E$ ，且以  $A$ 、 $E$ 、 $P$ 、 $D$  为顶点的四边形是梯形，请直接写出  $\odot P$  的面积. (结果保留  $\pi$ )



【考点】MR：圆的综合题.

【专题】152：几何综合题.

【分析】(1) 首先求出  $DM$  的长，再证明四边形  $ABMD$  是平行四边形即可解决

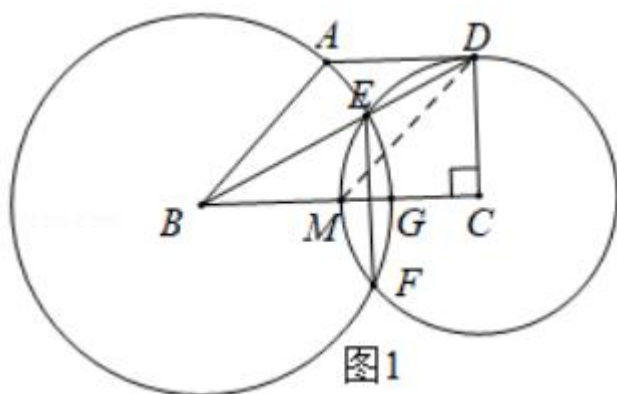
问题；

(2) 如图 2 中，过点 C 作  $CH \perp BD$ ，垂足为点 H. 首先用 x 表示 BE 的长，再

根据  $EG = BE \cdot \sin \angle DBC = \frac{5x^2 - 125}{x^2 + 25}$ ，求解即可；

(3) 分三种情形分别求解即可解决问题；

**【解答】** 解：(1) 如图 1 中，连接 DM.



在  $\text{Rt}\triangle DCM$  中， $DM = \sqrt{DC^2 + CM^2} = 5\sqrt{2}$ ,

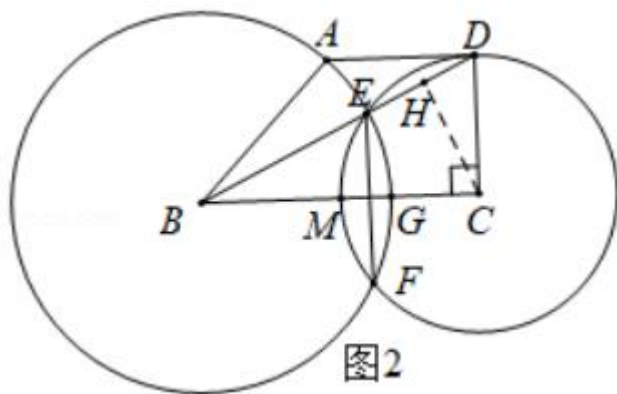
$\therefore AD \parallel BC$   $BM = AD$ ,

$\therefore$  四边形 ABMD 为平行四边形,

$\therefore AB = DM = 5\sqrt{2}$ ,

即  $\odot B$  的半径为  $5\sqrt{2}$ .

(2) 如图 2 中，过点 C 作  $CH \perp BD$ ，垂足为点 H.



在  $\text{Rt}\triangle BCD$  中,  $BD=\sqrt{BC^2+CD^2}=\sqrt{x^2+25}$ ,

$$\therefore \sin\angle DBC=\frac{5}{\sqrt{x^2+25}},$$

可得  $\angle DCH=\angle DBC$ ,

$$\therefore \sin\angle DCH=\frac{5}{\sqrt{x^2+25}},$$

在  $\text{Rt}\triangle DCH$  中,  $DH=DC\cdot\sin\angle DCH=\frac{25}{\sqrt{x^2+25}}$ ,

$\therefore CH\perp BD$ ,

$$\therefore DE=2DH=\frac{50}{\sqrt{x^2+25}},$$

$$\therefore BE=\sqrt{x^2+25}-\frac{50}{\sqrt{x^2+25}}=\frac{x^2-25}{\sqrt{x^2+25}},$$

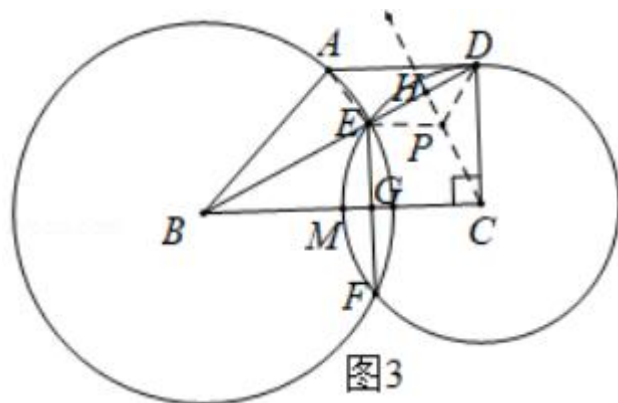
$\therefore \odot C$  与  $\odot B$  相交于点  $E$ 、 $F$ ,

$\therefore EF=2EG$ ,  $BC\perp EF$ ,

在  $\text{Rt}\triangle EBG$  中,  $EG=BE\cdot\sin\angle DBC=\frac{5x^2-125}{x^2+25}$ ,

$$\therefore y=\frac{10x^2-250}{x^2+25} \quad (x>5\sqrt{3}).$$

(3) ①如图 3 中, 当  $PE\parallel AD$  时, 设  $PC$  交  $DE$  于  $H$ , 则  $CH$  垂直平分线段  $DE$ .





由  $\triangle DQH \sim \triangle BDC$ , 可得  $DQ = \frac{5}{2}$ ,  $QH = \frac{\sqrt{5}}{2}$ ,

$$\therefore AQ = AD - DQ = \frac{15}{2} - 2\sqrt{5},$$

由  $\triangle APQ \sim \triangle DHQ$ , 可得  $PQ = \frac{3\sqrt{5}}{2} - 2$ ,

在  $\text{Rt}\triangle PDH$  中,  $PD^2 = DH^2 + PH^2 = 29 - 8\sqrt{5}$ ,

$\therefore \odot P$  的面积为  $(29 - 8\sqrt{5})\pi$ .

③如图 5 中, 当  $DP \parallel AE$  时, 作  $AR \perp BD$  于  $R$ .

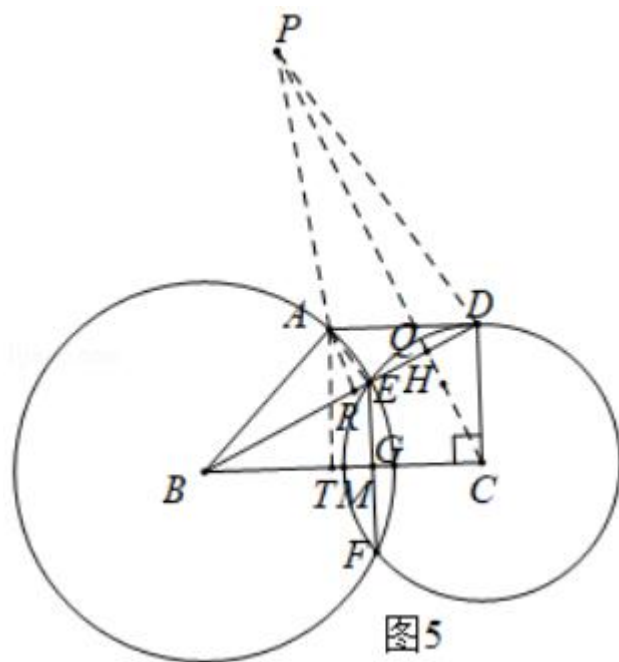


图 5

由  $\triangle ADR \sim \triangle DBC$ ,

$$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{AR}{DC} = \frac{DR}{BC},$$

$$\therefore AR = 2\sqrt{5} - 2, \quad DR = 4\sqrt{5} - 4,$$

$$\therefore ER = DR - DE = 2\sqrt{5} - 4,$$

在  $\text{Rt}\triangle ARE$  中,  $AE = \sqrt{AR^2 + RE^2} = \sqrt{60 - 24\sqrt{5}}$ .

$\therefore AE \parallel DP$ ,

$$\therefore \angle AER = \angle PDQ,$$

$$\therefore \cos \angle AER = \cos \angle PDH,$$

$$\therefore \frac{RE}{AE} = \frac{DH}{PD},$$

$$\therefore PD = \frac{\sqrt{300-120\sqrt{5}}}{2\sqrt{5}-4},$$

$$\therefore \odot P \text{ 的面积为 } (75+30\sqrt{5})\pi.$$

**【点评】** 本题考查圆综合题、直角梯形的性质、解直角三角形、锐角三角函数、勾股定理、相似三角形的判定和性质、平行线的性质等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造直角三角形或相似三角形解决问题，属于中考压轴题.