

2018 年上海市浦东新区中考数学二模试卷

一. 选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. (4 分) 下列代数式中, 单项式是 ()
A. $\frac{1}{x}$ B. 0 C. $x+1$ D. $\sqrt{x}$
2. (4 分) 下列代数式中, 二次根式 $\sqrt{m+n}$ 的有理化因式可以是 ()
A. $\sqrt{m}+\sqrt{n}$ B. $\sqrt{m}-\sqrt{n}$ C. $\sqrt{m+n}$ D. $\sqrt{m-n}$
3. (4 分) 已知一元二次方程 $x^2+2x-1=0$, 下列判断正确的是 ()
A. 该方程有两个不相等的实数根
B. 该方程有两个相等的实数根
C. 该方程没有实数根
D. 该方程的根的情况不确定
4. (4 分) 某运动员进行射击测试, 共射靶 6 次, 成绩记录如下: 8.5, 9.0, 10, 8.0, 9.5, 10, 在下列各统计量中, 表示这组数据离散程度的量是 ()
A. 平均数 B. 众数 C. 方差 D. 频率
5. (4 分) 下列 y 关于 x 的函数中, 当 $x > 0$ 时, 函数值 y 随 x 的值增大而减小的是 ()
A. $y=x^2$ B. $y=\frac{x+2}{2}$ C. $y=\frac{x}{3}$ D. $y=\frac{1}{x}$
6. (4 分) 已知四边形 ABCD 中, $AB \parallel CD$, $AC \parallel BD$, 下列判断中正确的是 ()
A. 如果 $BC=AD$, 那么四边形 ABCD 是等腰梯形
B. 如果 $AD \parallel BC$, 那么四边形 ABCD 是菱形
C. 如果 AC 平分 BD, 那么四边形 ABCD 是矩形

D. 如果 $AC \perp BD$, 那么四边形 $ABCD$ 是正方形

二. 填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 计算: $\frac{3b^3}{a} \cdot \frac{a^2}{b} =$ _____.

8. (4 分) 因式分解: $x^2 - 4y^2 =$ _____.

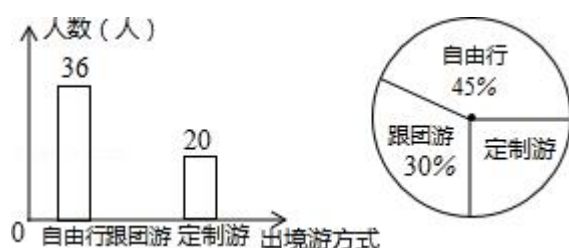
9. (4 分) 方程 $\sqrt{2x-1}=3$ 的解是_____.

10. (4 分) 如果将分别写着“幸福”、“奋斗”的两张纸片, 随机放入“■都是■出来的”中的两个■内 (每个■只放一张卡片), 那么文字恰好组成“幸福都是奋斗出来的”的概率是_____.

11. (4 分) 已知正方形的边长为 2cm, 那么它的半径长是_____cm.

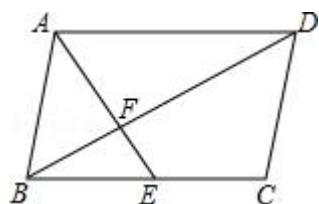
12. (4 分) 某市种植 60 亩树苗, 实际每天比原计划多种植 3 亩树苗, 因此提前一天完成任务, 求原计划每天种植多少亩树苗. 设原计划每天种植 x 亩树苗, 根据题意可列出关于 x 的方程_____.

13. (4 分) 近年来, 出境旅游成为越来越多中国公民的假期选择, 将 2017 年某小区居民出境游的不同方式的人次情况画成扇形图和条形图, 如图所示, 那么 2017 年该小区居民出境游中跟团游的人数为_____.



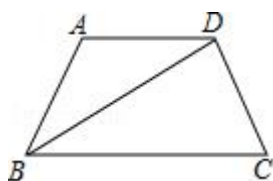
14. (4 分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, E 是 BC 的中点, AE 交 BD 于点 F ,

如果 $\overrightarrow{AE} = \vec{a}$, 那么 $\overrightarrow{AF} =$ _____ (用向量 $\vec{a}$ 表示).



15. (4分) 在南海阅兵式上, 某架“直-8”型直升飞机在海平面上方 1200 米的点 A 处, 测得其到海平面观摩点 B 的俯角为 60° , 此时点 A、B 之间的距离是_____米.

16. (4分) 如图, 已知在梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $AD=AB=DC=3$, $BC=6$, 将 $\triangle ABD$ 绕着点 D 逆时针旋转, 使点 A 落在点 C 处, 点 B 落在点 B' 处, 那么 $BB'=\underline{\hspace{2cm}}$.



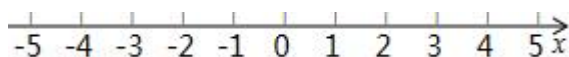
17. (4分) 如果抛物线 C: $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 与直线 l: $y=kx+d$ ($k \neq 0$) 都经过 y 轴上一点 P, 且抛物线 C 的顶点 Q 在直线 l 上, 那么称此直线 l 与该抛物线 C 具有“一带一路”关系. 如果直线 $y=mx+1$ 与抛物线 $y=x^2-2x+n$ 具有“一带一路”关系, 那么 $m+n=\underline{\hspace{2cm}}$.

18. (4分) 已知 $l_1 \parallel l_2$, l_1 、 l_2 之间的距离是 3cm, 圆心 O 到直线 l_1 的距离是 1cm, 如果圆 O 与直线 l_1 、 l_2 有三个公共点, 那么圆 O 的半径为_____cm.

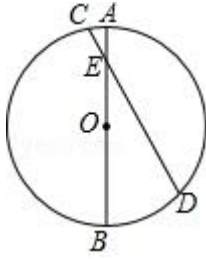
三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10分) $\sqrt{8}+1-\sqrt{2}-27^{\frac{1}{3}}+(\frac{1}{2})^{-1}$

20. (10分) 解不等式组: $\begin{cases} 3x > x-6 \\ \frac{x-1}{2} \leq \frac{x+1}{6} \end{cases}$, 并把它的解集在数轴 (如图) 上表示出来.

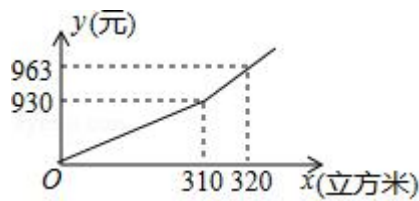


21. (10分) 如图, 已知 AB 是圆 O 的直径, 弦 CD 交 AB 于点 E, $\angle CEA=30^\circ$, $OE=4$, $DE=5\sqrt{3}$, 求弦 CD 及圆 O 的半径长.



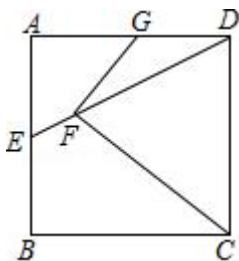
22. (10 分) 某市为鼓励市民节约用气，对居民管道天然气实行两档阶梯式收费. 年用天然气量 310 立方米及以下为第一档；年用天然气量超出 310 立方米为第二档. 某户应交天然气费 y (元) 与年用天然气量 x (立方米) 的关系如图所示，观察图象并回答下列问题：

- (1) 年用天然气量不超过 310 立方米时，求 y 关于 x 的函数解析式 (不写定义域)；
- (2) 小明家 2017 年天然气费为 1029 元，求小明家 2017 年使用天然气量.



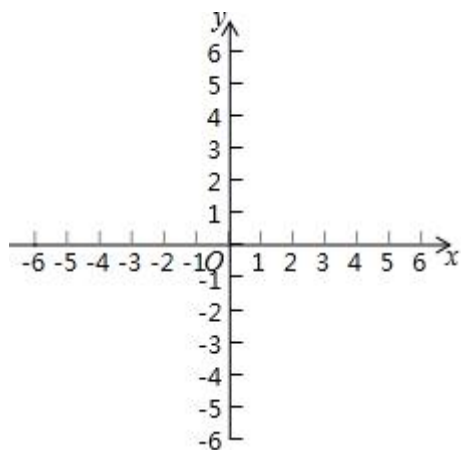
23. (12 分) 已知：如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E 为边 AB 的中点，联结 DE ，点 F 在 DE 上 $CF=CD$ ，过点 F 作 $FG \perp FC$ 交 AD 于点 G .

- (1) 求证： $GF=GD$ ；
- (2) 联结 AF ，求证： $AF \perp DE$.



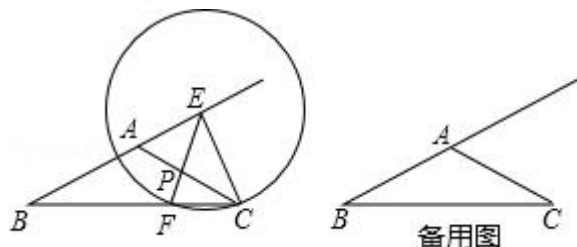
24. (12 分) 已知平面直角坐标系 xOy (如图)，二次函数 $y=ax^2+bx+4$ 的图象经过 $A(-2, 0)$ 、 $B(4, 0)$ 两点，与 y 轴交于点 C 点.

- (1) 求这个二次函数的解析式;
- (2) 如果点 E 在线段 OC 上, 且 $\angle CBE = \angle ACO$, 求点 E 的坐标;
- (3) 点 M 在 y 轴上, 且位于点 C 上方, 点 N 在直线 BC 上, 点 P 为上述二次函数图象的对称轴上的点, 如果以 C、M、N、P 为顶点的四边形是菱形, 求点 M 的坐标.



25. (14 分) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\tan B = \frac{1}{2}$, $BC=4$, 点 E 是在线段 BA 延长线上一点, 以点 E 为圆心, EC 为半径的圆交射线 BC 于点 C、F (点 C、F 不重合), 射线 EF 与射线 AC 交于点 P.

- (1) 求证: $AE^2 = AP \cdot AC$;
- (2) 当点 F 在线段 BC 上, 设 $CF=x$, $\triangle PFC$ 的面积为 y, 求 y 关于 x 的函数解析式及定义域;
- (3) 当 $\frac{FP}{EF} = \frac{1}{2}$ 时, 求 BE 的长.



2018 年上海市浦东新区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一. 选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. (4 分) 下列代数式中, 单项式是 ()

- A. $\frac{1}{x}$ B. 0 C. $x+1$ D. $\sqrt{x}$

【考点】22: 算术平方根; 42: 单项式.

【专题】1: 常规题型; 512: 整式.

【分析】根据单项式的定义: 数或字母的积组成的式子叫做单项式, 单独的一个数或字母也是单项式. 逐一判断即可得.

【解答】解: A、 $\frac{1}{x}$ 不是单项式, 不符合题意;

B、0 是单项式, 符合题意;

C、 $x+1$ 是多项式, 不符合题意;

D、 $\sqrt{x}$ 不是单项式, 不符合题意;

故选: B.

【点评】本题主要考查单项式, 解题的关键是掌握单项式的定义: 数或字母的积组成的式子叫做单项式, 单独的一个数或字母也是单项式.

2. (4 分) 下列代数式中, 二次根式 $\sqrt{m+n}$ 的有理化因式可以是 ()

- A. $\sqrt{m}+\sqrt{n}$ B. $\sqrt{m}-\sqrt{n}$ C. $\sqrt{m+n}$ D. $\sqrt{m-n}$.

【考点】76: 分母有理化.

【专题】11: 计算题; 514: 二次根式.

【分析】根据有理化因式的定义: 两个根式相乘的积不含根号, 可得答案.

【解答】解： $\because \sqrt{m+n} \times \sqrt{m+n} = (\sqrt{m+n})^2 = m+n$,

$\therefore$ 二次根式 $\sqrt{m+n}$ 的有理化因式是 $\sqrt{m+n}$,

故选：C.

【点评】 本题考查了分母有理化，正确选择两个二次根式，使它们的积符合完全平方公式是解答问题的关键.

3. (4 分) 已知一元二次方程 $x^2 + 2x - 1 = 0$ ，下列判断正确的是 ()

- A. 该方程有两个不相等的实数根
- B. 该方程有两个相等的实数根
- C. 该方程没有实数根
- D. 该方程的根的情况不确定

【考点】 AA: 根的判别式.

【专题】 45: 判别式法.

【分析】 根据方程的系数结合根的判别式，即可得出 $\Delta > 0$ ，进而即可得出该方程有两个不相等的实数根.

【解答】 解： $\because a=1, b=2, c=-1$,

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 8 > 0,$$

$\therefore$ 该方程有两个不相等的实数根.

故选：A.

【点评】 本题考查了根的判别式，牢记“当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根”是解题的关键.

4. (4 分) 某运动员进行射击测试，共射靶 6 次，成绩记录如下：8.5, 9.0, 10,

8.0, 9.5, 10，在下列各统计量中，表示这组数据离散程度的量是 ()

- A. 平均数
- B. 众数
- C. 方差
- D. 频率

【考点】WA: 统计量的选择.

【专题】1: 常规题型.

【分析】在平均数、众数、方差、频率这些统计量中，表示一组数据波动程度的量是方差，方差越大，则平均值的离散程度越大，稳定性也越小；反之，则它与其平均值的离散程度越小，稳定性越好，据此判断即可.

【解答】解：在平均数、众数、方差、频率这些统计量中，表示一组数据波动程度的量是方差.

故选：C.

【点评】此题主要考查了统计量的选择，解答此题的关键是要明确：①数据的平均数、众数、中位数是描述一组数据集中趋势的特征量，极差、方差是衡量一组数据偏离其平均数的大小（即波动大小）的特征数，描述了数据的离散程度. ②极差和方差的不同点：极差表示一组数据波动范围的大小，一组数据极差越大，则它的波动范围越大；方差和标准差反映了一组数据与其平均值的离散程度的大小. 方差（或标准差）越大，数据的历算程度越大，稳定性越小；反之，则离散程度越小，稳定性越好.

5. (4分) 下列 y 关于 x 的函数中，当 $x > 0$ 时，函数值 y 随 x 的值增大而减小的是 ()

A. $y=x^2$

B. $y=\frac{x+2}{2}$

C. $y=\frac{x}{3}$

D. $y=\frac{1}{x}$

【考点】F5: 一次函数的性质; F6: 正比例函数的性质; G4: 反比例函数的性质; H3: 二次函数的性质.

【专题】532: 函数及其图像.

【分析】根据二次函数的图象的性质、一次函数的图象的性质、正比例函数的图象的性质以及反比例函数的图象的性质解答.

【解答】解：A、二次函数 $y=x^2$ 的图象，开口向上，并向上无限延伸，在 y 轴右侧 ($x > 0$ 时)， y 随 x 的增大而增大；故本选项错误；

B、一次函数 $y=\frac{1}{2}x+1$ 的图象， y 随 x 的增大而增大；故本选项错误；

C、正比例函数 $y=\frac{1}{3}x$ 的图象在一、三象限内， y 随 x 的增大而增大； 故本选项错误；

D、反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 中 $k=1>0$ ，所以当 $x>0$ 时， y 随 x 的增大而减小； 故本选项正确；

故选：D.

【点评】 本题综合考查了二次函数、一次函数、正比例函数及反比例函数的性质. 解答此题时注意：当 $k>0$ ，双曲线的两支分别位于第一、第三象限，在每一象限内 y 随 x 的增大而减小.

6. (4 分) 已知四边形 ABCD 中, $AB\parallel CD$, $AC\parallel BD$, 下列判断中正确的是 ()

A. 如果 $BC=AD$, 那么四边形 ABCD 是等腰梯形

B. 如果 $AD\parallel BC$, 那么四边形 ABCD 是菱形

C. 如果 AC 平分 BD, 那么四边形 ABCD 是矩形

D. 如果 $AC\perp BD$, 那么四边形 ABCD 是正方形

【考点】 LA: 菱形的判定与性质; LD: 矩形的判定与性质; LF: 正方形的判定; LK: 等腰梯形的判定.

【专题】 55: 几何图形.

【分析】 根据正方形、等腰梯形、矩形和菱形的判定定理进行判断即可.

【解答】 解: 四边形 ABCD 中, $AB\parallel CD$, $AC\parallel BD$, 所以四边形 ABCD 是平行四边形,

A. 如果 $BC=AD$, 那么四边形 ABCD 是矩形, 错误;

B. AD 应该与 BC 相交, 不能 $AD\parallel BC$, 错误;

C. 如果 AC 平分 BD, 那么四边形 ABCD 是矩形, 正确;

D、如果 $AC\perp BD$, 那么四边形 ABCD 是菱形, 错误;

故选：C.

【点评】此题考查等腰梯形的判定，关键是根据正方形、等腰梯形、矩形和菱形的判定定理解答.

二. 填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. (4 分) 计算： $\frac{3b^3}{a} \cdot \frac{a^2}{b} = \underline{3ab^2}$.

【考点】6A: 分式的乘除法.

【专题】1: 常规题型.

【分析】根据分式的运算法则即可求出答案.

【解答】解：原式= $3ab^2$

故答案为： $3ab^2$

【点评】本题考查分式的运算法则，解题的关键是熟练运用分式的运算法则，本题属于基础题型.

8. (4 分) 因式分解： $x^2 - 4y^2 = \underline{(x+2y)(x-2y)}$.

【考点】54: 因式分解 - 运用公式法.

【分析】直接运用平方差公式进行因式分解.

【解答】解： $x^2 - 4y^2 = (x+2y)(x-2y)$.

【点评】本题考查了平方差公式分解因式，熟记公式结构是解题的关键. 平方差公式： $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

9. (4 分) 方程 $\sqrt{2x-1}=3$ 的解是 $\underline{x=5}$.

【考点】AG: 无理方程.

【专题】52: 方程与不等式.

【分析】根据乘方，可得一元一次方程，根据解一元一次方程，可得答案.

【解答】解：平方，得

$$2x - 1 = 9,$$

解得 $x=5$,

故答案为: $x=5$.

【点评】 本题考查了无理方程, 利用乘法转化成一元一次方程是解题关键.

10. (4 分) 如果将分别写着“幸福”、“奋斗”的两张纸片, 随机放入“■都是■出来的”中的两个■内 (每个■只放一张卡片), 那么文字恰好组成“幸福都是奋斗出来的”概率是 $\frac{1}{2}$.

【考点】 X4: 概率公式.

【专题】 1: 常规题型; 543: 概率及其应用.

【分析】 让组成“幸福都是奋斗出来的”的情况数除以总情况数即为所求的概率.

【解答】 解: $\because$ 将分别写有“幸福”、“奋斗”的 2 张卡片, 随机放入两个框中, 只有两种情况,

恰好组成“幸福都是奋斗出来的”的情况只有一种,

$\therefore$ 其概率是: $\frac{1}{2}$,

故答案为: $\frac{1}{2}$.

【点评】 本题主要考查概率公式的应用, 明确概率的意义是解答的关键, 用到的知识点为: 概率等于所求情况数与总情况数之比.

11. (4 分) 已知正方形的边长为 2cm, 那么它的半径长是 $\sqrt{2}$ cm.

【考点】 MM: 正多边形和圆.

【专题】 55: 几何图形.

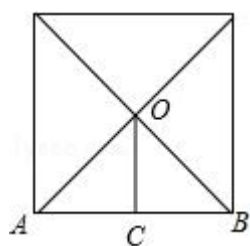
【分析】 利用正方形的性质确定其半径即可.

【解答】 解: 如图, $\because AB=2$,

$\therefore OC=1$,

$\therefore OA=\sqrt{2}$.

故答案为: $\sqrt{2}$



【点评】本题考查了正多边形和圆的知识, 解题的关键是能够根据题意作出图形, 难度不大.

12. (4 分) 某市种植 60 亩树苗, 实际每天比原计划多种植 3 亩树苗, 因此提前一天完成任务, 求原计划每天种植多少亩树苗. 设原计划每天种植 x 亩树苗, 根据题意可列出关于 x 的方程 $\frac{60}{x} - \frac{60}{x+3} = 1$.

【考点】B6: 由实际问题抽象出分式方程.

【专题】12: 应用题.

【分析】首先根据题意可知原计划每天种植 x 亩, 则实际每天种植 $(x+3)$ 亩,

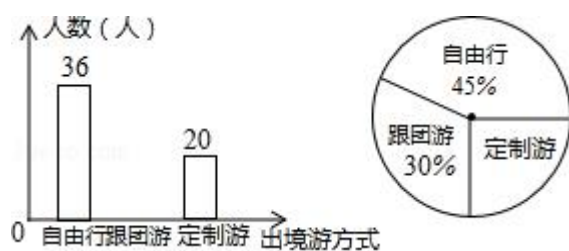
根据题意可得等量关系: 原计划种 60 亩树所用的时间=实际种 60 亩所用的时间+1, 根据等量关系列出方程即可.

【解答】解: 设原计划每天种植 x 亩, 根据题意可得: $\frac{60}{x} - \frac{60}{x+3} = 1$,

故答案为: $\frac{60}{x} - \frac{60}{x+3} = 1$,

【点评】此题主要考查了分式方程的应用, 关键是弄清题意, 表示出原计划种 60 亩树所用的时间=实际种 60 亩所用的时间+1, 根据时间关系列出方程即可.

13. (4 分) 近年来, 出境旅游成为越来越多中国公民的假期选择, 将 2017 年某小区居民出境游的不同方式的人次情况画成扇形图和条形图, 如图所示, 那么 2017 年该小区居民出境游中跟团游的人数为 24.



【考点】VB：扇形统计图；VC：条形统计图.

【专题】1：常规题型；542：统计的应用.

【分析】先根据自由行的人数及其百分比求得总人数，再用总人数减去自由行和定制游的人数可得答案.

【解答】解： $\because$ 被调查的总人数为 $36 \div 45\% = 80$,

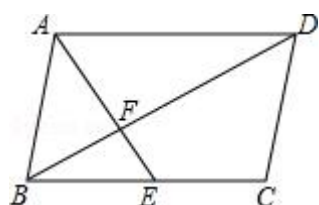
$\therefore$ 2017 年该小区居民出境游中跟团游的人数为 $80 - 36 - 20 = 24$ (人),

故答案为：24.

【点评】本题考查条形统计图、扇形统计图，解题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用数形结合的思想解答.

14. (4 分) 如图，在平行四边形 ABCD 中，E 是 BC 的中点，AE 交 BD 于点 F，

如果 $\overrightarrow{AE} = \vec{a}$ ，那么 $\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\vec{a}$ (用向量 $\vec{a}$ 表示).



【考点】L5：平行四边形的性质；LM：*平面向量.

【专题】555：多边形与平行四边形.

【分析】结合平面向量的定义来求 $\overrightarrow{AF}$ 的值.

【解答】解： $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形，

$\therefore AD \parallel BC$.

$\because$ E 是 BC 的中点，AE 交 BD 于点 F，

$$\therefore \frac{AD}{BE} = \frac{AF}{FE} = 2$$

$$\therefore AF = \frac{2}{3}AE.$$

$$\text{又 } \overrightarrow{AE} = \vec{a}, \text{ 那么 } \overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\vec{a}.$$

$$\text{故答案是: } \frac{2}{3}\vec{a}.$$

【点评】考查了平行四边形的性质和平面向量，根据已知条件得到线段 AF 与线段 AE 的数量关系是解题的关键.

15. (4 分) 在南海阅兵式上，某架“直-8”型直升飞机在海平面上方 1200 米的点 A 处，测得其到海平面观摩点 B 的俯角为 60° ，此时点 A、B 之间的距离是 $800\sqrt{3}$ 米.

【考点】TA：解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题.

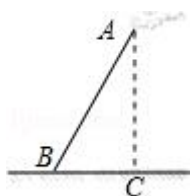
【专题】55：几何图形.

【分析】过 A 作 $AC \perp BC$ 于 C，由题意可知，在直角三角形中，已知角的对边 AC 求斜边 AB，可以用 60° 正弦函数来计算即可.

【解答】解：根据题意得：直升飞机与观摩点 B 之间的距离是

$$AB = \frac{1200}{\sin 60^\circ} = 800\sqrt{3} \text{ 米.}$$

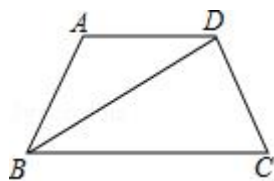
故答案为： $800\sqrt{3}$.



【点评】考查解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题，要求学生能借助俯角构造直角三角形并解直角三角形.

16. (4 分) 如图，已知在梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ， $AD = AB = DC = 3$ ， $BC = 6$ ，将 $\triangle ABD$ 绕着点 D 逆时针旋转，使点 A 落在点 C 处，点 B 落在点 B' 处，那

么 $BB' = \underline{9}$.



【考点】LH：梯形；R2：旋转的性质.

【专题】1：常规题型.

【分析】将 $\triangle ABD$ 绕着点D逆时针旋转得到 $\triangle CB'D$ ，作 $DE \parallel AB$ 交BC于E，证明 $DE = EC = DC = 3$ ，得出 $\triangle DCE$ 是等边三角形，再证明 $\angle BCB' = \angle BCD + \angle DCB' = 180^\circ$ ，B、C、B'三点共线，进而得出 $BB' = BC + CB' = 6 + 3 = 9$.

【解答】解：如图，将 $\triangle ABD$ 绕着点D逆时针旋转得到 $\triangle CB'D$ ，作 $DE \parallel AB$ 交BC于E，

则ABED是平行四边形， $BE = AD = 3$ ， $DE = AB = 3$ ，

$$\therefore EC = BC - BE = 6 - 3 = 3,$$

$$\because DC = 3,$$

$$\therefore DE = EC = DC = 3,$$

$\therefore \triangle DCE$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle DCE = 60^\circ.$$

$\because$ 在梯形ABCD中， $AD \parallel BC$ ， $AB = DC$ ，

$$\therefore \angle ABC = \angle DCB = 60^\circ, \quad \angle A = 120^\circ,$$

$\therefore$ 将 $\triangle ABD$ 绕着点D逆时针旋转得到 $\triangle CB'D$ ，

$$\therefore \triangle CB'D \cong \triangle ABD,$$

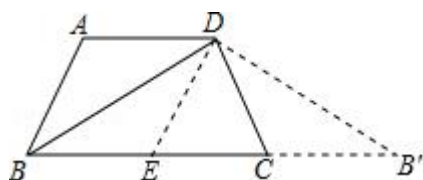
$$\therefore \angle DCB' = \angle A = 120^\circ, \quad CB' = AB = 3,$$

$$\therefore \angle BCB' = \angle BCD + \angle DCB' = 120^\circ + 60^\circ = 180^\circ,$$

∴ B、C、B' 三点共线,

∴ $BB' = BC + CB' = 6 + 3 = 9$.

故答案为 9.



【点评】 本题考查了旋转的性质: 对应点到旋转中心的距离相等; 对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角; 旋转前、后的图形全等. 也考查了等腰梯形的性质、等边三角形的判定与性质. 证明 B、C、B' 三点共线是解题的关键.

17. (4 分) 如果抛物线 C: $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 与直线 l: $y = kx + d$ ($k \neq 0$) 都经过 y 轴上一点 P, 且抛物线 C 的顶点 Q 在直线 l 上, 那么称此直线 l 与该抛物线 C 具有“一带一路”关系. 如果直线 $y = mx + 1$ 与抛物线 $y = x^2 - 2x + n$ 具有“一带一路”关系, 那么 $m + n = \underline{0}$.

【考点】 F8: 一次函数图象上点的坐标特征; H5: 二次函数图象上点的坐标特征.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 由直线可求得与 y 轴的交点坐标, 代入抛物线可求得 n 的值, 再由抛物线解析式可求得其顶点坐标, 代入直线解析式可求得 m 的值.

【解答】 解: 在 $y = mx + 1$ 中, 令 $x = 0$ 可求得 $y = 1$, 在 $y = x^2 - 2x + n$ 中, 令 $x = 0$ 可得 $y = n$,

∴ 直线与抛物线都经过 y 轴上的一点,

∴ $n = 1$,

∴ 抛物线解析式为 $y = x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$,

$\therefore$ 抛物线顶点坐标为 $(1, 0)$,

$\therefore$ 抛物线顶点在直线上,

$\therefore 0 = m + 1$,

解得 $m = -1$,

$\therefore m + n = -1 + 1 = 0$,

故答案为: 0.

【点评】 本题考查了二次函数图象上点的坐标特征, 理解题目中“一带一路”的定义是解题的关键.

18. (4 分) 已知 $l_1 \parallel l_2$, l_1 、 l_2 之间的距离是 3cm, 圆心 O 到直线 l_1 的距离是 1cm,

如果圆 O 与直线 l_1 、 l_2 有三个公共点, 那么圆 O 的半径为 2 或 4 cm.

【考点】 MB: 直线与圆的位置关系.

【专题】 17: 推理填空题.

【分析】 根据题意可以画出相应的图形, 从而可以解答本题.

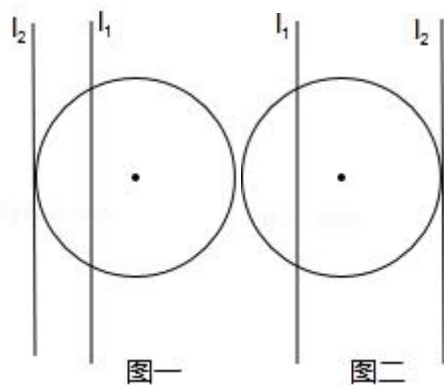
【解答】 解: 如下图所示,

设圆的半径为 r

如图一所示, $r - 1 = 3$, 得 $r = 4$,

如图二所示, $r + 1 = 3$, 得 $r = 2$,

故答案为: 2 或 4.



【点评】 本题考查直线和圆的位置关系，解答本题的关键是明确题意，画出相应的图形，利用数形结合的思想解答.

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (10 分) $\sqrt{8}+1-\sqrt{2}-27^{\frac{1}{3}}+(\frac{1}{2})^{-1}$

【考点】 2C：实数的运算；2F：分数指数幂；6F：负整数指数幂.

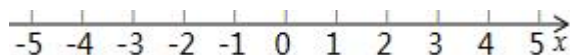
【专题】 1：常规题型.

【分析】 直接利用负整数指数幂的性质以及分数指数幂的性质和二次根式的性质分别化简进而得出答案.

【解答】 解：原式= $2\sqrt{2}+\sqrt{2}-1-3+2$
 $=3\sqrt{2}-2$.

【点评】 此题主要考查了实数运算，正确化简各数是解题关键.

20. (10 分) 解不等式组： $\begin{cases} 3x > x-6 \\ \frac{x-1}{2} \leq \frac{x+1}{6} \end{cases}$ ，并把它的解集在数轴（如图）上表示出来.



【考点】 C4：在数轴上表示不等式的解集；CB：解一元一次不等式组.

【专题】 1：常规题型.

【分析】 先分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集，并在数轴上表示出来即可.

【解答】 解： $\begin{cases} 3x > x-6 \text{ ①} \\ \frac{x-1}{2} \leq \frac{x+1}{6} \text{ ②} \end{cases}$

由①得： $x > -3$;

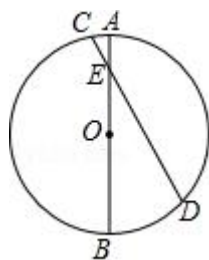
由②得： $x \leq 2$;

$\therefore$ 原不等式组的解集为 $-3 < x \leq 2$,



【点评】 本题考查的是解一元一次不等式组及在数轴上表示一元一次不等式组的解集，在解答此类题目时要注意实心圆点与空心圆点的区别，这是此题的易错点.

21. (10 分) 如图，已知 AB 是圆 O 的直径，弦 CD 交 AB 于点 E ， $\angle CEA=30^\circ$ ， $OE=4$ ， $DE=5\sqrt{3}$ ，求弦 CD 及圆 O 的半径长.



【考点】 M2: 垂径定理.

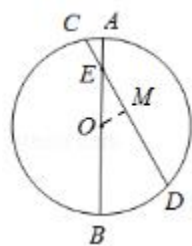
【专题】 55: 几何图形.

【分析】 过点 O 作 $OM \perp CD$ 于点 M ，联结 OD ，根据垂径定理解答即可.

【解答】 解：过点 O 作 $OM \perp CD$ 于点 M ，联结 OD ，

$$\because \angle CEA=30^\circ, \therefore \angle OEM=\angle CEA=30^\circ,$$

在 $Rt\triangle OEM$ 中， $\because OE=4$,



$$\therefore OM=\frac{1}{2}OE=2, \quad EM=OE \cdot \cos 30^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore DE=5\sqrt{3},$$

$$\therefore DM=DE-EM=3\sqrt{3},$$

$\therefore OM$ 过圆心， $OM \perp CD$,

$$\therefore CD=2DM,$$

$$\therefore CD=6\sqrt{3},$$

$$\therefore OM=2, DM=3\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle DOM \text{ 中, } OD=\sqrt{OM^2+DM^2}=\sqrt{2^2+(3\sqrt{3})^2}=\sqrt{31},$$

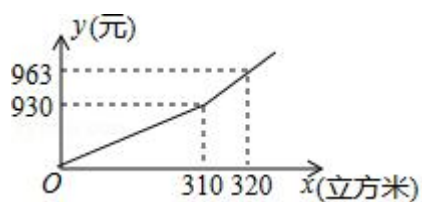
$$\therefore \text{弦 } CD \text{ 的长为 } 6\sqrt{3}, \odot O \text{ 的半径长为 } \sqrt{31}.$$

【点评】此题考查了垂径定理和直角三角形. 有关弦、半径、弦心距的问题常常利用它们构造的直角三角形来研究, 所以连半径、作弦心距是圆中的一种常见辅助线添法.

22. (10 分) 某市为鼓励市民节约用气, 对居民管道天然气实行两档阶梯式收费. 年用天然气量 310 立方米及以下为第一档; 年用天然气量超出 310 立方米为第二档. 某户应交天然气费 y (元) 与年用天然气量 x (立方米) 的关系如图所示, 观察图象并回答下列问题:

(1) 年用天然气量不超过 310 立方米时, 求 y 关于 x 的函数解析式 (不写定义域);

(2) 小明家 2017 年天然气费为 1029 元, 求小明家 2017 年使用天然气量.



【考点】 FH: 一次函数的应用.

【专题】 533: 一次函数及其应用.

【分析】 (1) 设函数解析式为 $y=kx$, 利用待定系数法即可解决问题;

(2) 设 $y=kx+b$ ($k \neq 0$). 利用待定系数法, 把问题转化为方程组解决;

【解答】 解: (1) 设 $y=kx$ ($k \neq 0$).

$\therefore y=kx$ ($k \neq 0$) 的图象过点 (310, 930),

$$\therefore 930=310k, \therefore k=3.$$

$$\therefore y=3x.$$

(2) 设 $y=kx+b$ ($k \neq 0$).

$\therefore y=kx+b$ ($k \neq 0$) 的图象过点 (310, 930) 和 (320, 963),

$$\therefore \begin{cases} 310k+b=930 \\ 320k+b=963. \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} k=3.3 \\ b=-9.3. \end{cases}$$

$$\therefore y=3.3x-9.3,$$

当 $y=1029$ 时, $3.3x-9.3=1029$, 解得 $x=340$,

答: 小明家 2017 年使用天然气量为 340 立方米.

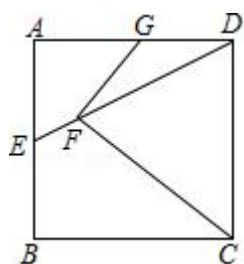
【点评】 本题考查一次函数的应用、待定系数法等知识, 解题的关键是读懂图象信息, 熟练掌握待定系数法解决问题, 属于中考常考题型.

23. (12 分) 已知: 如图, 在正方形 ABCD 中, 点 E 为边 AB 的中点, 联结 DE,

点 F 在 DE 上 $CF=CD$, 过点 F 作 $FG \perp FC$ 交 AD 于点 G.

(1) 求证: $GF=GD$;

(2) 联结 AF, 求证: $AF \perp DE$.



【考点】 LE: 正方形的性质.

【专题】 556: 矩形 菱形 正方形.

【分析】 (1) 方法一证明 $\angle GFD = \angle GDF$, 方法二证明 $\triangle CGF \cong \triangle CGD$ 即可;

(2) 方法一证明 $AG=GD=GF$ 即可解决问题; 方法二证明 $AF \parallel GH$ 即可解决问

题;

【解答】证明：(1) $\because$ 四边形 ABCD 是正方形,

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore FG \perp FC,$$

$$\therefore \angle GFC = 90^\circ,$$

$$\therefore CF = CD,$$

$$\therefore \angle CDF = \angle CFD,$$

$$\therefore \angle GFC - \angle CFD = \angle ADC - \angle CDE, \text{ 即 } \angle GFD = \angle GDF,$$

$$\therefore GF = GD.$$

(2) 联结 CG.

$$\therefore CF = CD, \quad GF = GD,$$

$\therefore$ 点 G、C 在线段 FD 的中垂线上,

$$\therefore GC \perp DE, \quad \therefore \angle CDF + \angle DCG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CDF + \angle ADE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DCG = \angle ADE.$$

$\therefore$ 四边形 ABCD 是正方形,

$$\therefore AD = DC, \quad \angle DAE = \angle CDG = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle DAE \cong \triangle CDG,$$

$$\therefore AE = DG,$$

$\therefore$ 点 E 是边 AB 的中点,

$\therefore$ 点 G 是边 AD 的中点,

$$\therefore AG = GD = GF,$$

$\therefore \angle DAF = \angle AFG, \angle GDF = \angle GFD,$
 $\therefore \angle DAF + \angle AFG + \angle GFD + \angle GDF = 180^\circ,$
 $\therefore 2\angle AFG + 2\angle GFD = 180^\circ,$
 $\therefore \angle AFD = 90^\circ, \text{ 即 } AF \perp DE.$

证法 2: (1) 联结 CG 交 ED 于点 H.

$\therefore$ 四边形 ABCD 是正方形,
 $\therefore \angle ADC = 90^\circ,$
 $\therefore FG \perp FC,$
 $\therefore \angle GFC = 90^\circ,$

在 Rt $\triangle$ CFG 与 Rt $\triangle$ CDG 中,

$$\begin{cases} CF=CD \\ CG=CG. \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle CFG \cong \text{Rt}\triangle CDG,$
 $\therefore GF = GD.$

(2) $\therefore CF = CD, GF = GD,$
 $\therefore$ 点 G、C 在线段 FD 的中垂线上,
 $\therefore FH = HD, GC \perp DE,$
 $\therefore \angle EDC + \angle DCH = 90^\circ,$
 $\therefore \angle ADE + \angle EDC = 90^\circ,$
 $\therefore \angle ADE = \angle DCH,$
 $\therefore$ 四边形 ABCD 是正方形,
 $\therefore AD = DC = AB, \angle DAE = \angle CDG = 90^\circ,$

$\therefore \angle ADE = \angle DCH$, $AD = DC$, $\angle EAD = \angle GDC$.

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle DCG$,

$\therefore AE = DG$,

$\therefore$ 点 E 是边 AB 的中点,

$\therefore$ 点 G 是边 AD 的中点,

$\therefore$ 点 H 是边 FD 的中点,

$\therefore GH$ 是 $\triangle AFD$ 的中位线,

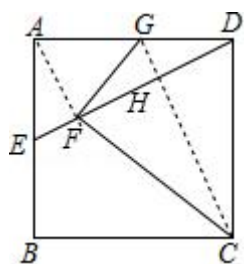
$\therefore GH \parallel AF$,

$\therefore \angle AFD = \angle GHD$,

$\therefore GH \perp FD$,

$\therefore \angle GHD = 90^\circ$,

$\therefore \angle AFD = 90^\circ$, 即 $AF \perp DE$.



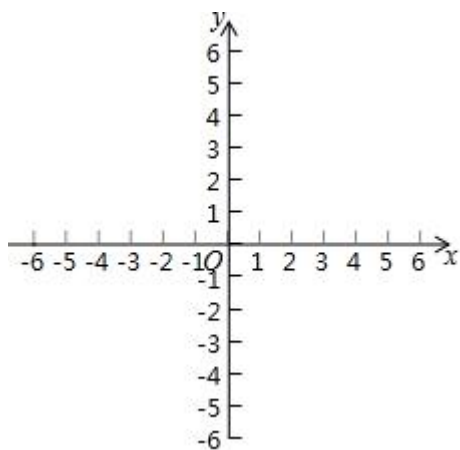
【点评】 本题考查正方形的性质、全等三角形的判定和性质、平行线的性质、线段的垂直平分线的性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

24. (12 分) 已知平面直角坐标系 xOy (如图), 二次函数 $y = ax^2 + bx + 4$ 的图象经过 $A(-2, 0)$ 、 $B(4, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 C 点.

(1) 求这个二次函数的解析式;

(2) 如果点 E 在线段 OC 上, 且 $\angle CBE = \angle ACO$, 求点 E 的坐标;

(3) 点 M 在 y 轴上, 且位于点 C 上方, 点 N 在直线 BC 上, 点 P 为上述二次函数图象的对称轴上的点, 如果以 C 、 M 、 N 、 P 为顶点的四边形是菱形, 求点 M 的坐标.



【考点】HF: 二次函数综合题.

【专题】15: 综合题.

【分析】(1) 利用待定系数法即可得出结论;

(2) 先确定出 $OA=2$, $OC=4$, 进而求出 BC , 再得出 $\tan \angle ACO = \frac{AO}{CO} = \frac{1}{2}$ 和 $\tan \angle EBH = \frac{EH}{BH} = \frac{1}{2}$, 进而建立方程 $CB=CH+HB=3k=4\sqrt{2}$. 即可得出结论;

(3) ①当 MC 为菱形 $MCNP$ 的边时, 先求出 $CN = \frac{1}{\sin 45^\circ} = \sqrt{2}$. 进而得出 $CM=CN=\sqrt{2}$, 即可得出结论;

②当 MC 为菱形 $MCPN$ 的边时, 不存在,

③当 MC 为菱形 $MNCP$ 的对角线时, 先判断出 CM 、 NP 互相垂直平分, 进而得出 $NQ=QP=1$. $MQ=QC$, 即可得出 $QN=CQ=1$, $MQ=CQ=1$, 即可得出结论.

【解答】解: (1) $\because$ 抛物线 $y=ax^2+bx+4$ 与 x 轴交于点 $A(-2, 0)$, $B(4, 0)$,

$$\therefore \begin{cases} 4a-2b+4=0 \\ 16a+4b+4=0. \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=-\frac{1}{2}, \\ b=1. \end{cases}$$

∴ 抛物线的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4$,

(2) 如图 1, 过点 E 作 $EH \perp BC$ 于点 H.

在 $Rt\triangle ACO$ 中, $\because A(-2, 0)$,

$\therefore OA=2$,

当 $x=0$ 时, $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4 = 4$,

$\therefore OC=4$,

在 $Rt\triangle COB$ 中, $\because \angle COB=90^\circ$, $OC=OB=4$,

$\therefore \angle OCB=45^\circ$, $BC=4\sqrt{2}$.

$\because EH \perp BC$,

$\therefore CH=EH$.

$\therefore$ 在 $Rt\triangle ACO$ 中, $\tan \angle ACO = \frac{AO}{CO} = \frac{1}{2}$,

$\because \angle CBE = \angle ACO$,

在 $Rt\triangle EBH$ 中, $\tan \angle EBH = \frac{EH}{BH} = \frac{1}{2}$.

设 $EH=k$ ($k>0$), 则 $BH=2k$, $CH=k$, $CE=\sqrt{2}k$.

$\therefore CB=CH+HB=3k=4\sqrt{2}$.

$\therefore k = \frac{4\sqrt{2}}{3}$,

$\therefore CE = \frac{8}{3}$,

$\therefore EO = \frac{4}{3}$,

$\therefore E(0, \frac{4}{3})$,

(3) $\because A(1, 0)$, $B(5, 0)$,

$\therefore$ 抛物线的对称轴为直线 $x=1$,

① 当 MC 为菱形 MCNP 的边时,

$$\therefore CM \parallel PN,$$

$$\therefore \angle PNC = \angle NCO = 45^\circ.$$

$\therefore$ 点 P 在二次函数的对称轴上,

$\therefore$ 点 P 的横坐标为 1, 点 N 的横坐标为 1.

$$\therefore CN = \frac{1}{\sin 45^\circ} = \sqrt{2}.$$

$\therefore$ 四边形 MCNP 是菱形, $\therefore CM = CN = \sqrt{2}$,

$$\therefore OM = OC + CM = 4 + \sqrt{2},$$

$$\therefore M(0, 4 + \sqrt{2}),$$

② 当 MC 为菱形 MCPN 的边时, 不存在,

③ 如图 2, 当 MC 为菱形 MNCP 的对角线时,

设 NP 交 CM 于点 Q,

$\therefore$ CM、NP 互相垂直平分,

$$\therefore NQ = QP = 1, MQ = QC,$$

$\therefore$ 点 N 在直线 BC 上, $\angle NCM = \angle OCB = 45^\circ$.

在 $Rt\triangle CQN$ 中, $\therefore \angle NCQ = \angle CNQ = 45^\circ$,

$$\therefore QN = CQ = 1,$$

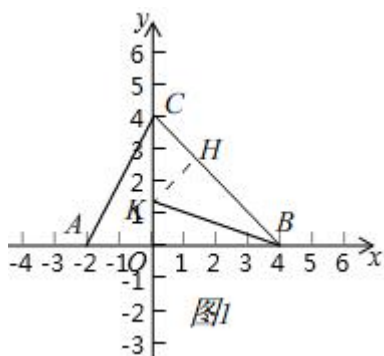
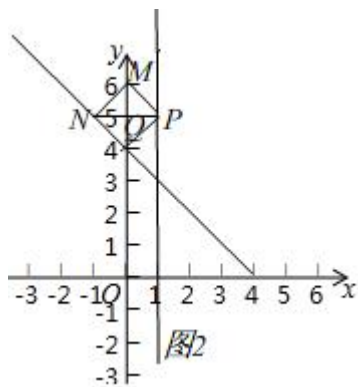
$$\therefore MQ = CQ = 1,$$

$$\therefore CM = 2,$$

$$\therefore OM = OC + CM = 4 + 2 = 6,$$

$$\therefore M(0, 6),$$

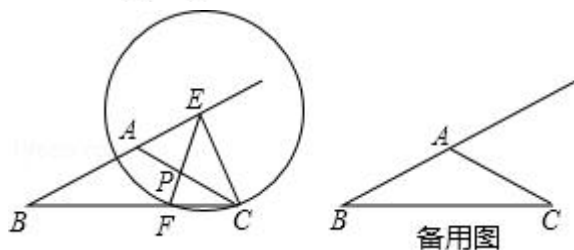
$\therefore$ 综上所述 $M(0, 4 + \sqrt{2})$ 或 $M(0, 6)$.



【点评】此题是二次函数综合题，主要考查了待定系数法，锐角三角函数，线段垂直平分线的判定和性质，特殊直角三角形的性质，用分类讨论的思想是解本题的关键.

25. (14 分) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\tan B=\frac{1}{2}$, $BC=4$, 点 E 是在线段 BA 延长线上一点, 以点 E 为圆心, EC 为半径的圆交射线 BC 于点 C、F (点 C、F 不重合), 射线 EF 与射线 AC 交于点 P.

- (1) 求证: $AE^2 = AP \cdot AC$;
- (2) 当点 F 在线段 BC 上, 设 $CF = x$, $\triangle PFC$ 的面积为 y , 求 y 关于 x 的函数解析式及定义域;
- (3) 当 $\frac{FP}{EF} = \frac{1}{2}$ 时, 求 BE 的长.



【考点】MR: 圆的综合题.

【专题】15: 综合题.

【分析】(1) 先判断出 $\angle EFC = \angle ECF$, 再判断出 $\angle BEF = \angle ACE$, 即可得出结论;

(2) 先判断出 $CH = \frac{1}{2}FC = \frac{1}{2}x$. 进而得出 $BH = 4 - \frac{1}{2}x$, 即可得出结论;

(3) 分两种情况, 判断出两三角形相似, 得出比例式进而得出 AE 与 AC 的关系, 即可得出结论.

【解答】证明: (1) $\because AB = AC$,

$$\therefore \angle B = \angle ACB.$$

$$\because EF = EC,$$

$$\therefore \angle EFC = \angle ECF,$$

$$\because \angle EFC = \angle B + \angle BEF,$$

$$\text{又} \because \angle ECF = \angle ACB + \angle ACE,$$

$$\therefore \angle BEF = \angle ACE,$$

$$\because \angle EAC \text{ 是公共角},$$

$$\therefore \triangle AEP \sim \triangle ACE,$$

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{AP}{AE},$$

$$\therefore AE^2 = AP \cdot AC,$$

$$(2) \because \angle B = \angle ACB, \angle ECF = \angle EFC,$$

$$\therefore \triangle ECB \sim \triangle PFC.$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle PFC}}{S_{\triangle ECB}} = \left(\frac{FC}{CB}\right)^2,$$

过点 E 作 $EH \perp CF$ 于点 H ,

$$\because EH \text{ 经过圆心}, EH \perp CF,$$

$$\therefore CH = \frac{1}{2}FC = \frac{1}{2}x.$$

$$\therefore BH = 4 - \frac{1}{2}x,$$

在 $Rt\triangle BEH$ 中,

$$\therefore \tan \angle B = \frac{EH}{BH} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore EH = 2 - \frac{1}{4}x.$$

$$\therefore S_{\triangle ECB} = \frac{1}{2}BC \cdot EH = \frac{1}{2} \times 4 \times (2 - \frac{1}{4}x) = 4 - \frac{1}{2}x,$$

$$\therefore \frac{y}{4 - \frac{1}{2}x} = (\frac{x}{4})^2.$$

$$\therefore y = \frac{8x^2 - x^3}{32} (0 < x < 4),$$

(3) ①当点 F 在线段 BC 上时,

$$\therefore \frac{FP}{EF} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{PE}{EF} = \frac{PE}{EC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \triangle AEP \sim \triangle ACE.$$

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{PE}{EC},$$

$$\therefore AE = \frac{1}{2}AC.$$

过点 A 作 $AM \perp BC$, 垂足为点 M .

$$\therefore AB = AC, BC = 4,$$

$$\therefore BM = \frac{1}{2}BC = 2,$$

在 $Rt\triangle ABM$ 中,

$$\therefore \tan \angle B = \frac{1}{2},$$

$$\therefore AM = 1, AB = AC = \sqrt{5}$$

$$\therefore AE = \frac{\sqrt{5}}{2},$$

$$\therefore BE = \frac{3\sqrt{5}}{2},$$

②当点 F 在线段 BC 延长线上时,

$$\because \angle EFC = \angle ECF, \angle EFC = \angle FCP + \angle P, \angle ECF = \angle B + \angle BEC.$$

$$\text{又} \because \angle B = \angle ACB, \angle ACB = \angle FCP,$$

$$\therefore \angle B = \angle FCP.$$

$$\therefore \angle P = \angle BEC.$$

$$\because \angle EAC \text{ 是公共角},$$

$$\therefore \triangle AEP \sim \triangle ACE,$$

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{PE}{EC},$$

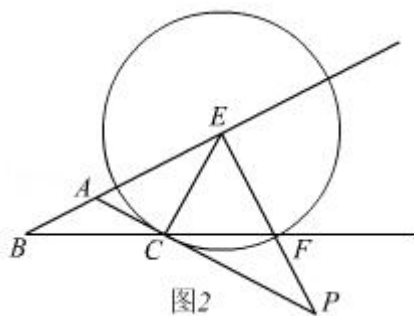
$$\therefore \frac{FP}{EF} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{PE}{EF} = \frac{PE}{EC} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore AE = \frac{3}{2} AC = \frac{3}{2} \sqrt{5},$$

$$\therefore BE = \frac{5\sqrt{5}}{2},$$

综上所述, $BE = \frac{3\sqrt{5}}{2}$ 或 $\frac{5\sqrt{5}}{2}$.





第 32 页 (共 32 页)