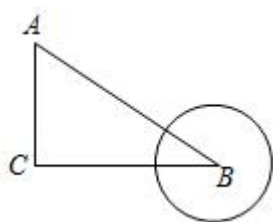


2018 年上海市松江区中考数学二模试卷

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. (4 分) 下列根式中，与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式的为 ()
A. $\sqrt{0.3}$ B. $\sqrt{\frac{1}{3}}$ C. $\sqrt{13}$ D. $\sqrt{30}$
2. (4 分) 下列计算正确的是 ()
A. $x^2+x^3=x^5$ B. $x^2 \cdot x^3=x^5$ C. $(x^2)^3=x^5$ D. $x^6 \div x^2=x^3$
3. (4 分) 下面选项中既是中心对称图形又是轴对称图形的是 ()
A. 等边三角形 B. 等腰梯形 C. 平行四边形 D. 菱形
4. (4 分) 关于反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ ，下列说法中错误的是 ()
A. 它的图象是双曲线
B. 它的图象在第一、三象限
C. y 的值随 x 的值增大而减小
D. 若点 (a, b) 在它的图象上，则点 (b, a) 也在它的图象上
5. (4 分) 将一组数据中的每一个数都加上 1 得到一组新的数据，那么下列四个统计量中，值保持不变的是 ()
A. 方差 B. 平均数 C. 中位数 D. 众数
6. (4 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=3$ ， $BC=4$ ， $\odot B$ 的半径为 1，已知 $\odot A$ 与直线 BC 相交，且与 $\odot B$ 没有公共点，那么 $\odot A$ 的半径可以是 ()



A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. (4 分) 因式分解： $a^3 - 4a =$ _____.

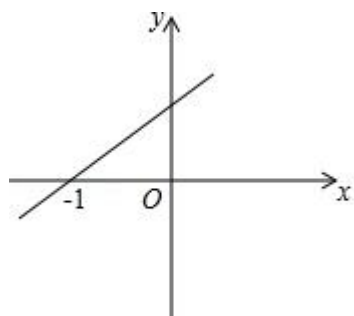
8. (4 分) 方程 $\sqrt{x+2}=x$ 的根是_____.

9. (4 分) 函数 $y = \frac{x-3}{2x}$ 的定义域是_____

10. (4 分) 已知关于 x 的方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 有两个不相等的实数根，那么 m 的取值范围是_____.

11. (4 分) 把抛物线 $y = -2x^2$ 向左平移 1 个单位，则平移后抛物线的表达式为_____.

12. (4 分) 函数 $y = kx + b$ 的图象如图所示，则当 $y < 0$ 时， x 的取值范围是_____.



13. (4 分) 一枚质地均匀的骰子，骰子的六个面上分别刻有 1 到 6 的点数，投掷这样的骰子一次，向上一面点数是偶数的概率是_____.

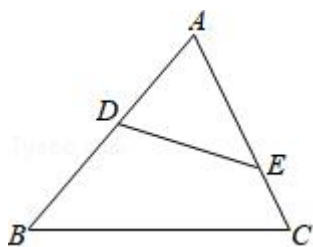
14. (4 分) 某区有 4000 名学生参加学业水平测试，从中随机抽取 500 名，对测试成绩进行了统计，统计结果见下表：

成绩 (x)	$x < 60$	$60 \leq x < 70$	$70 \leq x < 80$	$80 \leq x < 90$	$90 \leq x \leq 100$
人数	15	59	78	140	208

那么根据上述数据可以估计该区这次参加学业水平测试成绩小于 60 分的有_____人.

15. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 AB 的中点, E 是 AC 上一点, 且 $AE=2EC$,

如果 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{DE}$ =_____. (用 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示)

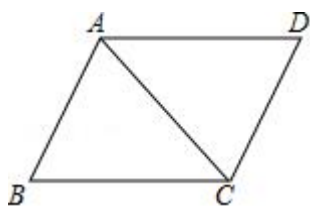


16. (4分) 一个正 n 边形的一个内角等于它的中心角的2倍, 则 n =_____.

17. (4分) 平面直角坐标系 xOy 中, 若抛物线 $y=ax^2$ 上的两点 A 、 B 满足 $OA=OB$,

且 $\tan \angle OAB = \frac{1}{2}$, 则称线段 AB 为该抛物线的通径. 那么抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 的通径长为_____.

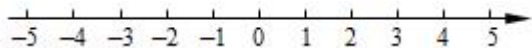
18. (4分) 如图, 已知平行四边形 $ABCD$ 中, $AC=BC$, $\angle ACB=45^\circ$, 将三角形 ABC 沿着 AC 翻折, 点 B 落在点 E 处, 联结 DE , 那么 $\frac{DE}{AC}$ 的值为_____.



三、解答题: (本大题共7题, 满分78分)

19. (10分) 计算: $3^0 - |1 - \sqrt{3}| + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \sqrt{8}$.

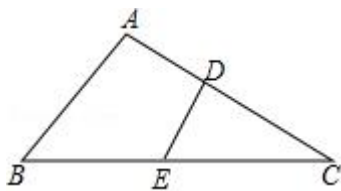
20. (10分) 解不等式组: $\begin{cases} 2x-3 < x \\ 1-\frac{x}{3} \leq \frac{x+12}{6} \end{cases}$ 并把解集在数轴上表示出来.



21. (10分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=45^\circ$, $\tan C = \frac{1}{2}$, $BC=6$.

(1) 求 $\triangle ABC$ 面积;

(2) AC 的垂直平分线交 AC 于点 D , 交 BC 于点 E . 求 DE 的长.

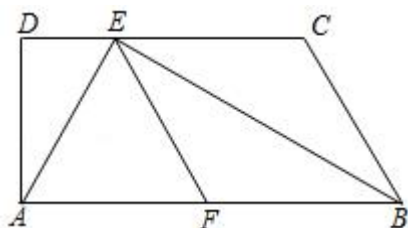


22. (10 分) 某条高速铁路全长 540 公里，高铁列车与动车组列车在该高速铁路上运行时，高铁列车的平均速度比动车组列车每小时快 90 公里，因此全程少用 1 小时，求高铁列车全程的运行时间.

23. (12 分) 如图，已知梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $\angle D = 90^\circ$ ， BE 平分 $\angle ABC$ ，交 CD 于点 E ， F 是 AB 的中点，联结 AE 、 EF ，且 $AE \perp BE$.

求证：(1) 四边形 $BCEF$ 是菱形；

(2) $BE \cdot AE = 2AD \cdot BC$.

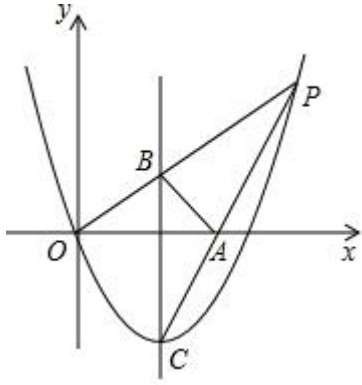


24. (12 分) 如图，已知抛物线 $y = ax^2 + bx$ 的顶点为 $C(1, -1)$ ， P 是抛物线上位于第一象限内的一点，直线 OP 交该抛物线对称轴于点 B ，直线 CP 交 x 轴于点 A .

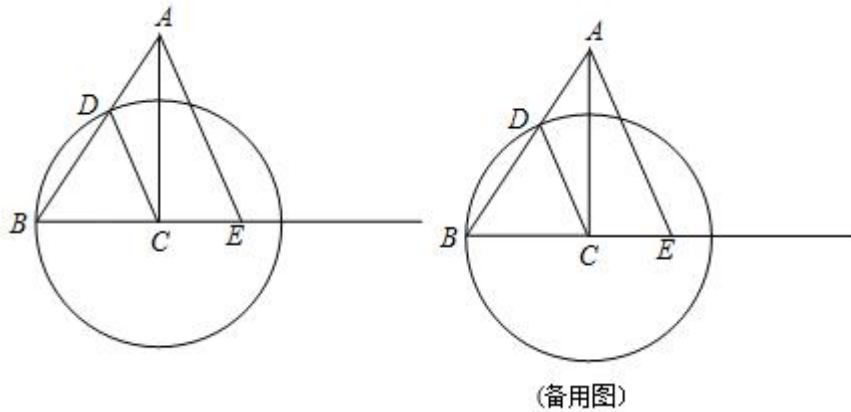
(1) 求该抛物线的表达式；

(2) 如果点 P 的横坐标为 m ，试用 m 的代数式表示线段 BC 的长；

(3) 如果 $\triangle ABP$ 的面积等于 $\triangle ABC$ 的面积，求点 P 坐标.



25. (14 分) 如图, 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $BC=2$, $AC=3$, 以点 C 为圆心、 CB 为半径的圆交 AB 于点 D , 过点 A 作 $AE \parallel CD$, 交 BC 延长线于点 E .



- (1) 求 CE 的长;
- (2) P 是 CE 延长线上一点, 直线 AP 、 CD 交于点 Q .
 - ①如果 $\triangle ACQ \sim \triangle CPQ$, 求 CP 的长;
 - ②如果以点 A 为圆心, AQ 为半径的圆与 $\odot C$ 相切, 求 CP 的长.

2018 年上海市松江区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. (4 分) 下列根式中，与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式的为 ()

- A. $\sqrt{0.3}$ B. $\sqrt{\frac{1}{3}}$ C. $\sqrt{13}$ D. $\sqrt{30}$

【考点】77：同类二次根式.

【专题】1：常规题型.

【分析】根据同类二次根式的概念即可求答案.

【解答】解：(A) 原式= $\frac{\sqrt{30}}{10}$ ，故与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式；

(B) 原式= $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，故与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式；

(C) 原式= $\sqrt{13}$ ，故与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式；

(D) 原式= $\sqrt{30}$ ，故与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式；

故选：B.

【点评】本题考同类二次根式的概念，解题的关键是正确理解同类二次根式的概念，本题属于基础题型.

2. (4 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $x^2+x^3=x^5$ B. $x^2 \cdot x^3=x^5$ C. $(x^2)^3=x^5$ D. $x^6 \div x^2=x^3$

【考点】35：合并同类项；46：同底数幂的乘法；47：幂的乘方与积的乘方；48：同底数幂的除法.

【分析】根据同底数幂的乘法，可判断 A、B，根据幂的乘方，可判断 C，根据同底数幂的除法，可判断 D.

【解答】解：A、不是同底数幂的乘法指数不能相加，故 A 错误；

B、同底数幂的乘法底数不变指数相加，故 B 正确；

C、幂的乘方底数不变指数相乘，故 C 错误；

D、同底数幂的除法底数不变指数相减，故 D 错误；

故选：B.

【点评】本题考查了同底数幂的除法，同底数幂的除法底数不变指数相减，同底数幂的乘法底数不变指数相加，幂的乘方底数不变指数相乘.

3. (4 分) 下面选项中既是中心对称图形又是轴对称图形的是 ()

A. 等边三角形 B. 等腰梯形 C. 平行四边形 D. 菱形

【考点】P3: 轴对称图形; R5: 中心对称图形.

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形；

B、是轴对称图形，不是中心对称图形；

C、不是轴对称图形，是中心对称图形；

D、是轴对称图形，也是中心对称图形.

故选：D.

【点评】掌握好中心对称图形与轴对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻找对称轴, 图形两部分折叠后可重合, 中心对称图形是要寻找对称中心, 旋转 180° 后两部分重合.

4. (4 分) 关于反比例函数 $y = \frac{2}{x}$, 下列说法中错误的是 ()

A. 它的图象是双曲线

B. 它的图象在第一、三象限

C. y 的值随 x 的值增大而减小

D. 若点 (a, b) 在它的图象上, 则点 (b, a) 也在它的图象上

【考点】G4: 反比例函数的性质.

【专题】33: 函数思想.

【分析】根据反比例函数图象与系数的关系进行判断.

【解答】解: A、反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象是双曲线, 正确, 不符合题意;

B、因为 $2 > 0$, 所以它的图象在第一、三象限, 正确, 不符合题意;

C、因为 $2 > 0$, 所以它的图象在每一象限内, y 的值随 x 的值增大而减小, 错误, 符合题意,;

D、因为点 (a, b) 在它的图象上, 则 $k=ab$, 所以点 (b, a) 也在它的图象上, 正确, 不符合题意;

故选: C.

【点评】本题考查了反比例函数的性质: $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象是双曲线; 当 $k > 0$, 双曲线的两支分别位于第一、第三象限, 在每一象限内 y 随 x 的增大而减小; 当 $k < 0$, 双曲线的两支分别位于第二、第四象限, 在每一象限内 y 随 x 的增大而增大.

5. (4 分) 将一组数据中的每一个数都加上 1 得到一组新的数据, 那么下列四个统计量中, 值保持不变的是 ()

A. 方差 B. 平均数 C. 中位数 D. 众数

【考点】WA: 统计量的选择.

【专题】1: 常规题型; 542: 统计的应用.

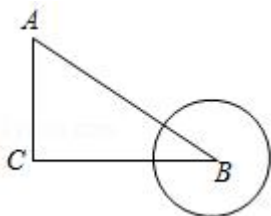
【分析】根据方差的意义及平均数、众数、中位数的定义求解可得.

【解答】解: 将一组数据中的每一个数都加上 1 得到一组新的数据, 那么这组数据的波动幅度保持不变, 即方差不变, 而平均数和众数、中位数均改变.

故选: A.

【点评】本题主要考查统计量的选择，解题的关键是熟练掌握方差的意义与平均数、众数和中位数的定义.

6. (4分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=3$ ， $BC=4$ ， $\odot B$ 的半径为1，已知 $\odot A$ 与直线 BC 相交，且与 $\odot B$ 没有公共点，那么 $\odot A$ 的半径可以是()



- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

【考点】MB: 直线与圆的位置关系.

【专题】55: 几何图形.

【分析】由 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=3$ ， $BC=4$ ，利用勾股定理即可求得 AB 的长，又由 $\odot A$ 、 $\odot B$ 没有公共点，可得 $\odot A$ 与 $\odot B$ 外离或内含，然后利用两圆位置关系与圆心距 d ，两圆半径 R ， r 的数量关系间的联系求得答案.

【解答】解： $\because \text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=3$ ， $BC=4$ ，

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 5,$$

$\because \odot A$ 、 $\odot B$ 没有公共点，

$\therefore \odot A$ 与 $\odot B$ 外离或内含，

$\because \odot B$ 的半径为1，

$\therefore$ 若外离，则 $\odot A$ 半径 r 的取值范围为： $0 < r < 5 - 1 = 4$ ，

若内含，则 $\odot A$ 半径 r 的取值范围为 $r > 1 + 5 = 6$ ，

$\therefore \odot A$ 半径 r 的取值范围为： $0 < r < 4$ 或 $r > 6$.

故选：D.

【点评】此题考查了圆与圆的位置关系以及勾股定理. 此题难度不大，注意掌握

两圆位置关系与圆心距 d ，两圆半径 R, r 的数量关系间的联系是解此题的关键.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分) 【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. (4 分) 因式分解: $a^3 - 4a = \underline{a(a+2)(a-2)}$.

【考点】55: 提公因式法与公式法的综合运用.

【专题】44: 因式分解.

【分析】首先提取公因式 a , 进而利用平方差公式分解因式得出即可.

【解答】解: $a^3 - 4a = a(a^2 - 4) = a(a+2)(a-2)$.

故答案为: $a(a+2)(a-2)$.

【点评】此题主要考查了提取公因式法和公式法分解因式, 熟练掌握平方差公式是解题关键.

8. (4 分) 方程 $\sqrt{x+2}=x$ 的根是 $\underline{x=2}$.

【考点】AG: 无理方程.

【专题】11: 计算题.

【分析】先把方程两边平方, 使原方程化为整式方程 $x+2=x^2$, 解此一元二次方程得到 $x_1=2$, $x_2=-1$, 把它们分别代入原方程得到 $x_2=-1$ 是原方程的增根, 由此得到原方程的根为 $x=2$.

【解答】解: 方程两边平方得, $x+2=x^2$,

解方程 $x^2 - x - 2=0$ 得 $x_1=2$, $x_2=-1$,

经检验 $x_2=-1$ 是原方程的增根,

所以原方程的根为 $x=2$.

故答案为 $x=2$.

【点评】 本题考查了无理方程：根号内含有未知数的方程叫无理方程；解无理方程的基本思想是把无理方程转化为有理方程来解，常常采用平方法去根号.

9. (4 分) 函数 $y = \frac{x-3}{2x}$ 的定义域是 $x \neq 0$

【考点】 E4: 函数自变量的取值范围.

【专题】 51: 数与式.

【分析】 根据分式有意义的条件：分式的分母不能为 0 即可列不等式求解.

【解答】 解：根据题意得 $2x \neq 0$,

解得： $x \neq 0$.

故答案为： $x \neq 0$.

【点评】 本题考查了求函数自变量的范围，一般从三个方面考虑：

- (1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；
- (2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；
- (3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

10. (4 分) 已知关于 x 的方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 有两个不相等的实数根，那么 m 的取值范围是 $m < 4$.

【考点】 AA: 根的判别式.

【分析】 由方程有两个不相等的实数根结合根的判别式即可得出 $\Delta = 16 - 4m > 0$ ，解之即可得出结论.

【解答】 解： $\because$ 关于 x 的方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 有两个不相等的实数根，

$$\therefore \Delta = (-4)^2 - 4m = 16 - 4m > 0,$$

解得： $m < 4$.

故答案为： $m < 4$.

【点评】 本题考查了根的判别式，熟练掌握“当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的

实数根”是解题的关键.

11. (4 分) 把抛物线 $y = -2x^2$ 向左平移 1 个单位, 则平移后抛物线的表达式为

$$y = -2(x+1)^2.$$

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【专题】1: 常规题型.

【分析】直接利用二次函数平移的性质得出答案.

【解答】解: 把抛物线 $y = -2x^2$ 向左平移 1 个单位, 则平移后抛物线的表达式为:

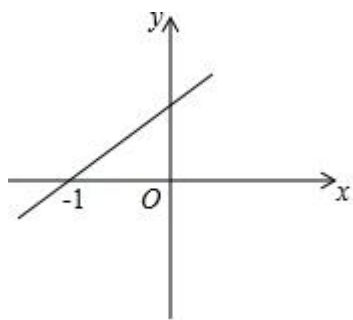
$$y = -2(x+1)^2.$$

故答案为: $y = -2(x+1)^2$.

【点评】此题主要考查了二次函数图象与几何变换, 正确记忆平移规律是解题关键.

12. (4 分) 函数 $y = kx + b$ 的图象如图所示, 则当 $y < 0$ 时, x 的取值范围是 x

$$< -1.$$



【考点】F3: 一次函数的图象; F5: 一次函数的性质.

【专题】53: 函数及其图象.

【分析】根据图象的性质, 当 $y < 0$ 时, 求 x 的取值范围即函数图象落在 x 轴的下方所对应的 x 的值, $x < -1$.

【解答】解: 根据图象和数据可知, 当 $y < 0$ 即图象在 x 轴下方, $x < -1$.

故答案为 $x < -1$.

【点评】 本题考查一次函数的图象，考查学生的分析能力和读图能力.

13. (4 分) 一枚质地均匀的骰子，骰子的六个面上分别刻有 1 到 6 的点数，投掷这样的骰子一次，向上一面点数是偶数的概率是 $\frac{1}{2}$.

【考点】 X4: 概率公式.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 由一枚质地均匀的正方体骰子的六个面上分别刻有 1 到 6 的点数，掷一次这枚骰子，向上的一面的点数为偶数的有 3 种情况，直接利用概率公式求解即可求得答案.

【解答】 解：根据题意可得：掷一次骰子，向上一面的点数有 6 种情况，其中有 3 种为向上一面的点数偶数，

向上一面点数是偶数的概率是 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$;

故答案为： $\frac{1}{2}$.

【点评】 本题考查的是概率的求法的运用. 如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

14. (4 分) 某区有 4000 名学生参加学业水平测试，从中随机抽取 500 名，对测试成绩进行了统计，统计结果见下表：

成绩 (x)	$x < 60$	$60 \leq x < 70$	$70 \leq x < 80$	$80 \leq x < 90$	$90 \leq x \leq 100$
人数	15	59	78	140	208

那么根据上述数据可以估计该区这次参加学业水平测试成绩小于 60 分的有 120 人.

【考点】 V5: 用样本估计总体; V7: 频数 (率) 分布表.

【专题】1：常规题型；542：统计的应用.

【分析】用总人数乘以样本中低于 60 分的人数占被调查人数的比例即可得.

【解答】解：估计该区这次参加学业水平测试成绩小于 60 分的有 $4000 \times$

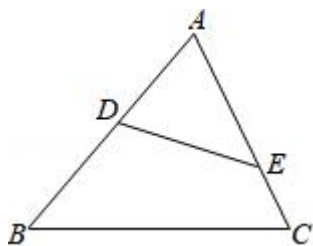
$$\frac{15}{500}=120 \text{ 人,}$$

故答案为：120.

【点评】本题主要考查频数分布表与用样本估计总体，解题的关键是熟练掌握用样本估计总体思想的运用及其计算.

15. (4 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，D 是 AB 的中点，E 是 AC 上一点，且 $AE=2EC$,

如果 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{DE}=-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}$. (用 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示)



【考点】LM：*平面向量.

【专题】11：计算题.

【分析】根据平面向量的三角形法则进行解答.

【解答】解：∵ D 是 AB 的中点， $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$,

$$\therefore \overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\vec{a}.$$

$$\therefore AE=2EC, \overrightarrow{AC}=\vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{AE}=\frac{2}{3}\vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}.$$

故答案是： $-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}$.

【点评】考查了平面向量，解题的关键是掌握平面向量的计算法则，难度中档.

16. (4 分) 一个正 n 边形的一个内角等于它的中心角的 2 倍，则 $n=6$.

【考点】L3: 多边形内角与外角; MM: 正多边形和圆.

【专题】1: 常规题型.

【分析】根据正多边形内角和公式求出一个内角的度数, 再根据中心角的求法求出中心角的度数列方程求解即可.

【解答】解: $\because$ 正 n 边形的一个内角和 $= (n-2) \cdot 180^\circ$,

$$\therefore \text{正 } n \text{ 边形的一个内角} = \frac{180^\circ \times (n-2)}{n},$$

$$\therefore \text{正 } n \text{ 边形的中心角} = \frac{360^\circ}{n},$$

$$\therefore \frac{180^\circ \times (n-2)}{n} = 2 \times \frac{360^\circ}{n},$$

解得, $n=6$. (经检验可知 $n=6$ 是原方程的解)

故答案为: 6.

【点评】此题比较简单, 解答此题的关键是熟知正多边形的内角和公式及中心角的求法.

17. (4分) 平面直角坐标系 xOy 中, 若抛物线 $y=ax^2$ 上的两点 A, B 满足 $OA=OB$, 且 $\tan \angle OAB = \frac{1}{2}$, 则称线段 AB 为该抛物线的通径. 那么抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 的通径长为 2.

【考点】H5: 二次函数图象上点的坐标特征; T7: 解直角三角形.

【专题】17: 推理填空题.

【分析】根据题意可以设出点 A 的坐标, 从而可以求得通径的长.

【解答】解: 设点 A 的坐标为 $(-2a, a)$, 点 A 在 x 轴的负半轴,

$$\text{则 } a = \frac{1}{2} \times (-2a)^2,$$

$$\text{解得, } a=0 \text{ (舍去) 或 } a=\frac{1}{2},$$

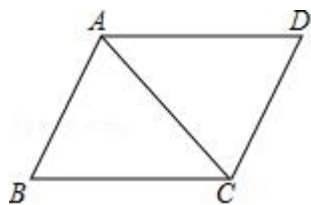
$$\therefore \text{点 } A \text{ 的横坐标是 } -1, \text{ 点 } B \text{ 的横坐标是 } 1,$$

$$\therefore AB = 1 - (-1) = 2,$$

故答案为：2.

【点评】 本题考查二次函数图象上点的坐标特征，解答本题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用二次函数的性质解答.

18. (4 分) 如图，已知平行四边形 $ABCD$ 中， $AC=BC$ ， $\angle ACB=45^\circ$ ，将三角形 ABC 沿着 AC 翻折，点 B 落在点 E 处，联结 DE ，那么 $\frac{DE}{AC}$ 的值为 $\sqrt{2}-1$.



【考点】 L5: 平行四边形的性质；PB: 翻折变换（折叠问题）.

【专题】 555: 多边形与平行四边形.

【分析】 依据 $\triangle ACF$ 和 $\triangle DEF$ 都是等腰直角三角形，设 $EF=DF=1$ ，则 $DE=\sqrt{2}$ ，
设 $AF=CF=x$ ，则 $AC=EC=1+x$ ，在 $\text{Rt}\triangle ACF$ 中，依据 $AF^2+CF^2=AC^2$ ，可得
 $x^2+x^2=(x+1)^2$ ，解得 $x=1+\sqrt{2}$ ，即可得到 $AC=2+\sqrt{2}$ ，进而得出 $\frac{DE}{AC}=\frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}=\sqrt{2}-1$.

【解答】 解：如图，设 AD 与 CE 交于点 F ，

由折叠可得， $\angle ACE=\angle ACB=45^\circ$ ，而 $\angle DAC=\angle ACB=45^\circ$ ，

$\therefore \angle AFC=90^\circ$ ， $\angle EFD=90^\circ$ ， $AF=CF$ ，

由折叠可得， $CE=AD$ ，

$\therefore EF=DF$ ，

$\therefore \triangle ACF$ 和 $\triangle DEF$ 都是等腰直角三角形，

设 $EF=DF=1$ ，则 $DE=\sqrt{2}$ ，

设 $AF=CF=x$ ，则 $AC=EC=1+x$ ，

$\therefore \text{Rt}\triangle ACF$ 中， $AF^2+CF^2=AC^2$ ，

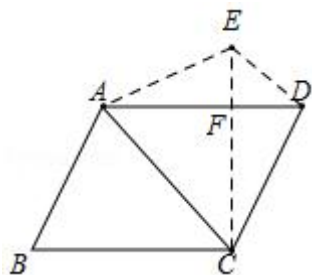
$\therefore x^2+x^2=(x+1)^2$ ，

解得 $x=1+\sqrt{2}$ 或 $x=1-\sqrt{2}$ (舍去),

$$\therefore AC=2+\sqrt{2},$$

$$\therefore \frac{DE}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} = \sqrt{2}-1.$$

故答案为: $\sqrt{2}-1$.



【点评】 本题主要考查了折叠问题, 平行四边形以及等腰直角三角形的性质, 折叠是一种对称变换, 它属于轴对称, 折叠前后图形的形状和大小不变, 位置变化, 对应边和对应角相等.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 计算: $3^0 - |1 - \sqrt{3}| + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \sqrt{8}$.

【考点】 6E: 零指数幂; 79: 二次根式的混合运算.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 利用零指数幂的意义、绝对值意义计算, 然后分母有理化后合并即可.

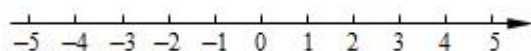
【解答】 解: 原式 $= 1 + (1 - \sqrt{3}) + \sqrt{3} - \sqrt{2} + 2\sqrt{2}$

$$= 1 + 1 - \sqrt{3} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + 2\sqrt{2}$$

$$= 2 + \sqrt{2}.$$

【点评】 本题考查了二次根式的混合运算: 先把各二次根式化简为最简二次根式, 然后进行二次根式的乘除运算, 再合并即可.

20. (10 分) 解不等式组: $\begin{cases} 2x-3 < x \\ 1-\frac{x}{3} \leq \frac{x+12}{6} \end{cases}$ 并把解集在数轴上表示出来.



【考点】 C4: 在数轴上表示不等式的解集; CB: 解一元一次不等式组.

【专题】1：常规题型.

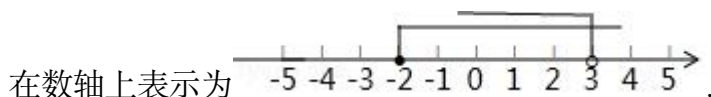
【分析】先求出每个不等式的解集，再根据不等式的解集求出不等式组的解集即可.

【解答】解：
$$\begin{cases} 2x-3 < x & \text{①} \\ 1-\frac{x}{3} \leq \frac{x+12}{6} & \text{②} \end{cases}$$

∴解不等式①得： $x < 3$,

解不等式②得： $x \geq -2$,

∴不等式组的解集是 $-2 \leq x < 3$,

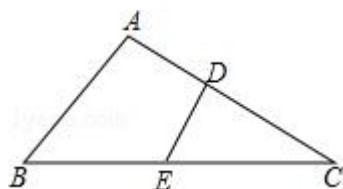


【点评】本题考查了解一元一次不等式组和在数轴上表示不等式组的解集，能根据不等式的解集得出不等式组的解集是解此题的关键.

21. (10 分) 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=45^\circ$ ， $\tan C=\frac{1}{2}$ ， $BC=6$.

(1) 求 $\triangle ABC$ 面积;

(2) AC 的垂直平分线交 AC 于点 D ，交 BC 于点 E . 求 DE 的长.



【考点】KG：线段垂直平分线的性质；T7：解直角三角形.

【专题】11：计算题；55E：解直角三角形及其应用.

【分析】(1) 过点 A 作 $AH \perp BC$ 于点 H ，根据题意得到三角形 ACH 为等腰直角三角形，设 $AH=BH=x$ ，根据 $\tan C$ 的值，表示出 HC ，由 $BC=6$ 求出 x 的值，确定出 AH 的长，即可求出三角形 ABC 面积;

(2) 由 (1) 得到 AH 与 CH 的长，利用勾股定理求出 AC 的长，进而确定出 CD 的长，根据 $\tan C$ 的值，利用锐角三角函数定义求出 DE 的长即可.

【解答】解：（1）过点 A 作 $AH \perp BC$ 于点 H，

在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle B=45^\circ$ ，

设 $AH=x$ ，则 $BH=x$ ，

在 $Rt\triangle AHC$ 中， $\tan C = \frac{AH}{HC} = \frac{1}{2}$ ，

$$\therefore HC=2x,$$

$$\therefore BC=6,$$

$$\therefore x+2x=6,$$

解得： $x=2$ ，

$$\therefore AH=2,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AH = 6;$$

（2）由（1）得 $AH=2$ ， $CH=4$ ，

在 $Rt\triangle AHC$ 中， $AC = \sqrt{AH^2 + HC^2} = 2\sqrt{5}$ ，

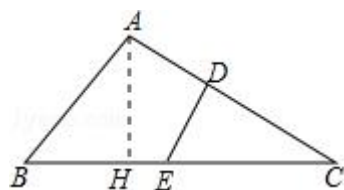
$\therefore DE$ 垂直平分 AC ，

$$\therefore CD = \frac{1}{2}AC = \sqrt{5},$$

$\therefore ED \perp AC$ ，

$\therefore$ 在 $Rt\triangle EDC$ 中， $\tan C = \frac{ED}{CD} = \frac{1}{2}$ ，

$$\therefore DE = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$



【点评】此题考查了解直角三角形，线段的垂直平分线，以及锐角三角函数定义，熟练掌握各自的性质是解本题的关键．

22. （10 分）某条高速铁路全长 540 公里，高铁列车与动车组列车在该高速铁

路上运行时，高铁列车的平均速度比动车组列车每小时快 90 公里，因此全程少用 1 小时，求高铁列车全程的运行时间.

【考点】B7：分式方程的应用.

【专题】34：方程思想；522：分式方程及应用.

【分析】设高铁列车全程的运行时间为 x 小时，则动车组列车全程的运行时间为 $(x+1)$ 小时，根据速度=路程÷时间结合铁列车的平均速度比动车组列车每小时快 90 公里，即可得出关于 x 的分式方程，解之经检验后即可得出结论.

【解答】解：设高铁列车全程的运行时间为 x 小时，则动车组列车全程的运行时间为 $(x+1)$ 小时，

根据题意得： $\frac{540}{x} - \frac{540}{x+1} = 90$,

解得： $x_1=2$, $x_2=-3$,

经检验，它们都是原方程的根，但 $x=-3$ 不符合题意.

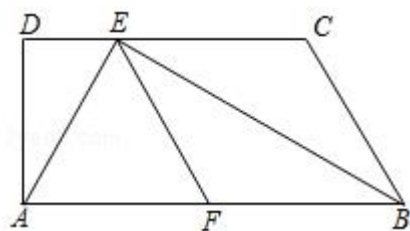
答：高铁列车全程的运行时间为 2 小时.

【点评】本题考查了分式方程的应用，找准等量关系，正确列出分式方程是解题的关键.

23. (12 分) 如图，已知梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $\angle D=90^\circ$ ， BE 平分 $\angle ABC$ ，交 CD 于点 E ， F 是 AB 的中点，联结 AE 、 EF ，且 $AE \perp BE$.

求证：(1) 四边形 $BCEF$ 是菱形；

(2) $BE \cdot AE = 2AD \cdot BC$.



【考点】KJ：等腰三角形的判定与性质；LA：菱形的判定与性质；LH：梯形；

S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】 554: 等腰三角形与直角三角形; 557: 梯形; 55D: 图形的相似.

【分析】 (1) 根据角平分线的性质可得出 $\angle ABE = \angle CBE$, 由直角三角形斜边上中线等于斜边的一半可得出 $EF = BF = \frac{1}{2}AB$, 进而可得出 $\angle FEB = \angle FBE = \angle CBE$, 由“内错角相等, 两直线平行”可得出 $EF \parallel BC$, 结合 $AB \parallel CD$ 可得出四边形 $BCEF$ 是平行四边形, 再由邻边 $EF = BF$ 即可证出四边形 $BCEF$ 是菱形;
(2) 根据菱形的性质可得出 $BC = BF$, 结合 $BF = \frac{1}{2}AB$ 可得出 $AB = 2BC$, 由 $AB \parallel CD$ 可得出 $\angle DEA = \angle EAB$, 结合 $\angle D = \angle AEB = 90^\circ$ 可证出 $\triangle EDA \sim \triangle AEB$, 根据相似三角形的性质可得出 $BE \cdot AE = AD \cdot BA$, 代入 $BA = 2BC$ 即可证出结论.

【解答】 证明: (1) $\because BE$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle ABE = \angle CBE.$$

$$\because AE \perp BE,$$

$$\therefore \angle AEB = 90^\circ.$$

$$\because F \text{ 是 } AB \text{ 的中点},$$

$$\therefore EF = BF = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore \angle FEB = \angle FBE = \angle CBE,$$

$$\therefore EF \parallel BC.$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \text{四边形 } BCEF \text{ 是平行四边形}.$$

$$\because EF = BF,$$

$$\therefore \text{四边形 } BCEF \text{ 是菱形}.$$

$$(2) \because \text{四边形 } BCEF \text{ 是菱形},$$

$$\therefore BC=BF.$$

$$\therefore BF=\frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore AB=2BC.$$

$$\therefore AB\parallel CD,$$

$$\therefore \angle DEA=\angle EAB.$$

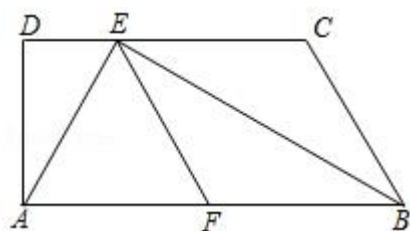
$$\therefore \angle D=\angle AEB=90^\circ,$$

$$\therefore \triangle EDA\sim \triangle AEB,$$

$$\therefore \frac{AD}{BE}=\frac{AE}{BA},$$

$$\therefore BE\cdot AE=AD\cdot BA,$$

$$\therefore BE\cdot AE=2AD\cdot BC.$$



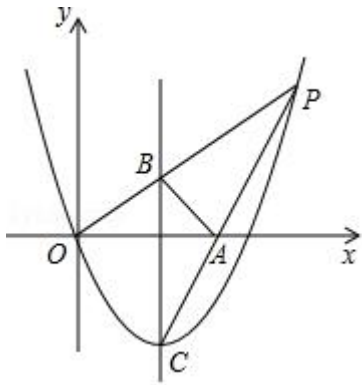
【点评】 本题考查了相似三角形的性质、菱形的判定与性质、平行线的判定与性质、梯形以及直角三角形，解题的关键是：(1) 熟练掌握菱形的判定定理；(2) 利用两角对应相等两三角形相似找出 $\triangle EDA\sim \triangle AEB$.

24. (12 分) 如图，已知抛物线 $y=ax^2+bx$ 的顶点为 $C(1, -1)$ ， P 是抛物线上位于第一象限内的一点，直线 OP 交该抛物线对称轴于点 B ，直线 CP 交 x 轴于点 A .

(1) 求该抛物线的表达式；

(2) 如果点 P 的横坐标为 m ，试用 m 的代数式表示线段 BC 的长；

(3) 如果 $\triangle ABP$ 的面积等于 $\triangle ABC$ 的面积，求点 P 坐标.



【考点】H3：二次函数的性质；H5：二次函数图象上点的坐标特征；H8：待定系数法求二次函数解析式.

【专题】11：计算题；535：二次函数图象及其性质.

【分析】(1) 由对称轴公式，以及已知顶点 C 坐标，利用待定系数法确定出解析式即可；

(2) 设出 P 坐标，令 BC 与 x 轴交点为 M，过点 P 作 $PN \perp x$ 轴，垂足为点 N，表示出 PN，ON，OM，利用比例表示出 BM，进而表示出 BC 即可；

(3) 设出 P 坐标，由两三角形面积相等得到 $AC=AP$ ，过点 P 作 $PQ \perp BC$ 交 BC 于点 Q，列出关于 t 的方程，求出方程的解确定出 t 的值，即可求出 P 坐标.

【解答】解：(1) $\because$ 抛物线 $y=ax^2+bx$ 的顶点为 C (1, -1),

$$\therefore \begin{cases} a+b=-1 \\ -\frac{b}{2a}=1 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线的表达式为: $y=x^2-2x$;

(2) $\because$ 点 P 的横坐标为 m,

$\therefore$ 点 P 的纵坐标为: m^2-2m ,

令 BC 与 x 轴交点为 M，过点 P 作 $PN \perp x$ 轴，垂足为点 N，

∵ P 是抛物线上位于第一象限内的一点,

$$\therefore PN=m^2-2m, \quad ON=m, \quad OM=1,$$

$$\text{由 } \frac{PN}{ON} = \frac{BM}{OM}, \text{ 得 } \frac{m^2-2m}{m} = \frac{MB}{1},$$

$$\therefore BM=m-2,$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的坐标为 } (1, -1),$$

$$\therefore BC=m-2+1=m-1;$$

$$(3) \text{ 令 } P(t, t^2-2t),$$

∵ $\triangle ABP$ 的面积等于 $\triangle ABC$ 的面积,

$$\therefore AC=AP,$$

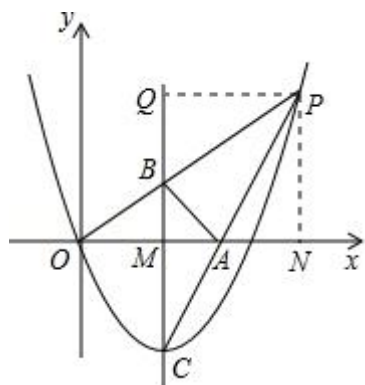
过点 P 作 $PQ \perp BC$ 交 BC 于点 Q,

$$\therefore CM=MQ=1,$$

$$\text{可得 } t^2-2t=1,$$

$$\text{解得: } t=1+\sqrt{2} \quad (t=1-\sqrt{2} \text{舍去}),$$

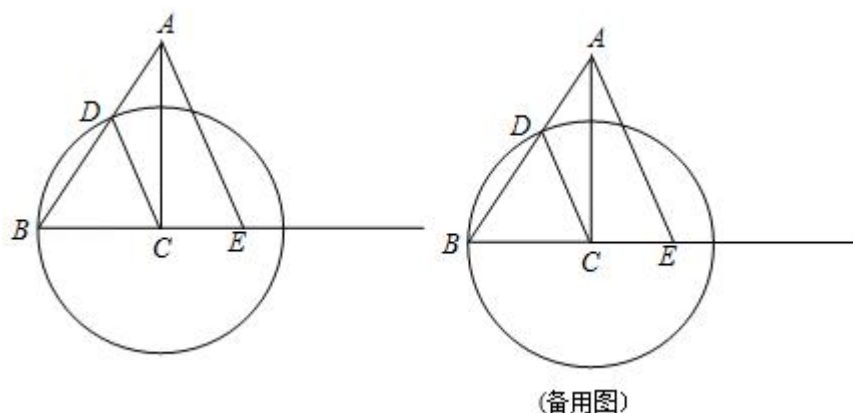
$$\therefore P \text{ 的坐标为 } (1+\sqrt{2}, 1).$$



【点评】此题考查了待定系数法求二次函数解析式，二次函数性质，以及二次函数图象上点的坐标特征，熟练掌握待定系数法是解本题的关键.

25. (14 分) 如图, 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $BC=2$, $AC=3$, 以点 C 为

圆心、CB 为半径的圆交 AB 于点 D，过点 A 作 $AE \parallel CD$ ，交 BC 延长线于点 E.



- (1) 求 CE 的长;
- (2) P 是 CE 延长线上一点，直线 AP、CD 交于点 Q.

①如果 $\triangle ACQ \sim \triangle CPQ$ ，求 CP 的长;

②如果以点 A 为圆心，AQ 为半径的圆与 $\odot C$ 相切，求 CP 的长.

【考点】 KQ: 勾股定理; M2: 垂径定理; MC: 切线的性质; S7: 相似三角形的性质.

【专题】 55C: 与圆有关的计算.

【分析】 (1) 设 $CE=x$ ，则 $AE=BE=x+2$ ，依据勾股定理即可得到 $CE=\frac{5}{4}$;

(2) ①依据 $\triangle ACE \sim \triangle PCA$ ，即可得到 $AC^2=CE \cdot CP$ ，即 $3^2=\frac{5}{4}CP$ ，进而得到

$$CP=\frac{36}{5};$$

②分两种情况讨论：若两圆外切，那么 $AQ=\frac{5\sqrt{t^2+9}}{4t-5}=1$ ，此时方程无实数解；若

两圆内切，那么 $AQ=\frac{5\sqrt{t^2+9}}{4t-5}=5$ ，即可得到 $t=\frac{20+4\sqrt{10}}{15}$.

【解答】 解：(1) $\because AE \parallel CD$,

$$\therefore \frac{BC}{BE} = \frac{DC}{AE},$$

$$\therefore BC=DC,$$

$$\therefore BE=AE,$$

设 $CE=x$, 则 $AE=BE=x+2$,

$$\therefore \angle ACB=90^\circ,$$

$$\therefore AC^2+CE^2=AE^2, \text{ 即 } 3^2+x^2=(x+2)^2,$$

$$\therefore x=\frac{5}{4}, \text{ 即 } CE=\frac{5}{4};$$

$$(2) \textcircled{1} \because \triangle ACQ \sim \triangle CPQ, \angle QAC > \angle P,$$

$$\therefore \angle ACQ = \angle P,$$

$$\text{又 } \because AE \parallel CD,$$

$$\therefore \angle ACQ = \angle CAE,$$

$$\therefore \angle CAE = \angle P,$$

$$\therefore \triangle ACE \sim \triangle PCA,$$

$$\therefore AC^2 = CE \cdot CP, \text{ 即 } 3^2 = \frac{5}{4} CP,$$

$$\therefore CP = \frac{36}{5};$$

$$\textcircled{2} \text{ 设 } CP=t, \text{ 则 } PE=t-\frac{5}{4},$$

$$\therefore \angle ACB=90^\circ,$$

$$\therefore AP = \sqrt{9+t^2},$$

$$\therefore AE \parallel CD,$$

$$\therefore \frac{AQ}{AP} = \frac{EC}{EP},$$

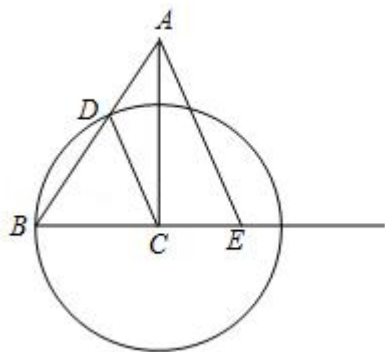
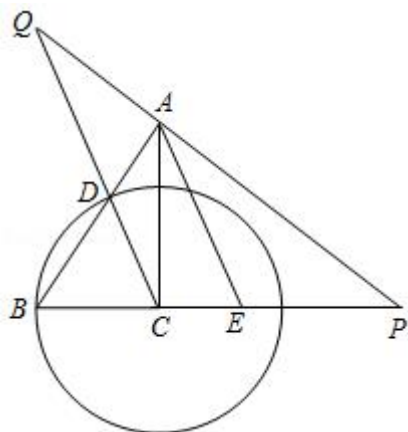
$$\text{即 } \frac{AQ}{\sqrt{t^2+9}} = \frac{\frac{5}{4}}{t-\frac{5}{4}} = \frac{5}{4t-5},$$

若两圆外切, 那么 $AQ = \frac{5\sqrt{t^2+9}}{4t-5} = 1$,

若两圆内切, 那么 $AQ = \frac{5\sqrt{t^2+9}}{4t-5} = 5$,

解之得 $t = \frac{20 \pm 4\sqrt{10}}{15}$,

$$\therefore t = \frac{20 + 4\sqrt{10}}{15}$$



第 27 页 (共 27 页)