

2018 年上海市普陀区中考数学二模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）[下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上]

1. (4 分) 下列计算中，错误的是 ()

- A. $2018^0=1$ B. $-2^2=4$ C. $4^{\frac{1}{2}}=2$ D. $3^{-1}=\frac{1}{3}$

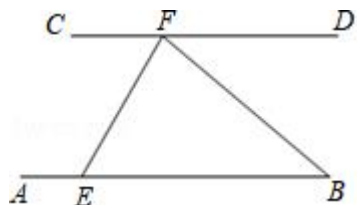
2. (4 分) 下列二次根式中，最简二次根式是 ()

- A. $\sqrt{9a}$ B. $\sqrt{5a^3}$ C. $\sqrt{a^2+b^2}$ D. $\sqrt{\frac{a+1}{2}}$

3. (4 分) 如果关于 x 的方程 $x^2+2x+c=0$ 没有实数根，那么 c 在 2、1、0、-3 中取值是 ()

- A. 2 B. 1 C. 0 D. -3

4. (4 分) 如图，已知直线 $AB \parallel CD$ ，点 E, F 分别在 AB、CD 上， $\angle CFE: \angle EFB=3: 4$ ，如果 $\angle B=40^\circ$ ，那么 $\angle BEF=$ ()



- A. 20° B. 40° C. 60° D. 80°

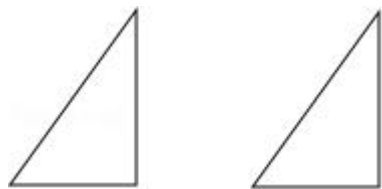
5. (4 分) 自 1993 年起，联合国将每年的 3 月 22 日定为“世界水日”，宗旨是唤起公众的节水意识，加强水资源保护. 某校在开展“节约每一滴水”的活动中，从初三年级随机选出 20 名学生统计出各自家庭一个月的节约用水量，有关数据整理如下表.

节约用水量 (单位: 吨)	1	1.2	1.4	2	2.5
家庭数	4	6	5	3	2

这组数据的中位数和众数分别是 ()

- A. 1.2, 1.2 B. 1.4, 1.2 C. 1.3, 1.4 D. 1.3, 1.2

6. (4 分) 如图, 已知两个全等的直角三角形纸片的直角边分别为 a 、 b ($a \neq b$), 将这两个三角形的一组等边重合, 拼合成一个无重叠的几何图形, 其中轴对称图形有 ()



- A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 计算: $2x^2 \cdot \frac{1}{3}xy = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. (4 分) 方程 $x = \sqrt{3+2x}$ 的根是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

9. (4 分) 大型纪录片《厉害了, 我的国》上映 25 天, 累计票房约为 402700000 元, 成为中国纪录电影票房冠军. 402700000 用科学记数法表示是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. (4 分) 用换元法解方程 $\frac{x+1}{x^2} - \frac{2x^2}{x+1} = 3$ 时, 如果设 $\frac{x+1}{x^2} = y$, 那么原方程化成以 y 为“元”的方程是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. (4 分) 已知正比例函数的图象经过点 $M(-2, 1)$ 、 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$, 如果 $x_1 < x_2$, 那么 $y_1 \underline{\hspace{1cm}} y_2$. (填“>”、“=”、“<”)

12. (4 分) 已知二次函数的图象开口向上, 且经过原点, 试写出一个符合上述条件的二次函数的解析式: $\underline{\hspace{2cm}}$. (只需写出一个)

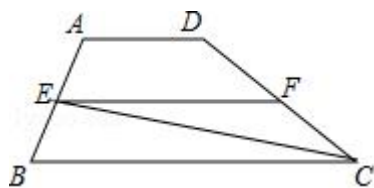
13. (4 分) 一个多边形的内角和是 720° , 那么这个多边形是 $\underline{\hspace{1cm}}$ 边形.

14. (4 分) 如果将“概率”的英文单词 probability 中的 11 个字母分别写在 11 张相同的卡片上, 字面朝下随意放在桌子上, 任取一张, 那么取到字母 b 的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. (4分) 2018年春节期间,反季游成为出境游的热门,中国游客青睐的目的地仍主要集中在温暖的东南亚地区.据调查发现2018年春节期间出境游约有700万人,游客目的地分布情况的扇形图如图所示,从中可知出境游东南亚地区的游客约有_____万人.



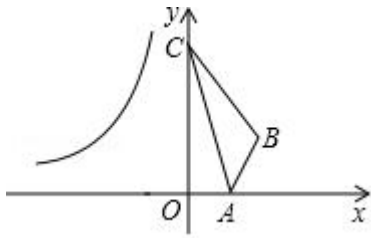
16. (4分) 如图,在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $BC = 3AD$, 点 E 、 F 分别是边 AB 、 CD 的中点. 设 $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DC} = \vec{b}$, 那么向量 $\overrightarrow{EC}$ 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示是_____.



17. (4分) 如图,矩形 $ABCD$ 中,如果以 AB 为直径的 $\odot O$ 沿着 BC 滚动一周,点 B 恰好与点 C 重合,那么 $\frac{BC}{AB}$ 的值等于_____. (结果保留两位小数)



18. (4分) 如图,在平面直角坐标系 xOy 中, $\triangle ABC$ 的顶点 A 、 C 在坐标轴上,点 B 的坐标是 $(2, 2)$. 将 $\triangle ABC$ 沿 x 轴向左平移得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 点 B_1 落在函数 $y = -\frac{6}{x}$ 的图象上. 如果此时四边形 AA_1C_1C 的面积等于 $\frac{55}{2}$, 那么点 C_1 的坐标是_____.



三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

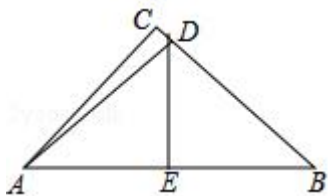
19. (10 分) 先化简，再求值： $\frac{x+2}{x} \div \frac{x^2+4x+4}{x^2} - \frac{x-2}{x^2-4}$ ，其中 $x=\sqrt{2}-2$.

20. (10 分) 求不等式组 $\begin{cases} 7(x+1) \geq 5x+3 \\ 1-\frac{x}{3} > \frac{3-x}{4} \end{cases}$ 的整数解.

21. (10 分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，点 D 在边 BC 上， $DE \perp AB$ ，点 E 为垂足， $AB=7$ ， $\angle DAB=45^\circ$ ， $\tan B=\frac{3}{4}$.

(1) 求 DE 的长；

(2) 求 $\angle CDA$ 的余弦值.



22. (10 分) 小张同学尝试运用课堂上学到的方法，自主研究函数 $y=\frac{1}{x^2}$ 的图象

与性质. 下面是小张同学在研究过程中遇到的几个问题，现由你来完成：

(1) 函数 $y=\frac{1}{x^2}$ 的定义域是_____；

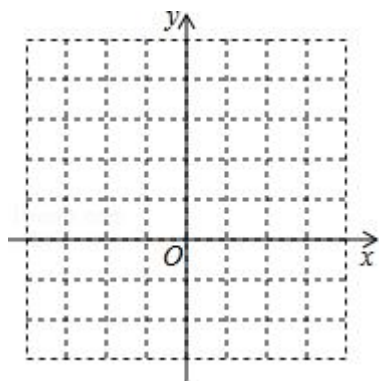
(2) 下表列出了 y 与 x 的几组对应值：

x	...	-2	$-\frac{3}{2}$	m	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{3}{2}$	2	...
y	...	$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{9}$	1	$\frac{16}{9}$	4	4	$\frac{16}{9}$	1	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{4}$	...

表中 m 的值是_____；

(3) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，描出以表中各组对应值为坐标的点，试由描出的点画出该函数的图象；

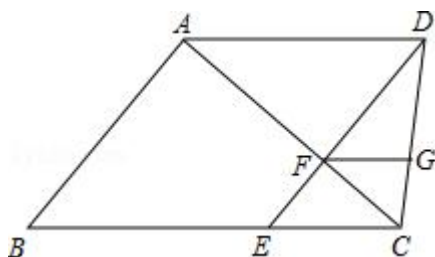
(4) 结合函数 $y = \frac{1}{x^2}$ 的图象，写出这个函数的性质：_____。（只需写一个）



23. (12 分) 已知：如图，梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $DE \parallel AB$ ， DE 与对角线 AC 交于点 F ， $FG \parallel AD$ ，且 $FG = EF$ 。

(1) 求证：四边形 $ABED$ 是菱形；

(2) 连接 AE ，又知 $AC \perp ED$ ，求证： $\frac{1}{2}AE^2 = EF \cdot ED$ 。

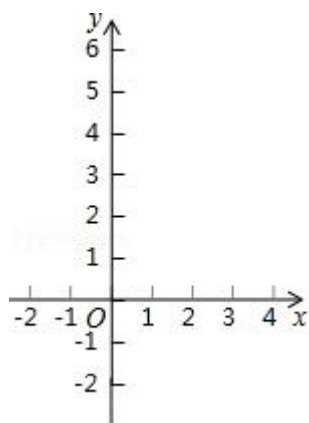


24. (12 分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = kx + 3$ 与 x 轴、 y 轴分别相交于点 A 、 B ，并与抛物线 $y = -\frac{1}{4}x^2 + bx + \frac{7}{2}$ 的对称轴交于点 $C(2, 2)$ ，抛物线的顶点是点 D 。

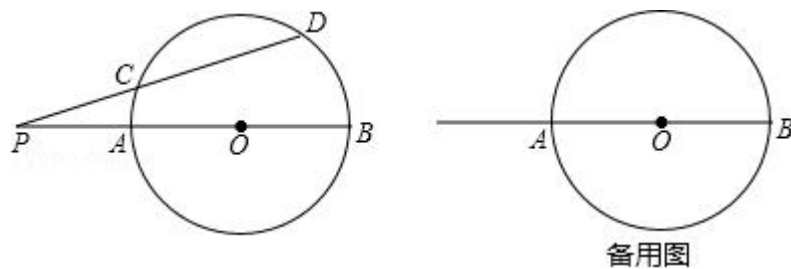
(1) 求 k 和 b 的值；

(2) 点 G 是 y 轴上一点，且以点 B 、 C 、 G 为顶点的三角形与 $\triangle BCD$ 相似，求点 G 的坐标；

(3) 在抛物线上是否存在点 E ：它关于直线 AB 的对称点 F 恰好在 y 轴上。如果存在，直接写出点 E 的坐标，如果不存在，试说明理由。



25. (14 分) 已知 P 是 $\odot O$ 的直径 BA 延长线上的一个动点, $\angle P$ 的另一边交 $\odot O$ 于点 C 、 D , 两点位于 AB 的上方, $AB=6$, $OP=m$, $\sin P=\frac{1}{3}$, 如图所示. 另一个半径为 6 的 $\odot O_1$ 经过点 C 、 D , 圆心距



$OO_1=n$.

- (1) 当 $m=6$ 时, 求线段 CD 的长;
- (2) 设圆心 O_1 在直线 AB 上方, 试用 n 的代数式表示 m ;
- (3) $\triangle POO_1$ 在点 P 的运动过程中, 是否能成为以 OO_1 为腰的等腰三角形, 如果能, 试求出此时 n 的值; 如果不能, 请说明理由.

2018 年上海市普陀区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分) [下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上]

1. (4 分) 下列计算中，错误的是 ()

A. $2018^0=1$ B. $-2^2=4$ C. $\frac{1}{4^2}=2$ D. $3^{-1}=\frac{1}{3}$

【考点】2C：实数的运算；2F：分数指数幂；6E：零指数幂；6F：负整数指数幂.

【专题】1：常规题型.

【分析】根据零指数幂： $a^0=1$ ($a \neq 0$)，负整数指数幂： $a^{-p}=\frac{1}{a^p}$ ($a \neq 0$, p 为正整数) 进行计算即可.

【解答】解：A、 $2018^0=1$ ，故原题计算正确；

B、 $-2^2=-4$ ，故原题计算错误；

C、 $\frac{1}{4^2}=\frac{1}{16}$ ，故原题计算正确；

D、 $3^{-1}=\frac{1}{3}$ ，故原题计算正确；

故选：B.

【点评】此题主要考查了零指数幂、负整数指数幂和分数指数幂，关键是掌握各运算公式.

2. (4 分) 下列二次根式中，最简二次根式是 ()

A. $\sqrt{9a}$ B. $\sqrt{5a^3}$ C. $\sqrt{a^2+b^2}$ D. $\sqrt{\frac{a+1}{2}}$

【考点】74：最简二次根式.

【专题】514：二次根式.

【分析】检查最简二次根式的两个条件是否同时满足，同时满足的就是最简二次根式，否则就不是.

【解答】解：A、被开方数含能开得尽方的因数或因式，故 A 不符合题意；

B、被开方数含能开得尽方的因数或因式，故 B 不符合题意；

C、被开方数不含分母；被开方数不含能开得尽方的因数或因式，故 C 符合题意；

D、被开方数含分母，故 D 不符合题意；

故选：C.

【点评】本题考查最简二次根式的定义，最简二次根式必须满足两个条件：被开方数不含分母；被开方数不含能开得尽方的因数或因式.

3. (4 分) 如果关于 x 的方程 $x^2+2x+c=0$ 没有实数根，那么 c 在 2、1、0、-3 中取值是 ()

A. 2

B. 1

C. 0

D. -3

【考点】AA：根的判别式.

【专题】1：常规题型；523：一元二次方程及应用.

【分析】由方程根的情况，根据根的判别式可求得 c 的取值范围，则可求得答案.

【解答】解：∵关于 x 的方程 $x^2+2x+c=0$ 没有实数根，

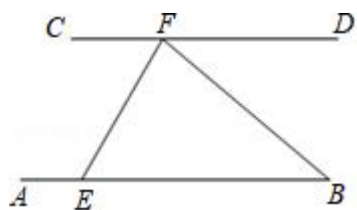
∴ $\Delta < 0$ ，即 $2^2 - 4c < 0$ ，解得 $c > 1$ ，

∴ c 在 2、1、0、-3 中取值是 2，

故选：A.

【点评】本题主要考查根的判别式，熟练掌握一元二次方程根的个数与根的判别式的关系是解题的关键.

4. (4 分) 如图，已知直线 $AB \parallel CD$ ，点 E，F 分别在 AB、CD 上， $\angle CFE$ ： $\angle EFB=3$ ：4，如果 $\angle B=40^\circ$ ，那么 $\angle BEF= ()$



- A. 20° B. 40° C. 60° D. 80°

【考点】JA: 平行线的性质.

【专题】55: 几何图形.

【分析】先根据平行线的性质，得到 $\angle CFB$ 的度数，再根据 $\angle CFE: \angle EFB=3: 4$ 以及平行线的性质，即可得出 $\angle BEF$ 的度数.

【解答】解： $\because AB \parallel CD$, $\angle ABF=40^\circ$,

$$\therefore \angle CFB=180^\circ - \angle B=140^\circ,$$

又 $\because \angle CFE: \angle EFB=3: 4$,

$$\therefore \angle CFE=\frac{3}{7}\angle CFB=60^\circ,$$

$\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle BEF=\angle CFE=60^\circ,$$

故选：C.

【点评】本题主要考查了平行线的性质的运用，解题时注意：两直线平行，同旁内角互补，且内错角相等.

5. (4分) 自1993年起，联合国将每年的3月22日定为“世界水日”，宗旨是唤起公众的节水意识，加强水资源保护. 某校在开展“节约每一滴水”的活动中，从初三年级随机选出20名学生统计出各自家庭一个月的节约用水量，有关数据整理如下表.

节约用水量（单位：吨）	1	1.2	1.4	2	2.5
家庭数	4	6	5	3	2

这组数据的中位数和众数分别是（ ）

- A. 1.2, 1.2 B. 1.4, 1.2 C. 1.3, 1.4 D. 1.3, 1.2

【考点】W4: 中位数; W5: 众数.

【专题】54: 统计与概率.

【分析】中位数要把数据按从小到大的顺序排列, 位于最中间的一个数或两个数的平均数为中位数, 众数是一组数据中出现次数最多的数据, 注意众数可以不止一个.

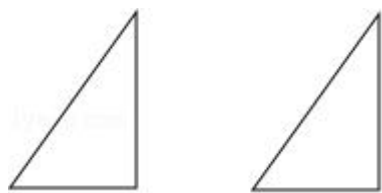
【解答】解: 这组数据的中位数是 $\frac{1.2+1.4}{2}=1.3$;

这组数据的众数是 1.2;

故选: D.

【点评】本题属于基础题, 考查了确定一组数据的中位数和众数的能力, 要明确定义, 一些学生往往对这个概念掌握不清楚, 计算方法不明确而误选其它选项, 注意找中位数的时候一定要先排好顺序, 然后再根据奇数和偶数个来确定中位数, 如果数据有奇数个, 则正中间的数字即为所求, 如果是偶数个则找中间两位数的平均数.

6. (4 分) 如图, 已知两个全等的直角三角形纸片的直角边分别为 a 、 b ($a \neq b$), 将这两个三角形的一组等边重合, 拼合成一个无重叠的几何图形, 其中轴对称图形有 ()



- A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个

【考点】KA: 全等三角形的性质; P3: 轴对称图形.

【专题】1: 常规题型.

【分析】直接利用轴对称图形的性质进而分析得出答案.

【解答】解: 如图所示: 将这两个三角形的一组等边重合, 拼合成一个无重叠的几何图形, 其中轴对称图形有 4 个.

故选：B.



图1

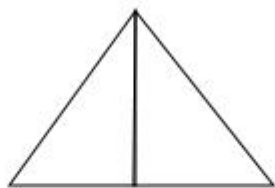


图2



图3

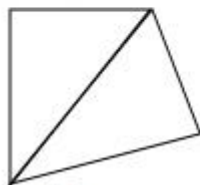


图4

【点评】此题主要考查了全等三角形的性质和轴对称图形，正确把握轴对称图形的性质是解题关键.

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. (4 分) 计算： $2x^2 \cdot \frac{1}{3}xy = \frac{2}{3}x^3y$.

【考点】49：单项式乘单项式.

【专题】11：计算题.

【分析】根据单项式乘法运算法则进行解答.

【解答】解：原式= $\frac{2}{3}x^3y$.

故答案是： $\frac{2}{3}x^3y$.

【点评】考查了单项式乘单项式. 单项式与单项式相乘，把他们的系数，相同字母分别相乘，对于只在一个单项式里含有的字母，则连同它的指数作为积的一个因式.

8. (4 分) 方程 $x = \sqrt{3+2x}$ 的根是 $x=3$.

【考点】AG：无理方程.

【专题】511：实数.

【分析】无理方程两边平方转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到无理方程的解.

【解答】解：两边平方得： $x^2=3+2x$,

解得： $x=-1$ 或 $x=3$,

经检验 $x=-1$ 是增根，无理方程的解为 $x=3$,

故答案为： $x=3$

【点评】此题考查了解无理方程，利用了转化的思想，解无理方程注意要验根.

9. (4 分) 大型纪录片《厉害了，我的国》上映 25 天，累计票房约为 402700000 元，成为中国纪录电影票房冠军. 402700000 用科学记数法表示是 4.027×10^8 .

【考点】11: 科学记数法—表示较大的数.

【专题】1: 常规题型.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：4 0270 0000 用科学记数法表示是 4.027×10^8 .

故答案为： 4.027×10^8 .

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

10. (4 分) 用换元法解方程 $\frac{x+1}{x^2} - \frac{2x^2}{x+1} = 3$ 时，如果设 $\frac{x+1}{x^2} = y$ ，那么原方程化成以 y 为“元”的方程是 $y - \frac{2}{y} = 3$.

【考点】B4: 换元法解分式方程.

【专题】522: 分式方程及应用.

【分析】根据换元法，可得答案.

【解答】解： $\frac{x+1}{x^2} - \frac{2x^2}{x+1} = 3$ 时，如果设 $\frac{x+1}{x^2} = y$,

那么原方程化成以 y 为“元”的方程是 $y - \frac{2}{y} = 3$,

故答案为： $y - \frac{2}{y} = 3$.

【点评】本题考查了换元法解分式方程，把 $\frac{x+1}{x^2}$ 换元为 y 是解题关键.

11. (4 分) 已知正比例函数的图象经过点 $M(-2, 1)$ 、 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ ，如果 $x_1 < x_2$ ，那么 y_1 > y_2 . (填“>”、“=”、“<”)

【考点】F8：一次函数图象上点的坐标特征.

【专题】533：一次函数及其应用.

【分析】根据正比例函数的图象经过点 $M(-2, 1)$ 可以求得该函数的解析式，然后根据正比例函数的性质即可解答本题.

【解答】解：设该正比例函数的解析式为 $y=kx$,

则 $1 = -2k$ ，得 $k = -0.5$,

$\therefore y = -0.5x$,

$\therefore$ 正比例函数的图象经过点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ ， $x_1 < x_2$,

$\therefore y_1 > y_2$,

故答案为：>.

【点评】本题考查一次函数图象上点的坐标特征，解答本题的关键是明确题意，利用一次函数的性质解答.

12. (4 分) 已知二次函数的图象开口向上，且经过原点，试写出一个符合上述条件的二次函数的解析式： $y = x^2$ (答案不唯一). (只需写出一个)

【考点】H3：二次函数的性质；H5：二次函数图象上点的坐标特征.

【专题】1：常规题型.

【分析】 根据二次函数的图象开口向上知道 $a > 0$ ，又二次函数的图象过原点，

可以得到 $c=0$ ，所以解析式满足 $a > 0$ ， $c=0$ 即可.

【解答】 解： $\because$ 二次函数的图象开口向上，

$\therefore a > 0$,

$\because$ 二次函数的图象过原点，

$\therefore c=0$.

故解析式满足 $a > 0$ ， $c=0$ 即可，

如 $y=x^2$.

故答案为： $y=x^2$ (答案不唯一).

【点评】 此题是开放性试题，考查了二次函数的性质，二次函数图象上点的坐标特征，对考查学生所学函数的深入理解、掌握程度具有积极的意义，但此题若想答对需要满足所有条件，如果学生没有注意某一个条件就容易出错. 本题的结论是不唯一的，其解答思路渗透了数形结合的数学思想.

13. (4 分) 一个多边形的内角和是 720° ，那么这个多边形是六边形.

【考点】 L3: 多边形内角与外角.

【分析】 n 边形的内角和可以表示成 $(n-2) \cdot 180^\circ$ ，设这个正多边形的边数是 n ，就得到方程，从而求出边数.

【解答】 解： 这个正多边形的边数是 n ， 则

$$(n-2) \cdot 180^\circ = 720^\circ,$$

解得： $n=6$.

则这个正多边形的边数是六，

故答案为： 六.

【点评】 考查了多边形内角和定理，此题比较简单，只要结合多边形的内角和公式，寻求等量关系，构建方程求解.

14. (4 分) 如果将“概率”的英文单词 probability 中的 11 个字母分别写在 11 张

相同的卡片上，字面朝下随意放在桌子上，任取一张，那么取到字母 b 的概率是 $\frac{2}{11}$ 。

【考点】X4：概率公式.

【专题】1：常规题型；543：概率及其应用.

【分析】让英文单词 probability 中字母 b 的个数除以字母的总个数即为所求的概率.

【解答】解：∵英文单词 probability 中，一共有 11 个字母，其中字母 b 有 2 个，
∴任取一张，那么取到字母 b 的概率为 $\frac{2}{11}$.

故答案为 $\frac{2}{11}$

【点评】本题考查了概率公式，用到的知识点为：概率等于所求情况数与总情况数之比.

15. (4 分) 2018 年春节期间，反季游成为出境游的热门，中国游客青睐的目的地仍主要集中在温暖的东南亚地区. 据调查发现 2018 年春节期间出境游约有 700 万人，游客目的地分布情况的扇形图如图所示，从中可知出境游东南亚地区的游客约有 315 万人.



【考点】V5：用样本估计总体；VB：扇形统计图.

【专题】1：常规题型；542：统计的应用.

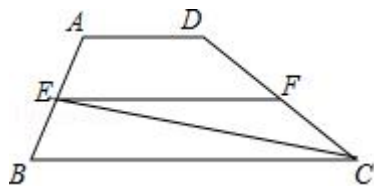
【分析】用总人数乘以样本中出境游东南亚地区的百分比即可得.

【解答】解：出境游东南亚地区的游客约有 $700 \times (1 - 16\% - 15\% - 11\% - 13\%) = 700 \times 45\% = 315$ (万),

故答案为：315.

【点评】本题主要考查扇形统计图与样本估计总体，解题的关键是掌握各项目的百分比之和为1、利用样本估计总体思想的运用.

16. (4分) 如图，在梯形ABCD中， $AD \parallel BC$ ， $BC=3AD$ ，点E、F分别是边AB、CD的中点. 设 $\overrightarrow{AD}=\vec{a}$ ， $\overrightarrow{DC}=\vec{b}$ ，那么向量 $\overrightarrow{EC}$ 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示是 $2\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$.



【考点】LH：梯形；LM：*平面向量.

【专题】557：梯形.

【分析】根据梯形的中位线等于上底与下底和的一半表示出EF，然后根据向量的三角形法则解答即可.

【解答】解：∵点E、F分别是边AB、CD的中点，

∴EF是梯形ABCD的中位线， $FC=\frac{1}{2}DC$ ，

∴ $EF=\frac{1}{2}(AD+BC)$ ，

∵ $BC=3AD$ ，

∴ $EF=\frac{1}{2}(AD+3AD)=2AD$ ，

由三角形法则得， $\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FC}=2\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$ ，

∵ $\overrightarrow{AD}=\vec{a}$ ， $\overrightarrow{DC}=\vec{b}$ ，

∴ $\overrightarrow{EC}=2\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$.

故答案为： $2\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$.

【点评】本题考查了平面向量，平面向量的问题，熟练掌握三角形法则和平行四边形法则是解题的关键，本题还考查了梯形的中位线等于上底与下底和的一半.

17. (4分) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, 如果以 AB 为直径的 $\odot O$ 沿着 BC 滚动一周, 点 B 恰好与点 C 重合, 那么 $\frac{BC}{AB}$ 的值等于 3.14. (结果保留两位小数)



【考点】 1H: 近似数和有效数字; LB: 矩形的性质.

【专题】 1: 常规题型; 511: 实数.

【分析】 由 BC 即为 $\odot O$ 的周长, 即 $BC=AB\pi$, 可得 $\frac{BC}{AB}=\pi$, 再根据近似数即可得答案.

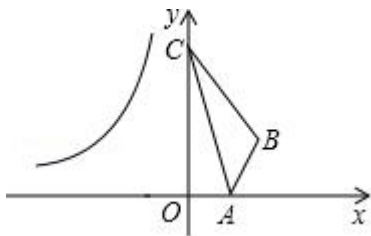
【解答】 解: 由题意知 BC 即为 $\odot O$ 的周长, 即 $BC=AB\pi$,

$$\text{则 } \frac{BC}{AB} = \frac{AB \cdot \pi}{AB} = \pi \approx 3.14,$$

故答案为: 3.14.

【点评】 本题主要考查近似数, 解题的关键是根据题意得出 BC 的长即为 $\odot O$ 的周长及近似数.

18. (4分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, $\triangle ABC$ 的顶点 A 、 C 在坐标轴上, 点 B 的坐标是 $(2, 2)$. 将 $\triangle ABC$ 沿 x 轴向左平移得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 点 B_1 落在函数 $y = -\frac{6}{x}$ 的图象上. 如果此时四边形 AA_1C_1C 的面积等于 $\frac{55}{2}$, 那么点 C_1 的坐标是 $(-5, \frac{11}{2})$.



【考点】 G6: 反比例函数图象上点的坐标特征; Q3: 坐标与图形变化 - 平移.

【专题】 534: 反比例函数及其应用.

【分析】 依据点 B 的坐标是 $(2, 2)$, $BB_1 \parallel AA_1$, 可得点 B_1 的纵坐标为 2, 再根据点 B_1 落在函数 $y = -\frac{6}{x}$ 的图象上, 即可得到 $BB_1 = AA_1 = 5 = CC_1$, 依据四边形 AA_1C_1C 的面积等于 $\frac{55}{2}$, 可得 $OC = \frac{11}{2}$, 进而得到点 C_1 的坐标是 $(-5, \frac{11}{2})$.

【解答】 解: 如图, $\because$ 点 B 的坐标是 $(2, 2)$, $BB_1 \parallel AA_1$,

$\therefore$ 点 B_1 的纵坐标为 2,

又 $\because$ 点 B_1 落在函数 $y = -\frac{6}{x}$ 的图象上,

$\therefore$ 当 $y=2$ 时, $x=-3$,

$\therefore BB_1 = AA_1 = 5 = CC_1$,

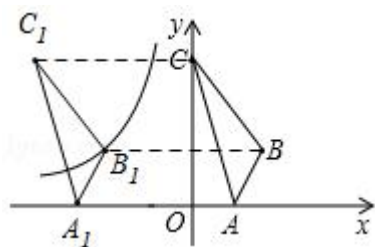
又 $\because$ 四边形 AA_1C_1C 的面积等于 $\frac{55}{2}$,

$\therefore AA_1 \times OC = \frac{55}{2}$,

$\therefore OC = \frac{11}{2}$,

$\therefore$ 点 C_1 的坐标是 $(-5, \frac{11}{2})$.

故答案为: $(-5, \frac{11}{2})$.



【点评】 本题主要考查了反比例函数的综合题的知识, 解答本题的关键是熟练掌握反比例函数的性质以及平移的性质. 在平面直角坐标系内, 把一个图形各个点的横坐标都加上 (或减去) 一个整数 a , 相应的新图形就是把原图形向右 (或向左) 平移 a 个单位长度.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 先化简, 再求值: $\frac{x+2}{x} \div \frac{x^2+4x+4}{x^2} - \frac{x-2}{x^2-4}$, 其中 $x = \sqrt{2} - 2$.

【考点】 6D: 分式的化简求值.

【专题】 11: 计算题; 513: 分式.

【分析】 先将分子、分母因式分解、将除法转化为乘法, 约分后计算减法即可化简, 再将 x 的值代入计算可得.

【解答】 解: 原式 $= \frac{x+2}{x} \cdot \frac{x^2}{(x+2)^2} - \frac{x-2}{(x+2)(x-2)}$

$$= \frac{x}{x+2} - \frac{1}{x+2}$$
$$= \frac{x-1}{x+2}.$$

当 $x = \sqrt{2} - 2$ 时,

$$\begin{aligned}\text{原式} &= \frac{\sqrt{2}-2-1}{\sqrt{2}-2+2} \\ &= \frac{\sqrt{2}-3}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{2-3\sqrt{2}}{2}.\end{aligned}$$

【点评】 本题主要考查分式的混合运算, 解题的关键是熟练掌握分式的混合运算顺序和运算法则.

20. (10 分) 求不等式组 $\begin{cases} 7(x+1) \geq 5x+3 \\ 1-\frac{x}{3} > \frac{3-x}{4} \end{cases}$ 的整数解.

【考点】 CC: 一元一次不等式组的整数解.

【专题】 52: 方程与不等式.

【分析】 根据解不等式组的方法可以解答本题.

【解答】 解: $\begin{cases} 7(x+1) \geq 5x+3 & \text{①} \\ 1-\frac{x}{3} > \frac{3-x}{4} & \text{②} \end{cases}$

由不等式①, 得

$$x \geq -2,$$

由不等式②, 得

$$x < 3,$$

故原不等式组的解集是 $-2 \leq x < 3$,

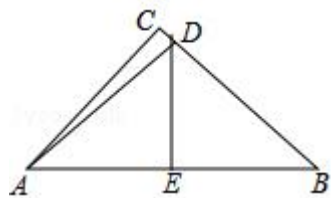
$\therefore$ 不等式组 $\begin{cases} 7(x+1) \geq 5x+3 \\ 1-\frac{x}{3} > \frac{3-x}{4} \end{cases}$ 的整数解是: $-2, -1, 0, 1, 2$.

【点评】 本题考查解一元一次不等式的整数解, 解答本题的关键是明确解一元一次不等式组的方法.

21. (10 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 点 D 在边 BC 上, $DE \perp AB$, 点 E 为垂足, $AB=7$, $\angle DAB=45^\circ$, $\tan B=\frac{3}{4}$.

(1) 求 DE 的长;

(2) 求 $\angle CDA$ 的余弦值.



【考点】 T7: 解直角三角形.

【专题】 11: 计算题; 55E: 解直角三角形及其应用.

【分析】 (1) 由题意得到三角形 ADE 为等腰直角三角形, 在直角三角形 DEB 中, 利用锐角三角函数定义求出 DE 与 BE 之比, 设出 DE 与 BE , 由 $AB=7$ 求出各自的值, 确定出 DE 即可;

(2) 在直角三角形中, 利用勾股定理求出 AD 与 BD 的长, 根据 $\tan B$ 的值求出 $\cos B$ 的值, 确定出 BC 的长, 由 $BC - BD$ 求出 CD 的长, 利用锐角三角函数定义求出所求即可.

【解答】 解: (1) $\because DE \perp AB$,

$\therefore \angle DEA=90^\circ$,

又 $\because \angle DAB=45^\circ$,

$\therefore DE=AE$,

在 $\text{Rt}\triangle DEB$ 中, $\angle DEB=90^\circ$, $\tan B=\frac{3}{4}$,

$$\therefore \frac{DE}{BE}=\frac{3}{4},$$

设 $DE=3x$, 那么 $AE=3x$, $BE=4x$,

$$\therefore AB=7,$$

$$\therefore 3x+4x=7,$$

解得: $x=1$,

$$\therefore DE=3;$$

(2) 在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, 由勾股定理, 得 $AD=3\sqrt{2}$, 同理得 $BD=5$,

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 由 $\tan B=\frac{3}{4}$, 可得 $\cos B=\frac{4}{5}$,

$$\therefore BC=\frac{28}{5},$$

$$\therefore CD=\frac{3}{5},$$

$$\therefore \cos \angle CDA=\frac{CD}{AD}=\frac{\sqrt{2}}{10}, \text{ 即 } \angle CDA \text{ 的余弦值为 } \frac{\sqrt{2}}{10}.$$

【点评】 此题考查了解直角三角形, 涉及的知识有: 锐角三角函数定义, 勾股定理, 等腰直角三角形的判定与性质, 熟练掌握各自的性质是解本题的关键.

22. (10 分) 小张同学尝试运用课堂上学到的方法, 自主研究函数 $y=\frac{1}{x^2}$ 的图象

与性质. 下面是小张同学在研究过程中遇到的几个问题, 现由你来完成:

(1) 函数 $y=\frac{1}{x^2}$ 的定义域是 $x \neq 0$;

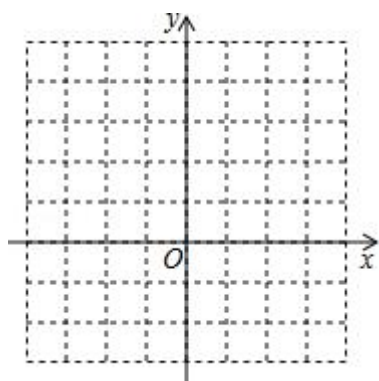
(2) 下表列出了 y 与 x 的几组对应值:

x	...	-2	$-\frac{3}{2}$	m	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{3}{2}$	2	...
y	...	$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{9}$	1	$\frac{16}{9}$	4	4	$\frac{16}{9}$	1	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{4}$	...

表中 m 的值是 -1 ;

(3) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 描出以表中各组对应值为坐标的点, 试由描出的点画出该函数的图象;

(4) 结合函数 $y = \frac{1}{x^2}$ 的图象, 写出这个函数的性质: 图象关于 y 轴对称. (只需写一个)



【考点】 E2: 函数的概念; G2: 反比例函数的图象; G4: 反比例函数的性质.

【专题】 1: 常规题型; 534: 反比例函数及其应用.

【分析】 (1) 由分母不等于零可得答案;

(2) 求出 $y=1$ 时 x 的值即可得;

(3) 根据表格中的数据, 描点、连线即可得;

(4) 由函数图象即可得.

【解答】 解: (1) 函数 $y = \frac{1}{x^2}$ 的定义域是 $x \neq 0$,

故答案为: $x \neq 0$;

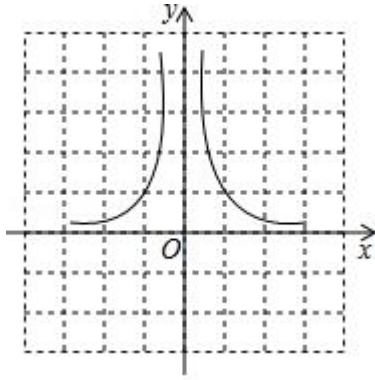
(2) 当 $y=1$ 时, $\frac{1}{x^2} = 1$,

解得: $x=1$ 或 $x=-1$,

$\therefore m = -1$,

故答案为: -1 ;

(3) 如图所示:



(4) 图象关于 y 轴对称,

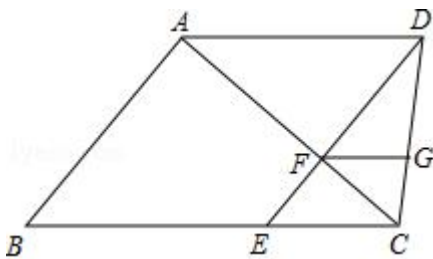
故答案为: 图象关于 y 轴对称.

【点评】 本题主要考查反比例函数的图象与性质, 解题的关键是掌握反比例函数自变量的取值范围、函数值的求法、列表描点画函数图象及反比例函数的性质.

23. (12 分) 已知: 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $DE \parallel AB$, DE 与对角线 AC 交于点 F , $FG \parallel AD$, 且 $FG = EF$.

(1) 求证: 四边形 $ABED$ 是菱形;

(2) 连接 AE , 又知 $AC \perp ED$, 求证: $\frac{1}{2}AE^2 = EF \cdot ED$.



【考点】 LA: 菱形的判定与性质; LH: 梯形; S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】 14: 证明题; 55D: 图形的相似.

【分析】 (1) 先证明 $\triangle CFG \sim \triangle CAD$, 得 $\frac{FG}{AD} = \frac{CF}{CA}$. 同理: $\frac{FE}{AB} = \frac{CF}{CA}$, 则 $AD = AB$, 可得结论;

(2) 证明 $\triangle DHE \sim \triangle AFE$, 则 $\frac{EH}{EF} = \frac{DE}{AE}$, 由 $EH = \frac{1}{2}AE$ 代入可得结论.

【解答】证明: (1) $\because AD \parallel BC, DE \parallel AB$,

$\therefore$ 四边形 $ABED$ 是平行四边形.

$\therefore FG \parallel AD$,

$\therefore \triangle CFG \sim \triangle CAD$,

$$\therefore \frac{FG}{AD} = \frac{CF}{CA}.$$

$$\text{同理: } \frac{FE}{AB} = \frac{CF}{CA},$$

$$\therefore \frac{FG}{AD} = \frac{EF}{AB}.$$

$$\therefore FG = EF,$$

$$\therefore AD = AB,$$

$\therefore$ 四边形 $ABED$ 是菱形.

(2) 连接 BD , 与 AE 交于点 H , 如图所示.

$\therefore$ 四边形 $ABED$ 是菱形,

$$\therefore EH = \frac{1}{2}AE, BD \perp AE,$$

$$\therefore \angle DHE = 90^\circ.$$

$$\text{同理: } \angle AFE = 90^\circ,$$

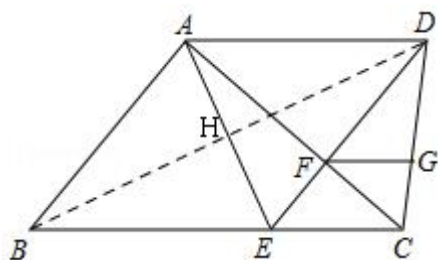
$$\therefore \angle DHE = \angle AFE.$$

又 $\because \angle AED$ 是公共角,

$$\therefore \triangle DHE \sim \triangle AFE,$$

$$\therefore \frac{EH}{EF} = \frac{DE}{AE},$$

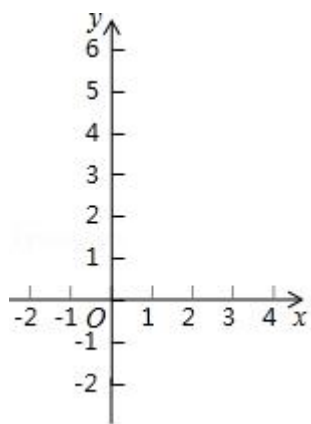
$$\therefore \frac{1}{2}AE^2 = EF \cdot ED.$$



【点评】 本题考查了菱形的判定、三角形相似的性质与判定，熟练掌握有一组邻边相等的平行四边形是菱形是本题的关键.

24. (12 分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=kx+3$ 与 x 轴、 y 轴分别相交于点 A 、 B ，并与抛物线 $y=-\frac{1}{4}x^2+bx+\frac{7}{2}$ 的对称轴交于点 C (2, 2)，抛物线的顶点是点 D .

- (1) 求 k 和 b 的值;
- (2) 点 G 是 y 轴上一点，且以点 B 、 C 、 G 为顶点的三角形与 $\triangle BCD$ 相似，求点 G 的坐标;
- (3) 在抛物线上是否存在点 E ：它关于直线 AB 的对称点 F 恰好在 y 轴上. 如果存在，直接写出点 E 的坐标，如果不存在，试说明理由.



【考点】 HF：二次函数综合题.

【专题】 15：综合题.

【分析】 (1) 把 C 点坐标代入 $y=kx+3$ 中可求出 k 的值；利用抛物线的对称轴方程可求出 b 的值；

(2) 利用一次函数解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 得到 A (6, 0), B (0, 3), 把抛物线解析式配成顶点式得到 D (2, $\frac{9}{2}$), 再计算出 $BC = \sqrt{5}$, $CD = \frac{5}{2}$, 根据相似三角形的判定方法,

由于 $\angle GBC = \angle BCD$, 则当 $\frac{BG}{CB} = \frac{BC}{CD}$ 时, $\triangle BGC \sim \triangle CBD$ 或当 $\frac{BG}{CD} = \frac{BC}{BC}$, $\triangle BGC \sim \triangle CDB$, 然后分别利用相似比求出 BG 的长, 从而可得到对应的 G 点坐标;

(3) EF 交直线 AB 于 P, 如图, 设 F (0, t), E ($x, -\frac{1}{4}x^2 + x + \frac{7}{2}$), 利用两直线

垂直的关系得到直线 EF 的解析式为 $y = 2x + t$, 再解方程组 $\begin{cases} y = 2x + t \\ y = -\frac{1}{2}x + 3 \end{cases}$ 得 P

($\frac{6-2t}{5}, \frac{12+t}{5}$), 接着根据线段中点坐标公式得到 $\frac{0+x}{2} = \frac{6-2t}{5}$,

$\frac{t - \frac{1}{4}x^2 + x + \frac{7}{2}}{2} = \frac{12+t}{5}$, 然后消去 t 得到关于 x 的方程, 最后解方程求出 x 即可

得到 E 点坐标.

【解答】 解: (1) 把 C (2, 2) 代入 $y = kx + 3$ 得 $2k + 3 = 2$, 解得 $k = -\frac{1}{2}$;

抛物线 $y = -\frac{1}{4}x^2 + bx + \frac{7}{2}$ 的对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2 \times (-\frac{1}{4})} = 2$,

$\therefore b = 1$;

(2) 一次函数解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 3$, 则 A (6, 0), B (0, 3),

$\therefore y = -\frac{1}{4}x^2 + x + \frac{7}{2} = -\frac{1}{4}(x-2)^2 + \frac{9}{2}$, 则 D (2, $\frac{9}{2}$),

$\therefore BC = \sqrt{2^2 + (2-3)^2} = \sqrt{5}$, $CD = \frac{9}{2} - 2 = \frac{5}{2}$,

$\therefore \angle GBC = \angle BCD$,

$\therefore$ 当 $\frac{BG}{CB} = \frac{BC}{CD}$ 时, $\triangle BGC \sim \triangle CBD$, 即 $\frac{BG}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{\frac{5}{2}}$, 解得 $BG = 2$,

$\therefore OG = 1$, 此时 G 点坐标为 (0, 1);

当 $\frac{BG}{CD} = \frac{BC}{BC}$, $\triangle BGC \sim \triangle CDB$, 即 $BG = CD = \frac{5}{2}$,

$\therefore OG = 3 - \frac{5}{2} = \frac{1}{2}$, 此时 G 点坐标为 $(0, \frac{1}{2})$,

综上所述, G 点坐标为 $(0, 1)$ 或 $(0, \frac{1}{2})$;

(3) 存在.

EF 交直线 AB 于 P, 如图, 设 F $(0, t)$, E $(x, -\frac{1}{4}x^2 + x + \frac{7}{2})$,

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 3$,

而 $EF \perp AB$,

$\therefore$ 直线 EF 的解析式为 $y = 2x + t$,

解方程组 $\begin{cases} y = 2x + t \\ y = -\frac{1}{2}x + 3 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x = \frac{6-2t}{5} \\ y = \frac{12+t}{5} \end{cases}$, 则 P $(\frac{6-2t}{5}, \frac{12+t}{5})$,

$\therefore$ 点 E、F 关于 P 点对称,

$\therefore$ 点 P 为 EF 的中点,

$$\therefore \frac{0+x}{2} = \frac{6-2t}{5} \quad \text{①},$$

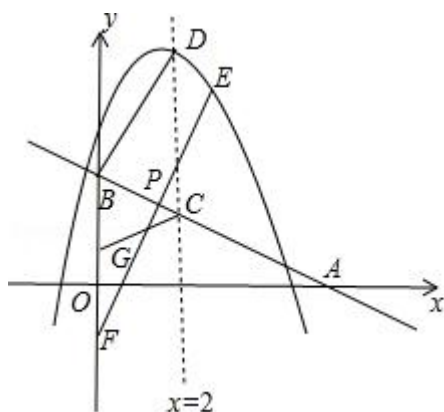
$$\frac{t - \frac{1}{4}x^2 + x + \frac{7}{2}}{2} = \frac{12+t}{5} \quad \text{②},$$

由①得 $t = 3 - \frac{5}{4}x$,

把 $t = 3 - \frac{5}{4}x$ 代入②得 $5(3 - \frac{5}{4}x) - \frac{1}{4}x^2 + x + \frac{7}{2} = 24 + 2(3 - \frac{5}{4}x)$,

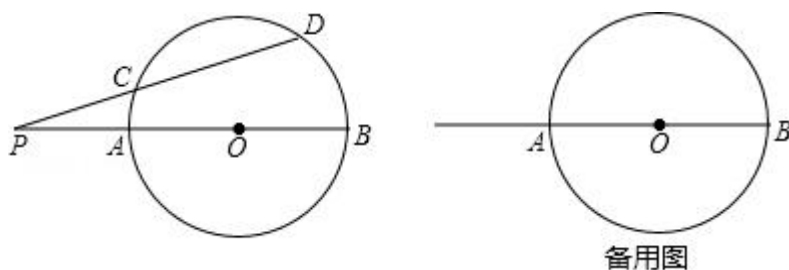
整理得 $x^2 - x - 2 = 0$, 解得 $x_1 = -1$, $x_2 = 2$,

$\therefore$ E 点坐标为 $(-1, \frac{9}{4})$ 或 $(2, \frac{9}{2})$.



【点评】本题考查了二次函数的综合题：熟练掌握二次函数图象上点的坐标特征、二次函数的性质和对称的性质；会利用待定系数法求函数解析式；会灵活运用相似三角形的判定与性质进行几何计算；理解坐标与图形性质，记住线段的中点坐标公式和两点间的距离公式；会利用分类讨论的思想解决数学问题.

25. (14 分) 已知 P 是 $\odot O$ 的直径 BA 延长线上的一个动点, $\angle P$ 的另一边交 $\odot O$ 于点 C 、 D , 两点位于 AB 的上方, $AB=6$, $OP=m$, $\sin P=\frac{1}{3}$, 如图所示. 另一个半径为 6 的 $\odot O_1$ 经过点 C 、 D , 圆心距


$$OO_1=n.$$

备用图

- (1) 当 $m=6$ 时, 求线段 CD 的长;
- (2) 设圆心 O_1 在直线 AB 上方, 试用 n 的代数式表示 m ;
- (3) $\triangle POO_1$ 在点 P 的运动过程中, 是否能成为以 OO_1 为腰的等腰三角形, 如果能, 试求出此时 n 的值; 如果不能, 请说明理由.

【考点】MR: 圆的综合题.

【专题】 15: 综合题.

【分析】 (1) 先求出 $OH=2$, 再利用勾股定理求出 CH , 即可得出结论;

(2) 先求出 $OH = \frac{1}{3}m$, 再利用勾股定理得出 $CH^2 = 9 - \frac{1}{9}m^2$, 在 $Rt\triangle O_1CH$ 中,
 $CH^2 = 36 - (n - \frac{1}{3}m)^2$, 建立方程求解即可;

(3) 分两种情况, 当圆心 O_1 、 O 在弦 CD 异侧时, ① $OP = OO_1$, ② $O_1P = OO_1$,
 当圆心 O_1 、 O 在弦 CD 同侧时, 同理可得 $m = \frac{81 - 3n^2}{2n}$. $\angle POO_1$ 是钝角, $\therefore$
 只能是 $m = n$, 即 $n = \frac{81 - 3n^2}{2n}$, 解得 $n = \frac{9\sqrt{5}}{5}$.

【解答】解:

(1) 如图, 过点 O 作 $OH \perp CD$, 垂足为点 H , 联结 OC .

在 $Rt\triangle POH$ 中, $\therefore \sin P = \frac{1}{3}$, $PO = 6$,

$$\therefore OH = 2$$

$$\therefore AB = 6, \therefore OC = 3$$

由勾股定理得 $CH = \sqrt{5}$

$$\therefore OH \perp DC,$$

$$\therefore CD = 2CH = 2\sqrt{5}.$$

(2) 在 $Rt\triangle POH$ 中, $\therefore \sin P = \frac{1}{3}$, $PO = m$,

$$\therefore OH = \frac{1}{3}m$$

在 $Rt\triangle OCH$ 中, $CH^2 = 9 - \frac{1}{9}m^2$

在 $Rt\triangle O_1CH$ 中, $CH^2 = 36 - (n - \frac{1}{3}m)^2$,

可得 $36 - (n - \frac{1}{3}m)^2 = 9 - \frac{1}{9}m^2$,

$$\text{解得 } m = \frac{3n^2 - 81}{2n}$$

(3) $\triangle POO_1$ 成为等腰三角形可分以下几种情况:

当圆心 O_1 、 O 在弦 CD 异侧时

① $OP=OO_1$, 即 $m=n$,

$$\therefore n = \frac{3n^2 - 81}{2n}, \text{ 解得 } n=9.$$

即圆心距等于 $\odot O$ 、 $\odot O_1$ 的半径的和, 就有 $\odot O$ 、 $\odot O_1$ 外切不合题意舍去.

$$\textcircled{2} O_1P=OO_1, \text{ 由 } \sqrt{(n-\frac{1}{3}m)^2 + m^2} - (\frac{1}{3}m)^2 = n,$$

$$\text{解得 } m = \frac{2}{3}n, \text{ 即 } \frac{2}{3}n = \frac{3n^2 - 81}{2n}, \text{ 解得 } n = \frac{9\sqrt{15}}{5},$$

当圆心 O_1 、 O 在弦 CD 同侧时,

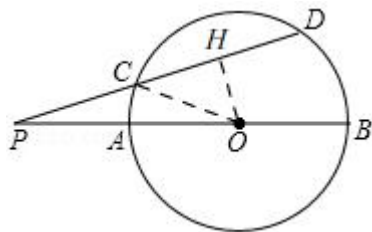
$$\text{同理可得 } m = \frac{81 - 3n^2}{2n}.$$

$\therefore \angle POO_1$ 是钝角,

$\therefore$ 只能是 $m=n$,

$$\text{即 } n = \frac{81 - 3n^2}{2n}, \text{ 解得 } n = \frac{9\sqrt{5}}{5}.$$

综上所述, n 的值为 $\frac{9\sqrt{5}}{5}$ 或 $\frac{9\sqrt{15}}{5}$.



【点评】 此题圆的综合题, 主要考查了勾股定理, 锐角三角函数, 等腰三角形的判定, 用方程的思想解决问题是解本题的关键.