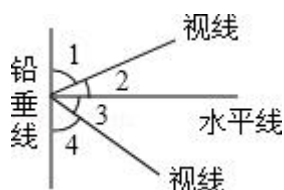


2018 年上海市闵行区中考数学一模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，请选择正确选项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. (4 分) 如图，下列角中为俯角的是 ()



- A. $\angle 1$ B. $\angle 2$ C. $\angle 3$ D. $\angle 4$

2. (4 分) 下列线段中，能成比例的是 ()

- A. 3cm、6cm、8cm、9cm B. 3cm、5cm、6cm、9cm
C. 3cm、6cm、7cm、9cm D. 3cm、6cm、9cm、18cm

3. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AB=4$ ， $AC=1$ ，那么 $\angle B$ 的余弦值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{15}}{4}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{\sqrt{15}}{15}$ D. $\frac{4\sqrt{17}}{17}$

4. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中，点 D、E 分别在 AB、AC 的延长线上，下列不能判定 $DE \parallel BC$ 的条件是 ()

- A. $EA: AC=DA: AB$ B. $DE: BC=DA: AB$
C. $EA: EC=DA: DB$ D. $AC: EC=AB: DB$

5. (4 分) 已知抛物线 $c: y=x^2+2x-3$ ，将抛物线 c 平移得到抛物线 c' ，如果两条抛物线，关于直线 $x=1$ 对称，那么下列说法正确的是 ()

- A. 将抛物线 c 沿 x 轴向右平移 $\frac{5}{2}$ 个单位得到抛物线 c'
B. 将抛物线 c 沿 x 轴向右平移 4 个单位得到抛物线 c'

C. 将抛物线 c 沿 x 轴向右平移 $\frac{7}{2}$ 个单位得到抛物线 c'

D. 将抛物线 c 沿 x 轴向右平移 6 个单位得到抛物线 c'

6. (4 分) 下列命题中正确的个数是 ()

①直角三角形的两条直角边长分别是 6 和 8, 那么它的外接圆半径为 $\frac{24}{5}$;

②如果两个直径为 10 厘米和 6 厘米的圆, 圆心距为 16 厘米, 那么两圆外切;

③过三点可以确定一个圆;

④两圆的公共弦垂直平分连心线.

A. 0 个

B. 4 个

C. 2 个

D. 3 个

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分) 【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. (4 分) 如果 $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$, 那么 $\frac{b-a}{a+b} =$ _____.

8. (4 分) 已知两个相似三角形的相似比为 2: 5, 其中较小的三角形面积是 4, 那么另一个三角形的面积为_____.

9. (4 分) 抛物线 $y=2(x-3)^2+4$ 的在对称轴的_____侧的部分上升. (填“左”或“右”)

10. (4 分) 如果二次函数 $y=x^2-8x+m-1$ 的顶点在 x 轴上, 那么 $m=$ _____.

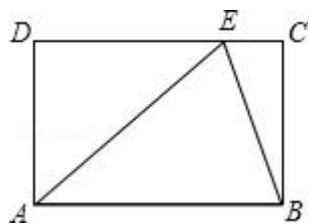
11. (4 分) 如果沿一条斜坡向上前进 20 米, 水平高度升高 10 米, 那么这条斜坡的坡比为_____.

12. (4 分) 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 上部分点的横坐标 x , 纵坐标 y 的对应值如下表:

x	...	-3	-2	-1	0	1	...
y	...	-6	0	4	6	6	...

容易看出, $(-2, 0)$ 是它与 x 轴的一个交点, 则它与 x 轴的另一个交点的坐标为_____.

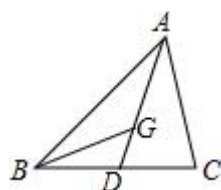
13. (4分) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, 点 E 在边 DC 上, 且 $AD=8$, $AB=AE=17$,
那么 $\tan \angle AEB =$ _____.



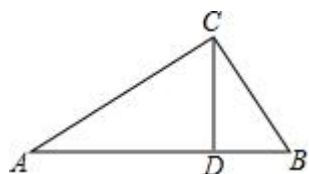
14. (4分) 已知在直角坐标平面内, 以点 $P(1, 2)$ 为圆心, r 为半径画圆, $\odot P$ 与坐标轴恰好有三个交点, 那么 r 的取值是_____.

15. (4分) 半径分别为 20cm 与 15cm 的 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相交于 A 、 B 两点, 如果公共弦 AB 的长为 24cm , 那么圆心距 O_1O_2 的长为_____ cm .

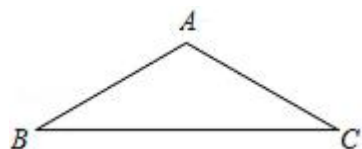
16. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是中线, G 是重心, $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 那么向量 $\overrightarrow{BG}$ 关于 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的分解式为_____.



17. (4分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, CD 是高, 如果 $\angle A=\alpha$, $AC=4$,
那么 $BD=$ _____. (用锐角 α 的三角比表示)

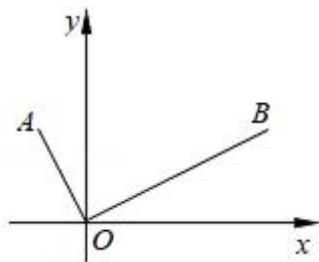


18. (4分) 如图, 在等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle B=30^\circ$. 以点 B 为旋转中心, 旋转 30° , 点 A 、 C 分别落在点 A' 、 C' 处, 直线 AC 、 $A'C'$ 交于点 D , 那么 $\frac{AD}{AC}$ 的值为_____.



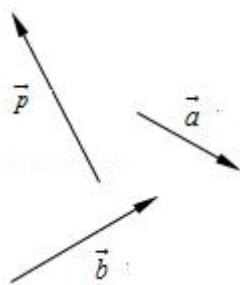
三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (10 分) 如图在平面直角坐标系 xOy 中， O 为坐标原点，点 A 的坐标为 $(-1, 2)$ ，点 B 在第一象限，且 $OB \perp OA$ ， $OB=2OA$ ，求经过 A 、 B 、 O 三点的二次函数解析式.



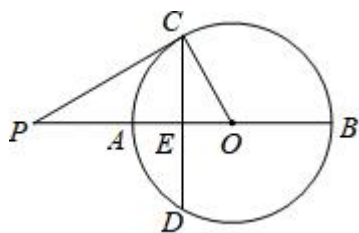
20. (10 分) 如图，已知向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 和 $\vec{p}$ ，求作：

- (1) 向量 $-3\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$.
- (2) 向量 $\vec{p}$ 分别在 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 方向上的分向量.



21. (10 分) 如图，已知 OC 是 $\odot O$ 半径，点 P 在 $\odot O$ 的直径 BA 的延长线上，且 $OC \perp PC$ ，垂足为 C . 弦 CD 垂直平分半径 AO ，垂足为 E ， $PA=6$.

- 求：(1) $\odot O$ 的半径；
- (2) 求弦 CD 的长.



22. (10 分) 歼 - 20 (英文: Chengdu J - 20, 绰号: 威龙, 北约命名: Fire Fang)

是我国自主研发的一款单座、双发动机并具备高隐身性、高态势感知、高机动性等能力的第五代战斗机.

歼-20 在机腹部位有一个主弹仓, 机身两侧的起落架前方各有一个侧弹仓. 歼

-20 的侧弹舱门为一片式结构, 这个弹舱舱门向上开启, 弹舱内滑轨的前端向外探出, 使导弹头部伸出舱外, 再直接点火发射.

如图是歼-20 侧弹舱内部结构图, 它的舱体横截面是等腰梯形 $ABCD$, $AD \parallel BC$,

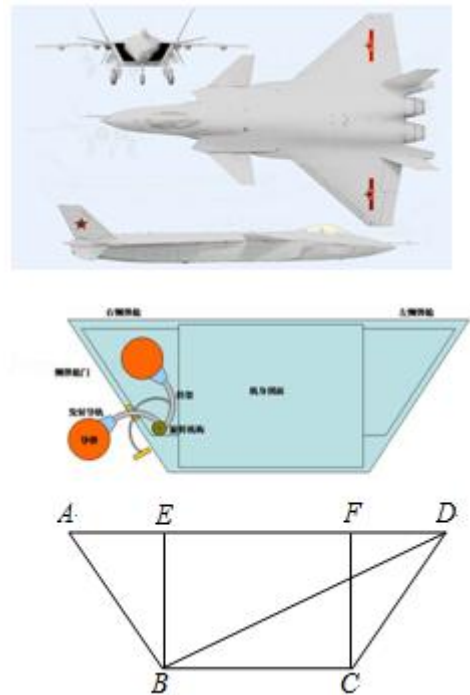
$AB=CD$, $BE \perp AD$, $CF \perp AD$, 侧弹舱宽 $AE=2.3$ 米, 舱底宽 $BC=3.94$ 米,

舱顶与侧弹舱门的夹角 $\angle A=53^\circ$.

求 (1) 侧弹舱门 AB 的长;

(2) 舱顶 AD 与对角线 BD 的夹角的正切值.

(结果精确到 0.01, 参考数据: $\sin 53^\circ \approx 0.799$, $\cos 53^\circ \approx 0.602$, $\tan 53^\circ \approx 1.327$).

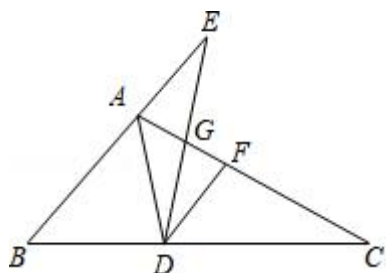


23. (12 分) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=2\angle B$, AD 平分 $\angle BAC$, $DF \parallel$

BE , 点 E 在线段 BA 的延长线上, 联结 DE , 交 AC 于点 G , 且 $\angle E=\angle C$.

(1) 求证: $AD^2=AF \cdot AB$;

(2) 求证: $AD \cdot BE = DE \cdot AB$.

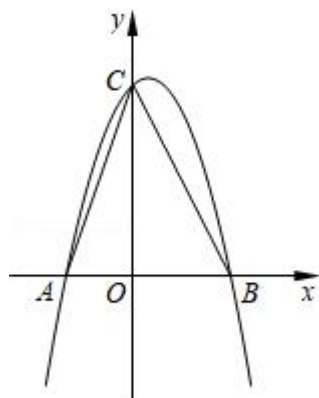


24. (12 分) 抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ ($a \neq 0$) 经过点 $A(-1, 0)$, $B(\frac{3}{2}, 0)$, 且与 y 轴相交于点 C .

(1) 求这条抛物线的表达式;

(2) 求 $\angle ACB$ 的度数;

(3) 设点 D 是所求抛物线第一象限上一点, 且在对称轴的右侧, 点 E 在线段 AC 上, 且 $DE \perp AC$, 当 $\triangle DCE$ 与 $\triangle AOC$ 相似时, 求点 D 的坐标.

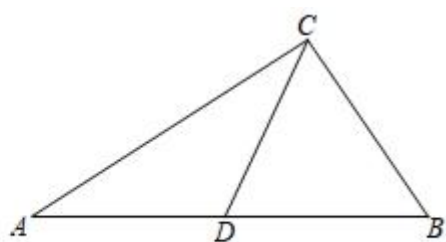
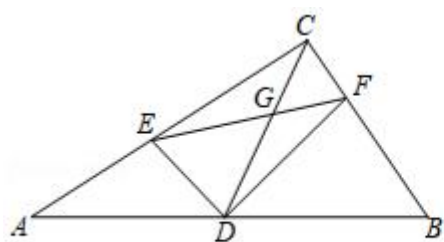


25. (14 分) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 4$, $BC = 3$, CD 是斜边上中线, 点 E 在边 AC 上, 点 F 在边 BC 上, 且 $\angle EDA = \angle FDB$, 联结 EF , DC 交于点 G .

(1) 当 $\angle EDF = 90^\circ$ 时, 求 AE 的长;

(2) $CE = x$, $CF = y$, 求 y 关于 x 的函数关系式, 并指出 x 的取值范围;

(3) 如果 $\triangle CFG$ 是等腰三角形, 求 CF 与 CE 的比值.



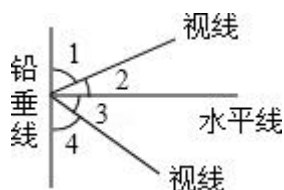
(备用图)

2018 年上海市闵行区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，请选择正确选项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. (4 分) 如图，下列角中为俯角的是 ()



- A. $\angle 1$ B. $\angle 2$ C. $\angle 3$ D. $\angle 4$

【考点】TA：解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题.

【分析】利用仰角与俯角的定义，直接判断得出答案.

【解答】解：根据俯角的定义，首先确定水平线，水平线以下与视线的夹角，即是俯角.

故选：C.

【点评】此题主要考查了俯角的定义，题目比较简单.

2. (4 分) 下列线段中，能成比例的是 ()

- A. 3cm、6cm、8cm、9cm B. 3cm、5cm、6cm、9cm
C. 3cm、6cm、7cm、9cm D. 3cm、6cm、9cm、18cm

【考点】S2：比例线段.

【专题】1：常规题型.

【分析】如果其中两条线段的乘积等于另外两条线段的乘积，则四条线段叫成比例线段.

【解答】解：根据如果其中两条线段的乘积等于另外两条线段的乘积，则四条线

段叫成比例线段.

所给选项中, 只有 D 符合, $3 \times 18 = 6 \times 9$, 故选 D.

【点评】理解成比例线段的概念, 注意在线段两两相乘的时候, 要让最小的和最大的相乘, 另外两条相乘, 看它们的积是否相等进行判断.

3. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AB=4$, $AC=1$, 那么 $\angle B$ 的余弦值为 ()

A. $\frac{\sqrt{15}}{4}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{\sqrt{15}}{15}$

D. $\frac{4\sqrt{17}}{17}$

【考点】T1: 锐角三角函数的定义.

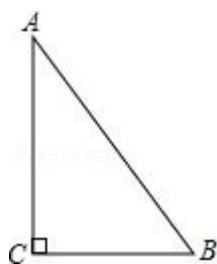
【专题】33: 函数思想.

【分析】根据勾股定理, 可得 BC 的长, 根据角的余弦等于角的邻边比斜边, 可得答案.

【解答】解: 由勾股定理得 $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15}$,

$$\cos \angle B = \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{15}}{4},$$

故选: A.



【点评】本题考查了锐角三角函数的定义, 先求 BC 的长, 再求余弦值.

4. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在 AB 、 AC 的延长线上, 下列不能判定 $DE \parallel BC$ 的条件是 ()

A. $EA: AC = DA: AB$

B. $DE: BC = DA: AB$

C. $EA: EC = DA: DB$

D. $AC: EC = AB: DB$

【考点】S4: 平行线分线段成比例.

【专题】55D：图形的相似.

【分析】根据平行线分线段成比例定理对各个选项进行判断即可.

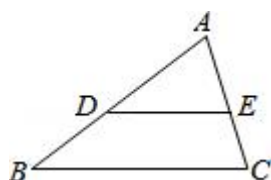
【解答】解：A. $\because EA: AC=AD: AB$, $\therefore DE \parallel BC$, 选项 A 能判定 $DE \parallel BC$;

B. $\because DE: BC=DA: AB$, $\therefore DE \parallel BC$, 选项 B 不能判定 $DE \parallel BC$;

C. $\because EA: EC=DA: DB$, $\therefore DE \parallel BC$, 选项 C 能判定 $DE \parallel BC$;

D. $\because AC: EC=AB: DB$, $\therefore DE \parallel BC$, 选项 D 能判定 $DE \parallel BC$.

故选：B.



【点评】本题考查平行线分线段成比例定理，如果一条直线截三角形的两边（或两边的延长线）所得的对应线段成比例，那么这条直线平行于三角形的第三边.

5. (4 分) 已知抛物线 $c: y=x^2+2x-3$, 将抛物线 c 平移得到抛物线 c' , 如果两条抛物线, 关于直线 $x=1$ 对称, 那么下列说法正确的是 ()

A. 将抛物线 c 沿 x 轴向右平移 $\frac{5}{2}$ 个单位得到抛物线 c'

B. 将抛物线 c 沿 x 轴向右平移 4 个单位得到抛物线 c'

C. 将抛物线 c 沿 x 轴向右平移 $\frac{7}{2}$ 个单位得到抛物线 c'

D. 将抛物线 c 沿 x 轴向右平移 6 个单位得到抛物线 c'

【考点】H6：二次函数图象与几何变换.

【专题】33：函数思想.

【分析】主要是找一个点, 经过平移后这个点与直线 $x=1$ 对称. 抛物线 C 与 y 轴的交点为 $A(0, -3)$, 与 A 点以对称轴对称的点是 $B(2, -3)$. 若将抛物线 C 平移到 C' , 就是要将 B 点平移后以对称轴 $x=1$ 与 A 点对称. 则 B 点

平移后坐标应为 $(4, -3)$. 因此将抛物线 C 向右平移 4 个单位.

【解答】解: $\because$ 抛物线 $C: y=x^2+2x-3=(x+1)^2-4$,

$\therefore$ 抛物线对称轴为 $x=-1$.

$\therefore$ 抛物线与 y 轴的交点为 $A(0, -3)$.

则与 A 点以对称轴对称的点是 $B(2, -3)$.

若将抛物线 C 平移到 C' , 并且 C, C' 关于直线 $x=1$ 对称, 就是要将 B 点平移后以对称轴 $x=1$ 与 A 点对称.

则 B 点平移后坐标应为 $(4, -3)$.

因此将抛物线 C 向右平移 4 个单位.

故选: B .

【点评】主要考查了函数图象的平移, 抛物线与坐标轴的交点坐标的求法, 要求熟练掌握平移的规律: 左加右减, 上加下减.

6. (4 分) 下列命题中正确的个数是 ()

- ①直角三角形的两条直角边长分别是 6 和 8, 那么它的外接圆半径为 $\frac{24}{5}$;
- ②如果两个直径为 10 厘米和 6 厘米的圆, 圆心距为 16 厘米, 那么两圆外切;
- ③过三点可以确定一个圆;
- ④两圆的公共弦垂直平分连心线.

A. 0 个 B. 4 个 C. 2 个 D. 3 个

【考点】O1: 命题与定理.

【专题】17: 推理填空题.

【分析】根据圆周角定理、过三点的圆、两圆的位置关系判断即可.

【解答】解: ①直角三角形的两条直角边长分别是 6 和 8, 那么它的外接圆半径为 5, ①是假命题;

如果两个直径为 10 厘米和 6 厘米的圆，圆心距为 16 厘米，那么两圆外离，②是假命题；

过不在同一直线上的三点可以确定一个圆，③是假命题；

两圆的连心线垂直平分公共弦，④是假命题，

故选：A.

【点评】 本题考查的是命题的真假判断，正确的命题叫真命题，错误的命题叫做假命题. 判断命题的真假关键是要熟悉课本中的性质定理.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. (4 分) 如果 $\frac{a-2}{b} = \frac{2}{3}$, 那么 $\frac{b-a}{a+b} = \frac{1}{5}$.

【考点】 S1: 比例的性质.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 利用比例的性质由 $\frac{a-2}{b} = \frac{2}{3}$ 得到 $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$, 则可设 $a=2t$, $b=3t$, 然后把 $a=2t$, $b=3t$ 代入 $\frac{b-a}{a+b}$ 中进行分式的运算即可.

【解答】 解: $\because \frac{a-2}{b} = \frac{2}{3}$,

$$\therefore \frac{a}{2} = \frac{b}{3},$$

设 $a=2t$, $b=3t$,

$$\therefore \frac{b-a}{a+b} = \frac{3t-2t}{2t+3t} = \frac{1}{5}.$$

故答案为 $\frac{1}{5}$.

【点评】 本题考查了比例的性质: 常用的性质有: 内项之积等于外项之积; 合比性质; 分比性质; 合分比性质; 等比性质.

8. (4 分) 已知两个相似三角形的相似比为 2: 5, 其中较小的三角形面积是 4, 那么另一个三角形的面积为 25.

【考点】 S7: 相似三角形的性质.

【专题】55D：图形的相似.

【分析】设另一个三角形的面积为 x ，然后根据相似三角形面积的比等于相似比的平方列方程求解即可.

【解答】解：设另一个三角形的面积为 x ,

由题意得, $\frac{4}{x} = \left(\frac{2}{5}\right)^2$,

解得 $x=25$.

故答案为：25.

【点评】本题考查对相似三角形性质的理解：(1) 相似三角形周长的比等于相似比；

(2) 相似三角形面积的比等于相似比的平方；

(3) 相似三角形对应高的比、对应中线的比、对应角平分线的比都等于相似比.

9. (4 分) 抛物线 $y=2(x-3)^2+4$ 的在对称轴的__右__侧的部分上升. (填“左”或“右”)

【考点】H3：二次函数的性质.

【专题】17：推理填空题；535：二次函数图象及其性质.

【分析】由 $a=2>0$ 可得出抛物线开口向上，进而即可得出在抛物线对称轴右侧 y 随 x 增大而增大，此题得解.

【解答】解： $\because a=2>0$,

$\therefore$ 抛物线开口向上,

$\therefore$ 在抛物线对称轴右侧, y 随 x 增大而增大.

故答案为：右.

【点评】本题考查了二次函数的性质，牢记二次函数的性质是解题的关键.

10. (4 分) 如果二次函数 $y=x^2-8x+m-1$ 的顶点在 x 轴上，那么 $m=$ 17.

【考点】H3: 二次函数的性质.

【专题】17: 推理填空题; 535: 二次函数图象及其性质.

【分析】由二次函数的顶点在 x 轴上结合二次函数的性质, 即可得出关于 m 的一元一次方程, 解之即可得出结论.

【解答】解: $\because$ 二次函数 $y=x^2-8x+m-1$ 的顶点在 x 轴上,

$$\therefore \frac{4ac-b^2}{4a} = \frac{4(m-1)-(-8)^2}{4} = 0, \text{ 即 } 4m-68=0,$$

$$\therefore m=17.$$

故答案为: 17.

【点评】本题考查了二次函数的性质, 牢记二次函数的顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$ 是解题的关键.

11. (4分) 如果沿一条斜坡向上前进 20 米, 水平高度升高 10 米, 那么这条斜坡的坡比为 1: $\sqrt{3}$.

【考点】T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【专题】1: 常规题型.

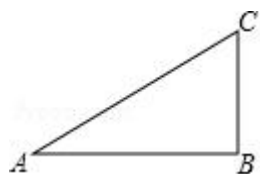
【分析】先求出水平方向上前进的距离, 然后根据坡比=斜坡的垂直高度与水平宽度的比, 把相关数值代入整理为 1: m 的形式即可.

【解答】解: 如图所示: $AC=20$ 米, $BC=10$ 米,

$$\text{则 } AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = 10\sqrt{3} \text{ 米},$$

$$\text{则坡比} = \frac{BC}{AB} = \frac{10}{10\sqrt{3}} = 1: \sqrt{3}.$$

故答案为 1: $\sqrt{3}$.



【点评】 本题考查了解直角三角形的应用 – 坡度坡角问题，坡度是坡面的铅直高度 h 和水平宽度 l 的比，又叫做坡比，它是一个比值，反映了斜坡的陡峭程度，一般用 i 表示，常写成 $i=1:m$ 的形式.

12. (4 分) 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 上部分点的横坐标 x , 纵坐标 y 的对应值如下表:

x	...	-3	-2	-1	0	1	...
y	...	-6	0	4	6	6	...

容易看出, $(-2, 0)$ 是它与 x 轴的一个交点, 则它与 x 轴的另一个交点的坐标为 $(3, 0)$.

【考点】 HA: 抛物线与 x 轴的交点.

【专题】 27: 图表型.

【分析】 根据 $(0, 6)$ 、 $(1, 6)$ 两点求得对称轴, 再利用对称性解答即可.

【解答】 解: $\because$ 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过 $(0, 6)$ 、 $(1, 6)$ 两点,

$$\therefore \text{对称轴 } x = \frac{0+1}{2} = \frac{1}{2};$$

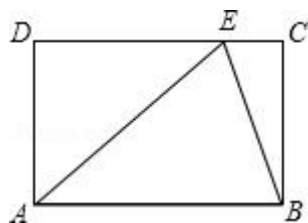
点 $(-2, 0)$ 关于对称轴对称点为 $(3, 0)$,

因此它与 x 轴的另一个交点的坐标为 $(3, 0)$.

【点评】 本题考查了二次函数的对称性.

13. (4 分) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, 点 E 在边 DC 上, 且 $AD=8$, $AB=AE=17$,

那么 $\tan \angle AEB =$ 4.



【考点】 LB: 矩形的性质; T7: 解直角三角形.

【专题】556：矩形 菱形 正方形.

【分析】如图，过点 E 作 $EF \perp AB$ 于 F，则四边形 EFBC 为矩形，且在直角 $\triangle AEF$ 中，由勾股定理求得 AF 的长度，继而得到 BF 的长度，由等腰 $\triangle ABF$ 的性质推知 $\tan \angle AEB = \tan \angle ABE = \frac{EF}{BF}$ ，得解.

【解答】解：如图，过点 E 作 $EF \perp AB$ 于 F，则四边形 EFBC 为矩形，

$\therefore EF = AD = BC = 8$ ， $EF \perp AF$ ，

在直角 $\triangle AEF$ 中， $AE = 17$ ， $EF = 8$ ，由勾股定理知， $AF = \sqrt{AE^2 - EF^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$.

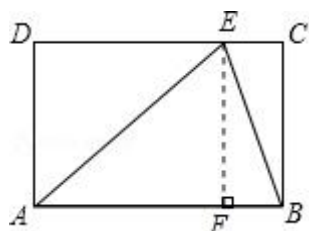
$\therefore BF = AB - AF = 17 - 15 = 2$ ，

$\therefore AB = AE$ ，

$\therefore \angle AEB = \angle ABE$ ，

$\therefore \tan \angle AEB = \tan \angle ABE = \frac{EF}{BF} = \frac{8}{2} = 4$.

故答案是：4.



【点评】考查了矩形的性质和解直角三角形，根据题意作出辅助线的解题的难点.

14. (4 分) 已知在直角坐标平面内，以点 P (1, 2) 为圆心，r 为半径画圆， $\odot$

P 与坐标轴恰好有三个交点，那么 r 的取值是 2 或 $\sqrt{5}$.

【考点】D5：坐标与图形性质；MB：直线与圆的位置关系.

【专题】55：几何图形.

【分析】由以点 P (1, 2) 为圆心，r 为半径画圆，与坐标轴恰好有三个交点，

可得 $\odot P$ 与 x 轴相切或 $\odot P$ 过原点，然后分别分析求解即可求得答案.

【解答】解：∵以点 P (1, 2) 为圆心，r 为半径画圆，与坐标轴恰好有三个交点，

∴⊙P 与 x 轴相切（如图 1）或⊙P 过原点（如图 2），

当⊙P 与 x 轴相切时，r=2；

当⊙P 过原点时， $r=OP=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$ 。

∴r=2 或 $\sqrt{5}$ 。

故答案为：2 或 $\sqrt{5}$ ；

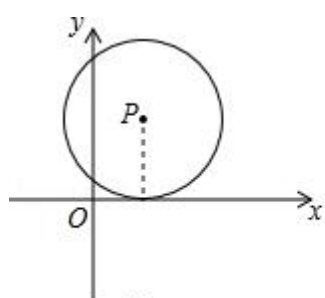


图1

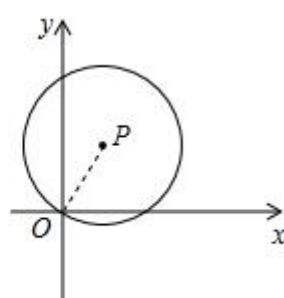


图2

【点评】此题考查了直线与圆的位置关系以及坐标与图形的性质. 此题难度适中，注意掌握数形结合思想与分类讨论思想的应用。

15. (4 分) 半径分别为 20cm 与 15cm 的⊙O₁与⊙O₂相交于 A、B 两点，如果公共弦 AB 的长为 24cm，那么圆心距 O₁O₂ 的长为 25 或 7 cm.

【考点】 M2：垂径定理；ML：相交两圆的性质.

【专题】 55：几何图形.

【分析】利用连心线垂直平分公共弦的性质，构造直角三角形利用勾股定理及有关性质解题.

【解答】解：如图，∵⊙O₁与⊙O₂相交于 A、B 两点，

∴O₁O₂ ⊥ AB，且 AD=BD；

又∵AB=24 厘米，

∴AD=12 厘米，

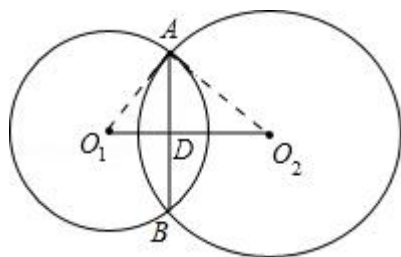
∴ 在 $\text{Rt}\triangle AO_1D$ 中，根据勾股定理知 $O_1D=9$ 厘米；

在 $\text{Rt}\triangle AO_2D$ 中，根据勾股定理知 $O_2D=16$ 厘米，

∴ $O_1O_2=O_1D+O_2D=25$ 厘米；

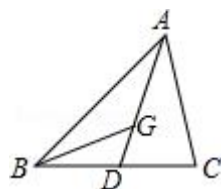
同理知，当小圆圆心在大圆内时，解得 $O_1O_2=16$ 厘米 $- 9$ 厘米 $=7$ 厘米.

故答案是：25 或 7；



【点评】 本题主要考查了圆与圆的位置关系，勾股定理等知识点. 注意，解题时要分类讨论，以防漏解.

16. (4 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD 是中线， G 是重心， $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ ， $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$ ，那么向量 $\overrightarrow{BG}$ 关于 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的分解式为 $-\frac{1}{3}\vec{b}-\frac{2}{3}\vec{a}$.



【考点】 K5: 三角形的重心; LM: *平面向量.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 根据重心定理求出 $\overrightarrow{GD}$ ，再利用三角形法则求出 $\overrightarrow{BG}$ 即可.

【解答】 解：∵ $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\vec{b}-\vec{a}$,

∵ AD 是中线，

$$\therefore \overrightarrow{BD}=\frac{1}{2}(\vec{b}-\vec{a})=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB},$$

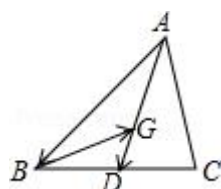
$$\therefore \overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}(\vec{b}+\vec{a}),$$

根据三角形的重心定理， $AG=\frac{2}{3}AD$,

于是 $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{b} + \overrightarrow{a})$.

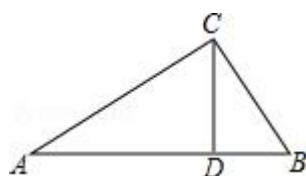
故 $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AG} - \overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{b} - \frac{2}{3}\overrightarrow{a}$.

故答案为: $\frac{1}{3}\overrightarrow{b} - \frac{2}{3}\overrightarrow{a}$



【点评】 此题考查了平面向量的三角形法则和重心定理 (三角形的重心是各中线的交点, 重心定理是说三角形顶点到重心的距离等于该顶点对边上中线长的 $\frac{2}{3}$), 难度不大.

17. (4 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, CD 是高, 如果 $\angle A=\alpha$, $AC=4$, 那么 $BD=$ $4\sin\alpha\tan\alpha$. (用锐角 α 的三角比表示)



【考点】 T1: 锐角三角函数的定义.

【专题】 33: 函数思想.

【分析】 首先由已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, CD 是高, 得出 $\angle BCD=\angle A=\alpha$, 由直角 $\triangle ACD$ 求得 CD , 再由直角 $\triangle BCD$ 求出 BD .

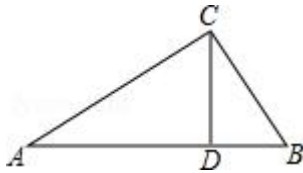
【解答】 解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, CD 是高,

$$\therefore \angle BCD = \angle A = \alpha,$$

$$\therefore CD = AC \cdot \sin\alpha = 4\sin\alpha,$$

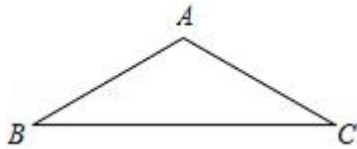
$$\therefore BD = CD \tan\alpha = 4\sin\alpha \tan\alpha.$$

故答案为: $4\sin\alpha\tan\alpha$.



【点评】此题考查的知识点是解直角三角形，关键是先由已知得出 $\angle BCD = \angle A = \alpha$ ，然后利用两个直角三角形求解。

18. (4 分) 如图，在等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle B = 30^\circ$ 。以点 B 为旋转中心，旋转 30° ，点 A、C 分别落在点 A'、C' 处，直线 AC、A'C' 交于点 D，那么 $\frac{AD}{AC}$ 的值为 $\sqrt{3} - 1$ 或 $2 - \sqrt{3}$ 。



【考点】KH：等腰三角形的性质；KO：含 30° 度角的直角三角形；R2：旋转的性质。

【专题】11：计算题。

【分析】作 $AH \perp BC$ 于 H，如图，设 $AH = 1$ ，计算出 $AB = 2$ ， $BH = \sqrt{3}$ ，则 $BC = 2\sqrt{3}$ ，分类讨论：当 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转 30° 得到 $\triangle A'BC'$ ，如图 1，利用旋转的性质得 $\angle ABA' = \angle CBC' = 30^\circ$ ， $BC' = BC = 2\sqrt{3}$ ， $\angle C = \angle C' = 30^\circ$ ，则 $\angle BEC' = 90^\circ$ ，再计算出 $BE = \frac{1}{2}BC' = \sqrt{3}$ ， $AE = 2 - \sqrt{3}$ ，接着利用 $\angle DAB = 60^\circ$ 得到 $AD = 2AE = 2(2 - \sqrt{3})$ ，于是可计算出 $\frac{AD}{AC}$ 的值；当 $\triangle ABC$ 绕点 B 逆时针旋转 30° 得到 $\triangle A'BC'$ ，如图 2，证明 $\angle ADC' = \angle C'$ 得到 $AD = AC' = 2\sqrt{3} - 2$ ，然后计算 $\frac{AD}{AC}$ 的值。

【解答】解：作 $AH \perp BC$ 于 H，如图，设 $AH = 1$ ，

$\therefore AB = AC$ ，

$\therefore BH = CH$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABH$ 中, $\because \angle ABC=30^\circ$,

$$\therefore AB=2AH=2, \quad BH=\sqrt{3}AH=\sqrt{3},$$

$$\therefore BC=2\sqrt{3},$$

当 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转 30° 得到 $\triangle A'BC'$, 如图 1, $A'C'$ 交 AB 于 E ,

$$\therefore \angle ABA'=\angle CBC'=30^\circ, \quad BC'=BC=2\sqrt{3}, \quad \angle C=\angle C'=30^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC'=60^\circ,$$

$$\therefore \angle BEC'=90^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle BC'E$ 中, $BE=\frac{1}{2}BC'=\sqrt{3}$,

$$\therefore AE=2-\sqrt{3},$$

$$\therefore \angle DAB=\angle ABC+\angle C=60^\circ,$$

$$\therefore AD=2AE=2(2-\sqrt{3}),$$

$$\therefore \frac{AD}{AC}=\frac{2(2-\sqrt{3})}{2}=2-\sqrt{3};$$

当 $\triangle ABC$ 绕点 B 逆时针旋转 30° 得到 $\triangle A'BC'$, 如图 2,

$$\therefore \angle ABA'=\angle CBC'=30^\circ, \quad BC'=BC=2\sqrt{3}, \quad \angle C=\angle C'=30^\circ,$$

$$\therefore \angle CBC'=60^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC'=30^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC'=\angle C',$$

$$\therefore AD=AC'=BC'-AB=2\sqrt{3}-2,$$

$$\therefore \frac{AD}{AC}=\frac{2\sqrt{3}-2}{2}=\sqrt{3}-1,$$

综上所述, $\frac{AD}{AC}$ 的值为 $\sqrt{3}-1$ 或 $2-\sqrt{3}$.

故答案为 $\sqrt{3}-1$ 或 $2-\sqrt{3}$.

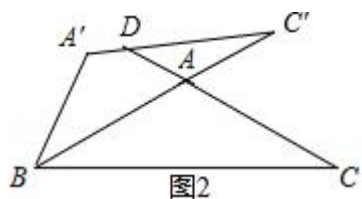


图2

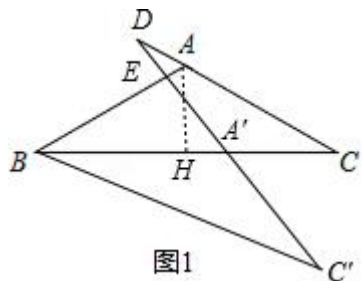
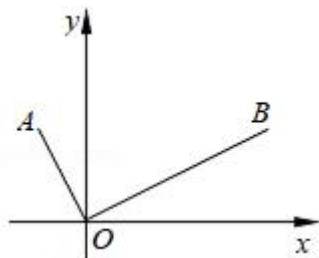


图1

【点评】 本题考查了旋转的性质：对应点到旋转中心的距离相等；对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角；旋转前、后的图形全等．也考查了等腰三角形的性质和含 30° 度的直角三角形三边的关系．

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (10 分) 如图在平面直角坐标系 xOy 中， O 为坐标原点，点 A 的坐标为 $(-1, 2)$ ，点 B 在第一象限，且 $OB \perp OA$ ， $OB=2OA$ ，求经过 A 、 B 、 O 三点的二次函数解析式．

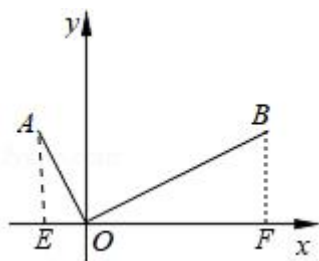


【考点】 H8：待定系数法求二次函数解析式；S9：相似三角形的判定与性质．

【专题】 535：二次函数图象及其性质．

【分析】 如图作 $AE \perp x$ 轴于 E ， $BF \perp x$ 轴于 F ．构造相似三角形求出点 B 坐标，利用待定系数法即可解决问题；

【解答】 解：如图作 $AE \perp x$ 轴于 E ， $BF \perp x$ 轴于 F ．



$$\therefore OA \perp OB,$$

$$\therefore \angle AEO = \angle AOB = \angle OFB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOE + \angle A = 90^\circ, \quad \angle AOE + \angle BOF = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AOE \sim \triangle OBF,$$

$$\therefore \frac{AE}{OF} = \frac{OE}{BF} = \frac{OA}{OB} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore AE = 2, \quad OE = 1,$$

$$\therefore OF = 4, \quad BF = 2,$$

$$\therefore B(4, 2),$$

$\therefore$ 抛物线经过原点，所以可以假设抛物线的解析式为 $y = ax^2 + bx$,

$$\text{把 } A(-1, 2), B(4, 2) \text{ 代入得到 } \begin{cases} a - b = 2 \\ 16a + 4b = 2 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{3}{2} \end{cases},$$

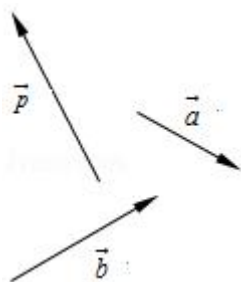
$$\therefore y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x;$$

【点评】 本题考查二次函数的性质、待定系数法、相似三角形的判定和性质等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造相似三角形解决问题，所以中考常考题型.

20. (10分) 如图，已知向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 和 $\vec{p}$ ，求作：

(1) 向量 $-3\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$.

(2) 向量 $\vec{p}$ 分别在 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 方向上的分向量.



【考点】LM: *平面向量.

【专题】13: 作图题; 5: 特定专题.

【分析】(1) 根据三角形法则画出图形即可;

(2) 应用平行四边形法则画出图形即可;

【解答】解: (1) 向量 $\overrightarrow{AC} = -3\overrightarrow{a} + \frac{1}{2}\overrightarrow{b}$, 如图 1 中所示:

(2) 向量 $\overrightarrow{p}$ 分别在 $\overrightarrow{a}$ 、 $\overrightarrow{b}$ 方向上的分向量 $\overrightarrow{OF}$ 、 $\overrightarrow{OE}$ 如图所示;

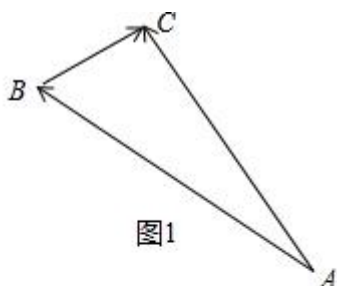


图1

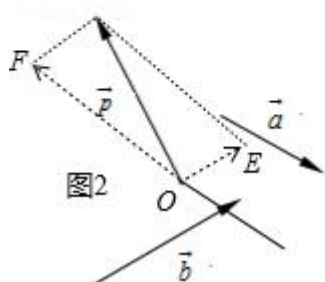


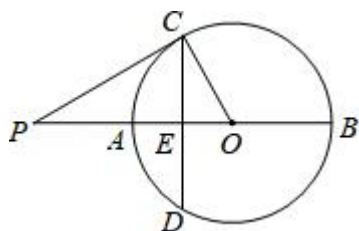
图2

【点评】本题考查平面向量的加减法则，解题的关键是熟练掌握平面向量的加减法则，注意平面向量的加减适合加法交换律以及结合律，适合去括号法则.

21. (10 分) 如图，已知 OC 是 $\odot O$ 半径，点 P 在 $\odot O$ 的直径 BA 的延长线上，且 $OC \perp PC$ ，垂足为 C . 弦 CD 垂直平分半径 AO ，垂足为 E ， $PA=6$.

求: (1) $\odot O$ 的半径;

(2) 求弦 CD 的长.



【考点】KG：线段垂直平分线的性质；M2：垂径定理.

【专题】55C：与圆有关的计算.

【分析】(1) 设 $OC=x$ ，证明 $\triangle CEO \sim \triangle PCO$ ，得 $\frac{CO}{OE} = \frac{OP}{OC}$ ，代入 x 可得结论；

(2) 由勾股定理得 CE 的长，根据垂径定理可得 CD 的长.

【解答】解：(1) 设 $OC=x$ ，

$\therefore$ 弦 CD 垂直平分半径 AO ，

$$\therefore OE = \frac{1}{2}OA = \frac{1}{2}x,$$

$\therefore PC \perp OC$ ， $CD \perp OP$ ，

$\therefore \angle PCO = \angle CEO = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle P + \angle COP = 90^\circ$ ， $\angle ECO + \angle COP = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle P = \angle ECO$ ，

$\therefore \triangle CEO \sim \triangle PCO$ ，

$$\therefore \frac{CO}{OE} = \frac{OP}{OC},$$

$$\therefore \frac{x}{\frac{1}{2}x} = \frac{6+x}{x},$$

$$x=6$$

则 $\odot O$ 的半径为 6；

(2) 由 (1) 得： $OC=6$ ， $OE=3$ ，

由勾股定理得： $CE = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$ ，

$\therefore CD \perp OA$ ，

$$\therefore CD=2CE=6\sqrt{3}.$$

【点评】 本题考查了垂径定理，线段垂直平分线的性质，相似三角形的判定与性质：在判定两个三角形相似时，应注意利用图形中已有的公共角、公共边等隐含条件，以充分发挥基本图形的作用.

22. (10 分) 歼 - 20 (英文: Chengdu J - 20, 绰号: 威龙, 北约命名: Fire Fang)

是我国自主研发的一款单座、双发动机并具备高隐身性、高态势感知、高机动性等能力的第五代战斗机.

歼 - 20 在机腹部位有一个主弹仓, 机身两侧的起落架前方各有一个侧弹仓. 歼

- 20 的侧弹舱门为一片式结构, 这个弹舱舱门向上开启, 弹舱内滑轨的前端向外探出, 使导弹头部伸出舱外, 再直接点火发射.

如图是歼 - 20 侧弹舱内部结构图, 它的舱体横截面是等腰梯形 $ABCD$, $AD \parallel BC$,

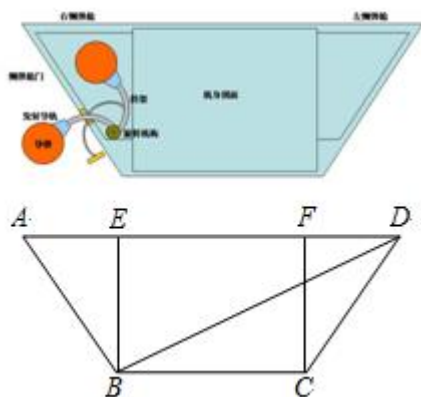
$AB=CD$, $BE \perp AD$, $CF \perp AD$, 侧弹舱宽 $AE=2.3$ 米, 舱底宽 $BC=3.94$ 米,

舱顶与侧弹舱门的夹角 $\angle A=53^\circ$.

求 (1) 侧弹舱门 AB 的长;

(2) 舱顶 AD 与对角线 BD 的夹角的正切值.

(结果精确到 0.01, 参考数据: $\sin 53^\circ \approx 0.799$, $\cos 53^\circ \approx 0.602$, $\tan 53^\circ \approx 1.327$).



【考点】T9：解直角三角形的应用－坡度坡角问题.

【专题】1：常规题型.

【分析】(1) 在直角 $\triangle ABE$ 中，利用余弦函数的定义即可求出AB的长；

(2) 解直角 $\triangle ABE$ ，求出 $BE=AE \cdot \tan \angle A \approx 3.05$ 米，根据等腰梯形以及矩形的性质得出 $CF=BE \approx 3.05$ 米， $CD=AB \approx 3.82$ 米， $EF=BC=3.94$ 米. 再解直角 $\triangle CDF$ ，求出 $DF=\sqrt{CD^2 - CF^2} \approx 2.30$ 米，那么 $DE=EF+DF \approx 6.24$ 米，然后在直角 $\triangle BDE$ 中利用正切函数的定义即可求解.

【解答】解：(1) 在直角 $\triangle ABE$ 中， $\because \angle AEB=90^\circ$ ， $\angle A=53^\circ$ ， $AE=2.3$ 米，

$$\therefore AB = \frac{AE}{\cos \angle A} \approx \frac{2.3}{0.602} \approx 3.82 \text{ (米)}.$$

故侧弹舱门AB的长约为3.82米；

(2) 在直角 $\triangle ABE$ 中， $\because \angle AEB=90^\circ$ ， $\angle A=53^\circ$ ， $AE=2.3$ 米，

$$\therefore BE = AE \cdot \tan \angle A \approx 2.3 \times 1.327 \approx 3.05 \text{ (米)}.$$

由题意，可得 $CF=BE \approx 3.05$ 米， $CD=AB \approx 3.82$ 米， $EF=BC=3.94$ 米.

在直角 $\triangle CDF$ 中, $\therefore \angle CFD=90^\circ$,

$$\therefore DF=\sqrt{CD^2-CF^2}\approx\sqrt{3.82^2-3.05^2}\approx 2.30 \text{ (米)},$$

$$\therefore DE=EF+DF\approx 3.94+2.30=6.24 \text{ (米)},$$

$$\therefore \tan \angle ADB=\frac{BE}{DE}\approx \frac{3.05}{6.24}\approx 0.49.$$

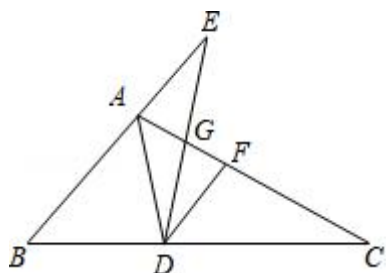
【点评】本题考查了解直角三角形的应用－坡度坡角问题, 锐角三角函数的定义, 等腰梯形、矩形的性质, 勾股定理等知识, 构造直角三角形将实际问题转化为数学问题是解题的关键.

23. (12分) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=2\angle B$, AD 平分 $\angle BAC$, $DF\parallel$

BE , 点 E 在线段 BA 的延长线上, 联结 DE , 交 AC 于点 G , 且 $\angle E=\angle C$.

(1) 求证: $AD^2=AF\cdot AB$;

(2) 求证: $AD\cdot BE=DE\cdot AB$.



【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】 14: 证明题.

【分析】 (1) 只要证明 $\triangle FAD\sim\triangle DAB$, 可得 $\frac{FA}{AD}=\frac{AD}{AB}$, 延长即可解决问题;

(2) 只要证明 $\triangle CAD\cong\triangle EBD$, 可得 $AC=BE$, 再证明 $\triangle EBD\sim\triangle CBA$, 可得

$$\frac{DE}{AC}=\frac{BD}{AB}, \text{ 由 } BD=AD, AC=BE, \text{ 可得 } AD\cdot BE=DE\cdot AB;$$

【解答】 证明: (1) $\because \angle BAC=2\angle B$, $\angle DAB=\angle DAC$,

$$\therefore \angle B=\angle DAB,$$

$$\therefore DF\parallel AB,$$

$$\therefore \angle ADF = \angle BAD,$$

$$\therefore \angle FAD = \angle FDA = \angle B = \angle BAD,$$

$$\therefore \triangle FAD \sim \triangle DAB,$$

$$\therefore \frac{FA}{AD} = \frac{AD}{AB},$$

$$\therefore AD^2 = AF \cdot AB.$$

$$(2) \because \angle B = \angle DAB,$$

$$\therefore DA = DB,$$

$$\because \angle E = \angle C, \quad \angle CAD = \angle B,$$

$$\therefore \triangle CAD \cong \triangle EBD,$$

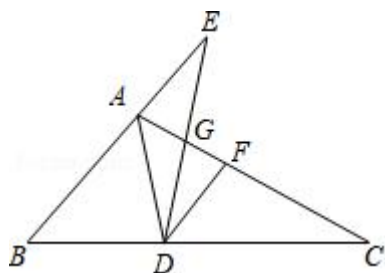
$$\therefore AC = BE,$$

$$\because \angle E = \angle C, \quad \angle B = \angle B,$$

$$\therefore \triangle EBD \sim \triangle CBA,$$

$$\therefore \frac{DE}{AC} = \frac{BD}{AB}, \quad \because BD = AD, \quad AC = BE,$$

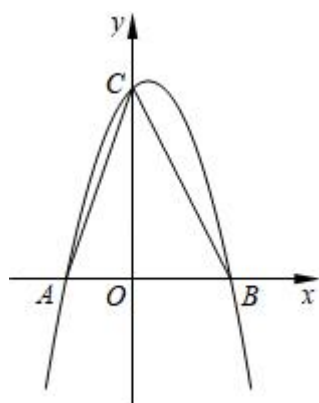
$$\therefore AD \cdot BE = DE \cdot AB.$$



【点评】 本题考查相似三角形的判定和性质，全等三角形的判定和性质等知识，解题的关键是正确寻找相似三角形或全等三角形解决问题，属于中考常考题型.

24. (12 分) 抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ ($a \neq 0$) 经过点 A $(-1, 0)$, B $(\frac{3}{2}, 0)$, 且与 y 轴相交于点 C.

- (1) 求这条抛物线的表达式；
- (2) 求 $\angle ACB$ 的度数；
- (3) 设点 D 是所求抛物线第一象限上一点，且在对称轴的右侧，点 E 在线段 AC 上，且 $DE \perp AC$ ，当 $\triangle DCE$ 与 $\triangle AOC$ 相似时，求点 D 的坐标.



【考点】HF：二次函数综合题.

【专题】15：综合题.

【分析】(1) 先求得点 $C(0, 3)$ 的坐标，然后设抛物线的解析式为 $y = a(x+1)(x - \frac{3}{2})$ ，最后，将点 C 的坐标代入求得 a 的值即可；

(2) 过点 B 作 $BM \perp AC$ ，垂足为 M ，过点 M 作 $MN \perp OA$ ，垂足为 N . 先求得 AC 的解析式，然后再求得 BM 的解析式，从而可求得点 M 的坐标，依据两点间的距离公式可求得 $MC=BM$ ，最后，依据等腰直角三角形的性质可得到 $\angle ACB$ 的度数；

(3) 如图 2 所示：延长 CD ，交 x 轴与点 E . 依据题意可得到 $\angle ECD > 45^\circ$ ，然后依据相似三角形的性质可得到 $\angle CAO = \angle ECD$ ，则 $CE=AE$ ，设点 E 的坐标为 $(a, 0)$ ，依据两点间的距离公式可得到 $(a+1)^2 = 3^2 + a^2$ ，从而可得到点 E 的坐标，然后再求得 CE 的解析式，最后求得 CE 与抛物线的交点坐标即可.

【解答】解：(1) 当 $x=0$ ， $y=3$ ，

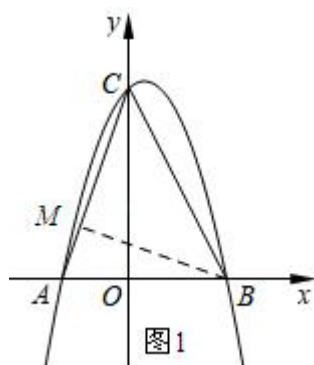
∴ C (0, 3).

设抛物线的解析式为 $y=a(x+1)(x-\frac{3}{2})$.

将 C (0, 3) 代入得: $-\frac{3}{2}a=3$, 解得: $a=-2$,

∴ 抛物线的解析式为 $y=-2x^2+x+3$.

(2) 过点 B 作 $BM \perp AC$, 垂足为 M, 过点 M 作 $MN \perp OA$, 垂足为 N.



∵ OC=3, AO=1,

∴ $\tan \angle CAO=3$.

∴ 直线 AC 的解析式为 $y=3x+3$.

∵ $AC \perp BM$,

∴ BM 的一次项系数为 $-\frac{1}{3}$.

设 BM 的解析式为 $y=-\frac{1}{3}x+b$, 将点 B 的坐标代入得: $-\frac{1}{3} \times \frac{3}{2}+b=0$, 解得 $b=\frac{1}{2}$.

∴ BM 的解析式为 $y=-\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}$.

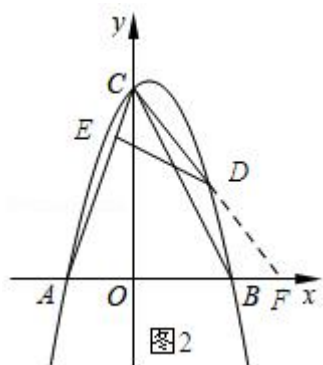
将 $y=3x+3$ 与 $y=-\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}$ 联立解得: $x=-\frac{3}{4}$, $y=\frac{3}{4}$.

∴ $MC=BM=\sqrt{(\frac{3}{4})^2+(\frac{9}{4})^2}=\frac{3\sqrt{10}}{4}$.

∴ $\triangle MCB$ 为等腰直角三角形.

∴ $\angle ACB=45^\circ$.

(3) 如图 2 所示: 延长 CD, 交 x 轴与点 F.



$\because \angle ACB=45^\circ$ ，点 D 是第一象限抛物线上一点，

$\therefore \angle ECD > 45^\circ$.

又 $\because \triangle DCE$ 与 $\triangle AOC$ 相似， $\angle AOC = \angle DEC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle CAO = \angle ECD$.

$\therefore CF = AF$.

设点 F 的坐标为 $(a, 0)$ ，则 $(a+1)^2 = 3^2 + a^2$ ，解得 $a=4$.

$\therefore F(4, 0)$.

设 CF 的解析式为 $y=kx+3$ ，将 $F(4, 0)$ 代入得： $4k+3=0$ ，解得： $k=-\frac{3}{4}$.

$\therefore CF$ 的解析式为 $y=-\frac{3}{4}x+3$.

将 $y=-\frac{3}{4}x+3$ 与 $y=-2x^2+x+3$ 联立：解得： $x=0$ （舍去）或 $x=\frac{7}{8}$.

将 $x=\frac{7}{8}$ 代入 $y=-\frac{3}{4}x+3$ 得： $y=\frac{75}{32}$.

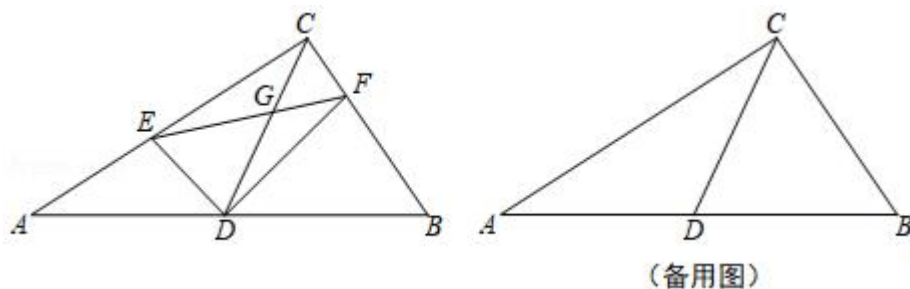
$\therefore D(\frac{7}{8}, \frac{75}{32})$.

【点评】 本题主要考查的是二次函数的综合应用，解答本题主要应用了待定系数法求一次函数、二次函数的解析式、两点间距离公式的应用、相似三角形的性质、等腰三角形的判定，依据相似三角形的性质、等腰三角形的判定定理得到 $AF=CF$ 是解题的关键.

25. (14 分) 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=4$ ， $BC=3$ ， CD 是斜边上中线，点 E 在边 AC 上，点 F 在边 BC 上，且 $\angle EDA = \angle FDB$ ，联结 EF 、

DC 交于点 G.

- (1) 当 $\angle EDF=90^\circ$ 时, 求 AE 的长;
- (2) $CE=x$, $CF=y$, 求 y 关于 x 的函数关系式, 并指出 x 的取值范围;
- (3) 如果 $\triangle CFG$ 是等腰三角形, 求 CF 与 CE 的比值.



【考点】SO: 相似形综合题.

【专题】15: 综合题.

- 【分析】(1) 先求出 $AB=5$, 进而求出 AD, 再用 AE 表示出 AN, EN, DN, 最后用 $AN+DN=AD$ 求出 AE;
- (2) 先用锐角三角函数, 用 x 表示出 AN, EN, 进而得出 DN, 同理: 用 y 表示出 FM, DM, 再用 $\triangle DEN \sim \triangle DFM$ 得出比例式建立方程求解即可;
- (3) 分三种情况, $CG=FG$, 判断出 $\angle CFG=\angle FCG$, 即可得出 $\frac{CE}{AC}=\frac{CF}{BC}$, 即可, 后面两种情况, 构造出相似三角形, 建立方程即可得出结论.

【解答】解: (1) 如图 1,

在 $Rt\triangle ABC$ 中, $AC=4$, $BC=3$, 根据勾股定理得, $AB=5$,

$\therefore CD$ 是斜边上中线,

$$\therefore AD=BD=\frac{1}{2}AB=\frac{5}{2},$$

$$\therefore \sin A=\frac{3}{5}, \cos A=\frac{4}{5},$$

过点 E 作 $EN \perp AB$,

$$\therefore EN=AE \sin A=\frac{3}{5}AE, AN=\frac{4}{5}AE,$$

$$\therefore \angle EDF=90^{\circ},$$

$$\therefore \angle ADE+\angle BDF=90^{\circ},$$

$$\therefore \angle ADE=\angle BDF,$$

$$\therefore \angle ADE=45^{\circ},$$

$$\therefore DN=EN=\frac{3}{5}AE,$$

$$\therefore AD=AN+DN=\frac{7}{5}AE=\frac{5}{2},$$

$$\therefore AE=\frac{25}{14};$$

$$(2) \text{ 如图 1, } \therefore AC=4, CE=x, \therefore AE=4-x,$$

过点 E 作 $EN \perp AB$ 于 N, 过 F 作 $FM \perp AB$ 于 M,

$$\text{在 Rt}\triangle AEN \text{ 中, } EN=\frac{3}{5}(4-x), AN=\frac{4}{5}(4-x),$$

$$\therefore DN=AD-AN=\frac{5}{2}-\frac{4}{5}(4-x)=\frac{1}{10}(8x-7),$$

$$\text{同理: } FM=\frac{4}{5}(3-y), DM=\frac{1}{10}(6y+7),$$

$$\therefore \angle ADE=\angle BDE, \angle DNE=\angle MDF=90^{\circ},$$

$$\therefore \triangle DEN \sim \triangle DFM,$$

$$\therefore \frac{DN}{DM}=\frac{EN}{FM},$$

$$\therefore \frac{\frac{1}{10}(8x-7)}{\frac{1}{10}(6y+7)}=\frac{\frac{3}{5}(4-x)}{\frac{4}{5}(3-y)},$$

$$\therefore y=\frac{117x-168}{14x+44},$$

$$\therefore y \geq 0,$$

$$\therefore \frac{117x-168}{14x+44} \geq 0,$$

$$\therefore x \geq \frac{56}{39},$$

$$\text{即: } \frac{56}{39} \leq x < 4,$$

$$\therefore y = \frac{117x-168}{14x+44}, \quad \left(\frac{56}{39} \leq x < 4\right)$$

(3) $\because$ CD 是 Rt $\triangle ABC$ 的斜边的中线,

$$\therefore \angle ACD = \angle A, \quad \angle BCD = \angle B,$$

$$\therefore \sin A = \frac{3}{5} = \cos B, \quad \cos A = \frac{4}{5} = \sin B,$$

$\therefore \triangle CFG$ 是等腰三角形,

$$\therefore \textcircled{1} CG = FG,$$

$$\therefore \angle CFG = \angle FCG,$$

$$\therefore \angle CFG = \angle B,$$

$$\therefore EF \parallel AB,$$

$$\therefore \angle EDA = \angle FDB,$$

$$\therefore \angle DEF = \angle DFE,$$

$$\therefore DE = DF,$$

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle BDF$ 中,

$$\begin{cases} DE = DF \\ \angle ADE = \angle BDF, \\ AD = BD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle BDF \quad (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle A = \angle B,$$

$$\therefore AC = BC,$$

而 $AC = 4$, $BC = 3$,

所以, 此种情况不存在;

$$\textcircled{2} GF = CF = y,$$

过点 F 作 $FQ \perp CD$ 于 Q, 过点 E 作 $EP \perp CD$ 于 P,

在 $Rt\triangle CFQ$ 中, $FQ = \frac{4}{5}y$, $CQ = \frac{3}{5}y = QG$,

$$\therefore CG = 2CQ = \frac{6}{5}y,$$

在 $Rt\triangle CEP$ 中, $EP = \frac{3}{5}x$, $CP = \frac{4}{5}x$,

$$\therefore PG = CP - CG = \frac{4}{5}x - \frac{6}{5}y = \frac{2}{5}(2x - 3y),$$

$\therefore EP \perp CD$, $FQ \perp CD$,

$\therefore PE \parallel FQ$,

$$\therefore \frac{PE}{FQ} = \frac{PG}{QG},$$

$$\therefore \frac{\frac{3}{5}x}{\frac{4}{5}y} = \frac{\frac{2}{5}(2x-3y)}{\frac{3}{5}y},$$

$$\therefore \frac{y}{x} = \frac{7}{24},$$

$$\text{即: } \frac{CF}{CE} = \frac{7}{24},$$

③ $CG = CF = y$,

由①知, $FQ = \frac{4}{5}y$, $CQ = \frac{3}{5}y$,

$$\therefore QG = CG - CQ = \frac{2}{5}y,$$

由①知, $EP = \frac{3}{5}x$, $CP = \frac{4}{5}x$,

$$\therefore PG = CP - CG = \frac{4}{5}x - y,$$

$\therefore EP \perp CD$, $FQ \perp CD$,

$\therefore PE \parallel FQ$,

$$\therefore \frac{PE}{FQ} = \frac{PG}{QG},$$

$$\therefore \frac{\frac{3}{5}x}{\frac{4}{5}y} = \frac{\frac{4}{5}x - y}{\frac{2}{5}y},$$

