

2018 年上海市宝山区中考数学二模试卷

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)

1. (4 分) 下列说法中，正确的是 ()
 - A. 0 是正整数
 - B. 1 是素数
 - C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 是分数
 - D. $\frac{22}{7}$ 是有理数
2. (4 分) 关于 x 的方程 $x^2 - mx - 2 = 0$ 根的情况是 ()
 - A. 有两个不相等的实数根
 - B. 有两个相等的实数根
 - C. 没有实数根
 - D. 无法确定
3. (4 分) 将直线 $y = 2x$ 向下平移 2 个单位，平移后的新直线一定不经过的象限是 ()
 - A. 第一象限
 - B. 第二象限
 - C. 第三象限
 - D. 第四象限
4. (4 分) 下列说法正确的是 ()
 - A. 一组数据的中位数一定等于该组数据中的某个数据
 - B. 一组数据的平均数和中位数一定不相等
 - C. 一组数据的众数可以有几个
 - D. 一组数据的方差一定大于这组数据的标准差
5. (4 分) 对角线互相平分且相等的四边形一定是 ()
 - A. 等腰梯形
 - B. 矩形
 - C. 菱形
 - D. 正方形
6. (4 分) 已知圆 O_1 的半径长为 6cm, 圆 O_2 的半径长为 4cm, 圆心距 $O_1O_2 = 3$ cm, 那么圆 O_1 与圆 O_2 的位置关系是 ()
 - A. 外离
 - B. 外切
 - C. 相交
 - D. 内切

二、填空题 (本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. (4分) $\sqrt{4} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. (4分) 一种细菌的半径是 0.00000419 米, 用科学记数法把它表示为
米.

9. (4分) 因式分解: $x^2 - 4x = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. (4分) 不等式组 $\begin{cases} x-1 \leq 0 \\ 3x+6 > 0 \end{cases}$ 的解集为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. (4分) 在一个不透明的布袋中装有 2 个白球、8 个红球和 5 个黄球, 这些球除了颜色不同之外, 其余均相同. 如果从中随机摸出一个球, 摸到黄球的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

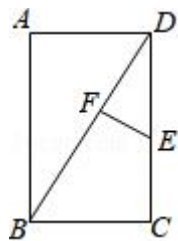
12. (4分) 方程 $\sqrt{x+3} = 2$ 的解是 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. (4分) 近视眼镜的度数 y (度) 与镜片焦距 x (米) 呈反比例, 其函数关系式为 $y = \frac{120}{x}$. 如果近视眼镜镜片的焦距 $x = 0.3$ 米, 那么近视眼镜的度数 y 为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

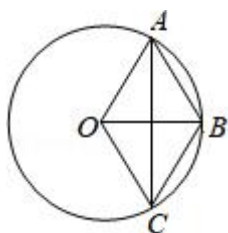
14. (4分) 数据 1、2、3、3、6 的方差是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是边 BC 的中点, $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$ (用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示).

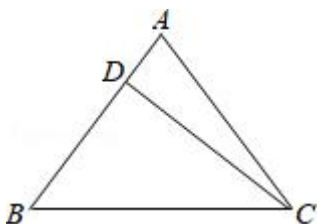
16. (4分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 E 在边 CD 上, 点 F 在对角线 BD 上,
DF: DE=2: $\sqrt{5}$, $EF \perp BD$, 那么 $\tan \angle ADB = \underline{\hspace{2cm}}$.



17. (4分) 如图, 点 A 、 B 、 C 在圆 O 上, 弦 AC 与半径 OB 互相平分, 那么 $\angle AOC$ 度数为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度.



18. (4 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=5$, $BC=6$, 点 D 在边 AB 上, 且 $\angle BDC=90^\circ$. 如果 $\triangle ACD$ 绕点 A 顺时针旋转, 使点 C 与点 B 重合, 点 D 旋转至点 D_1 , 那么线段 DD_1 的长为_____.



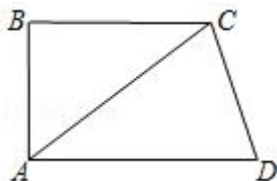
三、简答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 先化简, 再求值: $\frac{2x}{x^2-4} + \frac{x+1}{x+2} - \frac{3}{2-x}$, 其中 $x=2+\sqrt{3}$.

20. (10 分) 解方程组:
$$\begin{cases} x+2y=3 \\ 4x^2-4xy+y^2=1 \end{cases}$$

21. (10 分) 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle BAD=90^\circ$, $AC=AD$.

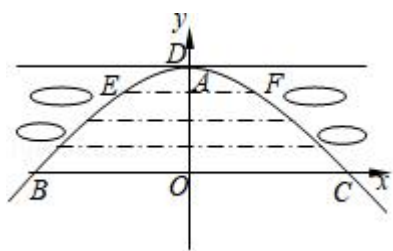
- (1) 如果 $\angle BAC - \angle BCA = 10^\circ$, 求 $\angle D$ 的度数;
- (2) 若 $AC=10$, $\cot \angle D = \frac{1}{3}$, 求梯形 $ABCD$ 的面积.



22. (12 分) 有一座抛物线拱型桥, 在正常水位时, 水面 BC 的宽为 10 米, 拱桥的最高点 D 到水面 BC 的距离 DO 为 4 米, 点 O 是 BC 的中点, 如图, 以点 O 为原点, 直线 BC 为 x , 建立直角坐标 xOy .

- (1) 求该抛物线的表达式;

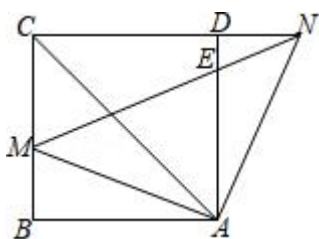
- (2) 如果水面 BC 上升 3 米 (即 $OA=3$) 至水面 EF , 点 E 在点 F 的左侧, 求水面宽度 EF 的长.



23. (10 分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 M 是边 BC 上的一点 (不与 B 、 C 重合), 点 N 在 CD 边的延长线上, 且满足 $\angle MAN=90^\circ$, 联结 MN 、 AC , N 与边 AD 交于点 E .

(1) 求证: $AM=AN$;

(2) 如果 $\angle CAD=2\angle NAD$, 求证: $AM^2=AC \cdot AE$.

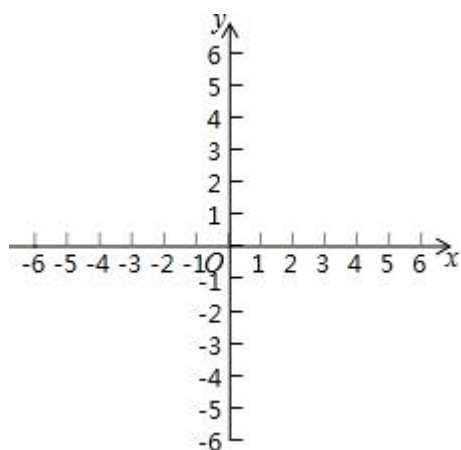


24. (12 分) 已知平面直角坐标系 xOy (如图), 直线 $y=x+m$ 的经过点 $A(-4, 0)$ 和点 $B(n, 3)$.

(1) 求 m 、 n 的值;

(2) 如果抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过点 A 、 B , 该抛物线的顶点为点 P , 求 $\sin \angle ABP$ 的值;

(3) 设点 Q 在直线 $y=x+m$ 上, 且在第一象限内, 直线 $y=x+m$ 与 y 轴的交点为点 D , 如果 $\angle AQO=\angle DOB$, 求点 Q 的坐标.

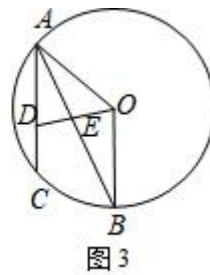
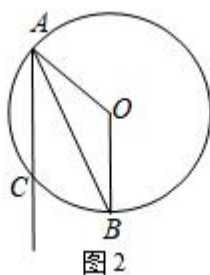
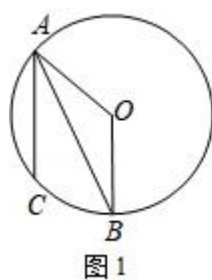


25. (14 分) 在圆 O 中, AO 、 BO 是圆 O 的半径, 点 C 在劣弧 $\widehat{AB}$ 上, $OA=10$, $AC=12$, $AC \parallel OB$, 联结 AB .

(1) 如图 1, 求证: AB 平分 $\angle OAC$;

(2) 点 M 在弦 AC 的延长线上, 联结 BM , 如果 $\triangle AMB$ 是直角三角形, 请你在如图 2 中画出点 M 的位置并求 CM 的长;

(3) 如图 3, 点 D 在弦 AC 上, 与点 A 不重合, 联结 OD 与弦 AB 交于点 E , 设点 D 与点 C 的距离为 x , $\triangle OEB$ 的面积为 y , 求 y 与 x 的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围.



2018 年上海市宝山区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)

1. (4 分) 下列说法中，正确的是 ()

A. 0 是正整数

B. 1 是素数

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 是分数

D. $\frac{22}{7}$ 是有理数

【考点】27：实数.

【专题】1：常规题型.

【分析】根据实数的分类，即可解答.

【解答】解：A.0 不是正整数，故本选项错误；

B.1 是正整数，故本选项错误；

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 是无理数，故本选项错误；

D. $\frac{22}{7}$ 是有理数，正确；

故选：D.

【点评】本题考查了实数，解决本题的关键是掌握实数的分类.

2. (4 分) 关于 x 的方程 $x^2 - mx - 2 = 0$ 根的情况是 ()

A. 有两个不相等的实数根

B. 有两个相等的实数根

C. 没有实数根

D. 无法确定

【考点】AA：根的判别式.

【专题】1：常规题型.

【分析】先计算 $\Delta = (-m)^2 - 4 \times 1 \times (-2) = m^2 + 8$ ，由于 m^2 为非负数，则

$m^2 + 8 > 0$ ，即 $\Delta > 0$ ，根据一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式

$\Delta = b^2 - 4ac$ 的意义即可判断方程根的情况.

【解答】解: $\Delta = (-m)^2 - 4 \times 1 \times (-2) = m^2 + 8$,

$\therefore m^2 \geq 0$,

$\therefore m^2 + 8 > 0$, 即 $\Delta > 0$,

$\therefore$ 方程有两个不相等的实数根.

故选: A.

【点评】此题考查了根的判别式, 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系:

①当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的实数根;

②当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的实数根;

③当 $\Delta < 0$ 时, 方程无实数根.

上面的结论反过来也成立.

3. (4 分) 将直线 $y = 2x$ 向下平移 2 个单位, 平移后的新直线一定不经过的象限是 ()

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【考点】F6: 正比例函数的性质; F9: 一次函数图象与几何变换.

【专题】53: 函数及其图象.

【分析】上下平移时只需让 b 的值加减即可.

【解答】解: $k > 0$, $b = 0$ 函数图象过第一, 三象限,

将直线 $y = 2x$ 向下平移 2 个单位, 所得直线的 $k = 2 > 0$, $b < 0$, 函数图象过第一, 三、四象限;

故选: B.

【点评】本题是关于一次函数的图象与它平移后图象的转变的题目, 在解题时,

紧紧抓住直线平移后 k 不变这一性质. b 值的变化为上加下减.

4. (4 分) 下列说法正确的是 ()

- A. 一组数据的中位数一定等于该组数据中的某个数据
- B. 一组数据的平均数和中位数一定不相等
- C. 一组数据的众数可以有几个
- D. 一组数据的方差一定大于这组数据的标准差

【考点】W1: 算术平均数; W4: 中位数; W5: 众数; W7: 方差; W8: 标准差.

【专题】1: 常规题型.

【分析】根据中位数、众数、平均数和方差的概念对各选项进行判断, 选出正确答案即可.

【解答】解: A、一组数据的中位数不一定等于该组数据中的某个数据, 故本选项错误;

B、一组数据的平均数和众数不一定相等, 故本选项错误;

C、一组数据的众数可以有几个, 这种说法是正确的, 故本选项正确.

D、一组数据的方差不一定大于这组数据的标准差, 故本选项错误;

故选: C.

【点评】本题考查了中位数、众数、平均数和方差等知识点, 属于基础题, 解答本题的关键是熟练掌握各知识点的概念.

5. (4 分) 对角线互相平分且相等的四边形一定是 ()

- A. 等腰梯形
- B. 矩形
- C. 菱形
- D. 正方形

【考点】L9: 菱形的判定; LC: 矩形的判定; LF: 正方形的判定; LK: 等腰梯形的判定.

【专题】55: 几何图形.

【分析】根据矩形的判定解答即可.

【解答】解: 对角线互相平分切相等的四边形一定是矩形,

故选: B.

【点评】此题考查矩形的判定, 关键是根据对角线互相平分切相等的四边形一定是矩形解答.

6. (4 分) 已知圆 O_1 的半径长为 6cm, 圆 O_2 的半径长为 4cm, 圆心距 $O_1O_2=3\text{cm}$,

那么圆 O_1 与圆 O_2 的位置关系是 ()

A. 外离 B. 外切 C. 相交 D. 内切

【考点】MJ: 圆与圆的位置关系.

【专题】55: 几何图形.

【分析】求出两圆半径的和与差, 再与圆心距比较大小, 确定两圆位置关系. 根据两圆的位置关系得到其数量关系.

设两圆的半径分别为 R 和 r , 且 $R \geq r$, 圆心距为 d : 外离, 则 $d > R+r$; 外切,

则 $d=R+r$; 相交, 则 $R-r < d < R+r$; 内切, 则 $d=R-r$; 内含, 则 $d < R-r$.

【解答】解: 因为 $6-4=2$, $6+4=10$, 圆心距为 3cm,

所以, $2 < d < 8$,

根据两圆相交, 圆心距的长度在两圆的半径的差与和之间,

所以两圆相交.

故选: C.

【点评】考查了圆与圆的位置关系, 本题利用了两圆相交, 圆心距的长度在两圆的半径的差与和之间求解.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) $\sqrt{4}=2$.

【考点】22: 算术平方根.

【专题】11: 计算题.

【分析】如果一个数 x 的平方等于 a , 那么 x 是 a 的算术平方根, 由此即可求解.

【解答】解: $\because 2^2=4$,

$$\therefore \sqrt{4}=2.$$

故答案为: 2

【点评】此题主要考查了学生开平方的运算能力, 比较简单.

8. (4 分) 一种细菌的半径是 0.00000419 米, 用科学记数法把它表示为 4.19
 $\times 10^{-6}$ 米.

【考点】1J: 科学记数法—表示较小的数.

【专题】1: 常规题型.

【分析】绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂, 指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【解答】解: $0.00000419=4.19 \times 10^{-6}$,

故答案为: 4.19×10^{-6} .

【点评】本题考查用科学记数法表示较小的数, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

9. (4 分) 因式分解: $x^2 - 4x =$ $x(x - 4)$.

【考点】53: 因式分解—提公因式法.

【分析】直接提取公因式 x , 进而分解因式得出即可.

【解答】解: $x^2 - 4x = x(x - 4)$.

故答案为: $x(x - 4)$.

【点评】此题主要考查了提取公因式法分解因式, 正确找出公因式是解题关键.

10. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} x-1 \leq 0 \\ 3x+6 > 0 \end{cases}$ 的解集为 $-2 < x \leq 1$.

【考点】CB: 解一元一次不等式组.

【分析】分别求出每一个不等式的解集, 根据口诀: 大小小大中间找, 确定不等式组的解集.

【解答】解: 解不等式 $x - 1 \leq 0$, 得: $x \leq 1$,

解不等式 $3x + 6 > 0$, 得: $x > -2$,

$\therefore$ 不等式组的解集为: $-2 < x \leq 1$,

故答案为: $-2 < x \leq 1$.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组, 正确求出每一个不等式解集是基础, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

11. (4 分) 在一个不透明的布袋中装有 2 个白球、8 个红球和 5 个黄球, 这些球除了颜色不同之外, 其余均相同. 如果从中随机摸出一个球, 摸到黄球的概率是 $\frac{1}{3}$.

【考点】X4: 概率公式.

【专题】1: 常规题型; 543: 概率及其应用.

【分析】根据概率的求法, 找准两点: ①全部情况的总数; ②符合条件的情况数目; 二者的比值就是其发生的概率.

【解答】解: $\because$ 布袋中共有 15 个球, 其中黄球有 5 个,

$\therefore$ 从中随机摸出一个球, 摸到黄球的概率是 $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$,

故答案为: $\frac{1}{3}$.

【点评】本题考查的是概率的求法. 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

12. (4 分) 方程 $\sqrt{x+3}=2$ 的解是 $x=1$.

【考点】AG: 无理方程.

【分析】把方程两边平方去根号后求解.

【解答】解：两边平方得， $x+3=4$,

移项得： $x=1$.

当 $x=1$ 时， $x+3>0$.

故本题答案为： $x=1$.

【点评】在解无理方程是最常用的方法是两边平方法及换元法，本题用了平方法.

13. (4 分) 近视眼镜的度数 y (度) 与镜片焦距 x (米) 呈反比例，其函数关系式为 $y=\frac{120}{x}$. 如果近视眼镜镜片的焦距 $x=0.3$ 米，那么近视眼镜的度数 y 为 400.

【考点】GA: 反比例函数的应用.

【专题】534: 反比例函数及其应用.

【分析】把 $x=0.3$ 代入 $y=\frac{120}{x}$ ，即可算出 y 的值.

【解答】解：把 $x=0.3$ 代入 $\frac{120}{x}$,

$y=400$,

故答案为：400.

【点评】此题主要考查了反比例函数的定义，本题实际上是已知自变量的值求函数数值的问题，比较简单.

14. (4 分) 数据 1、2、3、3、6 的方差是 2.8.

【考点】W7: 方差.

【专题】1: 常规题型.

【分析】根据平均数的计算公式先求出这组数据的平均数，再根据方差公式进行计算即可.

【解答】解：这组数据的平均数是： $(1+2+3+3+6) \div 5=3$,

则方差 $S^2 = \frac{1}{5}[(1-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2 + (3-3)^2 + (6-3)^2] = 2.8$;

故答案为: 2.8.

【点评】 本题考查方差的定义: 一般地设 n 个数据, $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x}$,

则方差 $S^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$, 它反映了一组数据的波动大小, 方差越大, 波动性越大, 反之也成立.

15. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是边 BC 的中点, $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$

(用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示).

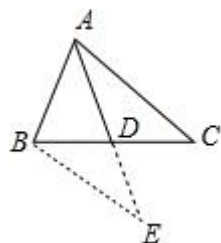
【考点】 LM: *平面向量.

【专题】 5: 特定专题.

【分析】 延长 AD 到 E , 使得 $DE = AD$, 连接 BE . 首先证明 $AC = BE$, $AC \parallel BE$,

利用三角形法则求出 $\overrightarrow{AE}$ 即可解决问题;

【解答】 解: 延长 AD 到 E , 使得 $DE = AD$, 连接 BE .



$\therefore AD = DE$, $\angle ADC = \angle BDE$, $CD = DB$,

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle EDB$,

$\therefore AC = BE$, $\angle C = \angle EBD$,

$\therefore BE \parallel AC$,

$\therefore \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AC} = \vec{b}$,

$\therefore \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = \vec{a} + \vec{b}$,

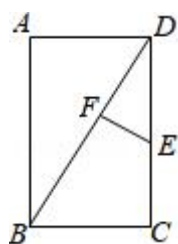
$\therefore \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$,

故答案为 $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b})$.

【点评】 本题考查平面向量、全等三角形的判定和性质、平行线的判定、三角形法则等知识，解题的关键是学会倍长中线，构造全等三角形解决问题，属于中考常考题型.

16. (4 分) 如图，在矩形 ABCD 中，点 E 在边 CD 上，点 F 在对角线 BD 上，

DF: DE=2: $\sqrt{5}$, $EF \perp BD$, 那么 $\tan \angle ADB = \underline{2}$.



【考点】 LB: 矩形的性质; S9: 相似三角形的判定与性质; T7: 解直角三角形.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 根据矩形的性质求出 $\angle ADC = 90^\circ$, 根据垂直得出 $\angle DFE = 90^\circ$, 设 $DF = 2x$, $DE = \sqrt{5}x$, 由勾股定理得出 $EF = x$, 求出 $\angle ADB = \angle DEF$, 解直角三角形求出即可.

【解答】 解: $\because EF \perp BD$,

$\therefore \angle DFE = 90^\circ$,

设 $DF = 2x$, $DE = \sqrt{5}x$, 由勾股定理得: $EF = x$,

$\because$ 四边形 ABCD 是矩形,

$\therefore \angle ADC = 90^\circ$,

$\therefore \angle ADB + \angle CDB = 90^\circ$, $\angle CDB + \angle DEF = 90^\circ$,

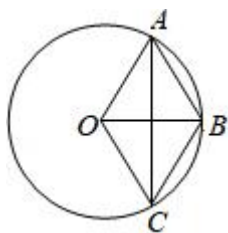
$\therefore \angle ADB = \angle DEF$,

$\therefore \tan \angle ADB = \tan \angle DEF = \frac{DF}{EF} = \frac{2x}{x} = 2$,

故答案为：2.

【点评】 本题考查了解直角三角形、矩形的性质和勾股定理，能求出 $\angle ADB = \angle DEF$ 是解此题的关键.

17. (4分) 如图，点 A、B、C 在圆 O 上，弦 AC 与半径 OB 互相平分，那么 $\angle AOC$ 度数为 120 度.



【考点】 M2: 垂径定理.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 首先根据垂径定理得到 $OA = AB$, 结合等边三角形的性质即可求出 $\angle AOC$ 的度数.

【解答】 解: $\because$ 弦 AC 与半径 OB 互相平分,

$$\therefore OA = AB,$$

$$\because OA = OC,$$

$\therefore \triangle OAB$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle AOB = 60^\circ,$$

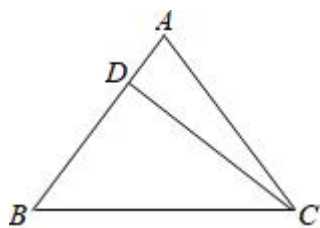
$$\therefore \angle AOC = 120^\circ,$$

故答案为 120.

【点评】 本题主要考查了垂径定理的知识，解题的关键是证明 $\triangle OAB$ 是等边三角形，此题难度不大.

18. (4分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 5$ ， $BC = 6$ ，点 D 在边 AB 上，且 $\angle BDC = 90^\circ$. 如果 $\triangle ACD$ 绕点 A 顺时针旋转，使点 C 与点 B 重合，点 D 旋转

至点 D_1 ，那么线段 DD_1 的长为 $\frac{42}{25}$ 。



【考点】KH：等腰三角形的性质；R2：旋转的性质。

【专题】1：常规题型。

【分析】作 $AE \perp BC$ 于 E 。根据等腰三角形三线合一的性质得出 $BE=EC=\frac{1}{2}BC=3$ ，利用勾股定理求出 $AE=4$ 。根据三角形的面积得出 $CD=\frac{BC \cdot AE}{AB}=\frac{24}{5}$ ，那么 $AD=\sqrt{AC^2-CD^2}=\frac{7}{5}$ 。再根据旋转的性质可知 $AD=AD_1$ ， $\angle CAD=\angle BAD_1$ ，那么 $\triangle ABC \sim \triangle ADD_1$ ，利用相似三角形的性质可求出 DD_1 。

【解答】解：如图，作 $AE \perp BC$ 于 E 。

$$\because AB=AC=5, BC=6,$$

$$\therefore BE=EC=\frac{1}{2}BC=3,$$

$$\therefore AE=\sqrt{AB^2-BE^2}=4.$$

$$\because S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB \cdot CD=\frac{1}{2}BC \cdot AE,$$

$$\therefore CD=\frac{BC \cdot AE}{AB}=\frac{6 \times 4}{5}=\frac{24}{5},$$

$$\therefore AD=\sqrt{AC^2-CD^2}=\frac{7}{5}.$$

$\because \triangle ACD$ 绕点 A 顺时针旋转，使点 C 与点 B 重合，点 D 旋转至点 D_1 ，

$$\therefore AD=AD_1, \angle CAD=\angle BAD_1,$$

$$\because AB=AC,$$

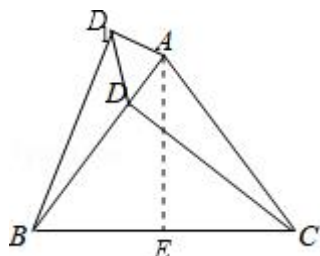
$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADD_1,$$

$$\therefore \frac{BC}{DD_1}=\frac{AB}{AD},$$

$$\therefore \frac{6}{DD_1} = \frac{5}{\frac{7}{5}},$$

$$\therefore DD_1 = \frac{42}{25}.$$

故答案为 $\frac{42}{25}$.



【点评】 本题考查了旋转的性质、等腰三角形的性质、相似三角形的判定和性质，解题的关键是证明 $\triangle ABC \sim \triangle ADD_1$.

三、简答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (10 分) 先化简，再求值： $\frac{2x}{x^2-4} + \frac{x+1}{x+2} - \frac{3}{2-x}$ ，其中 $x=2+\sqrt{3}$.

【考点】 6D：分式的化简求值.

【专题】 11：计算题；513：分式.

【分析】 先根据分式混合运算顺序和运算法则化简原式，再将 x 的值代入计算可得.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：原式} &= \frac{2x}{(x+2)(x-2)} + \frac{(x+1)(x-2)}{(x+2)(x-2)} + \frac{3(x+2)}{(x+2)(x-2)} \\ &= \frac{2x+x^2-x-2+3x+6}{(x+2)(x-2)} \\ &= \frac{x^2+4x+4}{(x+2)(x-2)} \\ &= \frac{(x+2)^2}{(x+2)(x-2)} \\ &= \frac{x+2}{x-2}, \end{aligned}$$

当 $x=2+\sqrt{3}$ 时，

$$\text{原式} = \frac{2+\sqrt{3}+2}{2+\sqrt{3}-2}$$

$$= \frac{4+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{4\sqrt{3}+3}{3}.$$

【点评】本题主要考查分式的化简求值，解题的关键是熟练掌握分式的混合运算顺序和运算法则.

20. (10 分) 解方程组:
$$\begin{cases} x+2y=3 \\ 4x^2-4xy+y^2=1 \end{cases}$$

【考点】AF: 高次方程.

【专题】1: 常规题型.

【分析】把方程组中的第二个方程变形为两个一元一次方程，与组中的第一个方程构成新方程组，求解即可.

【解答】解:
$$\begin{cases} x+2y=3 \text{ ①} \\ 4x^2-4xy+y^2=1 \text{ ②} \end{cases}$$

由②得 $(2x-y)^2=1$,

所以 $2x-y=1$ ③, $2x-y=-1$ ④

由①③、①④联立，得方程组:

$$\begin{cases} x+2y=3 \\ 2x-y=1 \end{cases}, \begin{cases} x+2y=3 \\ 2x-y=-1 \end{cases}$$

解方程组 $\begin{cases} x+2y=3 \\ 2x-y=1 \end{cases}$ 得, $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$

解方程组 $\begin{cases} x+2y=3 \\ 2x-y=-1 \end{cases}$ 得, $\begin{cases} x=\frac{1}{5} \\ y=\frac{7}{5} \end{cases}$.

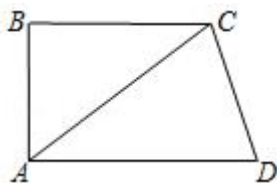
所以原方程组的解为: $\begin{cases} x_1=1 \\ y_1=1 \end{cases}, \begin{cases} x_2=\frac{1}{5} \\ y_2=\frac{7}{5} \end{cases}$

【点评】本题考查了二元二次方程组的解法，解决本题亦可变形方程组中的①式，代入②式得一元二次方程求解.

21. (10 分) 如图，在梯形 ABCD 中，AD//BC， $\angle BAD=90^\circ$ ，AC=AD.

(1) 如果 $\angle BAC - \angle BCA=10^\circ$ ，求 $\angle D$ 的度数;

(2) 若 $AC=10$, $\cot \angle D = \frac{1}{3}$, 求梯形 $ABCD$ 的面积.



【考点】LH: 梯形; T7: 解直角三角形.

【专题】55: 几何图形.

【分析】(1) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=90^\circ$, $\angle BAC - \angle BCA=10^\circ$, 可求 $\angle BCA$, 由

$AD \parallel BC$ 得 $\angle CAD = \angle BCA$, 由 $AC=AD$ 可求 $\angle D$;

(2) 作 $CH \perp AD$, 垂足为 H , 在 $Rt\triangle CDH$ 中, $\cot \angle D = \frac{1}{3}$, 令 $DH=x$, $CH=3x$,

$AC=10$, $AH=10-x$, 利用勾股定理求 x , 可得 $CH=3x=6$, $BC=AH=10-x=8$,

用梯形面积公式计算.

【解答】解: (1) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=90^\circ$,

则 $\angle BAC + \angle BCA = 90^\circ$,

又 $\angle BAC - \angle BCA = 10^\circ$,

$\therefore \angle BCA = 40^\circ$,

$\because AD \parallel BC$,

$\therefore \angle CAD = \angle BCA = 40^\circ$,

又 $\because AC=AD$,

$\therefore \angle D = \angle ACD = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$;

(2) 作 $CH \perp AD$, 垂足为 H ,

在 $Rt\triangle CDH$ 中, $\cot \angle D = \frac{1}{3}$, 令 $DH=x$, $CH=3x$,

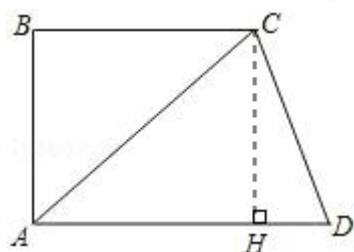
则在 $Rt\triangle ACH$ 中, $AC^2 = AH^2 + CH^2$,

即 $10^2 = (10-x)^2 + (3x)^2$,

解得： $x=2$

则 $CH=3x=6$, $BC=AH=10-x=8$,

$\therefore$ 梯形 $ABCD$ 的面积 $=\frac{1}{2}(BC+AD) \times CH=\frac{1}{2} \times (10+8) \times 6=54$,

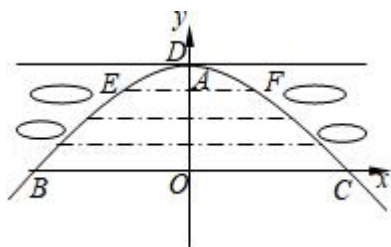


【点评】 本题考查了梯形中角的计算、面积的计算问题，体现了梯形问题转化为三角形问题解决的思想.

22. (12 分) 有一座抛物线拱型桥，在正常水位时，水面 BC 的宽为 10 米，拱桥的最高点 D 到水面 BC 的距离 DO 为 4 米，点 O 是 BC 的中点，如图，以点 O 为原点，直线 BC 为 x ，建立直角坐标 xOy .

(1) 求该抛物线的表达式；

(2) 如果水面 BC 上升 3 米 (即 $OA=3$) 至水面 EF ，点 E 在点 F 的左侧，求水面宽度 EF 的长.



【考点】 HE：二次函数的应用.

【专题】 1：常规题型.

【分析】 (1) 直接假设出二次函数解析式进而得出答案；

(2) 根据题意得出 $y=3$ 进而求出 x 的值，即可得出答案.

【解答】 解：(1) 设抛物线解析式为： $y=ax^2+c$,

由题意可得图象经过 $(5, 0)$, $(0, 4)$,

$$\text{则} \begin{cases} c=4 \\ 25a+4=0 \end{cases},$$

$$\text{解得: } a = -\frac{4}{25},$$

$$\text{故抛物线解析为: } y = -\frac{4}{25}x^2 + 4;$$

(2) 由题意可得: $y=3$ 时,

$$3 = -\frac{4}{25}x^2 + 4$$

$$\text{解得: } x = \pm \frac{5}{2},$$

故 $EF=5$,

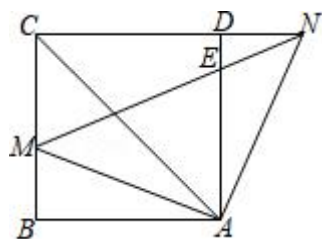
答: 水面宽度 EF 的长为 $5m$.

【点评】此题主要考查了二次函数的应用, 正确得出函数解析式是解题关键.

23. (10 分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 M 是边 BC 上的一点 (不与 B 、 C 重合), 点 N 在 CD 边的延长线上, 且满足 $\angle MAN=90^\circ$, 联结 MN 、 AC , N 与边 AD 交于点 E .

(1) 求证: $AM=AN$;

(2) 如果 $\angle CAD=2\angle NAD$, 求证: $AM^2=AC \cdot AE$.



【考点】KD: 全等三角形的判定与性质; LE: 正方形的性质; S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】14: 证明题.

【分析】(1) 根据正方形的性质、全等三角形的判定定理证明 $\triangle BAM \cong \triangle DAN$, 根据全等三角形的性质证明;

(2) 证明 $\triangle AMC \sim \triangle AEN$ ，根据相似三角形的性质证明.

【解答】证明：(1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore AB=AD$ ， $\angle BAD=90^\circ$ ，又 $\angle MAN=90^\circ$ ，

$\therefore \angle BAM=\angle DAN$ ，

在 $\triangle BAM$ 和 $\triangle DAN$ 中，

$$\begin{cases} \angle B=\angle ADN=90^\circ \\ AB=AD \\ \angle BAM=\angle DAN \end{cases},$$

$\therefore \triangle BAM \cong \triangle DAN$ ，

$\therefore AM=AN$ ；

(2) 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle CAD=45^\circ$ ，

$\therefore \angle CAD=2\angle NAD$ ， $\angle BAM=\angle DAN$ ，

$\therefore \angle MAC=45^\circ$ ，

$\therefore \angle MAC=\angle EAN$ ，又 $\angle ACM=\angle ANE=45^\circ$ ，

$\therefore \triangle AMC \sim \triangle AEN$ ，

$$\therefore \frac{AM}{AE} = \frac{AC}{AN},$$

$\therefore AN \cdot AM = AC \cdot AE$ ，

$\therefore AM^2 = AC \cdot AE$.

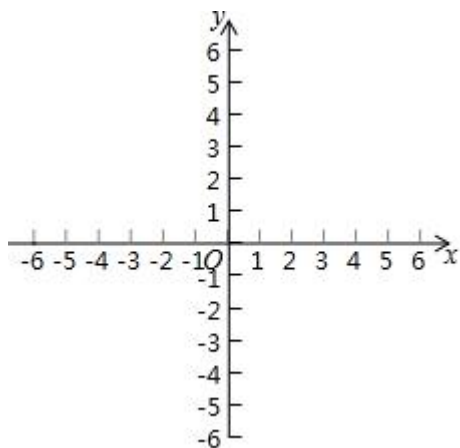
【点评】 本题考查的是正方形的性质、全等三角形的判定和性质，掌握全等三角形的判定定理和性质定理是解题的关键.

24. (12 分) 已知平面直角坐标系 xOy (如图)，直线 $y=x+m$ 的经过点 $A(-4, 0)$ 和点 $B(n, 3)$.

(1) 求 m 、 n 的值；

(2) 如果抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过点 A、B，该抛物线的顶点为点 P，求 $\sin \angle ABP$ 的值；

(3) 设点 Q 在直线 $y=x+m$ 上，且在第一象限内，直线 $y=x+m$ 与 y 轴的交点为点 D，如果 $\angle AQO = \angle DOB$ ，求点 Q 的坐标.



【考点】HF：二次函数综合题.

【专题】16：压轴题.

【分析】(1) 分别将 A、B 两点的坐标代入直线 $y=x+m$ 中可得：m、n 的值；

(2) 先利用待定系数法求二次函数的解析式，并配方成顶点式，求点 P 的坐标，

作辅助线构建直角 $\triangle GHB$ ，根据三角函数的定义可得结论；

(3) 设 Q (x, x+4)，证明 $\triangle BDO \sim \triangle BOQ$ ，列比例式 $\frac{BD}{BO} = \frac{BO}{BQ}$ ，可得方程，解方程可得结论.

【解答】解：(1) 把 A (-4, 0) 代入直线 $y=x+m$ 中得： $-4+m=0$,

$m=4$,

$\therefore y=x+4$,

把 B (n, 3) 代入 $y=x+4$ 中得： $n+4=3$, $n=-1$,

(2) 把 A (-4, 0) 和点 B (-1, 3) 代入 $y=x^2+bx+c$ 中得：

$$\begin{cases} 16-4b+c=0 \\ 1-b+c=3 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} b=6 \\ c=8 \end{cases}$$

$$\therefore y = x^2 + 6x + 8 = (x+3)^2 - 1,$$

$$\therefore P(-3, -1),$$

易得直线 PB 的解析式为: $y = 2x + 5$,

$$\text{当 } y=0 \text{ 时, } x = -\frac{5}{2},$$

$$\therefore G(-\frac{5}{2}, 0),$$

过 B 作 $BM \perp x$ 轴于 M, 过 G 作 $GH \perp AB$ 于 H,

$$\text{由勾股定理得: } BG = \sqrt{BQ^2 + GQ^2} = \sqrt{3^2 + (\frac{5}{2} - 1)^2} = \frac{3\sqrt{5}}{2},$$

$$S_{\triangle ABG} = \frac{1}{2} AG \cdot BM = \frac{1}{2} AB \cdot GH,$$

$$\frac{1}{2} \times (4 - \frac{5}{2}) \times 3 = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} GH,$$

$$\therefore GH = \frac{3\sqrt{2}}{4},$$

$$\text{Rt}\triangle GHB \text{ 中, } \sin \angle ABP = \frac{GH}{BG} = \frac{\frac{3\sqrt{2}}{4}}{\frac{3\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{10};$$

(3) 设 Q(x, x+4),

$$\therefore \angle BOD = \angle AQO, \quad \angle OBD = \angle QBO,$$

$$\therefore \triangle BDO \sim \triangle BOQ,$$

$$\therefore \frac{BD}{BO} = \frac{BO}{BQ},$$

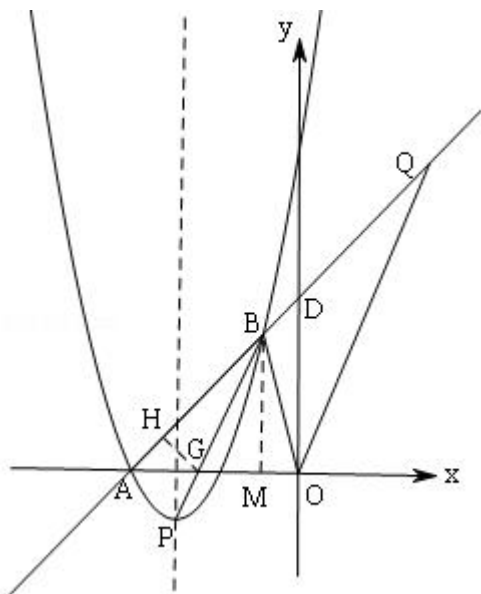
$$\therefore BO^2 = BD \cdot BQ,$$

$$\therefore 1^2 + 3^2 = \sqrt{1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(x+1)^2 + (x+4-3)^2},$$

$$10 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} (x+1),$$

$$x = 4,$$

$$\therefore Q(4, 8).$$



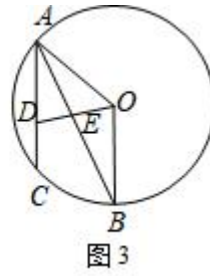
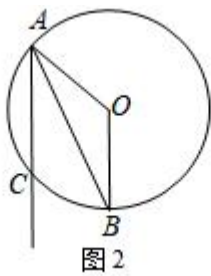
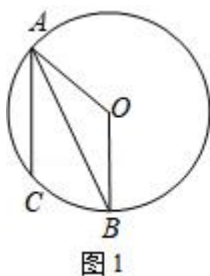
【点评】本题是二次函数的综合题，考查了待定系数法求二次函数的解析式，勾股定理的应用，三角函数的应用，三角形相似的判定和性质，数形结合思想和方程思想的运用是解题的关键.

25. (14 分) 在圆 O 中, AO 、 BO 是圆 O 的半径, 点 C 在劣弧 $\widehat{AB}$ 上, $OA=10$, $AC=12$, $AC \parallel OB$, 联结 AB .

(1) 如图 1, 求证: AB 平分 $\angle OAC$;

(2) 点 M 在弦 AC 的延长线上, 联结 BM , 如果 $\triangle AMB$ 是直角三角形, 请你在如图 2 中画出点 M 的位置并求 CM 的长;

(3) 如图 3, 点 D 在弦 AC 上, 与点 A 不重合, 联结 OD 与弦 AB 交于点 E , 设点 D 与点 C 的距离为 x , $\triangle OEB$ 的面积为 y , 求 y 与 x 的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围.



【考点】MR: 圆的综合题.

【专题】15：综合题；559：圆的有关概念及性质.

【分析】(1) 由 $AO=BO$ 知 $\angle OAB=\angle B$, 根据 $OB\parallel AC$ 知 $\angle B=\angle CAB$, 据此可得 $\angle OAB=\angle CAB$, 即可得证;

(2) ① $\angle AMB=90^\circ$ 时, 作 $OH\perp AC$ 可得 $AH=HC=\frac{1}{2}AC=6$, 由勾股定理求得

$OH=BM=8$, 根据矩形 $OBMH$ 知 $HM=OB=10$, 由 $CM=HM-HC$ 可得答案;

② $\angle ABM=90^\circ$ 时, 由①可知 $AB=8\sqrt{5}$ 、 $\cos\angle CAB=\frac{AM}{AB}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$, 在 $Rt\triangle ABM$ 中根据 $\cos\angle CAB=\frac{AB}{AM}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$ 可得 $AM=20$, 继而得出答案;

(3) 作 $OG\perp AB$, 由 (1) 知 $\sin\angle OAG=\sin\angle CAB$, 从而 $\sin\angle CAB=\frac{\sqrt{5}}{5}$, 结合 $OA=10$ 求得 $OG=2\sqrt{5}$, 根据 $AC\parallel OB$ 知 $\frac{BE}{AE}=\frac{OB}{AD}$, 即 $\frac{BE}{8\sqrt{5}-BE}=\frac{10}{12-x}$, 据此求得 $BE=\frac{80\sqrt{5}}{22-x}$, 利用 $y=\frac{1}{2}\times BE\times OG$ 可得答案.

【解答】解: (1) $\because OA、OB$ 是 $\odot O$ 的半径,

$\therefore AO=BO$,

$\therefore \angle OAB=\angle B$,

$\because OB\parallel AC$,

$\therefore \angle B=\angle CAB$,

$\therefore \angle OAB=\angle CAB$,

$\therefore AB$ 平分 $\angle OAC$;

(2) 由题意知, $\angle BAM$ 不是直角,

所以 $\triangle AMB$ 是直角三角形只有以下两种情况: $\angle AMB=90^\circ$ 和 $\angle ABM=90^\circ$,

① 当 $\angle AMB=90^\circ$, 点 M 的位置如图 1,

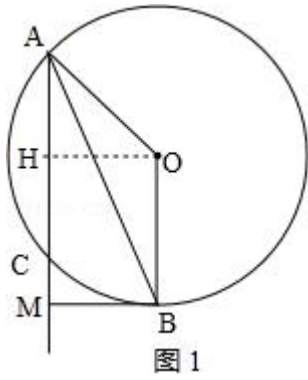


图 1

过点 O 作 $OH \perp AC$ ，垂足为点 H，

$\therefore OH$ 经过圆心， $AC=12$ ，

$\therefore AH=HC=\frac{1}{2}AC=6$ ，

在 $Rt\triangle AHO$ 中， $\therefore OA=10$ ，

$\therefore OH=\sqrt{OA^2-AH^2}=8$ ，

$\therefore AC \parallel OB$ ， $\angle AMB=90^\circ$ ，

$\therefore \angle OBM=180^\circ - \angle AMB=90^\circ$ ，

$\therefore \angle OHC=\angle AMB=\angle OBM=90^\circ$ ，

$\therefore$ 四边形 OBMH 是矩形，

$\therefore BM=OH=8$ 、 $OB=HM=10$ ，

$\therefore CM=HM - HC=4$ ；

②当 $\angle ABM=90^\circ$ ，点 M 的位置如图 2，

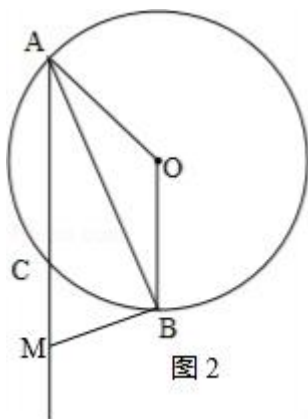


图 2

的性质、矩形的判定与性质及解直角三角形的能力.