

2018 年上海市杨浦区中考数学二模试卷

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 下列各数中是无理数的是 ()

A. $\cos 60^\circ$

B. $1.\dot{3}$

C. 半径为 1cm 的圆周长

D. $\sqrt[3]{8}$

2. (4 分) 下列运算正确的是 ()

A. $m \cdot m = 2m$

B. $(m^2)^3 = m^6$

C. $(mn)^3 = mn^3$

D. $m^6 \div m^2 = m^3$

3. (4 分) 若 $3x > -3y$, 则下列不等式中一定成立的是 ()

A. $x + y > 0$

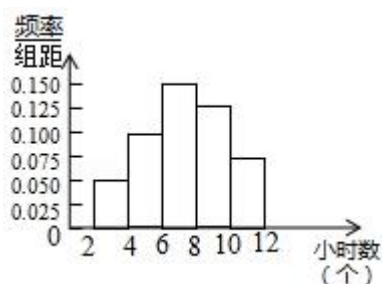
B. $x - y > 0$

C. $x + y < 0$

D. $x - y < 0$

4. (4 分) 某校 120 名学生某一周用于阅读课外书籍的时间的频数分布直方图如

图所示. 其中阅读时间是 8-10 小时的组频数和组频率分别是 ()



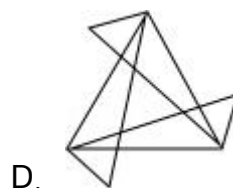
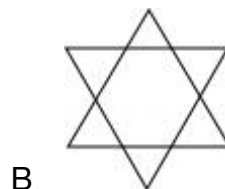
A. 15 和 0.125

B. 15 和 0.25

C. 30 和 0.125

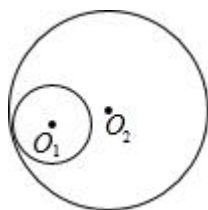
D. 30 和 0.25

5. (4 分) 下列图形是中心对称图形的是 ()



6. (4 分) 如图, 半径为 1 的圆 O_1 与半径为 3 的圆 O_2 相内切, 如果半径为 2

的圆与圆 O_1 和圆 O_2 都相切，那么这样的圆的个数是 ()



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题 (本大题共 12 小题，每题 4 分，满分 48 分)

7. (4 分) $a(a+b) - b(a+b) =$ _____.

8. (4 分) 当 $a < 0$, $b > 0$ 时，化简: $\sqrt{a^2 b} =$ _____.

9. (4 分) 函数 $y = \frac{1}{1-x} + \sqrt{x+2}$ 中，自变量 x 的取值范围是_____.

10. (4 分) 如果反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 A (2, y_1) 与 B (3, y_2), 那么 $\frac{y_1}{y_2}$ 的值等于_____.

11. (4 分) 3 人中有两人性别相同的概率为_____.

12. (4 分) 25 位同学 10 秒钟跳绳的成绩汇总如下表:

人数	1	2	3	4	5	10
次数	15	8	25	10	17	20

那么跳绳次数的中位数是_____.

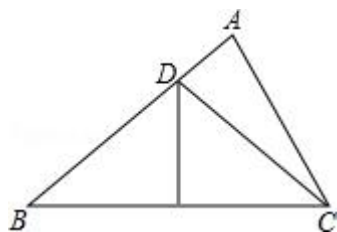
13. (4 分) 李明早上骑自行车上学，中途因道路施工推车步行了一段路，到学校共用时 15 分钟. 如果他骑自行车的平均速度是每分钟 250 米，推车步行的平均速度是每分钟 80 米，他家离学校的路程是 2900 米，设他推车步行的时间为 x 分钟，那么可列出的方程是_____.

14. (4 分) 四边形 ABCD 中，向量 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} =$ _____

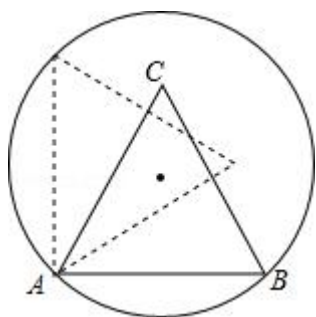
15. (4 分) 若正 n 边形的内角为 140° ，边数 n 为_____.

16. (4 分) 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 80^\circ$ ， $\angle B = 40^\circ$ ，BC 的垂直平分线交 AB 于

点 D，联结 DC. 如果 $AD=2$ ， $BD=6$ ，那么 $\triangle ADC$ 的周长为_____.



17. (4 分) 如图，正 $\triangle ABC$ 的边长为 2，点 A、B 在半径为 $\sqrt{2}$ 的圆上，点 C 在圆内，将正 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转，当点 C 第一次落在圆上时，旋转角的正切值为_____.



18. (4 分) 当关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 有实数根，且其中一个根为另一个根的 2 倍时，称之为“倍根方程”. 如果关于 x 的一元二次方程 $x^2+(m-2)x-2m=0$ 是“倍根方程”，那么 m 的值为_____.

三、解答题 (本大题共 7 题，满分 78 分)

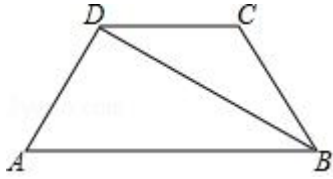
19. (10 分) 先化简，再求值： $\frac{x-3}{x^2-1} \div \frac{x^2-2x-3}{x^2+2x+1} + \frac{1}{x-1}$ ， $x=\sqrt{2}+1$.

20. (10 分) 解方程组：
$$\begin{cases} 2x^2-y=3 \\ x^2-y^2=2(x+y) \end{cases}$$

21. (10 分) 已知：如图，在梯形 ABCD 中， $DC \parallel AB$ ， $AD=BC$ ，BD 平分 $\angle ABC$ ， $\angle A=60^\circ$.

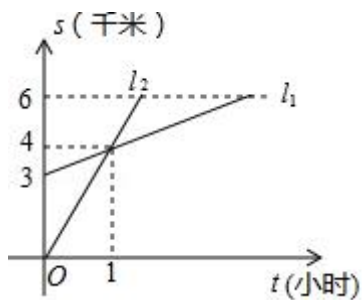
求：(1) 求 $\angle CDB$ 的度数；

(2) 当 $AD=2$ 时，求对角线 BD 的长和梯形 ABCD 的面积.



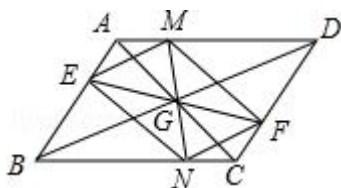
22. (10 分) 已知 A、B、C 三地在同一条路上, A 地在 B 地的正南方 3 千米处, 甲、乙两人分别从 A、B 两地向正北方向的目的地 C 匀速直行, 他们分别和 A 地的距离 s (千米) 与所用的时间 t (小时) 的函数关系如图所示.

- (1) 图中的线段 l_1 是_____ (填“甲”或“乙”) 的函数图象, C 地在 B 地的正北方向_____千米处;
- (2) 谁先到达 C 地? 并求出甲乙两人到达 C 地的时间差;
- (3) 如果速度慢的人在两人相遇后立刻提速, 并且比先到者晚 1 小时到达 C 地, 求他提速后的速度.



23. (12 分) 已知: 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 G 为对角线 AC 的中点, 过点 G 的直线 EF 分别交边 AB、CD 于点 E、F, 过点 G 的直线 MN 分别交边 AD、BC 于点 M、N, 且 $\angle AGE = \angle CGN$.

- (1) 求证: 四边形 ENFM 为平行四边形;
- (2) 当四边形 ENFM 为矩形时, 求证: $BE = BN$.



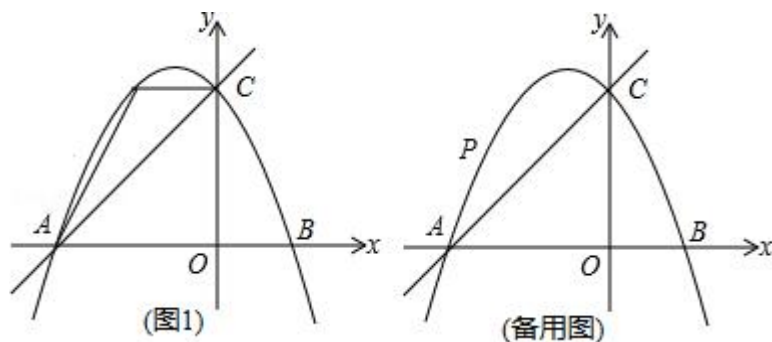
24. (12 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点

A、B, 与 y 轴交于点 C, 直线 $y = x + 4$ 经过点 A、C, 点 P 为抛物线上位于直线 AC 上方的一个动点.

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 如图 (1), 当 $CP \parallel AO$ 时, 求 $\angle PAC$ 的正切值;

(3) 当以 AP、AO 为邻边的平行四边形第四个顶点恰好也在抛物线上时, 求出此时点 P 的坐标.



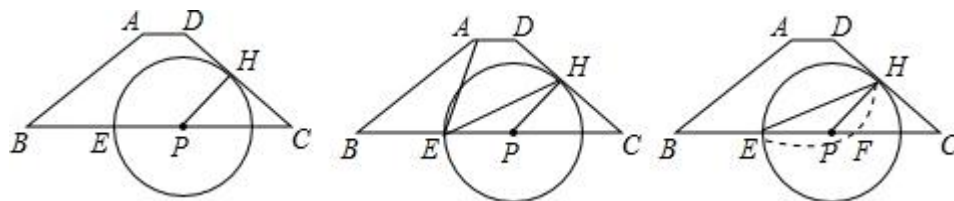
25. (14 分) 如图, 在梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $AB = DC = 5$, $AD = 1$, $BC = 9$,

点 P 为边 BC 上一动点, 作 $PH \perp DC$, 垂足 H 在边 DC 上, 以点 P 为圆心 PH 为半径画圆, 交射线 PB 于点 E.

(1) 当圆 P 过点 A 时, 求圆 P 的半径;

(2) 分别联结 EH 和 EA, 当 $\triangle ABE \sim \triangle CEH$ 时, 以点 B 为圆心, r 为半径的圆 B 与圆 P 相交, 试求圆 B 的半径 r 的取值范围;

(3) 当劣弧 $\widehat{EH}$ 沿直线 EH 翻折交 BC 于点 F, 试通过计算说明线段 EH 和 EF 的比值为定值, 并求出此定值.



2018 年上海市杨浦区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 下列各数中是无理数的是 ()

A. $\cos 60^\circ$

B. $1.\dot{3}$

C. 半径为 1cm 的圆周长

D. $\sqrt[3]{8}$

【考点】26: 无理数; T5: 特殊角的三角函数值.

【专题】51: 数与式.

【分析】无理数就是无限不循环小数. 理解无理数的概念, 一定要同时理解有理数的概念, 有理数是整数与分数的统称. 即有限小数和无限循环小数是有理数, 而无限不循环小数是无理数. 由此即可判定选择项.

【解答】解: A、 $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ 是有理数, 错误;

B、 $1.\dot{3}$ 是有理数, 错误;

C、半径为 1cm 的圆周长是 2π , 是无理数, 正确;

D、 $\sqrt[3]{8} = 2$ 是有理数, 错误;

故选: C.

【点评】此题主要考查了无理数的定义, 其中初中范围内学习的无理数有: π , 2π 等; 开方开不尽的数; 以及像 0.1010010001..., 等有这样规律的数.

2. (4 分) 下列运算正确的是 ()

A. $m \cdot m = 2m$

B. $(m^2)^3 = m^6$

C. $(mn)^3 = mn^3$

D. $m^6 \div m^2 = m^3$

【考点】47: 幂的乘方与积的乘方; 48: 同底数幂的除法.

【专题】1: 常规题型.

【分析】直接利用同底数幂的乘法运算法则以及幂的乘方运算法则分别计算得出答案.

【解答】解：A、 $m \cdot m = m^2$ ，故此选项错误；

B、 $(m^2)^3 = m^6$ ，正确；

C、 $(mn)^3 = m^3n^3$ ，故此选项错误；

D、 $m^6 \div m^2 = m^4$ ，故此选项错误；

故选：B.

【点评】此题主要考查了同底数幂的乘法运算以及幂的乘方运算，正确掌握运算法则是解题关键.

3. (4分) 若 $3x > -3y$ ，则下列不等式中一定成立的是 ()

A. $x+y > 0$

B. $x-y > 0$

C. $x+y < 0$

D. $x-y < 0$

【考点】C2：不等式的性质.

【分析】根据不等式的性质，可得答案.

【解答】解：两边都除以 3，

得 $x > -y$ ，

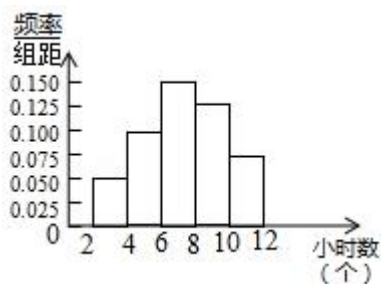
两边都加 y ，得

$x+y > 0$ ，

故选：A.

【点评】本题考查了不等式的性质，熟记不等式的性质并根据不等式的性质求解是解题关键.

4. (4分) 某校 120 名学生某一周用于阅读课外书籍的时间的频数分布直方图如图所示. 其中阅读时间是 8-10 小时的组频数和组频率分别是 ()



- A. 15 和 0.125 B. 15 和 0.25 C. 30 和 0.125 D. 30 和 0.25

【考点】V8: 频数 (率) 分布直方图.

【专题】1: 常规题型; 542: 统计的应用.

【分析】根据频数分布直方图将第 4 组的频率与组距的商乘以 2 可得其频率, 再把总人数乘以该组的频率即可得.

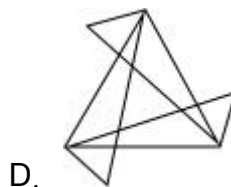
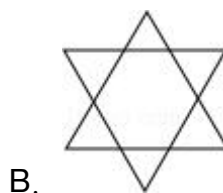
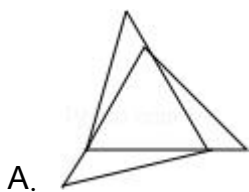
【解答】解: 由频数分布直方图可知, 阅读时间是 8 - 10 小时的频率 = $0.125 \times 2 = 0.25$,

频数为 $120 \times 0.25 = 30$,

故选: D.

【点评】本题主要考查频数 (率) 分布直方图, 解题的关键是掌握频率 = 频数 ÷ 总数.

5. (4 分) 下列图形是中心对称图形的是 ()



【考点】R5: 中心对称图形.

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解：A、不是中心对称图形；

B、是中心对称图形；

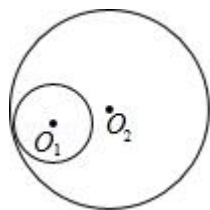
C、不是中心对称图形；

D、不是中心对称图形．

故选：B．

【点评】本题考查的是中心对称图形与轴对称图形的概念．轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合．

6. (4 分) 如图，半径为 1 的圆 O_1 与半径为 3 的圆 O_2 相内切，如果半径为 2 的圆与圆 O_1 和圆 O_2 都相切，那么这样的圆的个数是 ()



A. 1

B. 2

C. 3

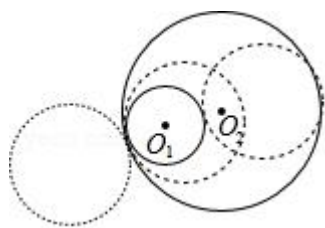
D. 4

【考点】 MK：相切两圆的性质．

【专题】 559：圆的有关概念及性质．

【分析】 画出图象即可解决问题．

【解答】解：观察图象可知，满足条件的圆有三个，



故选：C．

【点评】 本题考查两圆的位置关系，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型．

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) $a(a+b) - b(a+b) = \underline{(a+b)(a-b)}$.

【考点】53: 因式分解 – 提公因式法.

【分析】先确定公因式为 $(a+b)$, 然后提取公因式后整理即可.

【解答】解: $a(a+b) - b(a+b) = (a+b)(a-b)$.

【点评】本题考查因式分解, 较为简单, 提取公因式即可, 准确找出公因式是解题的关键.

8. (4 分) 当 $a < 0$, $b > 0$ 时. 化简: $\sqrt{a^2b} = \underline{-a\sqrt{b}}$.

【考点】73: 二次根式的性质与化简.

【专题】1: 常规题型.

【分析】直接利用 a , b 的符号, 进而化简得出答案.

【解答】解: $\because a < 0$, $b > 0$,

$$\therefore \sqrt{a^2b} = -a\sqrt{b}.$$

故答案为: $-a\sqrt{b}$.

【点评】此题主要考查了二次根式的性质与化简, 正确掌握二次根式的性质是解题关键.

9. (4 分) 函数 $y = \frac{1}{1-x} + \sqrt{x+2}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 $\underline{x \geq -2 \text{ 且 } x \neq 1}$.

【考点】E4: 函数自变量的取值范围.

【专题】11: 计算题.

【分析】根据分式有意义的条件、二次根式有意义的条件列式计算.

【解答】解: 由题意得, $1-x \neq 0$, $x+2 \geq 0$,

解得, $x \geq -2$ 且 $x \neq 1$,

故答案为: $x \geq -2$ 且 $x \neq 1$.

【点评】 本题考查的是函数自变量的取值范围，①当表达式的分母不含有自变量时，自变量取全体实数．②当表达式的分母中含有自变量时，自变量取值要使分母不为零．③当函数的表达式是偶次根式时，自变量的取值范围必须使被开方数不小于零．

10. (4 分) 如果反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 A (2, y_1) 与 B (3, y_2)，那么 $\frac{y_1}{y_2}$ 的值等于 $\frac{3}{2}$ ．

【考点】 G6: 反比例函数图象上点的坐标特征．

【分析】 根据反比例函数图象上点的特征可得 $2y_1 = 3y_2$ ，再整理可得答案．

【解答】 解：∵ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 A (2, y_1) 与 B (3, y_2)，

$$\therefore 2y_1 = k, \quad 3y_2 = k,$$

$$\therefore 2y_1 = 3y_2,$$

$$\therefore \frac{y_1}{y_2} = \frac{3}{2},$$

故答案为： $\frac{3}{2}$ ．

【点评】 此题主要考查了反比例函数图象上点的坐标特征，反比例函数图象上的点 (x, y) 的横纵坐标的积是定值 k，即 $xy = k$ ．

11. (4 分) 3 人中有两人性别相同的概率为 1．

【考点】 X3: 概率的意义．

【分析】 3 人中有两人性别必然相同，是必然事件．

【解答】 解：性别情况有两种，3 人中有两人性别必然有相同的；故其是必然事件，其概率为 1．

【点评】 本题考查确定事件：确定事件包括必然事件和不可能事件．必然事件就是一定发生的事件，即发生的概率是 1 的事件．不可能事件是指在一定条件下，一定不发生的事件，故概率为 0．

12. (4 分) 25 位同学 10 秒钟跳绳的成绩汇总如下表:

人数	1	2	3	4	5	10
次数	15	8	25	10	17	20

那么跳绳次数的中位数是 20.

【考点】W4: 中位数.

【专题】1: 常规题型.

【分析】先把这些数从小到大排列, 找出最中间的数, 即可得出跳绳次数的中位数.

【解答】解: $\because$ 共有 25 位同学跳绳, 把这些数从小到大排列, 最中间的数是第 13 个数,

$\therefore$ 跳绳次数的中位数是 20 次;

故答案为: 20.

【点评】此题考查了中位数, 注意找中位数的时候一定要先排好顺序, 然后再根据奇数和偶数个来确定中位数. 如果数据有奇数个, 则正中间的数字即为所求; 如果是偶数个, 则找中间两位数的平均数.

13. (4 分) 李明早上骑自行车上学, 中途因道路施工推车步行了一段路, 到学校共用时 15 分钟. 如果他骑自行车的平均速度是每分钟 250 米, 推车步行的平均速度是每分钟 80 米, 他家离学校的路程是 2900 米, 设他推车步行的时间为 x 分钟, 那么可列出的方程是 $250(15-x) + 80x = 2900$.

【考点】89: 由实际问题抽象出一元一次方程.

【分析】根据关键语句“到学校共用时 15 分钟, 骑自行车的平均速度是 250 米/分钟, 步行的平均速度是 80 米/分钟. 他家离学校的距离是 2900 米”可得方程.

【解答】解: 设他推车步行的时间为 x 分钟, 则骑自行车的时间为: $(15-x)$

分钟，根据题意得出：

$$250(15-x) + 80x = 2900.$$

故答案为： $250(15-x) + 80x = 2900$.

【点评】此题主要考查了由实际问题抽象出一元一次方程，关键是弄清题意，根据“他家离学校的路程是 2900 米”列出方程.

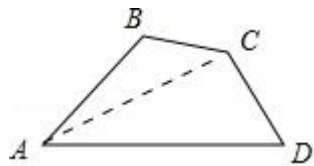
14. (4 分) 四边形 ABCD 中，向量 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \underline{\overrightarrow{AD}}$

【考点】LM: *平面向量.

【专题】5: 特定专题.

【分析】连接 AC，根据三角形法则计算即可；

【解答】解：如图连接 AC.



$$\therefore \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}, \quad \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD},$$

$$\therefore \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$$

故答案为 $\overrightarrow{AD}$

【点评】本题考查平面向量，解题的关键是熟练掌握三角形法则，属于中考常考题型.

15. (4 分) 若正 n 边形的内角为 140° ，边数 n 为 9.

【考点】L3: 多边形内角与外角.

【分析】根据多边形每个内角与其相邻的外角互补，则正 n 边形的每个外角的度数 $= 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$ ，然后根据多边形的外角和为 360° 即可得到 n 的值.

【解答】解： $\therefore$ 正 n 边形的每个内角都是 140° ,

$\therefore$ 正 n 边形的每个外角的度数 $= 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$,

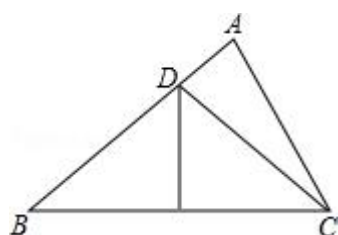
$$\therefore n=360 \div 40=9.$$

故答案为 9.

【点评】 本题考查了多边形内角与外角的关系及多边形的外角和定理，用到的知识点：

多边形每个内角与其相邻的外角互补；多边形的外角和为 360° .

16. (4 分) 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle A=80^\circ$ ， $\angle B=40^\circ$ ，BC 的垂直平分线交 AB 于点 D，联结 DC. 如果 $AD=2$ ， $BD=6$ ，那么 $\triangle ADC$ 的周长为 14.



【考点】 KG：线段垂直平分线的性质；KJ：等腰三角形的判定与性质.

【分析】 由 BC 的垂直平分线交 AB 于点 D，可得 $CD=BD=6$ ，又由等边对等角，可求得 $\angle BCD$ 的度数，继而求得 $\angle ADC$ 的度数，则可判定 $\triangle ACD$ 是等腰三角形，继而求得答案.

【解答】 解： $\because$ BC 的垂直平分线交 AB 于点 D，

$$\therefore CD=BD=6,$$

$$\therefore \angle DCB = \angle B = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle B + \angle BCD = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle A = 80^\circ,$$

$$\therefore AC=CD=6,$$

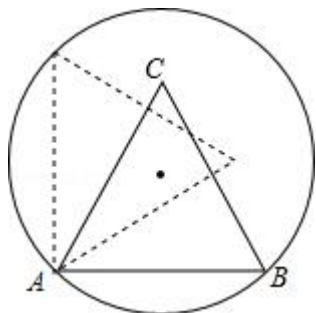
$$\therefore \triangle ADC \text{ 的周长为: } AD+DC+AC=2+6+6=14.$$

故答案为：14.

【点评】 此题考查了线段垂直平分线的性质以及等腰三角形的判定与性质. 此题

难度适中，注意掌握转化思想与数形结合思想的应用.

17. (4分) 如图，正 $\triangle ABC$ 的边长为2，点A、B在半径为 $\sqrt{2}$ 的圆上，点C在圆内，将正 $\triangle ABC$ 绕点A逆时针旋转，当点C第一次落在圆上时，旋转角的正切值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

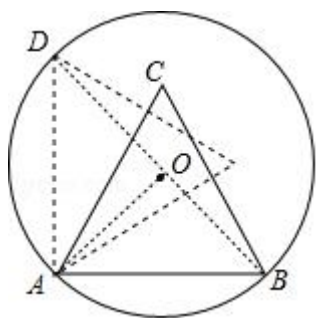


【考点】KK：等边三角形的性质；M8：点与圆的位置关系；R2：旋转的性质；T7：解直角三角形.

【专题】1：常规题型.

【分析】作辅助线，首先求出 $\angle DAC$ 的大小，进而求出旋转的角度，即可得出答案.

【解答】解：如图，分别连接OA、OB、OD；



$$\because OA=OB=\sqrt{2}, AB=2,$$

$\therefore \triangle OAB$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore \angle OAB=45^\circ;$$

同理可证: $\angle OAD=45^\circ$,

$$\therefore \angle DAB=90^\circ;$$

$$\therefore \angle CAB=60^{\circ},$$

$$\therefore \angle DAC=90^{\circ}-60^{\circ}=30^{\circ},$$

$$\therefore \text{旋转角的正切值是}\frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\text{故答案为: } \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

【点评】 本题考查了正方形的性质、旋转的性质、等边三角形的判定和性质、勾股定理的运用以及弧长公式的运用，题目的综合性较强，解题的关键是正确的求出旋转角的度数.

18. (4 分) 当关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 有实数根，且其中一个根为另一个根的 2 倍时，称之为“倍根方程”. 如果关于 x 的一元二次方程 $x^2+(m-2)x-2m=0$ 是“倍根方程”，那么 m 的值为 -4 或 -1.

【考点】 AA: 根的判别式; AB: 根与系数的关系.

【专题】 523: 一元二次方程及应用.

【分析】 利用十字相乘法求出方程的根，根据题意转化为方程即可解决问题;

【解答】 解: $\because x^2+(m-2)x-2m=0$,

$$\therefore (x+m)(x-2)=0,$$

$$\therefore x_1=-m, x_2=2,$$

由题意 $-m=2 \times 2$ 或 $2=2(-m)$,

$$\therefore m=-4 \text{ 或 } -1,$$

故答案为 -4 或 -1.

【点评】 本题考查一元二次方程的应用，解题的关键是学会因式分解法解方程，学会用转化的思想思考问题，属于中考常考题型.

三、解答题 (本大题共 7 题，满分 78 分)

19. (10 分) 先化简，再求值: $\frac{x-3}{x^2-1} \div \frac{x^2-2x-3}{x^2+2x+1} + \frac{1}{x-1}$, $x=\sqrt{2}+1$.

【考点】6D：分式的化简求值.

【专题】1：常规题型.

【分析】根据分式的运算法则即可求出答案.

【解答】解：原式 $=\frac{x-3}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{(x+1)^2}{(x-3)(x+1)} + \frac{1}{x-1}$
 $=\frac{2}{x-1}$

当 $x=\sqrt{2}+1$ 时,

原式 $=\sqrt{2}$

【点评】本题考查分式的运算法则，解题的关键是熟练运用分式的运算法则，本题属于基础题型.

20. (10 分) 解方程组:
$$\begin{cases} 2x^2-y=3 \\ x^2-y^2=2(x+y) \end{cases}.$$

【考点】AF：高次方程.

【专题】11：计算题.

【分析】先将第二个方程分解因式得: $x+y=0$ 或 $x-y-2=0$, 分别与第一个方程组成新的方程组, 利用代入消元法解方程组即可.

【解答】解:
$$\begin{cases} 2x^2-y=3 \textcircled{1} \\ x^2-y^2=2(x+y) \textcircled{2} \end{cases},$$

由②得: $(x+y)(x-y)-2(x+y)=0$,

$(x+y)(x-y-2)=0$,

$x+y=0$ 或 $x-y-2=0$,

则 $\begin{cases} 2x^2-y=3 \\ x+y=0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 2x^2-y=3 \\ x-y-2=0 \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} x_1=1 \\ y_1=-1 \end{cases}, \begin{cases} x_2=-\frac{3}{2} \\ y_2=\frac{3}{2} \end{cases}, \begin{cases} x_3=-\frac{1}{2} \\ y_3=-\frac{5}{2} \end{cases}.$

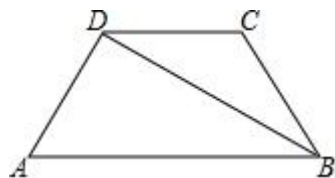
∴ 方程组的解为: $\begin{cases} x_1=1 \\ y_1=-1 \end{cases}, \begin{cases} x_2=-\frac{3}{2} \\ y_2=\frac{3}{2} \end{cases}, \begin{cases} x_3=-\frac{1}{2} \\ y_3=-\frac{5}{2} \end{cases}.$

【点评】 此题考查了二元二次方程组，解题思路为降次，关键利用因式分解将二次化为一次，从而求出方程组的解.

21. (10 分) 已知: 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $DC \parallel AB$, $AD=BC$, BD 平分 $\angle ABC$, $\angle A=60^\circ$.

求: (1) 求 $\angle CDB$ 的度数;

(2) 当 $AD=2$ 时, 求对角线 BD 的长和梯形 $ABCD$ 的面积.



【考点】 LH: 梯形.

【专题】 55: 几何图形.

【分析】 (1) 由平行线及角平分线的性质可得 $\angle CDB = \angle ABD = \frac{1}{2} \angle ABC$, 根据等腰梯形两底角相等的性质可得 $\angle CDB$ 的具体度数;

(2) 利用 30° 的正切值可得 BD 的长度, 也就求得了 AB 的长度, 利用 60° 正弦值可得梯形的高, 进而利用梯形的面积公式可得梯形的面积.

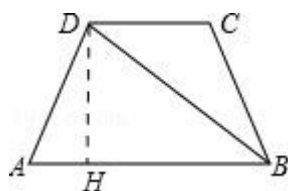
【解答】 解: (1) $\because$ 在梯形 $ABCD$ 中, $DC \parallel AB$, $AD=BC$, $\angle A=60^\circ$,

$$\therefore \angle CBA = \angle A = 60^\circ.$$

$$\because BD \text{ 平分 } \angle ABC,$$

$$\therefore \angle CDB = \angle ABD = \frac{1}{2} \angle CBA = 30^\circ,$$

(2)



在 $\triangle ABD$ 中, $\therefore \angle ADB = 180^\circ - \angle A - \angle ABD = 90^\circ$.

$$\therefore BD = AD \cdot \tan A = 2 \tan 60^\circ = 2\sqrt{3},$$

过点 D 作 $DH \perp AB$, 垂足为 H,

$$\therefore DH = AD \cdot \sin A = 2 \sin 60^\circ = \sqrt{3}.$$

$$\therefore \angle CDB = \angle CBD = \frac{1}{2} \angle CBD = 30^\circ,$$

$$\therefore DC = BC = AD = 2.$$

$$\therefore AB = 2AD = 4,$$

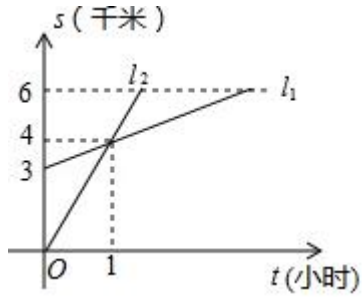
$$\therefore S_{\text{梯形} ABCD} = \frac{1}{2} (AB + CD) DH = \frac{1}{2} \times (4 + 2) \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}.$$

【点评】综合考查了解直角三角形的知识及梯形的性质; 利用或构造特殊的直角三角形是解决本题的关键.

22. (10 分) 已知 A、B、C 三地在同一条路上, A 地在 B 地的正南方 3 千米处,

甲、乙两人分别从 A、B 两地向正北方向的目的地 C 匀速直行, 他们分别和 A 地的距离 s (千米) 与所用的时间 t (小时) 的函数关系如图所示.

- (1) 图中的线段 l_1 是 乙 (填“甲”或“乙”) 的函数图象, C 地在 B 地的正北方向 3 千米处;
- (2) 谁先到达 C 地? 并求出甲乙两人到达 C 地的时间差;
- (3) 如果速度慢的人在两人相遇后立刻提速, 并且比先到者晚 1 小时到达 C 地, 求他提速后的速度.



【考点】FH：一次函数的应用.

【专题】53：函数及其图象.

【分析】(1) 根据函数图象可以解答本题;

(2) 根据函数图象和图象中的数据可以解答本题;

(3) 根据图象中的数据和 (2) 中的答案可以解答本题.

【解答】解：(1) 由题意可得，

图中的线段 l_1 是乙的函数图象，C 地在 B 地的正北方向 $6 - 3 = 3$ 千米处，

故答案为：乙、3；

(2) 由图象可得，

甲先到达 C 地，

甲到达 C 地的时间为： $6 \div (4 \div 1) = 1.5$ 小时，

乙到达 C 地的时间为： $(6 - 3) \div [(4 - 3) \div 1] = 3$ 小时，

$\therefore 3 - 1.5 = 1.5$ ，

$\therefore$ 甲乙两人到达 C 地的时间差是 1.5 小时；

(3) 由题意可得，

他提速后的速度是： $(6 - 4) \div (1.5 + 1 - 1) = \frac{4}{3}$ 千米/时，

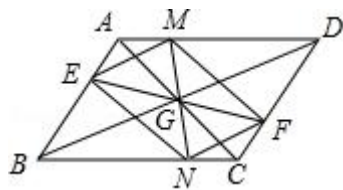
答：他提速后的速度是 $\frac{4}{3}$ 千米/时.

【点评】本题考查一次函数的应用，解答本题的关键是明确题意，利用一次函数

的性质和数形结合的思想解答.

23. (12 分) 已知: 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 G 为对角线 AC 的中点, 过点 G 的直线 EF 分别交边 AB 、 CD 于点 E 、 F , 过点 G 的直线 MN 分别交边 AD 、 BC 于点 M 、 N , 且 $\angle AGE = \angle CGN$.

- (1) 求证: 四边形 $ENFM$ 为平行四边形;
(2) 当四边形 $ENFM$ 为矩形时, 求证: $BE = BN$.



【考点】L7: 平行四边形的判定与性质; LB: 矩形的性质.

【专题】556: 矩形 菱形 正方形.

【分析】(1) 只要证明 $GM = GN$, $GE = GF$ 即可解决问题;

(2) 想办法证明四边形 $ABCD$ 是菱形, $EN \parallel AC$ 即可解决问题.

【解答】(1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD \parallel BC$,

$\therefore \angle MAG = \angle NCG$,

$\because AG = CG$, $\angle AGM = \angle CGN$,

$\therefore \triangle AGM \cong \triangle CGN$,

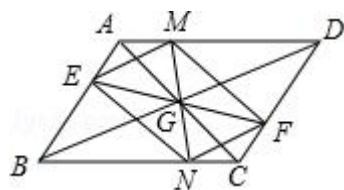
$\therefore GM = GN$, 同法可证 $GE = GF$,

$\therefore$ 四边形 $ENFM$ 是平行四边形;

(2) $\because$ 四边形 $ENFM$ 是矩形,

$\therefore GE = GM$, $\angle MEN = 90^\circ$,

$\therefore \angle AGE = \angle CGN = \angle AGM$,
 $\therefore AG \perp EM$, AG 平分 EM ,
 $\therefore AE = AM$, $\angle GAE = \angle GAM = \angle GCN$,
 $\therefore AB = BC$,
 $\therefore \angle BAC = \angle BCA$,
 $\therefore EM \perp EN$,
 $\therefore EN \parallel AC$,
 $\therefore \angle BEN = \angle BAC$, $\angle BNE = \angle BCA$,
 $\therefore \angle BEN = \angle BNE$,
 $\therefore BE = BN$.



【点评】 本题考查矩形的性质、平行四边形的判定和性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

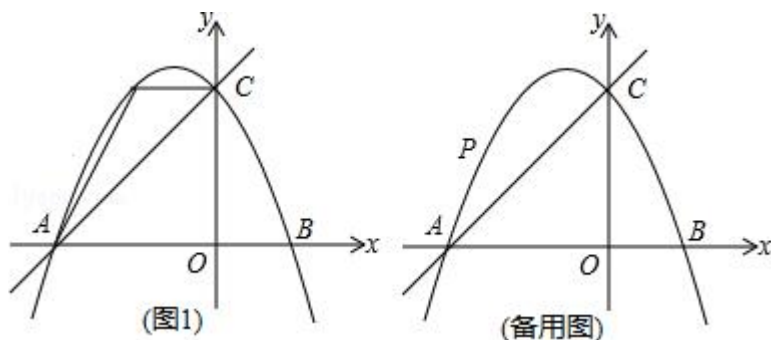
24. (12 分) 如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点

A 、 B ，与 y 轴交于点 C ，直线 $y = x + 4$ 经过点 A 、 C ，点 P 为抛物线上位于直线 AC 上方的一个动点.

(1) 求抛物线的表达式；

(2) 如图 (1)，当 $CP \parallel AO$ 时，求 $\angle PAC$ 的正切值；

(3) 当以 AP 、 AO 为邻边的平行四边形第四个顶点恰好也在抛物线上时，求出此时点 P 的坐标.



【考点】HF：二次函数综合题.

【专题】15：综合题.

【分析】(1) 利用一次函数解析式确定 $C(0, 4)$, $A(-4, 0)$, 然后根据待定系数法求抛物线解析式;

(2) 先确定抛物线的对称轴为直线 $x = -1$, 再利用对称性得到 $P(-2, 4)$, 作 $PH \perp AC$ 于 H , 如图 1, 证明 $\triangle OAC$ 和 $\triangle PCH$ 为等腰直角三角形得到 $AC = 4\sqrt{2}$, $PH = CH = \sqrt{2}$, 则 $AH = 3\sqrt{2}$, 然后根据正切的定义求解;

(3) 以 AP 、 AO 为邻边的平行四边形第四个顶点为点 Q , 如图 2, 利用平行四边形的性质得 $PQ \parallel OA$, $PQ = OA = 4$, 设 $P(t, -\frac{1}{2}t^2 - t + 4)$, 则 $Q(t+4, -\frac{1}{2}t^2 - t + 4)$, 然后 Q 点坐标代入 $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4$ 得 $-\frac{1}{2}(t+4)^2 - (t+4) + 4 = -\frac{1}{2}t^2 - t + 4$, 再解关于 t 的方程即可得到 P 点坐标.

【解答】解: (1) 当 $x=0$ 时, $y=x+4=4$, 则 $C(0, 4)$,

当 $y=0$ 时, $x+4=0$, 解得 $x=-4$, 则 $A(-4, 0)$,

把 $A(-4, 0)$, $C(0, 4)$ 代入 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 得 $\begin{cases} -8 - 4b + c = 0 \\ c = 4 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} b = -1 \\ c = 4 \end{cases}$,

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4$;

(2) 抛物线的对称轴为直线 $x = -\frac{-1}{2 \times (-\frac{1}{2})} = -1$,

而 $PC \parallel OA$,

∴ 点 P 与点 C 关于直线 $x = -1$ 对称,

∴ $P(-2, 4)$, $PC=2$,

作 $PH \perp AC$ 于 H, 如图 1,

∵ $OA=OC=4$,

∴ $\triangle OAC$ 为等腰直角三角形,

∴ $\angle OAC=45^\circ$, $AC=4\sqrt{2}$,

∵ $PC \parallel OA$,

∴ $\angle PCA = \angle OAC = 45^\circ$,

∴ $\triangle PCH$ 为等腰直角三角形,

∴ $PH=CH=\frac{\sqrt{2}}{2} \times 2 = \sqrt{2}$,

∴ $AH=AC-CH=4\sqrt{2}-\sqrt{2}=3\sqrt{2}$,

在 $Rt\triangle PAH$ 中, $\tan \angle PAH = \frac{PH}{AH} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{3}$,

即 $\angle PAC$ 的正切值为 $\frac{1}{3}$;

(3) 以 AP 、 AO 为邻边的平行四边形第四个顶点为点 Q , 如图 2,

∴ 四边形 $APQO$ 为平行四边形,

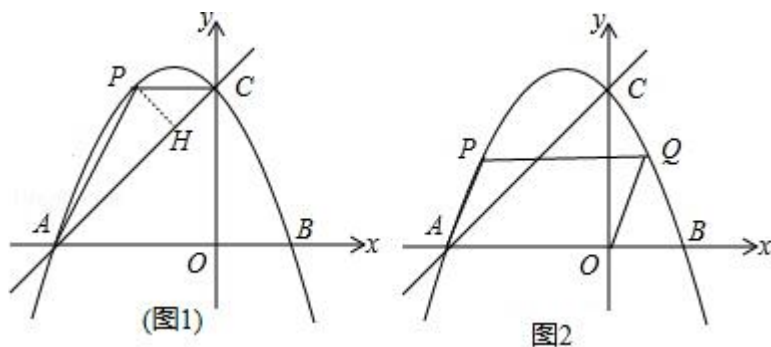
∴ $PQ \parallel OA$, $PQ=OA=4$,

设 $P(t, -\frac{1}{2}t^2 - t + 4)$, 则 $Q(t+4, -\frac{1}{2}t^2 - t + 4)$,

把 $(t+4, -\frac{1}{2}t^2 - t + 4)$ 代入 $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4$ 得 $-\frac{1}{2}(t+4)^2 - (t+4) + 4 = -\frac{1}{2}t^2$

$-t+4$, 解得 $t = -3$,

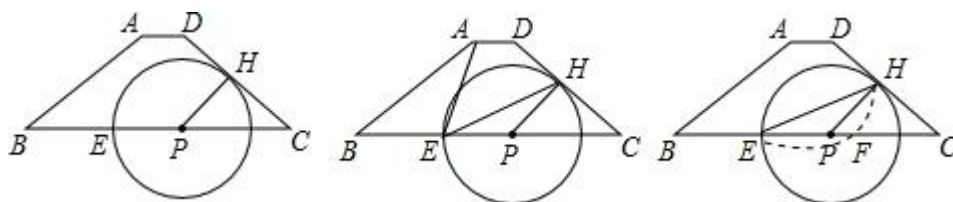
∴ 此时 P 点坐标为 $(-3, \frac{5}{2})$.



【点评】本题考查了二次函数的综合题：熟练掌握二次函数图象上点的坐标特征、二次函数的性质、等腰直角三角形的性质和平行四边形的性质；会利用待定系数法求函数解析式；理解坐标与图形性质.

25. (14 分) 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB=DC=5$ ， $AD=1$ ， $BC=9$ ，点 P 为边 BC 上一动点，作 $PH \perp DC$ ，垂足 H 在边 DC 上，以点 P 为圆心 PH 为半径画圆，交射线 PB 于点 E .

- (1) 当圆 P 过点 A 时，求圆 P 的半径；
- (2) 分别联结 EH 和 EA ，当 $\triangle ABE \sim \triangle CEH$ 时，以点 B 为圆心， r 为半径的圆 B 与圆 P 相交，试求圆 B 的半径 r 的取值范围；
- (3) 当劣弧 $\widehat{EH}$ 沿直线 EH 翻折交 BC 于点 F ，试通过计算说明线段 EH 和 EF 的比值为定值，并求出此定值.



【考点】MR：圆的综合题.

【专题】15：综合题；55A：与圆有关的位置关系.

【分析】(1) 作 $AM \perp BC$ 、连接 AP ，由等腰梯形性质知 $BM=4$ 、 $AM=3$ ，据此知 $\tan B = \tan C = \frac{3}{4}$ ，从而可设 $PH=3k$ ，则 $CH=4k$ 、 $PC=5k$ ，再表示出 PA 的长，根据 $PA=PH$ 建立关于 k 的方程，解之可得；

(2) 由 $PH=PE=3k$ 、 $CH=4k$ 、 $PC=5k$ 及 $BC=9$ 知 $BE=9-8k$ ，由 $\triangle ABE \sim \triangle CEH$ 得 $\frac{AB}{BE} = \frac{CE}{CH}$ ，据此求得 k 的值，从而得出圆 P 的半径，再根据两圆间的位置关系求解可得；

(3) 在圆 P 上取点 F 关于 EH 的对称点 G ，连接 EG ，作 $PQ \perp EG$ 、 $HN \perp BC$ ，先证 $\triangle EPQ \cong \triangle PHN$ 得 $EQ=PN$ ，由 $PH=3k$ 、 $HC=4k$ 、 $PC=5k$ 知 $\sin C = \frac{3}{5}$ 、 $\cos C = \frac{4}{5}$ ，据此得出 $NC = \frac{16}{5}k$ 、 $HN = \frac{12}{5}k$ 及 $PN = PC - NC = \frac{9}{5}k$ ，继而表示出 EF 、 EH 的长，从而出答案。

【解答】解：(1) 作 $AM \perp BC$ 于点 M ，连接 AP ，

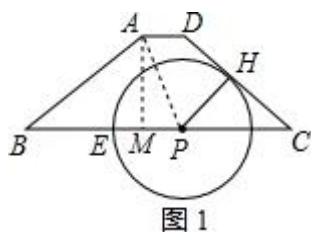


图 1

$\therefore$ 梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，且 $AB=DC=5$ 、 $AD=1$ 、 $BC=9$ ，

$\therefore BM=4$ 、 $AM=3$ ，

$\therefore \tan B = \tan C = \frac{3}{4}$ ，

$\therefore PH \perp DC$ ，

$\therefore$ 设 $PH=3k$ ，则 $CH=4k$ 、 $PC=5k$ ，

$\therefore BC=9$ ，

$\therefore PM=BC - BM - PC=5 - 5k$ ，

$\therefore AP^2 = AM^2 + PM^2 = 9 + (5 - 5k)^2$ ，

$\therefore PA=PH$ ，

$\therefore 9 + (5 - 5k)^2 = 9k^2$ ，

解得： $k=1$ 或 $k=\frac{17}{8}$ ，

当 $k=\frac{17}{8}$ 时, $CP=5k=\frac{85}{8}>9$, 舍去;

$\therefore k=1$,

则圆 P 的半径为 3.

(2) 如图 2,

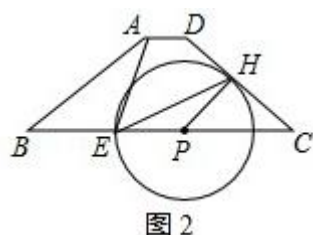


图 2

由 (1) 知, $PH=PE=3k$ 、 $CH=4k$ 、 $PC=5k$,

$\therefore BC=9$,

$\therefore BE=BC-PE-PC=9-8k$,

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle CEH$,

$\therefore \frac{AB}{BE} = \frac{CE}{CH}$, 即 $\frac{5}{9-8k} = \frac{8k}{4k}$,

解得: $k=\frac{13}{16}$,

则 $PH=\frac{39}{16}$, 即圆 P 的半径为 $\frac{39}{16}$,

$\therefore$ 圆 B 与圆 P 相交, 且 $BE=9-8k=\frac{5}{2}$,

$\therefore \frac{5}{2} < r < \frac{59}{8}$;

(3) 在圆 P 上取点 F 关于 EH 的对称点 G, 连接 EG, 作 $PQ \perp EG$ 于 G, $HN \perp BC$ 于 N,

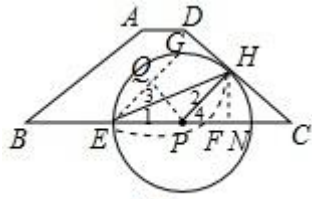


图 3

则 $EG=EF$ 、 $\angle 1=\angle 3$ 、 $EQ=QG$ 、 $EF=EG=2EQ$,

$$\therefore \angle GEP=2\angle 1,$$

$$\therefore PE=PH,$$

$$\therefore \angle 1=\angle 2,$$

$$\therefore \angle 4=\angle 1+\angle 2=2\angle 1,$$

$$\therefore \angle GEP=\angle 4,$$

$$\therefore \triangle EPQ \cong \triangle PHN,$$

$$\therefore EQ=PN,$$

由 (1) 知 $PH=3k$ 、 $HC=4k$ 、 $PC=5k$,

$$\therefore \sin C = \frac{3}{5}, \cos C = \frac{4}{5},$$

$$\therefore NC = \frac{16}{5}k, HN = \frac{12}{5}k,$$

$$\therefore PN = PC - NC = \frac{9}{5}k,$$

$$\therefore EF = EG = 2EQ = 2PN = \frac{18}{5}k, EH = \sqrt{HN^2 + EN^2} = \frac{12\sqrt{5}}{5}k,$$

$$\therefore \frac{EH}{EF} = \frac{2}{3}\sqrt{5},$$

故线段 EH 和 EF 的比值为定值.

【点评】 本题主要考查圆的综合问题，解题的关键是掌握等腰梯形的性质、全等三角形的判定与性质、相似三角形的性质及与圆有关的位置关系等知识点.