

2018 年上海市青浦区中考数学一模试卷

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. (4 分) 计算 $(-x^3)^2$ 所得结果是 ()

- A. x^5 B. $-x^5$ C. x^6 D. $-x^6$

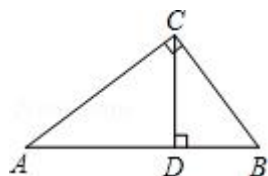
2. (4 分) 如果一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过一、二、三象限，那么 k 、 b 应满足的条件是 ()

- A. $k>0$ ，且 $b>0$ B. $k<0$ ，且 $b<0$ C. $k>0$ ，且 $b<0$ D. $k<0$ ，且 $b>0$

3. (4 分) 下列各式中， $\sqrt{x}-2$ 的有理化因式是 ()

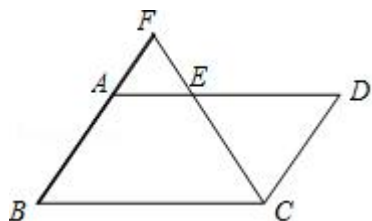
- A. $\sqrt{x+2}$ B. $\sqrt{x-2}$ C. $\sqrt{x}+2$ D. $\sqrt{x}-2$.

4. (4 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， CD 是 AB 边上的高. 如果 $BD=4$ ， $CD=6$ ，那么 $BC:AC$ 是 ()



- A. 3: 2 B. 2: 3 C. 3: $\sqrt{13}$ D. 2: $\sqrt{13}$.

5. (4 分) 如图，在 $\square ABCD$ 中，点 E 在边 AD 上，射线 CE 、 BA 交于点 F ，下列等式成立的是 ()



- A. $\frac{AE}{ED} = \frac{CE}{EF}$ B. $\frac{AE}{ED} = \frac{CD}{AF}$ C. $\frac{AE}{ED} = \frac{FA}{AB}$ D. $\frac{AE}{ED} = \frac{FE}{FC}$

6. (4 分) 在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，下列条件中，不能判断梯形 $ABCD$ 是

等腰梯形的是 ()

A. $\angle ABC = \angle DCB$

B. $\angle DBC = \angle ACB$ C. $\angle DAC = \angle$

DBC

D. $\angle ACD = \angle DAC$

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 因式分解 $3a^2 + a =$ _____.

8. (4 分) 函数 $y = \frac{1}{x+1}$ 的定义域是_____.

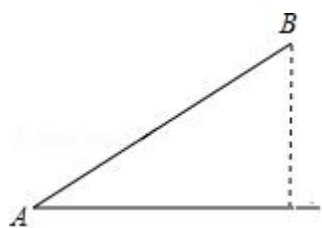
9. (4 分) 如果关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x - a = 0$ 没有实数根, 那么 a 的取值范围是_____.

10. (4 分) 抛物线 $y = x^2 + 4$ 的对称轴是_____.

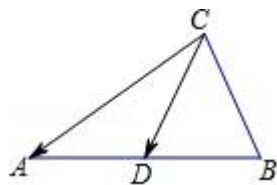
11. (4 分) 将抛物线 $y = -x^2$ 平移, 使它的顶点移到点 $P(-2, 3)$, 平移后新抛物线的表达式为_____.

12. (4 分) 如果两个相似三角形周长的比是 2: 3, 那么它们面积的比是_____.

13. (4 分) 如图, 传送带和地面所成斜坡 AB 的坡度为 $1: \sqrt{3}$, 把物体从地面 A 处送到坡顶 B 处时, 物体所经过的路程是 12 米, 此时物体离地面的高度是米.



14. (4 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是边 AB 的中点. 如果 $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CD} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{CB} =$ _____ (结果用含 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的式子表示).



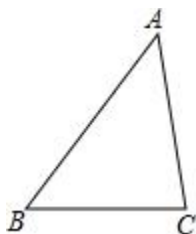
15. (4 分) 已知点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 BA 、 CA 的延长线上, 且 $DE \parallel BC$,

如果 $BC=3DE$, $AC=6$, 那么 $AE=$ _____.

16. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=4$, 点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心. 如果 $GC=2$, 那么 $\sin \angle GCB$ 的值是_____.

17. (4分) 将一个三角形经过放大后得到另一个三角形, 如果所得三角形在原三角形的外部, 这两个三角形各对应边平行且距离都相等, 那么我们把这样的两个三角形叫做“等距三角形”, 它们对应边之间的距离叫做“等距”. 如果两个等边三角形是“等距三角形”, 它们的“等距”是 1, 那么它们周长的差是_____.

18. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=7$, $AC=6$, $\angle A=45^\circ$, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 BC 上, 将 $\triangle BDE$ 沿着 DE 所在直线翻折, 点 B 落在点 P 处, PD 、 PE 分别交边 AC 于点 M 、 N , 如果 $AD=2$, $PD \perp AB$, 垂足为点 D , 那么 MN 的长是_____.



三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

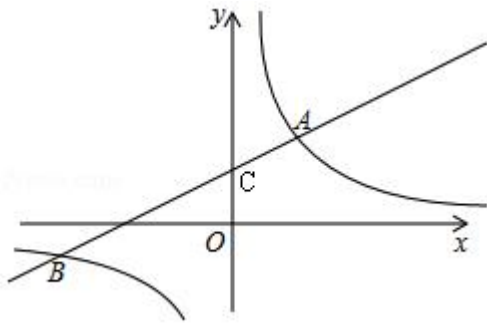
19. (10分) 计算: $\sqrt{27} - (-2)^0 + 1 - \sqrt{3} + 2\cos 30^\circ$.

20. (10分) 解方程: $\frac{1}{x+2} + \frac{4x}{x^2-4} - \frac{2}{x-2} = 1$.

21. (10分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 与双曲线 $y=\frac{6}{x}$ 相交于点 $A(m, 6)$ 和点 $B(-3, n)$, 直线 AB 与 y 轴交于点 C .

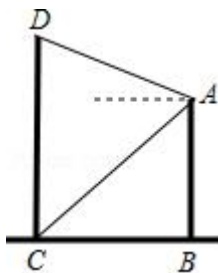
(1) 求直线 AB 的表达式;

(2) 求 $AC: CB$ 的值.



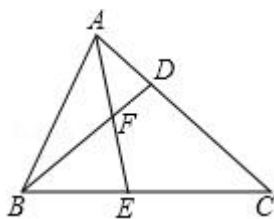
22. (10 分) 如图, 小明的家在某住宅楼 AB 的最顶层 ($AB \perp BC$), 他家的后面有一建筑物 CD ($CD \parallel AB$), 他很想知道这座建筑物的高度, 于是在自家阳台的 A 处测得建筑物 CD 的底部 C 的俯角是 43° , 顶部 D 的仰角是 25° , 他又测得两建筑物之间的距离 BC 是 28 米, 请你帮助小明求出建筑物 CD 的高度 (精确到 1 米).

(参考数据: $\sin 25^\circ \approx 0.42$, $\cos 25^\circ \approx 0.91$, $\tan 25^\circ \approx 0.47$; $\sin 43^\circ \approx 0.68$, $\cos 43^\circ \approx 0.73$, $\tan 43^\circ \approx 0.93$.)



23. (12 分) 如图, 已知点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AC 、 BC 上, 线段 BD 与 AE 交于点 F , 且 $CD \cdot CA = CE \cdot CB$.

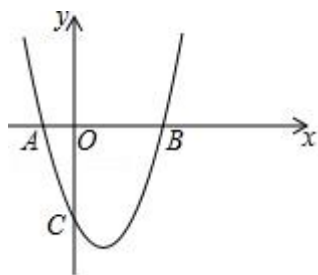
- (1) 求证: $\angle CAE = \angle CBD$;
- (2) 若 $\frac{BE}{EC} = \frac{AB}{AC}$, 求证: $AB \cdot AD = AF \cdot AE$.



24. (12 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 与

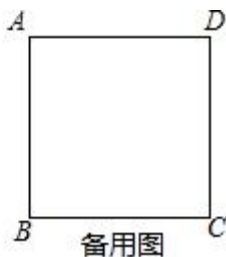
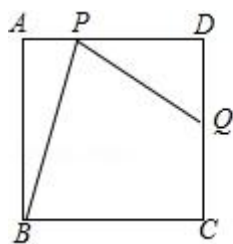
x 轴相交于点 $A(-1, 0)$ 和点 B ，与 y 轴交于点 C ，对称轴为直线 $x=1$.

- (1) 求点 C 的坐标 (用含 a 的代数式表示);
- (2) 联结 AC 、 BC ，若 $\triangle ABC$ 的面积为 6，求此抛物线的表达式;
- (3) 在第 (2) 小题的条件下，点 Q 为 x 轴正半轴上一点，点 G 与点 C ，点 F 与点 A 关于点 Q 成中心对称，当 $\triangle CGF$ 为直角三角形时，求点 Q 的坐标.



25. (14 分) 如图，在边长为 2 的正方形 $ABCD$ 中，点 P 是边 AD 上的动点 (点 P 不与点 A 、点 D 重合)，点 Q 是边 CD 上一点，联结 PB 、 PQ ，且 $\angle PBC = \angle BPQ$.

- (1) 当 $QD=QC$ 时，求 $\angle ABP$ 的正切值;
- (2) 设 $AP=x$ ， $CQ=y$ ，求 y 关于 x 的函数解析式;
- (3) 联结 BQ ，在 $\triangle PBQ$ 中是否存在度数不变的角? 若存在，指出这个角，并求出它的度数; 若不存在，请说明理由.



2018 年上海市青浦区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. (4 分) 计算 $(-x^3)^2$ 所得结果是 ()

- A. x^5 B. $-x^5$ C. x^6 D. $-x^6$

【考点】47：幂的乘方与积的乘方.

【分析】根据幂的乘方计算即可.

【解答】解： $(-x^3)^2 = x^6$,

故选：C.

【点评】此题考查幂的乘方，关键是根据法则进行计算.

2. (4 分) 如果一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过一、二、三象限，那么 k 、 b 应满足的条件是 ()

- A. $k > 0$ ，且 $b > 0$ B. $k < 0$ ，且 $b < 0$ C. $k > 0$ ，且 $b < 0$ D. $k < 0$ ，且 $b > 0$

【考点】F7：一次函数图象与系数的关系.

【专题】1：常规题型；533：一次函数及其应用.

【分析】可画出符合条件的一次函数的图象，由图象可求得答案.

【解答】解：

$\because$ 一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过一、二、三象限，

$\therefore$ 其图象如图所示，

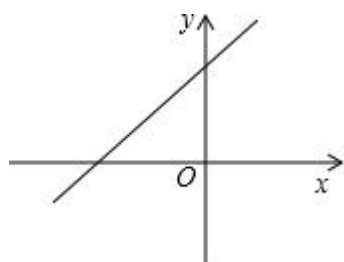
$\therefore$ 直线从左向右逐渐上升，

$\therefore k > 0$,

$\therefore$ 直线与 y 轴的交点在 x 轴的上方，

$\therefore b > 0$,

故选: A.



【点评】 本题主要考查一次函数的图象, 根据条件画出函数图象是解题的关键.

3. (4分) 下列各式中, $\sqrt{x}-2$ 的有理化因式是 ()

A. $\sqrt{x+2}$

B. $\sqrt{x-2}$

C. $\sqrt{x}+2$

D. $\sqrt{x}-2$.

【考点】 76: 分母有理化.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 根据平方差公式即可求出答案.

【解答】 解: $\because (\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2) = x-4$, 而 $x-4$ 是有理式,

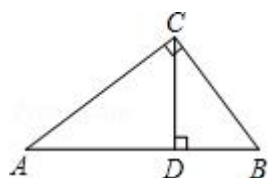
$\therefore \sqrt{x}-2$ 的有理化因式是 $\sqrt{x}+2$,

故选: C.

【点评】 本题考查分母有理化, 解题的关键熟练运用二次根式的性质, 本题属于基础题型.

4. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, CD 是 AB 边上的高. 如果 $BD=4$,

$CD=6$, 那么 $BC: AC$ 是 ()



A. 3: 2

B. 2: 3

C. 3: $\sqrt{13}$

D. 2: $\sqrt{13}$.

【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】 11: 计算题.

【分析】只要证明 $\triangle ACD \sim \triangle CBD$ ，可得 $\frac{AC}{BC} = \frac{CD}{BD} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ ，由此即可解决问题.

【解答】解： $\because \angle ACB = 90^\circ$ ，CD 是 AB 边上的高，

$$\therefore \angle ADC = \angle CDB = \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle B = 90^\circ, \quad \angle A + \angle ACD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle B,$$

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle CBD,$$

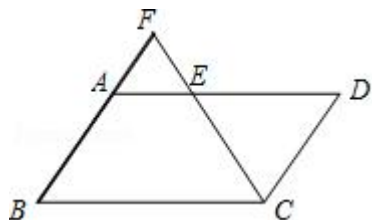
$$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{CD}{BD} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \frac{BC}{AC} = \frac{2}{3},$$

故选：B.

【点评】本题考查相似三角形的判定和性质，解题的关键是正确寻找相似三角形解决问题，属于中考常考题型.

5. (4 分) 如图，在 $\square ABCD$ 中，点 E 在边 AD 上，射线 CE、BA 交于点 F，下列等式成立的是 ()



A. $\frac{AE}{ED} = \frac{CE}{EF}$

B. $\frac{AE}{ED} = \frac{CD}{AF}$

C. $\frac{AE}{ED} = \frac{FA}{AB}$

D. $\frac{AE}{ED} = \frac{FE}{FC}$

【考点】L5：平行四边形的性质；S9：相似三角形的判定与性质.

【专题】55：几何图形.

【分析】根据平行四边形的性质及平行线分线段成比例的性质即可得出答案.

【解答】解：A、 $\because \triangle AEF \sim \triangle EDC$ ， $\therefore \frac{AE}{ED} = \frac{EF}{EC}$ ，错误；

B、 $\because \triangle AEF \sim \triangle EDC$ ， $\therefore \frac{AE}{ED} = \frac{AF}{CD}$ ，错误；

C、 $\because \triangle AEF \sim \triangle EDC$ ， $\therefore \frac{AE}{ED} = \frac{EF}{EC}$ ， $\because AE \parallel BC$ ， $\therefore \frac{EF}{EC} = \frac{AF}{AB}$ ， $\therefore \frac{AE}{ED} = \frac{FA}{AB}$ ，正确；

D、 $\because \triangle AEF \sim \triangle EDC$, $\therefore \frac{AE}{ED} = \frac{EF}{EC}$, 错误;

故选: C.

【点评】 本题主要考查了相似三角形的判定和性质, 关键是根据平行四边形的性质及平行线分线段成比例的性质解答.

6. (4 分) 在梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, 下列条件中, 不能判断梯形 ABCD 是等腰梯形的是 ()

A. $\angle ABC = \angle DCB$

B. $\angle DBC = \angle ACB$ C. $\angle DAC = \angle$

DBC

D. $\angle ACD = \angle DAC$

【考点】 LK: 等腰梯形的判定.

【专题】 557: 梯形.

【分析】 等腰梯形的判定定理有: ①有两腰相等的梯形是等腰梯形, ②对角线相等的梯形是等腰梯形, ③在同一底上的两个角相等的梯形是等腰梯形, 根据以上内容判断即可.

【解答】 解: A、 $\because \angle ABC = \angle DCB$,

$\therefore BD = BC$,

$\therefore$ 四边形 ABCD 是等腰梯形, 故本选项错误;

B、 $\because \angle DAC = \angle DBC$, $AD \parallel BC$,

$\therefore \angle ADB = \angle DBC$, $\angle DAC = \angle ACB$,

$\therefore \angle OBC = \angle OCB$, $\angle OAD = \angle ODA$

$\therefore OB = OC$, $OD = OA$,

$\therefore AC = BD$,

$\therefore$ 四边形 ABCD 是等腰梯形, 故本选项错误;

C、 $\because \angle ADB = \angle DAC$, $AD \parallel BC$,

$\therefore \angle ADB = \angle DAC = \angle DBC = \angle ACB$,

$\therefore OA=OD, OB=OC,$

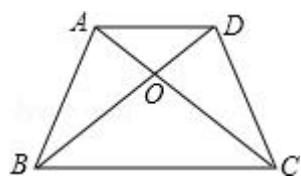
$\therefore AC=BD,$

$\therefore AD \parallel BC,$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是等腰梯形, 故本选项错误;

D、根据 $\angle ACD = \angle DAC$, 不能推出四边形 $ABCD$ 是等腰梯形, 故本选项正确.

故选: D.



【点评】 本题考查了对等腰梯形的判定定理的应用, 主要考查学生的推理能力和辨析能力, 注意: 等腰梯形的判定定理有: ①有两腰相等的梯形是等腰梯形, ②对角线相等的梯形是等腰梯形, ③在同一底上的两个角相等的梯形是等腰梯形.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 因式分解 $3a^2+a=$ $a(3a+1)$.

【考点】 53: 因式分解 - 提公因式法.

【分析】 直接提公因式 a 即可.

【解答】 解: $3a^2+a=a(3a+1),$

故答案为: $a(3a+1).$

【点评】 此题主要考查了提公因式法进行因式分解, 关键是正确确定公因式.

8. (4 分) 函数 $y=\frac{1}{x+1}$ 的定义域是 $x \neq -1$.

【考点】 E4: 函数自变量的取值范围.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 根据分式的意义, 分母不等于 0, 可以求出 x 的范围.

【解答】解：根据题意得： $x+1 \neq 0$,

解得： $x \neq -1$.

故答案为 $x \neq -1$.

【点评】本题考查了函数自变量的取值范围问题，函数自变量的范围一般从三个方面考虑：

- (1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；
- (2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；
- (3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

9. (4 分) 如果关于 x 的一元二次方程 $x^2+2x-a=0$ 没有实数根，那么 a 的取值范围是 $a < -1$.

【考点】AA: 根的判别式.

【专题】1: 常规题型; 523: 一元二次方程及应用.

【分析】由方程根的情况，根据判别式可得到关于 a 的不等式，则可求得 a 的取值范围.

【解答】解：

$\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2+2x-a=0$ 没有实数根，

$\therefore \Delta < 0$ ，即 $2^2+4a < 0$ ，

解得 $a < -1$ ，

故答案为： $a < -1$.

【点评】本题主要考查根的判别式，掌握方程根的情况和根的判别式的关系是解题的关键.

10. (4 分) 抛物线 $y=x^2+4$ 的对称轴是 y 轴.

【考点】H3: 二次函数的性质.

【专题】1: 常规题型.

【分析】直接利用顶点式得出抛物线的对称轴.

【解答】解：抛物线 $y=x^2+4$ 的对称轴是 y 轴.

故答案为： y 轴；

【点评】此题主要考查了二次函数的性质，正确利用顶点式得出抛物线的对称轴是解题关键.

11. (4 分) 将抛物线 $y=-x^2$ 平移，使它的顶点移到点 $P(-2, 3)$ ，平移后新抛物线的表达式为 $y=-(x+2)^2+3$ ；

【考点】H3：二次函数的性质；H6：二次函数图象与几何变换.

【专题】33：函数思想.

【分析】平移不改变抛物线的开口方向与开口大小，即解析式的二次项系数不变，根据抛物线的顶点式可求抛物线解析式.

【解答】解： $\because$ 原抛物线解析式为 $y=-x^2$ ，平移后抛物线顶点坐标为 $(-2, 3)$ ，
 $\therefore$ 平移后的抛物线的表达式为： $y=-(x+2)^2+3$.

故答案是： $y=-(x+2)^2+3$.

【点评】考查二次函数的平移问题；用到的知识点为：上下平移不改变二次项系数及顶点的横坐标，只改变顶点的纵坐标，上加下减.

12. (4 分) 如果两个相似三角形周长的比是 2:3, 那么它们面积的比是 4:9.

【考点】S7：相似三角形的性质.

【分析】相似三角形的周长比等于相似比，而面积比等于相似比的平方，由此得解.

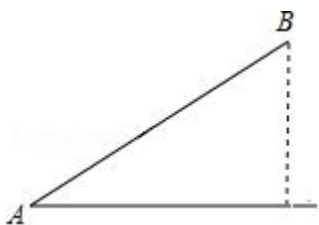
【解答】解： $\because$ 两个相似三角形周长的比是 2:3,

$\therefore$ 它们的相似比是 2:3;

$\therefore$ 它们的面积比为 4:9.

【点评】本题重点考查的是相似三角形的性质：相似三角形的周长比等于相似比，面积比等于相似比的平方.

13. (4 分) 如图, 传送带和地面所成斜坡 AB 的坡度为 $1: \sqrt{3}$, 把物体从地面 A 处送到坡顶 B 处时, 物体所经过的路程是 12 米, 此时物体离地面的高度是 6 米.

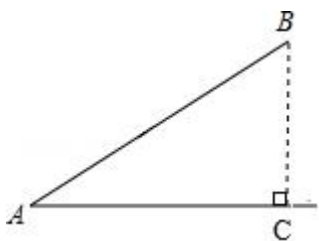


【考点】T9: 解直角三角形的应用 – 坡度坡角问题.

【专题】1: 常规题型; 55E: 解直角三角形及其应用.

【分析】过点 B 作 BC 垂直于底面, 由 $BC: AC=1: \sqrt{3}$ 设 $BC=x$, 则 $AC=\sqrt{3}x$, 根据勾股定理可得 $AB=2x=12$, 求得 x 即可.

【解答】解: 如图, 过点 B 作 BC 垂直于底面,



由斜坡 AB 的坡度为 $1: \sqrt{3}$ 知 $BC: AC=1: \sqrt{3}$,

设 $BC=x$, 则 $AC=\sqrt{3}x$,

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{x^2 + (\sqrt{3}x)^2} = 2x,$$

$$\therefore AB = 12,$$

$$\therefore 2x = 12, \text{ 即 } x = 6,$$

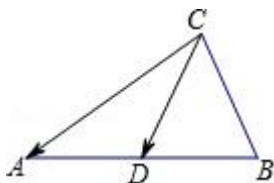
$\therefore$ 此时物体离地面的高度是 6 米,

故答案为: 6.

【点评】本题主要考查解直角三角形的应用 – 坡度坡角问题, 解题的关键是熟练

掌握坡度的概念和勾股定理.

14. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点D是边AB的中点. 如果 $\overrightarrow{CA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{CD}=\vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{CB}=\underline{2\vec{b}-\vec{a}}$ (结果用含 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的式子表示).



【考点】LM: *平面向量.

【专题】55: 几何图形.

【分析】首先由三角形法则求得 $\overrightarrow{AD}$ 的长, 然后由 $AD: AB=1: 2$, 求得 $\overrightarrow{AB}$ 的长, 再利用三角形法则求得 $\overrightarrow{BC}$ 的长.

【解答】解: $\because \overrightarrow{CA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{CD}=\vec{b}$,

$$\therefore \overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{CD}=\vec{a}-\vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{BA}=2\overrightarrow{AD}=2\vec{a}-2\vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\vec{a}-2\vec{a}+2\vec{b}=2\vec{b}-\vec{a},$$

故答案为: $2\vec{b}-\vec{a}$;

【点评】此题考查了平面向量的知识. 此题难度适中, 注意掌握三角形法则的应用是解此题的关键, 注意数形结合思想的应用.

15. (4分) 已知点D、E分别在 $\triangle ABC$ 的边BA、CA的延长线上, 且 $DE\parallel BC$, 如果 $BC=3DE$, $AC=6$, 那么 $AE=\underline{2}$.

【考点】S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】11: 计算题.

【分析】由 $DE\parallel BC$, $BC=3DE$, 推出 $\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}=\frac{1}{3}$, 根据 $AC=6$, 代入计算即可;

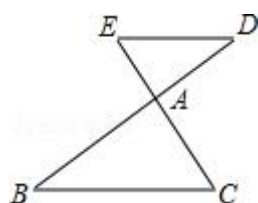
【解答】解: $\because DE\parallel BC$, $BC=3DE$,

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore AC=6,$$

$$\therefore AE=2.$$

故答案为 2.



【点评】此题考查了平行线分线段成比例定理. 注意掌握数形结合思想的应用是解此题的关键.

16. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=4$, 点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心. 如果 $GC=2$, 那么 $\sin \angle GCB$ 的值是 $\frac{2}{3}$.

【考点】 K5: 三角形的重心; T7: 解直角三角形.

【专题】 11: 计算题.

【分析】作出草图, 连接 CG 并延长交 AB 于点 D , 根据重心定义可知点 D 是 $\triangle ABC$ 的中线, 求出 CD , BD 的长度, 再过点 D 作 $DE \perp BC$ 于点 E , 根据三角形中位线定理求出 DE 的长度, 再利根据锐角三角函数的定义进行解答即可.

【解答】解: 如图, 连接 CG 并延长交 AB 于点 D ,

$\therefore$ 点 G 为重心, $CG=2$

$\therefore CD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线, $CD=3$,

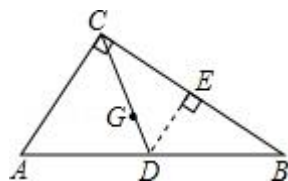
过点 D 作 $DE \perp BC$ 于点 E ,

则 $CE=BE$, $\therefore AD=DB$,

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AC = 2,$$

$$\therefore \sin \angle GCB = \frac{DE}{CD} = \frac{2}{3}$$

故答案为 $\frac{2}{3}$;



【点评】 本题考查了三角形的重心，锐角三角函数的定义，明确三角形的重心是三边中线的交点，并作出辅助线构造出直角三角形是解题的关键.

17. (4 分) 将一个三角形经过放大后得到另一个三角形，如果所得三角形在原三角形的外部，这两个三角形各对应边平行且距离都相等，那么我们把这样的两个三角形叫做“等距三角形”，它们对应边之间的距离叫做“等距”. 如果两个等边三角形是“等距三角形”，它们的“等距”是 1，那么它们周长的差是 $6\sqrt{3}$.

【考点】 KO：含 30 度角的直角三角形；SC：位似变换.

【专题】 11：计算题.

【分析】 设等边三角形 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的边长分别为 a 、 b ，点 O 为位似中心，作 $OH \perp BC$ 交 EF 于 G ，如图，利用位似的性质得到点 O 、 E 、 B 共线，根据等边三角形的性质得 $\angle OEG = 30^\circ$ ， $EG = \frac{1}{2}b$ ，利用含 30 度的直角三角形三边的关系得到 $OG = \frac{EG}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}b$ ，同理得到 $OH = \frac{\sqrt{3}}{6}a$ ，再利用 $OH - OG = 1$ 得到 $\frac{\sqrt{3}}{6}a - \frac{\sqrt{3}}{6}b = 1$ ，然后计算 $3(a - b)$ 即可.

【解答】 解：设等边三角形 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的边长分别为 a 、 b ，点 O 为位似中心，作 $OH \perp BC$ 交 EF 于 G ，如图，

根据题意， $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的位似图形，点 O 、 E 、 B 共线，

在 $Rt\triangle OEG$ 中， $\angle OEG = 30^\circ$ ， $EG = \frac{1}{2}b$ ，

$$\therefore OG = \frac{EG}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}b,$$

$$\text{同理得到 } OH = \frac{\sqrt{3}}{6}a,$$

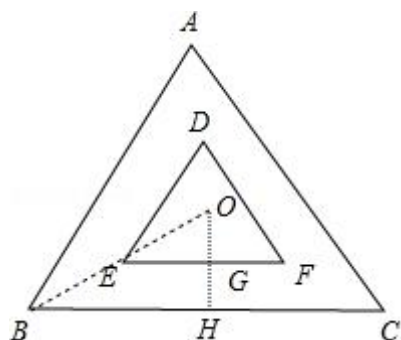
$$\text{而 } OH - OG = 1,$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{6}a - \frac{\sqrt{3}}{6}b = 1,$$

$$\therefore a - b = 2\sqrt{3},$$

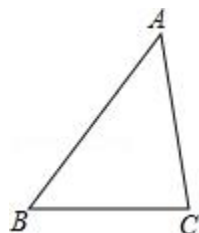
$$\therefore 3(a - b) = 6\sqrt{3}.$$

故答案为 $6\sqrt{3}$.



【点评】 本题考查了含 30° 度角的直角三角形的性质：在直角三角形中， 30° 角所对的直角边等于斜边的一半．也考查了等边三角形的性质和位似的性质．

18. (4 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=7$ ， $AC=6$ ， $\angle A=45^\circ$ ，点 D、E 分别在边 AB、BC 上，将 $\triangle BDE$ 沿着 DE 所在直线翻折，点 B 落在点 P 处，PD、PE 分别交边 AC 于点 M、N，如果 $AD=2$ ， $PD \perp AB$ ，垂足为点 D，那么 MN 的长是 $\frac{18}{7}$ ．



【考点】 PB：翻折变换（折叠问题）．

【专题】 11：计算题；552：三角形．

【分析】首先证明 $DE \parallel AC$ ，推出 $\frac{DE}{AC} = \frac{BD}{BA}$ ，可得 $\frac{DE}{6} = \frac{5}{7}$ 推出 $DE = \frac{30}{7}$ ，再根据

$\frac{MN}{DE} = \frac{PM}{PD}$ ，即可求出 MN 。

【解答】解： $\because PD \perp AB$ ，

$\therefore \angle BDP = 90^\circ$ ， $\angle EDB = \angle EDP = \angle A = 45^\circ$ ，

$\therefore DE \parallel AC$ ，

$$\therefore \frac{DE}{AC} = \frac{BD}{BA}$$

$$\therefore \frac{DE}{6} = \frac{5}{7}$$

$$\therefore DE = \frac{30}{7}$$

$\therefore AD = AM = 2$ ， $DB = DP = 5$ ，

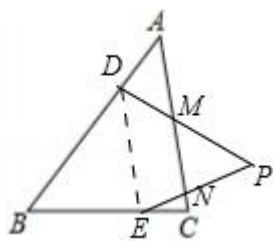
$\therefore PM = 3$ ，

$$\therefore \frac{MN}{DE} = \frac{PM}{PD}$$

$$\therefore \frac{MN}{\frac{30}{7}} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore MN = \frac{18}{7}$$

故答案为 $\frac{18}{7}$ 。



【点评】本题考查翻折变换、平行线的判定和性质、平行线分线段成比例定理等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型。

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. （10 分）计算： $\sqrt{27} - (-2)^0 + 1 - \sqrt{3} + 2\cos 30^\circ$ 。

【考点】2C：实数的运算；6E：零指数幂；T5：特殊角的三角函数值。

【专题】1：常规题型.

【分析】本题涉及开平方、零次幂、绝对值、特殊角的三角函数，在计算时，需要针对每个考点分别进行计算，然后再根据实数的运算法则求得计算结果.

【解答】解：原式 $=3\sqrt{3}-1+\sqrt{3}-1+2\times\frac{\sqrt{3}}{2}$,

$$=3\sqrt{3}-1+\sqrt{3}-1+\sqrt{3},$$
$$=5\sqrt{3}-2.$$

【点评】本题主要考查了实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟练掌握负整数指数幂、零指数幂、二次根式、绝对值等考点的运算.

20. (10 分) 解方程: $\frac{1}{x+2} + \frac{4x}{x^2-4} - \frac{2}{x-2} = 1$.

【考点】B3: 解分式方程.

【专题】11: 计算题; 522: 分式方程及应用.

【分析】分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解.

【解答】解：方程两边同乘 $(x+2)(x-2)$ 得 $x-2+4x-2(x+2)=x^2-4$,

整理，得 $x^2-3x+2=0$,

解这个方程得 $x_1=1$, $x_2=2$,

经检验， $x_2=2$ 是增根，舍去，

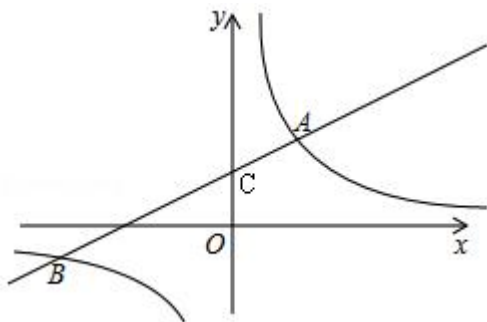
所以，原方程的根是 $x=1$.

【点评】此题考查了解分式方程，利用了转化的思想，解分式方程注意要检验.

21. (10 分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 与双曲线 $y=\frac{6}{x}$ 相交于点 $A(m, 6)$ 和点 $B(-3, n)$ ，直线 AB 与 y 轴交于点 C .

(1) 求直线 AB 的表达式;

(2) 求 $AC:CB$ 的值.



【考点】G8: 反比例函数与一次函数的交点问题.

【专题】53: 函数及其图象.

【分析】(1) 根据反比例函数的解析式可得 m 和 n 的值, 利用待定系数法求一次函数的表达式;

(2) 作辅助线, 构建平行线, 根据平行线分线段成比例定理可得结论.

【解答】解: (1) $\because$ 点 $A(m, 6)$ 和点 $B(-3, n)$ 在双曲线 $y = \frac{6}{x}$,

$$\therefore 6m=6, -3n=6,$$

$$m=1, n=-2.$$

$$\therefore \text{点 } A(1, 6), \text{ 点 } B(-3, -2). \dots (2 \text{ 分})$$

将点 A 、 B 代入直线 $y=kx+b$,

$$\text{得} \begin{cases} k+b=6 \\ -3k+b=-2. \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=2 \\ b=4. \end{cases} \dots (4 \text{ 分})$$

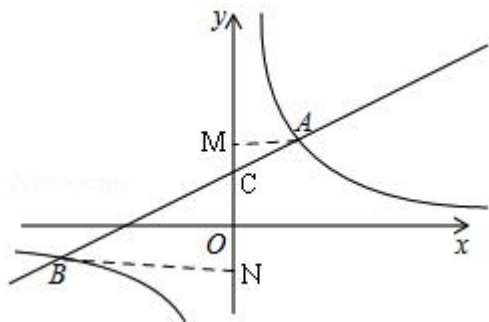
$$\therefore \text{直线 } AB \text{ 的表达式为: } y=2x+4. \dots (5 \text{ 分})$$

(2) 分别过点 A 、 B 作 $AM \perp y$ 轴, $BN \perp y$ 轴, 垂足分别为点 M 、 N . $\dots (6 \text{ 分})$

则 $\angle AMO = \angle BNO = 90^\circ$, $AM=1$, $BN=3$, $\dots (7 \text{ 分})$

$$\therefore AM \parallel BN, \dots (8 \text{ 分})$$

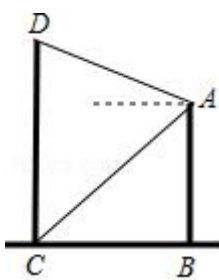
$$\therefore \frac{AC}{CB} = \frac{AM}{BN} = \frac{1}{3}. \dots (10 \text{ 分})$$



【点评】 本题是一次函数和反比例函数的综合问题，考查了反比例函数和一次函数的交点问题，将点的坐标代入解析式中可得交点坐标，对于交点问题：可利用方程组的解来求两函数的交点坐标；本题还考查了平行线分线段成比例定理.

22. (10 分) 如图，小明的家在某住宅楼 AB 的最顶层 ($AB \perp BC$)，他家的后面有一建筑物 CD ($CD \parallel AB$)，他很想知道这座建筑物的高度，于是在自家阳台的 A 处测得建筑物 CD 的底部 C 的俯角是 43° ，顶部 D 的仰角是 25° ，他又测得两建筑物之间的距离 BC 是 28 米，请你帮助小明求出建筑物 CD 的高度 (精确到 1 米).

(参考数据: $\sin 25^\circ \approx 0.42$, $\cos 25^\circ \approx 0.91$, $\tan 25^\circ \approx 0.47$; $\sin 43^\circ \approx 0.68$, $\cos 43^\circ \approx 0.73$, $\tan 43^\circ \approx 0.93$.)

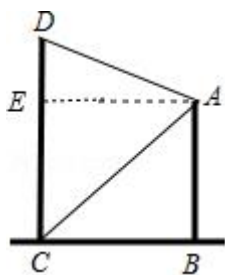


【考点】 TA: 解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 过点 A 作 $AE \perp CD$ ，解直角三角形求出 DE 和 CE ，即可求出 CD .

【解答】 解：过点 A 作 $AE \perp CD$ ，垂足为点 E ,



由题意得, $AE=BC=28$, $\angle EAD=25^\circ$, $\angle EAC=43^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $\therefore \tan \angle EAD = \frac{DE}{AE}$,

所以 $DE = \tan 25^\circ \times 28 = 0.47 \times 28 \approx 13.2$,

在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中, $\therefore \tan \angle EAC = \frac{CE}{AE}$,

所以 $CE = \tan 43^\circ \times 28 = 0.93 \times 28 \approx 26$,

$\therefore DC = DE + CE = 13.2 + 26 \approx 39$ (米),

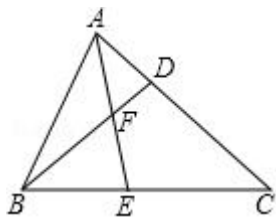
答: 建筑物 CD 的高度约为 39 米.

【点评】 本题考查了解直角三角形的应用, 能构造直角三角形是解此题的关键.

23. (12 分) 如图, 已知点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AC 、 BC 上, 线段 BD 与 AE 交于点 F , 且 $CD \cdot CA = CE \cdot CB$.

(1) 求证: $\angle CAE = \angle CBD$;

(2) 若 $\frac{BE}{EC} = \frac{AB}{AC}$, 求证: $AB \cdot AD = AF \cdot AE$.



【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】 55: 几何图形.

【分析】 (1) 根据相似三角形的判定证明 $\triangle CAE \sim \triangle CBD$, 再根据相似三角形的性质证明即可;

(2) 过点 C 作 $CG \parallel AB$, 交 AE 的延长线于点 G, 根据相似三角形的判定得出

$\triangle ADF \sim \triangle AEB$, 进而证明即可.

【解答】(1) 证明: $\because CD \cdot CA = CE \cdot CB$,

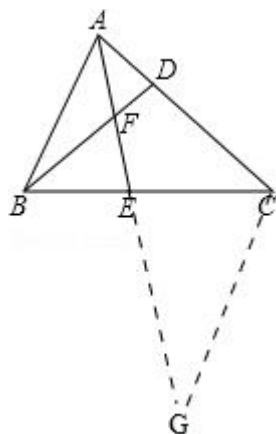
$$\therefore \frac{CE}{CD} = \frac{CA}{CB},$$

$$\because \angle ECA = \angle DCB,$$

$$\therefore \triangle CAE \sim \triangle CBD,$$

$$\therefore \angle CAE = \angle CBD.$$

(2) 证明: 过点 C 作 $CG \parallel AB$, 交 AE 的延长线于点 G.



$$\therefore \frac{BE}{EC} = \frac{AB}{CG},$$

$$\therefore \frac{BE}{EC} = \frac{AB}{AC},$$

$$\therefore \frac{AB}{CG} = \frac{AB}{AC},$$

$$\therefore CG = CA,$$

$$\therefore \angle G = \angle CAG,$$

$$\because \angle G = \angle BAG,$$

$$\therefore \angle CAG = \angle BAG.$$

$$\because \angle CAE = \angle CBD, \angle AFD = \angle BFE,$$

$$\therefore \angle ADF = \angle BEF.$$

$$\therefore \triangle ADF \sim \triangle AEB,$$

$$\therefore \frac{AD}{AE} = \frac{AF}{AB},$$

$$\therefore AB \cdot AD = AF \cdot AE.$$

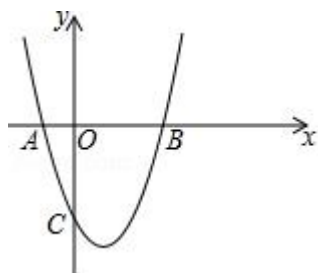
【点评】此题考查相似三角形的判定和性质，关键是根据相似三角形的判定和性质证明.

24. (12 分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a>0$) 与 x 轴相交于点 $A(-1, 0)$ 和点 B ，与 y 轴交于点 C ，对称轴为直线 $x=1$.

(1) 求点 C 的坐标 (用含 a 的代数式表示);

(2) 联结 AC 、 BC ，若 $\triangle ABC$ 的面积为 6，求此抛物线的表达式;

(3) 在第 (2) 小题的条件下，点 Q 为 x 轴正半轴上一点，点 G 与点 C ，点 F 与点 A 关于点 Q 成中心对称，当 $\triangle CGF$ 为直角三角形时，求点 Q 的坐标.



【考点】HF：二次函数综合题.

【专题】15：综合题.

【分析】(1) 先利用抛物线的对称性得到 $B(3, 0)$ ，则可设交点式 $y=a(x+1)(x-3)$ ，然后展开即可得到 C 点坐标;

(2) 利用三角形面积公式得到 $6a=6$ ，然后求出 a 即可得到抛物线解析式;

(3) 设点 Q 的坐标为 $(m, 0)$ ，过点 G 作 $GH \perp x$ 轴，垂足为点 H ，如图，利用中心对称的性质得 $QC=QG$ ， $QA=QF=m+1$ ， $QO=QH=m$ ， $OC=GH=3$ ，则

$OF=2m+1$ ， $HF=1$ ，讨论:

当 $\angle CGF=90^\circ$ 时, 证明 $Rt\triangle QGH \sim Rt\triangle GFH$, 利用相似比得到 $\frac{3}{1} = \frac{m}{3}$, 解方程求

出 m 即可得到此时 Q 的坐标; 当 $\angle CFG=90^\circ$ 时, 证明 $Rt\triangle GFH \sim Rt\triangle FCO$,

利用相似比得到 $\frac{3}{2m+1} = \frac{1}{3}$,

解方程求出 m 即可得到此时 Q 的坐标.

【解答】 解: (1) $\because$ 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a>0$) 的对称轴为直线 $x=1$,

而抛物线与 x 轴的一个交点 A 的坐标为 $(-1, 0)$

$\therefore$ 抛物线与 x 轴的另一个交点 B 的坐标为 $(3, 0)$

设抛物线解析式为 $y=a(x+1)(x-3)$,

即 $y=ax^2-2ax-3a$,

当 $x=0$ 时, $y=-3a$,

$\therefore C(0, -3a)$;

(2) $\therefore AB=4$, $OC=3a$,

$\therefore S_{\triangle ACB} = \frac{1}{2} AB \cdot OC = 6a$,

$\therefore 6a=6$, 解得 $a=1$,

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y=x^2-2x-3$;

(3) 设点 Q 的坐标为 $(m, 0)$. 过点 G 作 $GH \perp x$ 轴, 垂足为点 H , 如图,

$\because$ 点 G 与点 C , 点 F 与点 A 关于点 Q 成中心对称,

$\therefore QC=QG$, $QA=QF=m+1$, $QO=QH=m$, $OC=GH=3$,

$\therefore OF=2m+1$, $HF=1$,

当 $\angle CGF=90^\circ$ 时,

$\therefore \angle QGH + \angle FGH = 90^\circ$, $\angle QGH + \angle GQH = 90^\circ$,

$\therefore \angle GQH = \angle HGF$,

$$\therefore \text{Rt}\triangle QGH \sim \text{Rt}\triangle GFH,$$

$$\therefore \frac{GH}{FH} = \frac{QH}{GH}, \text{ 即 } \frac{3}{1} = \frac{m}{3}, \text{ 解得 } m=9,$$

$\therefore Q$ 的坐标为 $(9, 0)$;

当 $\angle CFG=90^\circ$ 时,

$$\because \angle GFH + \angle CFO = 90^\circ, \quad \angle GFH + \angle FGH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CFO = \angle FGH,$$

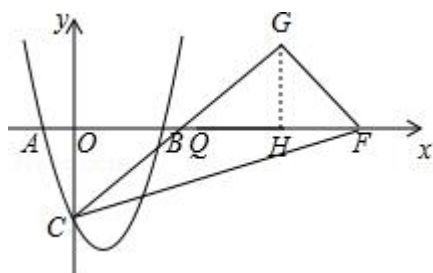
$$\therefore \text{Rt}\triangle GFH \sim \text{Rt}\triangle FCO,$$

$$\therefore \frac{GH}{FO} = \frac{FH}{CO}, \text{ 即 } \frac{3}{2m+1} = \frac{1}{3}, \text{ 解得 } m=4,$$

$\therefore Q$ 的坐标为 $(4, 0)$;

$\angle GCF=90^\circ$ 不存在,

综上所述, 点 Q 的坐标为 $(4, 0)$ 或 $(9, 0)$.



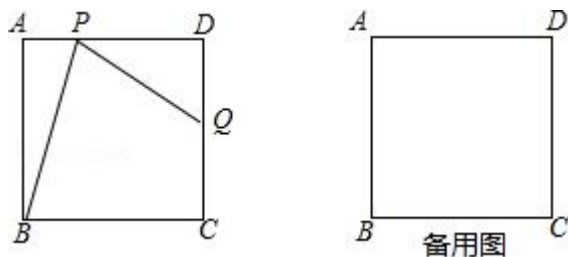
【点评】 本题考查了二次函数的综合题: 熟练掌握二次函数图象上点的坐标特征、二次函数的性质、中心对称的性质和相似三角形的判定与性质; 会利用待定系数法求抛物线解析式; 灵活应用相似比表示线段之间的关系; 理解坐标与图形的性质; 会利用分类讨论的思想解决数学问题.

25. (14 分) 如图, 在边长为 2 的正方形 $ABCD$ 中, 点 P 是边 AD 上的动点 (点 P 不与点 A 、点 D 重合), 点 Q 是边 CD 上一点, 联结 PB 、 PQ , 且 $\angle PBC = \angle BPQ$.

(1) 当 $QD=QC$ 时, 求 $\angle ABP$ 的正切值;

(2) 设 $AP=x$, $CQ=y$, 求 y 关于 x 的函数解析式;

(3) 联结 BQ，在 $\triangle PBQ$ 中是否存在度数不变的角？若存在，指出这个角，并求出它的度数；若不存在，请说明理由.



【考点】LO：四边形综合题.

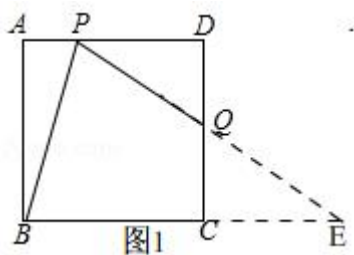
【专题】15：综合题.

【分析】(1) 先判断出 $\triangle PDQ \cong \triangle ECQ$ (AAS) 得出 $PD=CE$, $PQ=QE$. 进而得出 $BE=EP=a+2$, 即: $QP=\frac{1}{2}a+1$, 再用勾股定理求出 a 的值, 即可求出 AP , 即可得出结论;

(2) 先判断出 $\triangle PAB \cong \triangle PHB$ (AAS), 得出 $AP=PH=x$. $AB=BH$, 进而得出 $BH=BC$, 再判断出 $Rt\triangle BHQ \cong Rt\triangle BCQ$ (HL), 得出 $QH=QC=y$, 最后用勾股定理即可得出结论;

(3) 借助 (2) 得出的两个全等三角形即可得出结论.

【解答】解: (1) 如图 1,



延长 PQ 交 BC 延长线于点 E. 设 $PD=a$.

$$\because \angle PBC = \angle BPQ,$$

$$\therefore EB=EP.$$

$\because$ 四边形 ABCD 是正方形,

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DPQ = \angle E,$$

$$\text{在 } \triangle PDQ \text{ 和 } \triangle ECQ \text{ 中, } \begin{cases} \angle DPQ = \angle E \\ \angle DQP = \angle CQE, \\ DQ = CQ \end{cases}$$

$$\therefore \triangle PDQ \cong \triangle ECQ \text{ (AAS)}$$

$$\therefore PD = CE, \quad PQ = QE.$$

$$\therefore BE = EP = a + 2,$$

$$\therefore QP = \frac{1}{2}a + 1$$

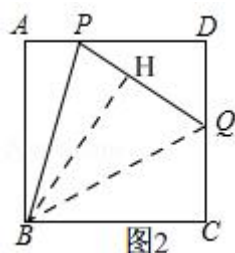
$$\text{在 Rt} \triangle PDQ \text{ 中, } \therefore PD^2 + QD^2 = PQ^2,$$

$$\therefore a^2 + 1 = \left(\frac{1}{2}a + 1\right)^2, \text{ 解得 } a = \frac{4}{3}$$

$$\therefore AP = AD - PD = \frac{2}{3}$$

$$\text{在 Rt} \triangle ABP \text{ 中, } \tan \angle ABP = \frac{AP}{AB} = \frac{1}{3}.$$

(2) 如图 2,



过点 B 作 $BH \perp PQ$, 垂足为点 H, 联结 BQ.

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle CBP = \angle APB,$$

$$\therefore \angle PBC = \angle BPQ,$$

$$\therefore \angle APB = \angle HPB,$$

$$\therefore \angle A = \angle PHB = 90^\circ,$$

$$\text{在 } \triangle ABP \text{ 和 } \triangle HBP \text{ 中, } \begin{cases} \angle A = \angle BHP = 90^\circ \\ \angle APB = \angle HPB \\ BP = BP \end{cases},$$

$$\therefore \triangle PAB \cong \triangle PHB \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AP = PH = x, \quad AB = BH,$$

$$\therefore AB = BC,$$

$$\therefore BH = BC,$$

$$\text{在 Rt} \triangle BHQ \text{ 和 Rt} \triangle BCQ \text{ 中, } \begin{cases} BH = BC \\ BQ = BQ \end{cases}$$

$$\therefore \text{Rt} \triangle BHQ \cong \text{Rt} \triangle BCQ \text{ (HL)},$$

$$\therefore QH = QC = y,$$

$$\text{在 Rt} \triangle PDQ \text{ 中, } \therefore PD^2 + QD^2 = PQ^2,$$

$$\therefore (2-x)^2 + (2-y)^2 = (x+y)^2,$$

$$\therefore y = \frac{4-2x}{x+2} \quad (0 < x < 2).$$

(3) 存在, $\angle PBQ = 45^\circ$.

由 (2) 知, $\triangle PAB \cong \triangle PHB$,

$$\therefore \angle ABP = \angle HBP,$$

$$\therefore \angle PBH = \frac{1}{2} \angle ABH$$

由 (2) 知, $\text{Rt} \triangle BHQ \cong \text{Rt} \triangle BCQ$,

$$\therefore \angle HBQ = \angle CBQ,$$

$$\therefore \angle HBQ = \frac{1}{2} \angle HBC,$$

$$\therefore \angle PBQ = \angle PBH + \angle HBQ = \frac{1}{2} (\angle ABH + \angle HBC) = \frac{1}{2} \angle ABC = 45^\circ.$$

【点评】此题是四边形综合题, 主要考查了正方形的性质, 全等三角形的判定和

性质，勾股定理，解本题的关键是整除辅助线构造全等三角形.