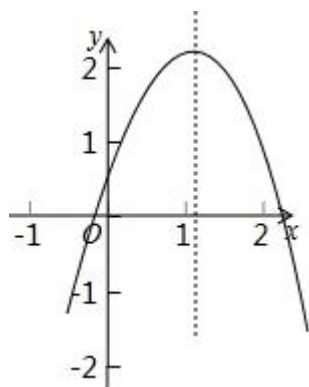


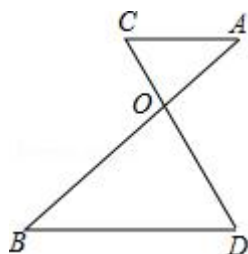
## 2018 年上海市黄浦区中考数学一模试卷

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. (4 分) 已知二次函数  $y=ax^2+bx+c$  的图象大致如图所示，则下列关系式中成立的是 ( )

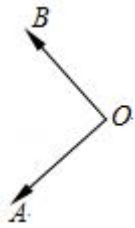


- A.  $a > 0$       B.  $b < 0$       C.  $c < 0$       D.  $b+2a > 0$
2. (4 分) 若将抛物线向右平移 2 个单位后，所得抛物线的表达式为  $y=2x^2$ ，则原来抛物线的表达式为 ( )
- A.  $y=2x^2+2$       B.  $y=2x^2-2$       C.  $y=2(x+2)^2$       D.  $y=2(x-2)^2$
3. (4 分) 在  $\triangle ABC$  中， $\angle C=90^\circ$ ，则下列等式成立的是 ( )
- A.  $\sin A = \frac{AC}{AB}$       B.  $\sin A = \frac{BC}{AB}$       C.  $\sin A = \frac{AC}{BC}$       D.  $\sin A = \frac{BC}{AC}$
4. (4 分) 如图，线段  $AB$  与  $CD$  交于点  $O$ ，下列条件中能判定  $AC \parallel BD$  的是 ( )

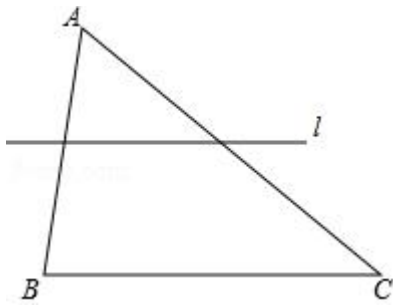


- A.  $OC=1$ ,  $OD=2$ ,  $OA=3$ ,  $OB=4$       B.  $OA=1$ ,  $AC=2$ ,  $AB=3$ ,  $BD=4$
- C.  $OC=1$ ,  $OA=2$ ,  $CD=3$ ,  $OB=4$       D.  $OC=1$ ,  $OA=2$ ,  $AB=3$ ,  $CD=4$ .

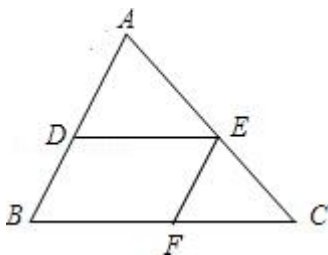
5. (4分) 如图, 向量 $\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OB}$ 均为单位向量, 且 $OA \perp OB$ , 令 $\vec{n} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ , 则 $|\vec{n}| =$  ( )



- A. 1                      B.  $\sqrt{2}$                       C.  $\sqrt{3}$                       D. 2
6. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,  $\angle B = 80^\circ$ ,  $\angle C = 40^\circ$ , 直线 $l$ 平行于 $BC$ . 现将直线 $l$ 绕点 $A$ 逆时针旋转, 所得直线分别交边 $AB$ 和 $AC$ 于点 $M$ 、 $N$ , 若 $\triangle AMN$ 与 $\triangle ABC$ 相似, 则旋转角为 ( )



- A.  $20^\circ$                       B.  $40^\circ$                       C.  $60^\circ$                       D.  $80^\circ$
- 二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)
7. (4分) 已知 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 满足 $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{6}$ ,  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 都不为 0, 则 $\frac{a+b}{c-b} =$ \_\_\_\_\_.
8. (4分) 如图, 点 $D$ 、 $E$ 、 $F$ 分别位于 $\triangle ABC$ 的三边上, 满足 $DE \parallel BC$ ,  $EF \parallel AB$ , 如果 $AD:DB=3:2$ , 那么 $BF:FC=$ \_\_\_\_\_.



9. (4分) 已知向量 $\vec{e}$ 为单位向量, 如果向量 $\vec{n}$ 与向量 $\vec{e}$ 方向相反, 且长度为 3,

那么向量 $\vec{n}$ =\_\_\_\_\_. (用单位向量 $\vec{e}$ 表示)

10. (4分) 已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ , 其中顶点 A、B、C 分别对应顶点 D、E、F,

如果 $\angle A=40^\circ$ ,  $\angle E=60^\circ$ , 那么 $\angle C$ =\_\_\_\_\_度.

11. (4分) 已知锐角 $\alpha$ , 满足 $\tan\alpha=2$ , 则 $\sin\alpha$ =\_\_\_\_\_.

12. (4分) 已知点 B 位于点 A 北偏东  $30^\circ$  方向, 点 C 位于点 A 北偏西  $30^\circ$  方向,

且 $AB=AC=8$  千米, 那么 $BC$ =\_\_\_\_\_千米.

13. (4分) 已知二次函数的图象开口向下, 且其图象顶点位于第一象限内, 请

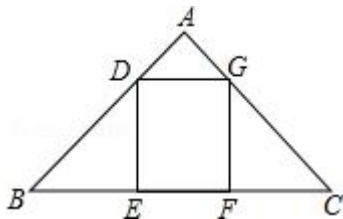
写出一个满足上述条件的二次函数解析式为\_\_\_\_\_ (表示为 $y=a(x+m)^2+k$ 的形式).

14. (4分) 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$  开口向上, 一条平行于 x 轴的直线截此抛

物线于 M、N 两点, 那么线段 MN 的长度随直线向上平移而变\_\_\_\_\_. (填“大”或“小”)

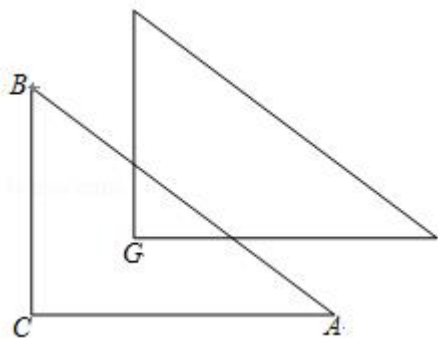
15. (4分) 如图, 矩形 DEFG 的边 EF 在 $\triangle ABC$  的边 BC 上, 顶点 D、G 分别

在边 AB、AC 上. 已知 $AC=6$ ,  $AB=8$ ,  $BC=10$ , 设 $EF=x$ , 矩形 DEFG 的面积为 y, 则 y 关于 x 的函数关系式为\_\_\_\_\_. (不必写出定义域)

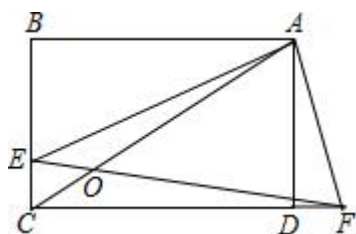


16. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $BC=6$ ,  $AC=9$ , 将 $\triangle ABC$  平移使其

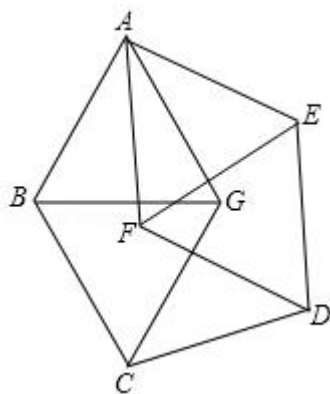
顶点 C 位于 $\triangle ABC$  的重心 G 处, 则平移后所得三角形与原 $\triangle ABC$  的重叠部分面积是\_\_\_\_\_.



17. (4 分) 如图, 点 E 为矩形 ABCD 边 BC 上一点, 点 F 在边 CD 的延长线上, EF 与 AC 交于点 O, 若  $CE:EB=1:2$ ,  $BC:AB=3:4$ ,  $AE \perp AF$ , 则  $CO:OA=$ \_\_\_\_\_.



18. (4 分) 如图, 平面上七个点 A、B、C、D、E、F、G, 图中所有的连线长均相等, 则  $\cos \angle BAF=$ \_\_\_\_\_.



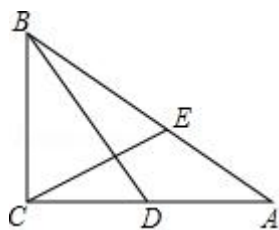
### 三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 计算:  $2\cos^2 30^\circ + \frac{\cot 45^\circ}{\tan 30^\circ + 1} - \sin 60^\circ$ .
20. (10 分) 用配方法把二次函数  $y = -2x^2 + 6x + 4$  化为  $y = a(x+m)^2 + k$  的形式, 再指出该函数图象的开口方向、对称轴和顶点坐标.
21. (10 分) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = 4$ ,  $BC = 3$ , D 是边 AC 的

中点， $CE \perp BD$  交  $AB$  于点  $E$ .

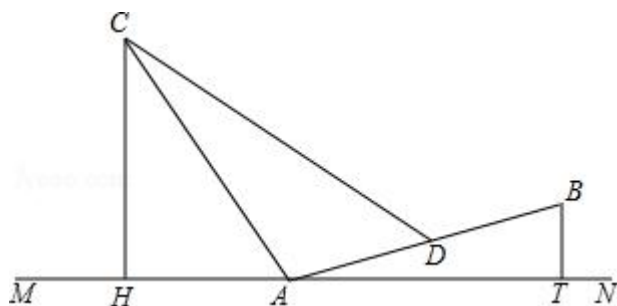
(1) 求  $\tan \angle ACE$  的值;

(2) 求  $AE:EB$ .



22. (10 分) 如图，坡  $AB$  的坡比为  $1:2.4$ ，坡长  $AB=130$  米，坡  $AB$  的高为

$BT$ . 在坡  $AB$  的正面有一栋建筑物  $CH$ ，点  $H$ 、 $A$ 、 $T$  在同一条地平线  $MN$  上.



(1) 试问坡  $AB$  的高  $BT$  为多少米?

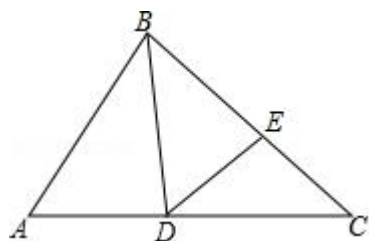
(2) 若某人在坡  $AB$  的坡脚  $A$  处和中点  $D$  处，观测到建筑物顶部  $C$  处的仰角分别为  $60^\circ$  和  $30^\circ$ ，试求建筑物的高度  $CH$ . (精确到米， $\sqrt{3} \approx 1.73$ ， $\sqrt{2} \approx 1.41$ )

23. (12 分) 如图， $BD$  是  $\triangle ABC$  的角平分线，点  $E$  位于边  $BC$  上，已知  $BD$  是

$BA$  与  $BE$  的比例中项.

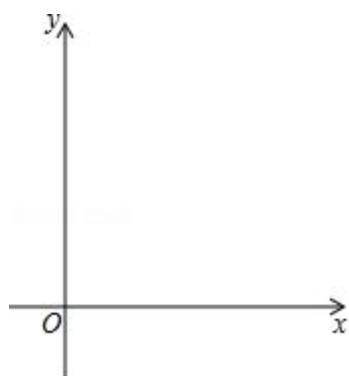
(1) 求证:  $\angle CDE = \frac{1}{2} \angle ABC$ ;

(2) 求证:  $AD \cdot CD = AB \cdot CE$ .



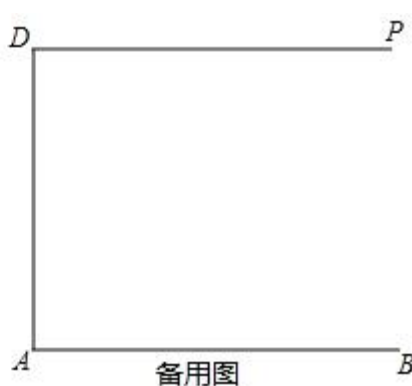
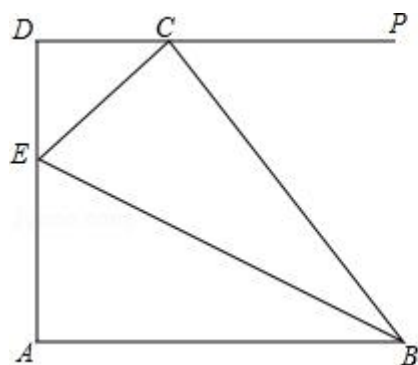
24. (12 分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 对称轴为直线  $x=1$  的抛物线  $y=ax^2+bx+8$  过点  $(-2, 0)$ .

- (1) 求抛物线的表达式, 并写出其顶点坐标;
- (2) 现将此抛物线沿  $y$  轴方向平移若干个单位, 所得抛物线的顶点为  $D$ , 与  $y$  轴的交点为  $B$ , 与  $x$  轴负半轴交于点  $A$ , 过  $B$  作  $x$  轴的平行线交所得抛物线于点  $C$ , 若  $AC \parallel BD$ , 试求平移后所得抛物线的表达式.



25. (14 分) 如图, 线段  $AB=5$ ,  $AD=4$ ,  $\angle A=90^\circ$ ,  $DP \parallel AB$ , 点  $C$  为射线  $DP$  上一点,  $BE$  平分  $\angle ABC$  交线段  $AD$  于点  $E$  (不与端点  $A$ 、 $D$  重合).

- (1) 当  $\angle ABC$  为锐角, 且  $\tan \angle ABC=2$  时, 求四边形  $ABCD$  的面积;
- (2) 当  $\triangle ABE$  与  $\triangle BCE$  相似时, 求线段  $CD$  的长;
- (3) 设  $CD=x$ ,  $DE=y$ , 求  $y$  关于  $x$  的函数关系式, 并写出定义域.

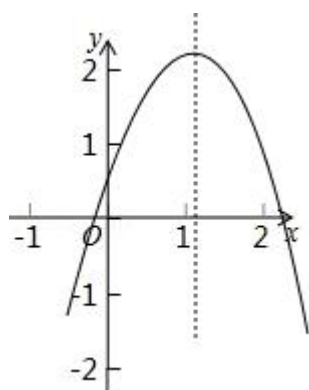


## 2018 年上海市黄浦区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. (4 分) 已知二次函数  $y=ax^2+bx+c$  的图象大致如图所示，则下列关系式中成立的是 ( )



- A.  $a > 0$                       B.  $b < 0$                       C.  $c < 0$                       D.  $b+2a > 0$

【考点】H4：二次函数图象与系数的关系.

【专题】535：二次函数图象及其性质.

【分析】根据抛物线的开口、对称轴及与  $y$  轴的交点的位置，可得出  $a < 0$ 、 $c > 0$ 、 $b > -2a$ ，进而即可得出结论.

【解答】解：∵ 抛物线开口向下，对称轴大于 1，与  $y$  轴交于正半轴，

$$\therefore a < 0, \quad -\frac{b}{2a} > 1, \quad c > 0,$$

$$\therefore b > -2a,$$

$$\therefore b+2a > 0.$$

故选：D.

【点评】本题考查了二次函数图象与系数的关系，根据抛物线的对称轴大于 1

找出  $b > -2a$  是解题的关键.

2. (4分) 若将抛物线向右平移 2 个单位后, 所得抛物线的表达式为  $y=2x^2$ , 则原来抛物线的表达式为 ( )

A.  $y=2x^2+2$       B.  $y=2x^2-2$       C.  $y=2(x+2)^2$       D.  $y=2(x-2)^2$

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【专题】1: 常规题型; 535: 二次函数图象及其性质.

【分析】根据平移的规律, 把已知抛物线的解析式向左平移即可得到原来抛物线的表达式.

【解答】解:

$\therefore$  将抛物线向右平移 2 个单位后, 所得抛物线的表达式为  $y=2x^2$ ,

$\therefore$  原抛物线可看成由抛物线  $y=2x^2$  向左平移 2 个单位可得到原抛物线的表达式,

$\therefore$  原抛物线的表达式为  $y=2(x+2)^2$ ,

故选: C.

【点评】本题主要考查二次函数的图象与几何变换, 掌握函数图象的平移规律是解题的关键, 即“左加右减, 上加下减”.

3. (4分) 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ , 则下列等式成立的是 ( )

A.  $\sin A = \frac{AC}{AB}$       B.  $\sin A = \frac{BC}{AB}$       C.  $\sin A = \frac{AC}{BC}$       D.  $\sin A = \frac{BC}{AC}$

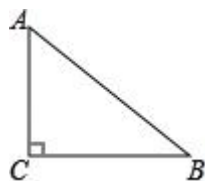
【考点】T1: 锐角三角函数的定义.

【专题】1: 常规题型.

【分析】根据题意画出图形, 进而分析得出答案.

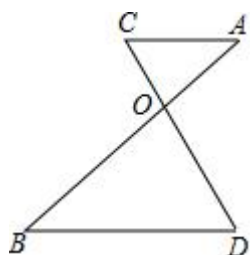
【解答】解: 如图所示:  $\sin A = \frac{BC}{AB}$ .

故选: B.



【点评】此题主要考查了锐角三角函数的定义，正确记忆边角关系是解题关键.

4. (4分) 如图, 线段  $AB$  与  $CD$  交于点  $O$ , 下列条件中能判定  $AC \parallel BD$  的是( )



A.  $OC=1$ ,  $OD=2$ ,  $OA=3$ ,  $OB=4$       B.  $OA=1$ ,  $AC=2$ ,  $AB=3$ ,  $BD=4$

C.  $OC=1$ ,  $OA=2$ ,  $CD=3$ ,  $OB=4$       D.  $OC=1$ ,  $OA=2$ ,  $AB=3$ ,  $CD=4$ .

【考点】S4: 平行线分线段成比例.

【专题】14: 证明题.

【分析】根据平行线的判定方法即可一一判断.

【解答】解: A、 $\because \frac{CO}{OD} \neq \frac{OA}{OB}$ ,

$\therefore$  本选项不符合题意.

B、无法判断  $\frac{CO}{OD} = \frac{OA}{OB}$ ,

$\therefore$  本选项不符合题意;

C、 $\because OC=1$ ,  $OA=2$ ,  $CD=3$ ,  $OB=4$ ,

$$\therefore \frac{CO}{OD} = \frac{OA}{OB},$$

$\therefore AC \parallel BD$ ,

$\therefore$  本选项符合题意;

D、 $\because \frac{CO}{OD} \neq \frac{OA}{OB}$ ,

$\therefore$  本选项不符合题意.

故选: C.

【点评】 本题考查平行线分线段成比例定理，平行线的判定等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，所以中考常考题型.

5. (4 分) 如图，向量  $\overrightarrow{OA}$  与  $\overrightarrow{OB}$  均为单位向量，且  $OA \perp OB$ ，令  $\vec{n} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ ，则  $|\vec{n}| =$  ( )



- A. 1                      B.  $\sqrt{2}$                       C.  $\sqrt{3}$                       D. 2

【考点】 22: 算术平方根; LM: \*平面向量.

【专题】 5: 特定专题.

【分析】 根据平面向量的性质以及勾股定理即可解决问题.

【解答】 解:  $\because$  向量  $\overrightarrow{OA}$  与  $\overrightarrow{OB}$  均为单位向量,

$$\therefore |\overrightarrow{OA}| = 1, |\overrightarrow{OB}| = 1,$$

$$\because OA \perp OB,$$

$$\therefore AB = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2},$$

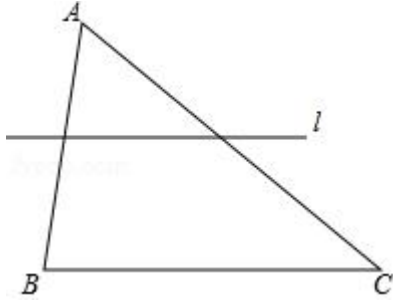
$$\because \vec{n} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB},$$

$$\therefore |\vec{n}| = AB = \sqrt{2},$$

故选: B.

【点评】 本题考查平面向量，熟练掌握平面向量的基本性质的解题的关键.

6. (4 分) 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle B = 80^\circ$ ， $\angle C = 40^\circ$ ，直线  $l$  平行于  $BC$ 。现将直线  $l$  绕点  $A$  逆时针旋转，所得直线分别交边  $AB$  和  $AC$  于点  $M$ 、 $N$ ，若  $\triangle AMN$  与  $\triangle ABC$  相似，则旋转角为 ( )



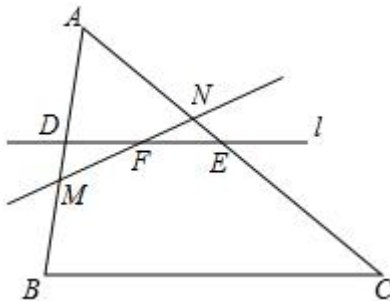
- A.  $20^\circ$       B.  $40^\circ$       C.  $60^\circ$       D.  $80^\circ$

【考点】R2: 旋转的性质; S7: 相似三角形的性质.

【专题】55D: 图形的相似.

【分析】若  $\triangle AMN \sim \triangle ACB$ , 则  $\angle AMN = \angle C = 40^\circ$ , 再根据直线  $l$  平行于  $BC$ , 可得  $\angle ADE = \angle B = 80^\circ$ , 进而得到  $\angle DFM = \angle ADE - \angle AMN = 80^\circ - 40^\circ = 40^\circ$ , 即可得出旋转角的大小.

【解答】解: 如图, 直线  $l$  绕点  $A$  逆时针旋转, 所得直线分别交边  $AB$  和  $AC$  于点  $M$ 、 $N$ ,



若  $\triangle AMN \sim \triangle ACB$ , 则  $\angle AMN = \angle C = 40^\circ$ ,

又  $\because$  直线  $l$  平行于  $BC$ ,

$$\therefore \angle ADE = \angle B = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle DFM = \angle ADE - \angle AMN = 80^\circ - 40^\circ = 40^\circ,$$

即直线  $l$  旋转前后的夹角为  $40^\circ$ ,

$$\therefore \text{旋转角为 } 40^\circ,$$

故选：B.

【点评】本题主要考查了相似三角形的性质以及旋转的性质，解题时注意：相似三角形的对应角相等，对应边的比相等．对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角．

## 二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. (4 分) 已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$  满足  $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{6}$ ， $a$ 、 $b$ 、 $c$  都不为 0，则  $\frac{a+b}{c-b} = \frac{7}{2}$ ．

【考点】S1：比例的性质．

【专题】11：计算题．

【分析】设已知比例式值为  $k$ ，表示出  $a$ ， $b$ ， $c$ ，代入原式计算即可得到结果．

【解答】解：设  $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{6} = k$ ，

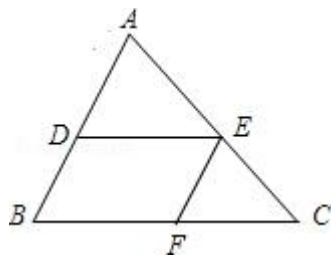
可得： $a=3k$ ， $b=4k$ ， $c=6k$ ，

把  $a=3k$ ， $b=4k$ ， $c=6k$  代入  $\frac{a+b}{c-b} = \frac{3k+4k}{6k-4k} = \frac{7}{2}$ ，

故答案为：  $\frac{7}{2}$ ；

【点评】此题考查了比例线段，熟练掌握比例的性质是解本题的关键．

8. (4 分) 如图，点  $D$ 、 $E$ 、 $F$  分别位于  $\triangle ABC$  的三边上，满足  $DE \parallel BC$ ， $EF \parallel AB$ ，如果  $AD:DB=3:2$ ，那么  $BF:FC=$  3:2．



【考点】S4：平行线分线段成比例．

【专题】11：计算题．

【分析】根据平行线分线段成比例和三角形相似的相关知识以及平行四边形的性质，通过转化的思想可以解答本题．

【解答】解：  $\because DE \parallel BC$ ，

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC},$$

$$\therefore AD:DB=3:2, AB=AD+DB,$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore DE \parallel BC, EF \parallel AB,$$

$\therefore$  四边形 DEBF 是平行四边形,

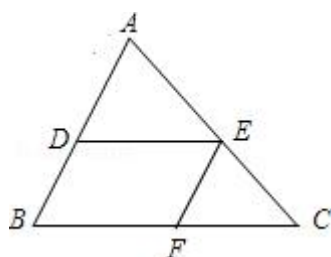
$$\therefore DE=BF,$$

$$\therefore BC=BF+CF, \frac{DE}{BC} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore \frac{BF}{BC} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore BF:CF=3:2,$$

故答案为 3:2;



**【点评】** 本题考查平行线分线段成比例，解答本题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用平行线分线段成比例的性质解答.

9. (4分) 已知向量  $\vec{e}$  为单位向量，如果向量  $\vec{n}$  与向量  $\vec{e}$  方向相反，且长度为 3，那么向量  $\vec{n} = \underline{-3\vec{e}}$ . (用单位向量  $\vec{e}$  表示)

**【考点】** LM: \*平面向量.

**【专题】** 5: 特定专题.

**【分析】** 根据平面向量的定义即可解决问题.

**【解答】** 解:  $\because$  向量  $\vec{e}$  为单位向量，向量  $\vec{n}$  与向量  $\vec{e}$  方向相反，

$$\therefore \vec{n} = -3\vec{e}.$$

故答案为  $-3\vec{e}$ .

【点评】 本题考查平面向量的性质，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考基础题.

10. (4 分) 已知  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，其中顶点 A、B、C 分别对应顶点 D、E、F，如果  $\angle A = 40^\circ$ ， $\angle E = 60^\circ$ ，那么  $\angle C =$  80 度.

【考点】 S7：相似三角形的性质.

【专题】 552：三角形.

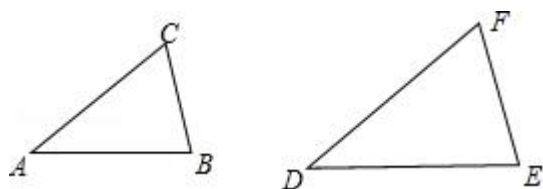
【分析】 利用相似三角形的性质求出  $\angle B$  的度数，再根据三角形内角和定理即可解决问题；

【解答】 解：  $\because \triangle ABC \sim \triangle DEF$ ,

$$\therefore \angle B = \angle E = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 40^\circ - 60^\circ = 80^\circ$$

故答案为 80；



【点评】 本题考查相似三角形的性质、内角和定理等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

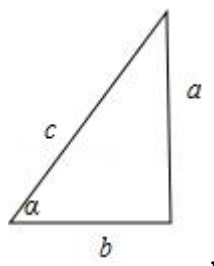
11. (4 分) 已知锐角  $\alpha$ ，满足  $\tan \alpha = 2$ ，则  $\sin \alpha =$   $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ .

【考点】 T3：同角三角函数的关系.

【专题】 55E：解直角三角形及其应用.

【分析】 根据锐角三角函数的定义，可得答案.

【解答】 解：如图



由  $\tan \alpha = \frac{a}{b} = 2$ ,

得  $a = 2b$ ,

由勾股定理, 得

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{5}b,$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{2b}{\sqrt{5}b} = \frac{2\sqrt{5}}{5},$$

故答案为:  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ .

**【点评】** 本题考查了锐角三角函数, 利用锐角三角函数的定义解题关键.

12. (4 分) 已知点 B 位于点 A 北偏东  $30^\circ$  方向, 点 C 位于点 A 北偏西  $30^\circ$  方向,

且  $AB = AC = 8$  千米, 那么  $BC = \underline{8}$  千米.

**【考点】** TB: 解直角三角形的应用 - 方向角问题.

**【专题】** 55E: 解直角三角形及其应用.

**【分析】** (方法一) 由  $\angle BAD = 30^\circ$ 、 $\angle CAD = 30^\circ$  可得出  $\angle BAC = 60^\circ$ , 结合  $AB = AC$

即可得出  $\triangle ABC$  为等边三角形, 根据等边三角形的性质即可得出 BC 的长度;

(方法二) 在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中, 通过解含  $30^\circ$  度角的直角三角形可得出 BD 的长度,

同理可得出 CD 的长度, 再根据  $BC = BD + CD$  即可得出结论.

**【解答】** 解: 依照题意画出图形, 如图所示.

(方法一)  $\because \angle BAD = 30^\circ$ ,  $\angle CAD = 30^\circ$ ,

$$\therefore \angle BAC = \angle BAD + \angle CAD = 60^\circ.$$

又  $\because AB = AC$ ,

$\therefore \triangle ABC$  为等边三角形,

$\therefore BC=AC=8$  千米.

故答案为: 8.

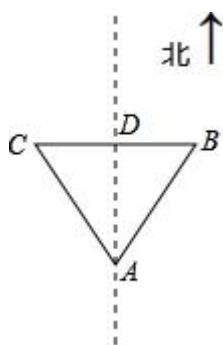
(方法二) 在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中,  $\angle BAD=30^\circ$ ,  $AB=8$  千米,

$\therefore BD=4$  千米.

同理,  $CD=4$  千米,

$\therefore BC=BD+CD=8$  千米.

故答案为: 8.



**【点评】** 本题考查了解直角三角形的应用以及等边三角形的判定与性质, 解题的关键是: (方法一) 找出  $\triangle ABC$  为等边三角形; (方法二) 通过解含  $30^\circ$  度角的直角三角形求出  $BD$ 、 $CD$  的长度.

13. (4 分) 已知二次函数的图象开口向下, 且其图象顶点位于第一象限内, 请写出一个满足上述条件的二次函数解析式为  $y = -(x-1)^2 + 1$  (答案不唯一)  
(表示为  $y = a(x+m)^2 + k$  的形式).

**【考点】** H3: 二次函数的性质; H9: 二次函数的三种形式.

**【专题】** 53: 函数及其图象.

**【分析】** 由开口向下可知二次项系数小于 0, 由顶点位于第一象限内可设其为顶点式, 可求得答案.

【解答】解：∵二次函数的图象开口向下，且其图象顶点位于第一象限内，

∴满足上述条件的二次函数解析式为  $y = -(x-1)^2 + 1$  等.

故答案为：  $y = -(x-1)^2 + 1$  (答案不唯一).

【点评】本题主要考查二次函数的性质，掌握二次函数的顶点式是解题的关键，

即在  $y = a(x-h)^2 + k$  中，对称轴为  $x=h$ ，顶点坐标为  $(h, k)$ .

14. (4 分) 已知抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  开口向上，一条平行于  $x$  轴的直线截此抛物线于  $M$ 、 $N$  两点，那么线段  $MN$  的长度随直线向上平移而变 大. (填“大”或“小”)

【考点】H3：二次函数的性质；Q3：坐标与图形变化 - 平移.

【专题】1：常规题型.

【分析】设平行于  $x$  轴的直线  $y=h$ ，根据题意得：  $ax^2 + bx + c = h$ ，根据根与系数的关系得出  $MN$  与  $h$  的函数关系，根据函数的性质即可求得.

【解答】解：设平行于  $x$  轴的直线  $y=h$ ，

根据题意得：  $ax^2 + bx + c = h$ ，

则  $ax^2 + bx + c - h = 0$ ，

设  $M(x_1, h)$ ， $N(x_2, h)$ ，

$$\therefore x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 x_2 = \frac{c-h}{a},$$

$$\therefore MN^2 = (x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = \frac{b^2}{a^2} - \frac{4c-h}{a},$$

∵  $a, b, c$  是常数，

∴  $MN^2$  是  $h$  的一次函数，

$$\therefore \frac{4}{a} > 0,$$

∴  $MN$  随  $h$  的增而增大，

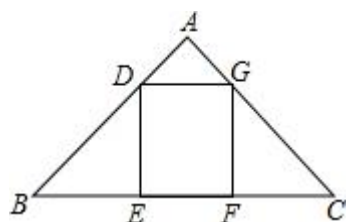
∴直线向上平移  $h$  变大,

∴线段  $MN$  的长度随直线向上平移而变大,

故答案为: 大;

**【点评】** 本题考查了二次函数的性质, 一次函数的性质, 方程的根与系数的关系, 得到  $MN$  与  $h$  的函数关系式是解题的关键.

15. (4 分) 如图, 矩形  $DEFG$  的边  $EF$  在  $\triangle ABC$  的边  $BC$  上, 顶点  $D$ 、 $G$  分别在边  $AB$ 、 $AC$  上. 已知  $AC=6$ ,  $AB=8$ ,  $BC=10$ , 设  $EF=x$ , 矩形  $DEFG$  的面积为  $y$ , 则  $y$  关于  $x$  的函数关系式为  $y=4.8x - 0.48x^2$ . (不必写出定义域)



**【考点】** E3: 函数关系式; KS: 勾股定理的逆定理; S9: 相似三角形的判定与性质.

**【专题】** 55: 几何图形.

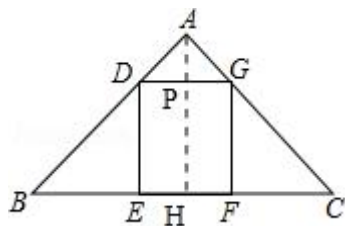
**【分析】** 易证得  $\triangle ADG \sim \triangle ABC$ , 那么它们的对应边和对应高的比相等, 可据此求出  $AP$  的表达式, 进而可求出  $PH$  即  $DE$ 、 $GF$  的长, 已知矩形的长和宽, 即可根据矩形的面积公式得到  $y$ 、 $x$  的函数关系式;

**【解答】** 解: 作  $AH$  为  $BC$  边上的高,  $AH$  交  $DG$  于点  $P$ ,

∴  $AC=6$ ,  $AB=8$ ,  $BC=10$ ,

∴ 三角形  $ABC$  是直角三角形,

∴  $\triangle ABC$  的高  $= \frac{6 \times 8}{10} = 4.8$ ,



∵ 矩形 DEFG 的边 EF 在  $\triangle ABC$  的边 BC 上,

∴  $DG \parallel BC$ ,

∴  $\triangle ADG \sim \triangle ABC$ ,

∵  $AH \perp BC$ ,

∴  $AP \perp DG$

$$\therefore \frac{AP}{AH} = \frac{DG}{BC},$$

$$\therefore \frac{AP}{4.8} = \frac{DG}{10},$$

$$\therefore AP = \frac{4.8}{10} DG$$

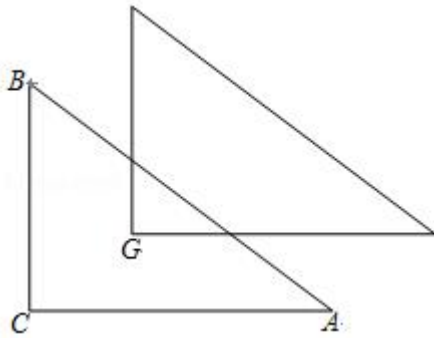
$$\therefore PH = 4.8 - \frac{4.8}{10} x,$$

$$\therefore y = x \left( 4.8 - \frac{4.8}{10} x \right) = 4.8x - 0.48x^2$$

故答案为:  $y = 4.8x - 0.48x^2$ ;

**【点评】** 此题主要考查了矩形的性质、相似三角形的判定和性质等知识, 能够根据相似三角形求出矩形的宽是解答此题的关键.

16. (4 分) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $BC = 6$ ,  $AC = 9$ , 将  $\triangle ABC$  平移使其顶点 C 位于  $\triangle ABC$  的重心 G 处, 则平移后所得三角形与原  $\triangle ABC$  的重叠部分面积是 3.



【考点】K5：三角形的重心；KQ：勾股定理；Q2：平移的性质.

【专题】552：三角形.

【分析】设平移后直角边交斜边  $AB$  于  $M$ 、 $N$ ，延长  $CG$  交  $AB$  于  $H$ ，利用平行线的性质求出  $GN$ 、 $GM$  即可解决问题；

【解答】解：设平移后直角边交斜边  $AB$  于  $M$ 、 $N$ ，延长  $CG$  交  $AB$  于  $H$ 。

$\because G$  是重心，

$\therefore HG: HC=1: 3$ ,

$\because GN \parallel AC$ ,  $AC=9$ ,

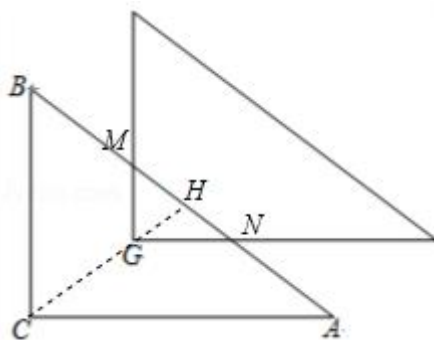
$\therefore GN: AC=HG: HC$ ,

$\therefore GN=3$ ,

同法可得  $MG=2$ ,

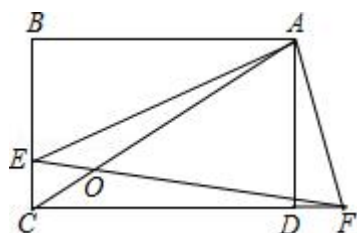
$$\therefore S_{\triangle MGN} = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3.$$

故答案为 3；



【点评】 本题考查三角形的重心、三角形的面积、平移变换等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

17. (4 分) 如图，点 E 为矩形 ABCD 边 BC 上一点，点 F 在边 CD 的延长线上，EF 与 AC 交于点 O，若 CE: EB=1: 2，BC: AB=3: 4，AE⊥AF，则 CO: OA= 11: 30 .



【考点】 LB: 矩形的性质; S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】 556: 矩形 菱形 正方形.

【分析】 由 BC: AB=3: 4，设 BC=3a，AB=4a，则 CE=a，BE=2a，由  $\triangle EOC \sim \triangle AOF$ ，推出  $\frac{EO}{AO} = \frac{CO}{OF} = \frac{EC}{AF} = \frac{a}{\frac{3}{2}\sqrt{5}a}$ ，设 EO=x 则 AO= $\frac{3}{2}\sqrt{5}x$ ，设 OC=y，则 OF= $\frac{3}{2}\sqrt{5}y$ ，构建方程组求出 x、y 即可解决问题;

【解答】 解：由 BC: AB=3: 4，设 BC=3a，AB=4a，则 CE=a，BE=2a，

∵ 四边形 ABCD 是矩形，

∴ AB=CD=4a，BC=AD=3a， $\angle B = \angle BCD = \angle DAB = \angle ADF = 90^\circ$ ，

∴ EA⊥AF，

∴  $\angle BAD = \angle EAF = 90^\circ$ ，

∴  $\angle BAE = \angle DAF$ ，∵  $\angle B = \angle ADF = 90^\circ$ ，

∴  $\triangle BAE \sim \triangle DAF$ ，

$$\therefore \frac{AB}{BE} = \frac{AD}{DF} = \frac{2}{1},$$

$$\therefore DF = \frac{3}{2}a,$$

在  $\text{Rt}\triangle ECF$  中,  $EF = \sqrt{EC^2 + CF^2} = \frac{5}{2}\sqrt{5}$ ,

在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5a$ ,

在  $\text{Rt}\triangle ADF$  中,  $AF = \sqrt{AD^2 + DF^2} = \frac{3}{2}\sqrt{5}a$ ,

$\therefore \angle ECF + \angle EAF = 180^\circ$ ,

$\therefore A, E, C, F$  四点共圆,

$\therefore \angle ECO = \angle AFO$ ,  $\therefore \angle EOC = \angle AOF$ ,

$\therefore \triangle EOC \sim \triangle AOF$ ,

$$\therefore \frac{EO}{AO} = \frac{CO}{OF} = \frac{EC}{AF} = \frac{a}{\frac{3}{2}\sqrt{5}a},$$

设  $EO = x$  则  $AO = \frac{3}{2}\sqrt{5}x$ ,

设  $OC = y$ , 则  $OF = \frac{3}{2}\sqrt{5}y$ ,

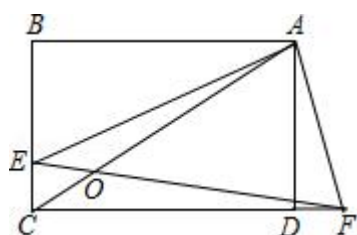
$$\text{则有} \begin{cases} x + \frac{3}{2}\sqrt{5}y = \frac{5}{2}\sqrt{5}a \\ y + \frac{3}{2}\sqrt{5}x = 5a \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = \frac{20}{41}\sqrt{5}a \\ y = \frac{55}{41}a \end{cases},$$

$$\therefore OC = \frac{55}{41}a, \quad OA = \frac{150}{41}a,$$

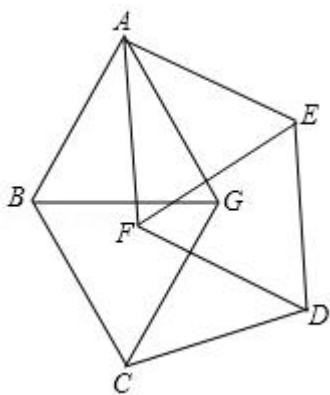
$$\therefore CO : OA = \frac{55}{41}a : \frac{150}{41}a = 11 : 30.$$

故答案为: 11: 30;



**【点评】** 本题考查矩形的性质、相似三角形的判定和性质、勾股定理、四点共圆等知识, 解题的关键是学会利用参数解决问题, 属于中考填空题中的压轴题.

18. (4分) 如图，平面上七个点 A、B、C、D、E、F、G，图中所有的连线长均相等，则  $\cos \angle BAF = \frac{5}{6}$ .



【考点】T7：解直角三角形.

【专题】1：常规题型.

【分析】连接 AC、AD，由各边都相等，得  $\triangle ABG$ 、 $\triangle AEF$ 、 $\triangle CBG$  和  $\triangle DEF$  都是等边三角形，四边形 ABCG、四边形 AEDF 是菱形，若设 AB 的长为 x，根据等边三角形、菱形的性质，计算出 AD 的长  $\sqrt{3}x$ ， $\angle BAC = \angle EAD = 30^\circ$ ，证明  $\angle BAF = \angle CAD$ ，在  $\triangle CAD$  中构造直角  $\triangle AMD$ ，利用勾股定理求出  $\cos \angle CAD$ .

【解答】解：连接 AC、AD，过点 D 作  $DM \perp AC$ ，垂直为 M.

设 AE 的长为 x，则  $AB = AG = BG = CG = CB = AF = AE = EF = x$ ,

$\therefore \triangle ABG$ 、 $\triangle AEF$ 、 $\triangle CBG$  和  $\triangle DEF$  都是等边三角形，

四边形 ABCG、四边形 AEDF 是菱形，

$\therefore \angle BAC = \angle EAD = 30^\circ$

$\therefore AC = AD = 2 \times \cos \angle BAC \times AB = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}x = \sqrt{3}x$

$\therefore \angle CAD = \angle BAE - \angle BAC - \angle EAD = \angle BAE - 60^\circ$ ,

$\angle BAF = \angle BAE - \angle EAF = \angle BAE - 60^\circ$ ,

$$\therefore \angle BAF = \angle CAD$$

在  $\text{Rt}\triangle AMD$  中, 因为  $DM = \sin \angle CAD \times \sqrt{3}x$ ,

$$AM = \cos \angle CAD \times \sqrt{3}x, \quad CM = \sqrt{3}x - \cos \angle CAD \times \sqrt{3}x,$$

在  $\text{Rt}\triangle CMD$  中,

$$CD^2 = CM^2 + MD^2,$$

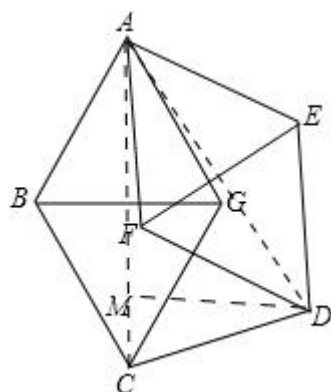
$$\text{即 } x^2 = (\sqrt{3}x - \cos \angle CAD \times \sqrt{3}x)^2 + (\sin \angle CAD \times \sqrt{3}x)^2$$

整理, 得  $5x^2 = 6x^2 \cos \angle CAD$

$$\therefore \cos \angle CAD = \frac{5}{6}$$

$$\therefore \cos \angle BAF = \frac{5}{6}.$$

故答案为:  $\frac{5}{6}$



**【点评】** 本题考查了等边三角形的性质和判定、菱形的性质和判定及锐角三角函数. 把求  $\angle BAE$  的余弦转化为求  $\angle CAD$  的余弦是解决本题的关键.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 计算:  $2\cos^2 30^\circ + \frac{\cot 45^\circ}{\tan 30^\circ + 1} - \sin 60^\circ$ .

**【考点】** T5: 特殊角的三角函数值.

**【专题】** 1: 常规题型.

**【分析】** 首先代入特殊角的三角函数值, 然后再计算乘方, 后算乘法, 最后计算加减即可.

**【解答】**解：原式 $=2 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{3}+1} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,

$$= \frac{3}{2} + \frac{3-\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$= 3 - \sqrt{3}.$$

**【点评】**此题主要考查了特殊角的三角函数值，关键是掌握  $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$  角的各种三角函数值.

20. (10 分) 用配方法把二次函数  $y = -2x^2 + 6x + 4$  化为  $y = a(x+m)^2 + k$  的形式，再指出该函数图象的开口方向、对称轴和顶点坐标.

**【考点】**H3：二次函数的性质；H9：二次函数的三种形式.

**【专题】**53：函数及其图象.

**【分析】**利用配方法把一般式化为顶点式，根据二次函数的性质解答.

**【解答】**解： $y = -2x^2 + 6x + 4$

$$= -2\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4}\right) + 4 + \frac{9}{2},$$

$$= -2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{17}{2} = -2\left[x + \left(-\frac{3}{2}\right)\right]^2 + \frac{17}{2},$$

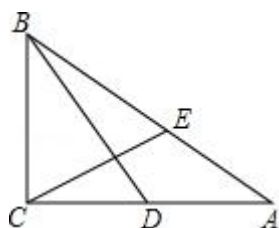
开口向下，对称轴为直线  $x = \frac{3}{2}$ ，顶点  $\left(\frac{3}{2}, \frac{17}{2}\right)$ .

**【点评】**本题考查的是二次函数三种形式的转化、二次函数的性质，掌握配方法、二次函数的性质是解题的关键.

21. (10 分) 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 4$ ， $BC = 3$ ，D 是边 AC 的中点， $CE \perp BD$  交 AB 于点 E.

(1) 求  $\tan \angle ACE$  的值；

(2) 求 AE: EB.



【考点】T7：解直角三角形.

【专题】552：三角形.

【分析】(1) 首先证明 $\angle ACE = \angle CBD$  在 $\triangle BCD$  中,  $BC=3$ ,  $CD=\frac{1}{2}AC=2$ ,  $\angle BCD=90^\circ$ , 得 $\tan \angle CBD = \frac{2}{3}$ , 即可解决问题;

(2) 过A作AC的垂线交CE的延长线于P, 利用平行线的性质列出比例式即可解决问题;

【解答】解: (1) 由 $\angle ACB=90^\circ$ ,  $CE \perp BD$ ,

得 $\angle ACE = \angle CBD$

在 $\triangle BCD$  中,  $BC=3$ ,  $CD=\frac{1}{2}AC=2$ ,  $\angle BCD=90^\circ$ ,

得 $\tan \angle CBD = \frac{2}{3}$ ,

即 $\tan \angle ACE = \frac{2}{3}$ ,

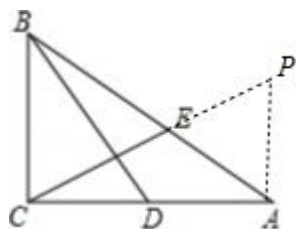
(2) 过A作AC的垂线交CE的延长线于P,

则在 $\triangle CAP$  中,  $CA=4$ ,  $\angle CAP=90^\circ$ ,  $\tan \angle ACP = \frac{2}{3}$ ,

得 $AP = 4 \times \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$ ,

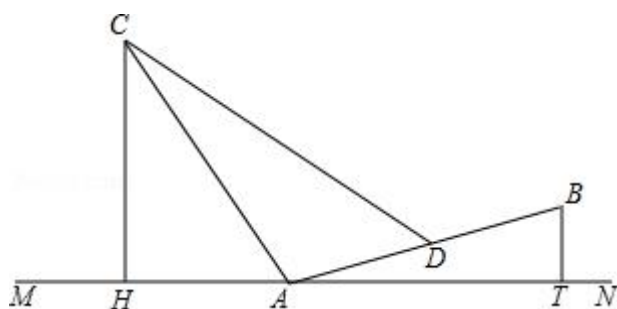
又 $\angle ACB=90^\circ$ ,  $\angle CAP=90^\circ$ , 得 $BC \parallel AP$ ,

得 $AE:EB=AP:BC=8:9$ .



【点评】本题考查解直角三角形, 平行线的性质, 勾股定理, 直角三角形斜边中线的性质等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 属于中考常考题型.

22. (10 分) 如图, 坡  $AB$  的坡比为  $1: 2.4$ , 坡长  $AB=130$  米, 坡  $AB$  的高为  $BT$ . 在坡  $AB$  的正面有一栋建筑物  $CH$ , 点  $H$ 、 $A$ 、 $T$  在同一条地平线  $MN$  上.



- (1) 试问坡  $AB$  的高  $BT$  为多少米?
- (2) 若某人在坡  $AB$  的坡脚  $A$  处和中点  $D$  处, 观测到建筑物顶部  $C$  处的仰角分别为  $60^\circ$  和  $30^\circ$ , 试求建筑物的高度  $CH$ . (精确到米,  $\sqrt{3} \approx 1.73$ ,  $\sqrt{2} \approx 1.41$ )

**【考点】** T9: 解直角三角形的应用 – 坡度坡角问题; TA: 解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题.

**【专题】** 1: 常规题型.

**【分析】** (1) 令  $TB=h$ , 则  $AT=2.4h$ , 根据勾股定理得出方程, 求出  $h$  即可;

(2) 求出  $AD$ 、 $KD$ , 根据勾股定理得出关于  $x$  的方程, 求出方程的解即可.

**【解答】** 解: (1) 在  $\triangle ABT$  中,  $\angle ATB=90^\circ$ ,  $BT: AT=1: 2.4$ ,  $AB=130$  米, 令  $TB=h$ , 则  $AT=2.4h$ ,  
有  $h^2 + (2.4h)^2 = 130^2$ ,  
解得  $h=50$  (舍负),  
答: 坡  $AB$  的高  $BT$  为  $50$  米;

(2) 作  $DK \perp MN$  于  $K$ , 作  $DL \perp CH$  于  $L$ ,



【分析】(1) 由 BD 是 AB 与 BE 的比例中项知  $\frac{BA}{BD} = \frac{BD}{BE}$ , 根据  $\angle ABD = \angle DBE$  证

$\triangle ABD \sim \triangle DBE$  得  $\angle A = \angle BDE$ , 结合  $\angle BDC = \angle A + \angle ABD$  即可得证;

(2) 证  $\triangle CDE \sim \triangle CBD$  得  $\frac{CE}{CD} = \frac{DE}{DB}$ , 根据  $\frac{DE}{DB} = \frac{AD}{AB}$  得  $\frac{CE}{CD} = \frac{AD}{AB}$ .

【解答】证明: (1)  $\because$  BD 是 AB 与 BE 的比例中项,

$$\therefore \frac{BA}{BD} = \frac{BD}{BE},$$

又 BD 是  $\angle ABC$  的平分线,

则  $\angle ABD = \angle DBE$ ,

$\therefore \triangle ABD \sim \triangle DBE$ ,

$\therefore \angle A = \angle BDE$ .

又  $\angle BDC = \angle A + \angle ABD$ ,

$$\therefore \angle CDE = \angle ABD = \frac{1}{2} \angle ABC;$$

(2)  $\because \angle CDE = \angle CBD$ ,  $\angle C = \angle C$ ,

$\therefore \triangle CDE \sim \triangle CBD$ ,

$$\therefore \frac{CE}{CD} = \frac{DE}{DB}.$$

又  $\triangle ABD \sim \triangle DBE$ ,

$$\therefore \frac{DE}{DB} = \frac{AD}{AB},$$

$$\therefore \frac{CE}{CD} = \frac{AD}{AB},$$

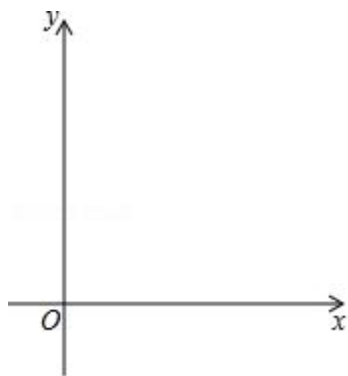
$$\therefore AD \cdot CD = AB \cdot CE.$$

【点评】本题主要考查相似三角形的判定与性质, 解题的关键是熟练掌握相似三角形的判定与性质及比例中项的定义.

24. (12 分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 对称轴为直线  $x=1$  的抛物线  $y=ax^2+bx+8$

过点  $(-2, 0)$ .

- (1) 求抛物线的表达式，并写出其顶点坐标；
- (2) 现将此抛物线沿  $y$  轴方向平移若干个单位，所得抛物线的顶点为  $D$ ，与  $y$  轴的交点为  $B$ ，与  $x$  轴负半轴交于点  $A$ ，过  $B$  作  $x$  轴的平行线交所得抛物线于点  $C$ ，若  $AC \parallel BD$ ，试求平移后所得抛物线的表达式.



**【考点】** H3: 二次函数的性质; H6: 二次函数图象与几何变换; H8: 待定系数法求二次函数解析式; HA: 抛物线与  $x$  轴的交点.

**【专题】** 535: 二次函数图象及其性质.

**【分析】** (1) 利用待定系数法求抛物线的表达式，并求其顶点坐标;

(2) 令平移后抛物线为  $y = -(x-1)^2 + k$ ，可得顶点  $D$  和  $B$  的坐标，证明  $\triangle CTA \sim \triangle DHB$ ，根据  $CT=AT$ ，即  $k-1=2-(1-\sqrt{k})$ ，解方程可得结论.

**【解答】** 解: (1) 由题意得: 
$$\begin{cases} 4a-2b+8=0 \\ -\frac{b}{2a}=1 \end{cases}, \text{-----}$$

-- (2 分)

解得:  $\begin{cases} a=-1 \\ b=2 \end{cases}, \text{-----} \quad (3 \text{ 分})$

所以抛物线的表达式为  $y = -x^2 + 2x + 8$ ，其顶点为  $(1, 9)$ . ---- (5 分)

(2) 令平移后抛物线为  $y = -(x-1)^2 + k$ , ---- (6 分)

易得顶点  $D(1, k)$ ， $B(0, k-1)$ ，且  $k-1 > 0$ ,

由 BC 平行于 x 轴，知点 C 与点 B 关于对称轴  $x=1$  对称，

得 C  $(2, k-1)$ . (7 分)

$$\therefore DH=k-(k-1)=1, BH=1,$$

$$\text{当 } y=0 \text{ 时, } 0=-(x-1)^2+k,$$

$$\text{解得: } x=1\pm\sqrt{k}, \text{ 即 } A(1-\sqrt{k}, 0). \quad \text{--- (8 分)}$$

作  $DH \perp BC$  于 H,  $CT \perp x$  轴于 T,

则在  $\triangle DBH$  中,  $HB=HD=1$ ,  $\angle DHB=90^\circ$ ,

$$\therefore \angle BHD=\angle ATC=90^\circ$$

又  $AC \parallel BD$ ,

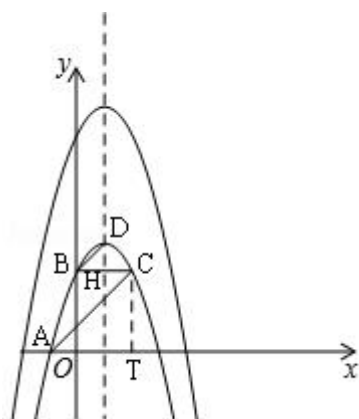
$$\therefore \angle DBC=\angle BCA=\angle CAT$$

$$\therefore \triangle CTA \sim \triangle DHB,$$

$$\text{所以 } CT=AT, \text{ 即 } k-1=2-(1-\sqrt{k}), \quad \text{--- (9 分)}$$

解得  $k=4$ ,

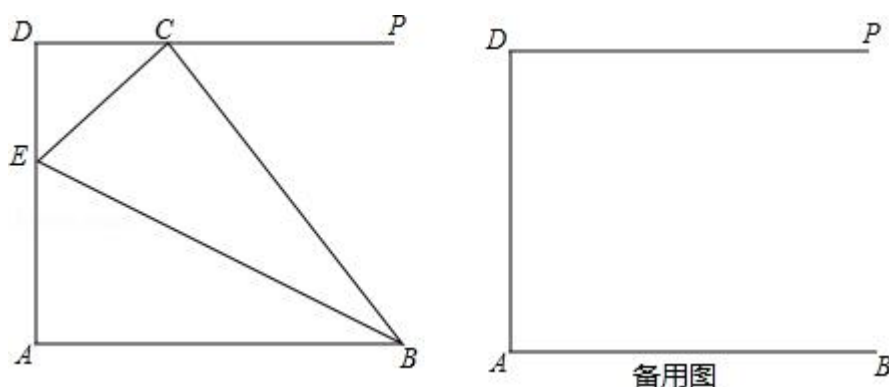
$$\text{所以平移后抛物线表达式为: } y=-(x-1)^2+4=-x^2+2x+3. \quad \text{--- (10 分)}$$



**【点评】** 本题考查的是抛物线与  $x$  轴的交点、二次函数的平移变换及二次函数的性质，掌握待定系数法求函数解析式的一般步骤、二次函数的性质是解题的关键，第 2 问有难度.

25. (14 分) 如图, 线段  $AB=5$ ,  $AD=4$ ,  $\angle A=90^\circ$ ,  $DP \parallel AB$ , 点  $C$  为射线  $DP$  上一点,  $BE$  平分  $\angle ABC$  交线段  $AD$  于点  $E$  (不与端点  $A$ 、 $D$  重合).

- (1) 当  $\angle ABC$  为锐角, 且  $\tan \angle ABC=2$  时, 求四边形  $ABCD$  的面积;
- (2) 当  $\triangle ABE$  与  $\triangle BCE$  相似时, 求线段  $CD$  的长;
- (3) 设  $CD=x$ ,  $DE=y$ , 求  $y$  关于  $x$  的函数关系式, 并写出定义域.



【考点】SO: 相似形综合题.

【专题】15: 综合题.

【分析】(1) 过  $C$  作  $CH \perp AB$  与  $H$ , 在  $Rt\triangle BCH$  中, 求出  $CH$ 、 $BH$ , 再求出  $CD$  即可解决问题;

(2) 分两种情形①  $\angle BCE = \angle BAE = 90^\circ$ , 由  $BE=BE$ , 得  $\triangle BEC \cong \triangle BEA$ ; ②  $\angle BEC = \angle BAE = 90^\circ$ , 延长  $CE$  交  $BA$  延长线于  $T$ , 得  $\triangle BEC \cong \triangle BET$ ; 分别求解即可;

(3) 根据  $DM \parallel AB$ , 得  $\frac{DE}{EA} = \frac{DM}{AB}$ , 延长构建函数关系式即可;

【解答】解: (1) 过  $C$  作  $CH \perp AB$  与  $H$ ,

由  $\angle A=90^\circ$ ,  $DP \parallel AB$ , 得四边形  $ADCH$  为矩形,

在  $\triangle BCH$  中,  $CH=AD=4$ ,  $\angle BHC=90^\circ$ ,  $\tan \angle CBH=2$ , 得  $HB=CH \div 2=2$ ,

所以  $CD=AH=5-2=3$ ,

则四边形 ABCD 的面积  $= \frac{1}{2}(AB+CD) \cdot AD = \frac{1}{2} \times (3+5) \times 4 = 16$ .

(2) 由 BE 平分  $\angle ABC$ , 得  $\angle ABE = \angle EBC$ ,

①  $\angle BCE = \angle BAE = 90^\circ$ , 由  $BE = BE$ , 得  $\triangle BEC \cong \triangle BEA$ , 得  $BC = BA = 5$ ,

于是在  $\triangle BCH$  中,  $BH = \sqrt{BC^2 - CH^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ ,

所以  $CD = AH = 5 - 3 = 2$ .

②  $\angle BEC = \angle BAE = 90^\circ$ , 延长 CE 交 BA 延长线于 T,

由  $\angle ABE = \angle EBC$ ,  $\angle BEC = \angle BET = 90^\circ$ ,  $BE = BE$ , 得  $\triangle BEC \cong \triangle BET$ , 得  $BC = BT$ ,

且  $CE = TE$ , 又  $CD \parallel AT$ , 得  $AT = CD$ .

令  $CD = x$ , 则在  $\triangle BCH$  中,  $BC = BT = 5 + x$ ,  $BH = 5 - x$ ,  $\angle BHC = 90^\circ$ ,

所以  $BC^2 = BH^2 + CH^2$ , 即  $(5+x)^2 = (5-x)^2 + 4^2$ , 解得  $x = \frac{4}{5}$ .

综上, 当  $\triangle ABE \sim \triangle EBC$  时, 线段 CD 的长为 2 或  $\frac{4}{5}$ .

(3) 延长 BE 交 CD 延长线于 M.

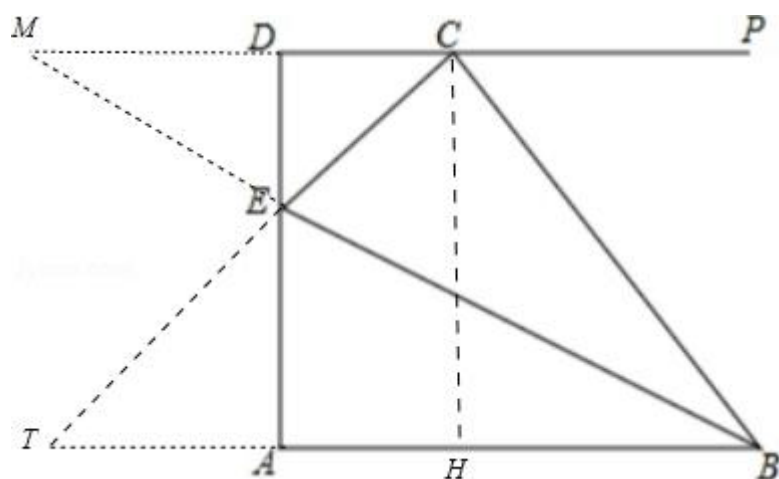
由  $AB \parallel CD$ , 得  $\angle M = \angle ABE = \angle CBM$ , 所以  $CM = CB$ .

在  $\triangle BCH$  中,  $BC = \sqrt{BH^2 + CH^2} = \sqrt{(5-x)^2 + 4^2} = \sqrt{x^2 - 10x + 41}$ .

则  $DM = CM - CD = \sqrt{x^2 - 10x + 41} - x$ .

又  $DM \parallel AB$ , 得  $\frac{DE}{EA} = \frac{DM}{AB}$ , 即  $\frac{y}{4-y} = \frac{\sqrt{x^2 - 10x + 41} - x}{5}$ ,

解得  $y = \frac{4\sqrt{x^2 - 10x + 41} - 4x}{\sqrt{x^2 - 10x + 41} - x + 5}$  ( $0 < x < 4.1$ ).



【点评】 本题考查相似三角形综合题，四边形的面积，平行线分线段成比例定理等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造直角三角形解决问题，学会用分类讨论的思想思考问题，属于中考压轴题.