

2018 年上海市虹口区中考数学一模试卷

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. (4 分) 如果两个相似三角形对应边之比是 1: 3, 那么它们的对应中线之比是 ()

- A. 1: 3 B. 1: 4 C. 1: 6 D. 1: 9

2. (4 分) 抛物线 $y=2x^2-4$ 的顶点在 ()

- A. x 轴上 B. y 轴上 C. 第三象限 D. 第四象限

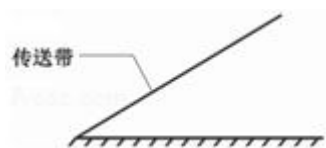
3. (4 分) 如果将抛物线 $y=-x^2-2$ 向右平移 3 个单位, 那么所得到的新抛物线的表达式是 ()

- A. $y=-x^2-5$ B. $y=-x^2+1$
C. $y=-(x-3)^2-2$ D. $y=-(x+3)^2-2$

4. (4 分) 已知 $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=5$, 且 $\vec{b}$ 与 $\vec{a}$ 的方向相反, 用 $\vec{a}$ 表示向量 $\vec{b}$ 为 ()

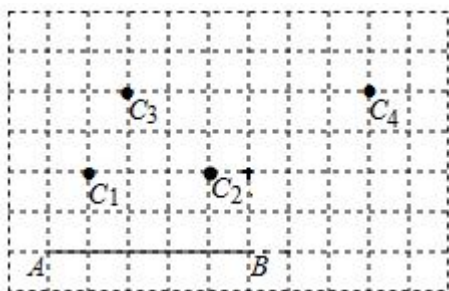
- A. $\vec{b}=\frac{3}{5}\vec{a}$ B. $\vec{b}=\frac{5}{3}\vec{a}$ C. $\vec{b}=-\frac{3}{5}\vec{a}$ D. $\vec{b}=-\frac{5}{3}\vec{a}$

5. (4 分) 如图, 传送带和地面成一斜坡, 它把物体从地面送到离地面 5 米高的地方, 物体所经过路程是 13 米, 那么斜坡的坡度为 ()



- A. 1: 2.6 B. 1: $\frac{5}{13}$ C. 1: 2.4 D. 1: $\frac{5}{12}$

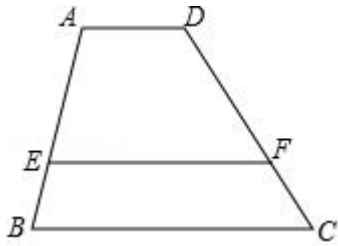
6. (4 分) 如图, $\triangle ABC$ 在边长为 1 个单位的方格纸中, 它的顶点在小正方形的顶点位置. 如果 $\triangle ABC$ 的面积为 10, 且 $\sin A = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 那么点 C 的位置可以在 ()



- A. 点 C_1 处 B. 点 C_2 处 C. 点 C_3 处 D. 点 C_4 处

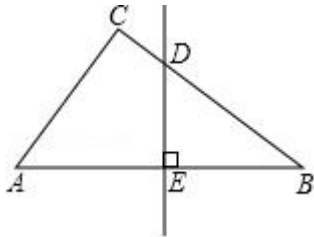
二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分) 【请将结果直接填入答题纸的相应位置】

7. (4 分) 如果 $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$, 那么 $\frac{4y-x}{x+y} =$ _____.
8. (4 分) 已知点 P 把线段分割成 AP 和 PB 两段 ($AP > PB$), 如果 AP 是 AB 和 PB 的比例中项, 那么 AP: AB 的值等于_____.
9. (4 分) 如果 $2(\vec{a} + \vec{x}) = \vec{b} + \vec{x}$, 那么 $\vec{x} =$ _____ (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\vec{x}$).
10. (4 分) 如果抛物线 $y = -x^2 + (m-1)x + 3$ 经过点 (2, 1), 那么 m 的值为_____.
11. (4 分) 抛物线 $y = -x^2 + 2x - 1$ 在对称轴_____ (填“左侧”或“右侧”) 的部分是下降的.
12. (4 分) 如果将抛物线 $y = -2x^2$ 平移, 顶点移到点 P (3, -2) 的位置, 那么所得新抛物线的表达式为_____.
13. (4 分) 如果点 A (2, -4) 与点 B (6, -4) 在抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 上, 那么该抛物线的对称轴为直线_____.
14. (4 分) 如图, 已知 $AD \parallel EF \parallel BC$, 如果 $AE = 2EB$, $DF = 6$, 那么 CD 的长为_____.

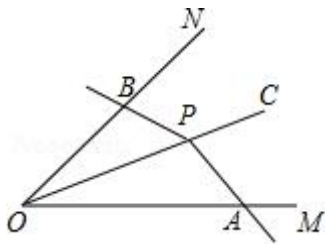


15. (4分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 如果 $AB=6$, $\cos A=\frac{1}{3}$, 那么 $AC=$ _____.

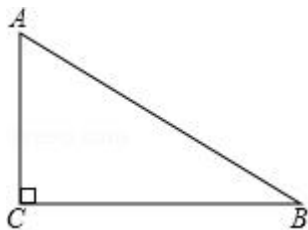
16. (4分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 边 AB 的垂直平分线分别交边 BC 、 AB 于点 D 、 E 如果 $BC=8$, $\tan A=\frac{4}{3}$, 那么 $BD=$ _____.



17. (4分) 如图, 点 P 为 $\angle MON$ 平分线 OC 上一点, 以点 P 为顶点的 $\angle APB$ 两边分别与射线 OM 、 ON 相交于点 A 、 B , 如果 $\angle APB$ 在绕点 P 旋转时始终满足 $OA \cdot OB = OP^2$, 我们就把 $\angle APB$ 叫做 $\angle MON$ 的关联角. 如果 $\angle MON=50^\circ$, $\angle APB$ 是 $\angle MON$ 的关联角, 那么 $\angle APB$ 的度数为_____.



18. (4分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=6$, $BC=8$ (如图), 点 D 是边 AB 上一点, 把 $\triangle ABC$ 绕着点 D 旋转 90° 得到 $\triangle A'B'C'$, 边 $B'C'$ 与边 AB 相交于点 E , 如果 $AD=BE$, 那么 AD 长为_____.

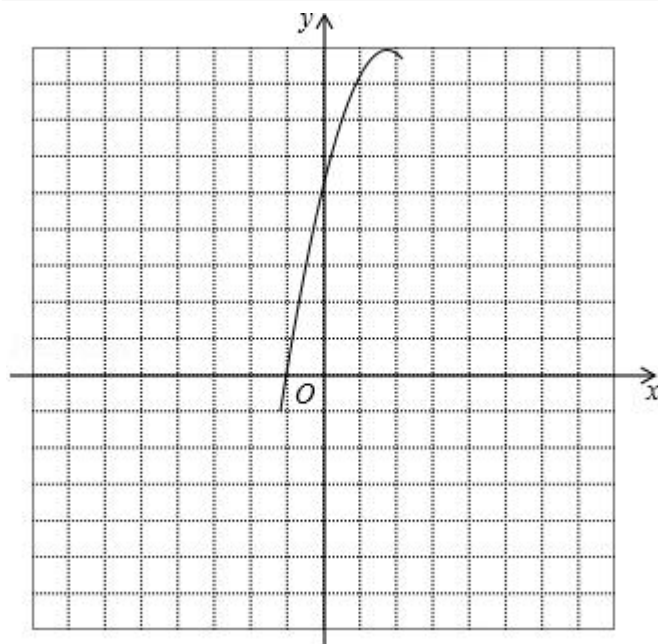


三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 计算: $\frac{\sin^2 60^\circ + \sin^2 30^\circ}{\cot 30^\circ - \cos 30^\circ}$.

20. (10 分) 小明按照列表、描点、连线过程画二次函数的图象, 下表与下图是他所完成的部分表格与图象, 求该二次函数的解析式, 并补全表格与图象.

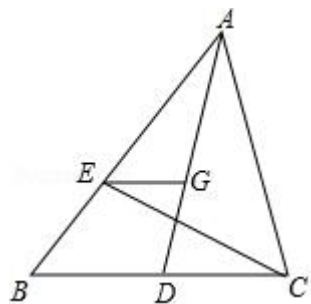
x	...	-1	0	2	4	—	...
y	...	0	5	9	—	0	...



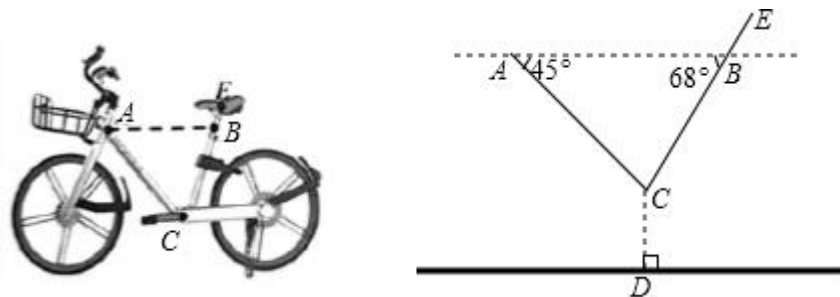
21. (10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 E 在边 AB 上, 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 联结 AG 并延长交 BC 于点 D.

(1) 若 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{AG}$;

(2) 若 $\angle B = \angle ACE$, $AB = 6$, $AC = 2\sqrt{6}$, $BC = 9$, 求 EG 的长.



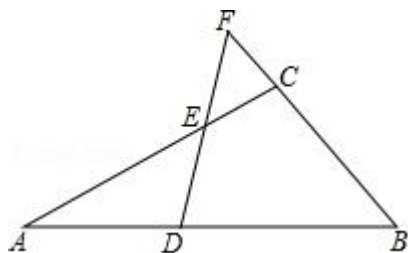
22. (10 分) 如图, 一辆摩拜单车放在水平的地面上, 车把头下方 A 处与坐垫下方 B 处在平行于地面的水平线上, A、B 之间的距离约为 49cm, 现测得 AC、BC 与 AB 的夹角分别为 45° 与 68° , 若点 C 到地面的距离 CD 为 28cm, 坐垫中轴 E 处与点 B 的距离 BE 为 4cm, 求点 E 到地面的距离 (结果保留一位小数). (参考数据: $\sin 68^\circ \approx 0.93$, $\cos 68^\circ \approx 0.37$, $\cot 68^\circ \approx 0.40$)



23. (12 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D、E 分别在边 AB、AC 上, DE、BC 的延长线相交于点 F, 且 $EF \cdot DF = BF \cdot CF$.

(1) 求证: $AD \cdot AB = AE \cdot AC$;

(2) 当 $AB=12$, $AC=9$, $AE=8$ 时, 求 BD 的长与 $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ECF}}$ 的值.



24. (12 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线与 x 轴相交于点 A (-2, 0)、B (4, 0), 与 y 轴交于点 C (0, -4), BC 与抛物线的对称轴相交于点 D.

(1) 求该抛物线的表达式, 并直接写出点 D 的坐标;

(2) 过点 A 作 $AE \perp AC$ 交抛物线于点 E, 求点 E 的坐标.

2018 年上海市虹口区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. (4 分) 如果两个相似三角形对应边之比是 1: 3, 那么它们的对应中线之比是 ()

- A. 1: 3 B. 1: 4 C. 1: 6 D. 1: 9

【考点】S7: 相似三角形的性质.

【专题】552: 三角形.

【分析】利用相似三角形的相似比，对应高、中线、角平分线的比，都等于相似比来解答.

【解答】解: $\because$ 两个相似三角形对应边之比是 1: 3,

又 $\because$ 相似三角形的对应高、中线、角平分线的比等于相似比,

$\therefore$ 它们的对应中线之比为 1: 3.

故选: A.

【点评】本题考查相似三角形的相似比问题，须熟练掌握: ①相似三角形的对应高、角平分线、中线的比等于相似比;

②相似三角形的周长比等于相似比; ③相似三角形的面积比等于相似比的平方.

2. (4 分) 抛物线 $y=2x^2-4$ 的顶点在 ()

- A. x 轴上 B. y 轴上 C. 第三象限 D. 第四象限

【考点】H3: 二次函数的性质.

【专题】1: 常规题型.

【分析】根据顶点在 y 轴上，对称轴 $x=0$ ，进而得出答案.

【解答】解: 根据题意知，对称轴 $x=0$ ，故抛物线 $y=2x^2-4$ 的顶点在 y 轴上.

故选：B.

【点评】本题考查了二次函数的性质，正确得出二次函数图象的位置是解题关键.

3. (4 分) 如果将抛物线 $y = -x^2 - 2$ 向右平移 3 个单位，那么所得到的新抛物线的表达式是 ()

A. $y = -x^2 - 5$

B. $y = -x^2 + 1$

C. $y = -(x - 3)^2 - 2$

D. $y = -(x + 3)^2 - 2$

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【专题】535: 二次函数图象及其性质.

【分析】先求出原抛物线的顶点坐标，再根据向右平移横坐标加求出平移后的抛物线的顶点坐标，然后利用顶点式解析式写出即可.

【解答】解： $y = -x^2 - 2$ 的顶点坐标为 $(0, -2)$,

$\therefore$ 向右平移 3 个单位，

$\therefore$ 平移后的抛物线的顶点坐标为 $(3, -2)$,

$\therefore$ 所得到的新抛物线的表达式是 $y = -(x - 3)^2 - 2$.

故选：C.

【点评】本题考查了二次函数图象与几何变换，平移的规律：左加右减，上加下减，此类题目，利用顶点的变化求解更简便.

4. (4 分) 已知 $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, 且 $\vec{b}$ 与 $\vec{a}$ 的方向相反, 用 $\vec{a}$ 表示向量 $\vec{b}$ 为 ()

A. $\vec{b} = \frac{3}{5}\vec{a}$

B. $\vec{b} = \frac{5}{3}\vec{a}$

C. $\vec{b} = -\frac{3}{5}\vec{a}$

D. $\vec{b} = -\frac{5}{3}\vec{a}$

【考点】LM: *平面向量.

【专题】55: 几何图形.

【分析】先表示出两个向量模的关系，再根据反向解答即可.

【解答】解： $\because |\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$,

$\therefore |\vec{b}| = \frac{5}{3}|\vec{a}|$,

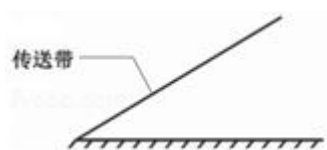
$\therefore \vec{b}$ 与 $\vec{a}$ 反向,

$$\therefore \vec{b} = -\frac{5}{3}\vec{a}.$$

故选: D.

【点评】 本题考查了平面向量, 难点在于反向向量的表示方法.

5. (4 分) 如图, 传送带和地面成一斜坡, 它把物体从地面送到离地面 5 米高的地方, 物体所经过路程是 13 米, 那么斜坡的坡度为 ()



A. 1: 2.6

B. 1: $\frac{5}{13}$

C. 1: 2.4

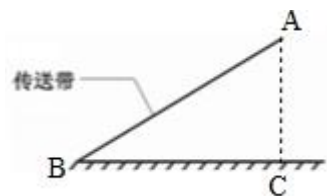
D. 1: $\frac{5}{12}$

【考点】 T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【专题】 1: 常规题型; 55E: 解直角三角形及其应用.

【分析】 根据题意作出合适的辅助线, 由坡度的定义可知, 坡度等于坡角对边与邻边的比值, 根据题目中的数据可以得到坡度, 本题得以解决.

【解答】 解: 如图, 根据题意知 $AB=13$ 、 $AC=5$,



$$\text{则 } BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12,$$

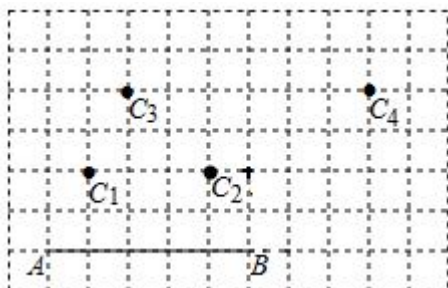
$$\therefore \text{斜坡的坡度 } i = \tan \angle ABC = \frac{AC}{BC} = \frac{5}{12} = 1: 2.4,$$

故选: C.

【点评】 本题考查解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题, 解答本题的关键是明确题意, 作出合适的辅助线, 明确坡度的定义.

6. (4 分) 如图, $\triangle ABC$ 在边长为 1 个单位的方格纸中, 它的顶点在小正方形的顶点位置. 如果 $\triangle ABC$ 的面积为 10, 且 $\sin A = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 那么点 C 的位置可以

在 ()



- A. 点 C_1 处 B. 点 C_2 处 C. 点 C_3 处 D. 点 C_4 处

【考点】KQ: 勾股定理; T7: 解直角三角形.

【专题】554: 等腰三角形与直角三角形.

【分析】过点 C 作 $CD \perp$ 直线 AB 于点 D , 由 AB 的长度结合 $\triangle ABC$ 的面积, 可得出 CD 的长度, 再由 $\sin A = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 可得出 AC 的长度, 利用勾股定理可求出 AD 的长度, 进而可找出点 C 所在的位置.

【解答】解: 过点 C 作 $CD \perp$ 直线 AB 于点 D , 如图所示.

$\because AB=5$, $\triangle ABC$ 的面积为 10,

$\therefore CD=4$.

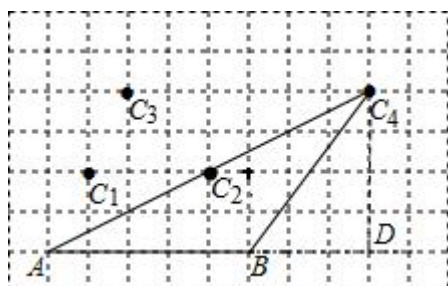
$\because \sin A = \frac{\sqrt{5}}{5}$,

$\therefore AC=4\sqrt{5}$,

$\therefore AD=\sqrt{AC^2-CD^2}=8$,

$\therefore$ 点 C 在点 C_4 处.

故选: D.



【点评】 本题考查了解直角三角形、三角形的面积以及勾股定理，构造直角三角形，通过解直角三角形确定点 C 的位置是解题的关键.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分) 【请将结果直接填入答题纸的相应位置】

7. (4 分) 如果 $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$, 那么 $\frac{4y-x}{x+y} = \underline{2}$.

【考点】 S1: 比例的性质.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 直接利用已知得出 x, y 的关系, 进而代入求出答案.

【解答】 解: $\because \frac{x}{y} = \frac{2}{3}$,

$$\therefore x = \frac{2}{3}y,$$

$$\therefore \frac{4y-x}{x+y} = \frac{4y-\frac{2}{3}y}{\frac{2}{3}y+y} = \frac{\frac{10}{3}y}{\frac{5}{3}y} = 2.$$

故答案为: 2.

【点评】 此题主要考查了比例的性质, 正确得出 x, y 之间关系是解题关键.

8. (4 分) 已知点 P 把线段分割成 AP 和 PB 两段 ($AP > PB$), 如果 AP 是 AB 和 PB 的比例中项, 那么 AP: AB 的值等于 $\underline{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$.

【考点】 S3: 黄金分割.

【分析】 根据黄金分割的概念和黄金比是 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 解答即可.

【解答】 解: $\because$ 点 P 把线段分割成 AP 和 PB 两段 ($AP > PB$), AP 是 AB 和 PB 的比例中项,

$\therefore$ 点 P 是线段 AB 的黄金分割点,

$$\therefore AP: AB = \frac{\sqrt{5}-1}{2},$$

故答案为: $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

【点评】 本题考查的是黄金分割的概念，把一条线段分成两部分，使其中较长的线段为全线段与较短线段的比例中项，这样的线段分割叫做黄金分割，他们的比值 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 叫做黄金比.

9. (4 分) 如果 $2(\vec{a}+\vec{x})=\vec{b}+\vec{x}$, 那么 $\vec{x}=\underline{\vec{b}-2\vec{a}}$. (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\vec{x}$).

【考点】 LM: *平面向量.

【专题】 5: 特定专题.

【分析】 把 $2(\vec{a}+\vec{x})=\vec{b}+\vec{x}$, 看成关于 $\vec{x}$ 的方程, 解方程即可;

【解答】 解: $\because 2(\vec{a}+\vec{x})=\vec{b}+\vec{x}$,

$$\therefore 2\vec{a}+2\vec{x}=\vec{b}+\vec{x},$$

$$\therefore \vec{x}=\vec{b}-2\vec{a},$$

故答案为 $\vec{b}-2\vec{a}$.

【点评】 本题看成平面向量、一元一次方程等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 属于中考基础题.

10. (4 分) 如果抛物线 $y=-x^2+(m-1)x+3$ 经过点 (2, 1), 那么 m 的值为 2.

【考点】 H5: 二次函数图象上点的坐标特征.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 把点 (2, 1) 代入函数解析式, 计算即可求出 m 的值.

【解答】 解: $\because$ 抛物线 $y=-x^2+(m-1)x+3$ 经过点 (2, 1),

$$\therefore -4+2m-2+3=1,$$

解得 $m=2$.

故答案为 2.

【点评】 本题考查了二次函数图象上点的坐标特征, 比较简单, 理解函数图象上

的点的坐标满足函数关系式是解题的关键.

11. (4 分) 抛物线 $y = -x^2 + 2x - 1$ 在对称轴右侧 (填“左侧”或“右侧”) 的部分是下降的.

【考点】H3: 二次函数的性质.

【专题】1: 常规题型.

【分析】根据二次函数的性质解题.

【解答】解: $\because a = -1 < 0$,

$\therefore$ 抛物线开口向下, 顶点是抛物线的最高点, 抛物线在对称轴右侧的部分是下降的,

故答案为: 右侧.

【点评】本题考查了二次函数的性质, 熟练掌握性质上解题的关键.

12. (4 分) 如果将抛物线 $y = -2x^2$ 平移, 顶点移到点 P (3, -2) 的位置, 那么所得新抛物线的表达式为 $y = -2(x - 3)^2 - 2$.

【考点】H3: 二次函数的性质; H6: 二次函数图象与几何变换.

【专题】33: 函数思想.

【分析】由于抛物线平移前后二次项系数不变, 然后根据顶点式写出新抛物线解析式.

【解答】解: 抛物线 $y = -2x^2$ 平移, 使顶点移到点 P (3, -2) 的位置, 所得新抛物线的表达式为 $y = -2(x - 3)^2 - 2$.

故答案为: $y = -2(x - 3)^2 - 2$.

【点评】本题考查了二次函数图象与几何变换: 由于抛物线平移后的形状不变, 故 a 不变, 所以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法: 一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标, 利用待定系数法求出解析式; 二是只考虑平移后的顶点坐标, 即可求出解析式.

13. (4 分) 如果点 A (2, -4) 与点 B (6, -4) 在抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

上，那么该抛物线的对称轴为直线 $x=4$ 。

【考点】H3：二次函数的性质；H5：二次函数图象上点的坐标特征。

【专题】17：推理填空题；535：二次函数图象及其性质。

【分析】由点 A、B 的纵坐标相等可得出点 A、B 关于抛物线的对称轴对称，再

由点 A、B 的横坐标即可求出抛物线的对称轴，此题得解。

【解答】解：∵点 A (2, -4) 与点 B (6, -4) 的纵坐标相等，

∴点 A、B 关于抛物线对称轴对称，

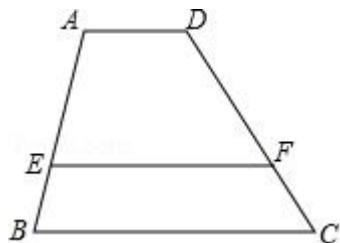
∴抛物线的对称轴为直线 $x = \frac{2+6}{2} = 4$ 。

故答案为：x=4。

【点评】本题考查了二次函数的性质，牢记二次函数的性质是解题的关键。

14. (4 分) 如图，已知 $AD \parallel EF \parallel BC$ ，如果 $AE=2EB$ ， $DF=6$ ，那么 CD 的长为

9。



【考点】S4：平行线分线段成比例。

【专题】1：常规题型。

【分析】根据平行线分线段成比例定理列出比例式首先求得 CF 的长，再求得

DC 的长。

【解答】解：∵ $AD \parallel EF \parallel BC$ ， $\frac{AE}{BE} = \frac{DF}{FC} = 2$ ，

∴ $DF=6$ ，

∴ $FC=3$ ， $DC=DF+FC=9$ 。

故答案是：9.

【点评】此题考查了平行线分线段成比例定理和比例的基本性质，解答此题的关键是注意数形结合思想的应用.

15. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 如果 $AB=6$, $\cos A=\frac{1}{3}$, 那么 $AC=\underline{2}$.

【考点】T7: 解直角三角形.

【专题】1: 常规题型.

【分析】利用锐角三角函数定义表示出 $\cos A$, 把 AB 的长代入求出 AC 的长即可.

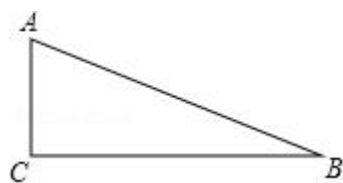
【解答】解: 如图所示.

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AB=6$, $\cos A=\frac{1}{3}$,

$$\therefore \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{3},$$

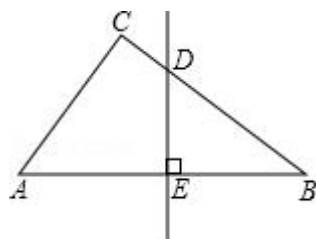
$$\therefore AC = \frac{1}{3}AB = \frac{1}{3} \times 6 = 2,$$

故答案为 2.



【点评】此题考查了解直角三角形, 熟练掌握锐角三角函数定义是解本题的关键.

16. (4 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 边 AB 的垂直平分线分别交边 BC 、 AB 于点 D 、 E 如果 $BC=8$, $\tan A=\frac{4}{3}$, 那么 $BD=\underline{\frac{25}{4}}$.



【考点】KG: 线段垂直平分线的性质; T7: 解直角三角形.

【专题】1：常规题型.

【分析】先解 $\text{Rt}\triangle ABC$, 得出 $AC = \frac{BC}{\tan A} = 6$, $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 10$, $\cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{5}$. 再

求出 $BE = \frac{1}{2}AB = 5$. 然后在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中, 利用 $\cos B = \frac{BE}{BD} = \frac{4}{5}$ 即可求出 BD .

【解答】解: $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 8$, $\tan A = \frac{4}{3}$,

$$\therefore AC = \frac{BC}{\tan A} = \frac{8}{\frac{4}{3}} = 6,$$

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 10, \cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}.$$

$\because$ 边 AB 的垂直平分线交边 AB 于点 E ,

$$\therefore BE = \frac{1}{2}AB = 5.$$

$\because$ 在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中, $\angle BED = 90^\circ$,

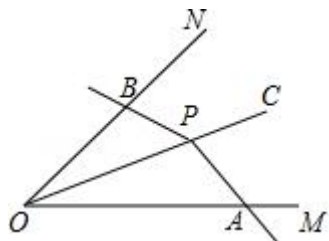
$$\therefore \cos B = \frac{BE}{BD} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore BD = \frac{5BE}{4} = \frac{5 \times 5}{4} = \frac{25}{4}.$$

故答案为 $\frac{25}{4}$.

【点评】本题考查了解直角三角形, 线段垂直平分线的性质, 掌握直角三角形中边角之间的关系是解题的关键.

17. (4 分) 如图, 点 P 为 $\angle MON$ 平分线 OC 上一点, 以点 P 为顶点的 $\angle APB$ 两边分别与射线 OM 、 ON 相交于点 A 、 B , 如果 $\angle APB$ 在绕点 P 旋转时始终满足 $OA \cdot OB = OP^2$, 我们就把 $\angle APB$ 叫做 $\angle MON$ 的关联角. 如果 $\angle MON = 50^\circ$, $\angle APB$ 是 $\angle MON$ 的关联角, 那么 $\angle APB$ 的度数为 155° .



【考点】R2：旋转的性质；S9：相似三角形的判定与性质.

【专题】55：几何图形.

【分析】由已知条件得到 $\frac{OB}{OP}=\frac{OP}{OA}$ ，由于 $\angle BOP=\angle AOP$ ，得到 $\triangle PBO\sim\triangle AOP$ ，

根据相似三角形的性质得到 $\angle OBP=\angle OPA$ ，根据等量代换即可得到结论；

【解答】解： $\because OA\cdot OB=OP^2$ ，

$$\therefore \frac{OB}{OP}=\frac{OP}{OA},$$

$$\therefore \angle BOP=\angle AOP,$$

$$\therefore \triangle PBO\sim\triangle AOP,$$

$$\therefore \angle OBP=\angle OPA,$$

$$\therefore \angle MON=50^\circ,$$

$$\therefore \angle BOP=25^\circ,$$

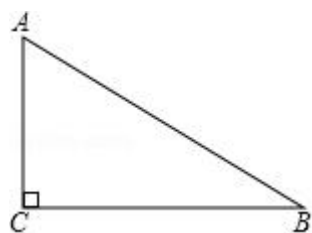
$$\therefore \angle OBP+\angle BPO=180^\circ-25^\circ=155^\circ$$

$$\therefore \angle APB=\angle BPO+\angle APO=155^\circ;$$

故答案为： 155°

【点评】本题考查了相似三角形的判定和性质，关键是根据相似三角形的性质得到 $\angle OBP=\angle OPA$.

18. (4分) 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=6$ ， $BC=8$ (如图)，点D是边AB上一点，把 $\triangle ABC$ 绕着点D旋转 90° 得到 $\triangle A'B'C'$ ，边 $B'C'$ 与边AB相交于点E，如果 $AD=BE$ ，那么AD长为 $\frac{70}{11}$.



【考点】R2：旋转的性质.

【专题】558: 平移、旋转与对称.

【分析】利用勾股定理可求出 AB 的长度, 分顺时针旋转和逆时针旋转两种情况

考虑: ①当顺时针旋转时, 设 $DE=3x$, 则 $B'D=4x$, 根据旋转的性质结合 $AD=BE$ 可得出 $AE=BD=4x$, 再根据 $AB=10$ 即可求出 x 值, 代入 $AD=7x$ 中即可求出 AD 的长; ②当逆时针旋转时, 设 $DE=3x$, 则 $B'D=4x$, 根据旋转的性质结合 $AD=BE$ 可得出 $AE=BD=x$, 再根据 $AB=10$ 即可求出 x 值, 进而可得出 $DE=6$ 、 $B'D$ 的长, 利用勾股定理可求出 $B'E=10 > B'C'$, 此种情况不存在. 综上即可得出结论.

【解答】解: $\because AC=6$, $BC=8$,

$$\therefore AB=10.$$

①当顺时针旋转时, 如图 1 所示.

设 $DE=3x$, 则 $B'D=4x$.

根据旋转的性质, 可知: $BD=B'D=4x$,

$$\therefore AD=BE,$$

$$\therefore AE=BD=4x,$$

$$\therefore AB=AE+DE+BD=4x+3x+4x=10,$$

$$\text{解得: } x=\frac{10}{11},$$

$$\therefore AD=4x+3x=\frac{70}{11};$$

②当逆时针旋转时, 如图 2 所示.

设 $DE=3x$, 则 $B'D=4x$,

$$\therefore BE=B'D - DE=x,$$

$$\therefore AD=x, AB=AD+DE+B'E=x+3x+x=10,$$

解得： $x=2$,

$\therefore DE=6$, $B'D=8$,

$\therefore B'E=10 > B'C'$,

$\therefore$ 该情况不存在.

故答案为: $\frac{70}{11}$.

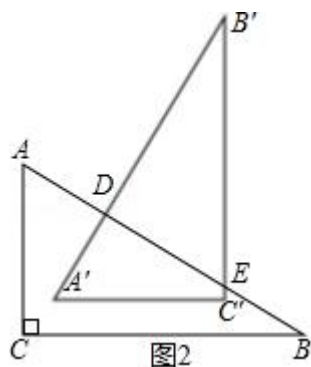


图2

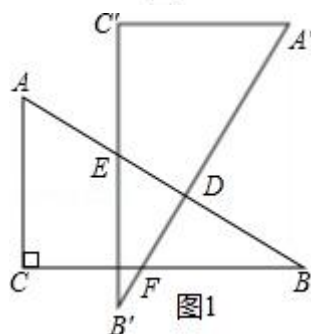


图1

【点评】 本题考查了旋转的性质、解一元一次方程以及勾股定理，分顺时针旋转和逆时针旋转两种情况考虑是解题的关键.

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 计算: $\frac{\sin^2 60^\circ + \sin^2 30^\circ}{\cot 30^\circ - \cos 30^\circ}$.

【考点】 T5: 特殊角的三角函数值.

【专题】 552: 三角形.

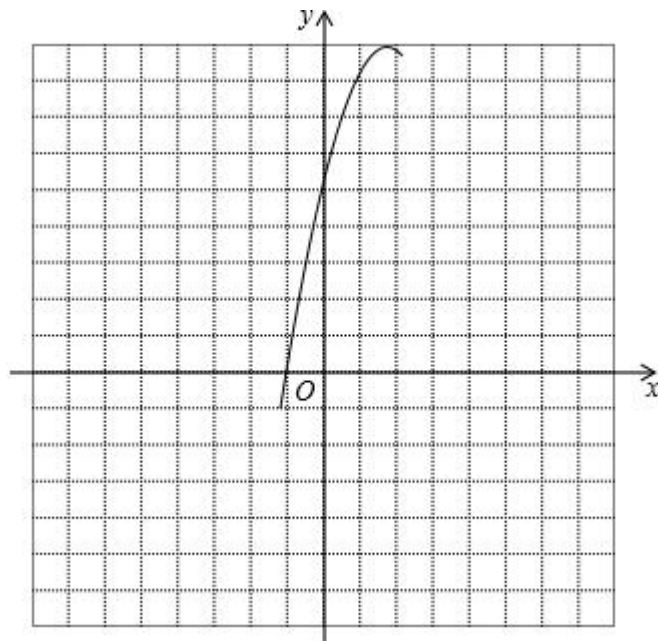
【分析】 根据特殊角三角函数值, 可得答案.

【解答】 解: 原式 $= \frac{(\frac{\sqrt{3}}{2})^2 + (\frac{1}{2})^2}{\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

【点评】 本题考查了特殊角三角函数值, 熟记特殊角三角函数值是解题关键.

20. (10 分) 小明按照列表、描点、连线的过程画二次函数的图象，下表与下图是他所完成的部分表格与图象，求该二次函数的解析式，并补全表格与图象.

x	...	-1	0	2	4	<u>5</u>	...
y	...	0	5	9	<u>5</u>	0	...



【考点】H2：二次函数的图象；H8：待定系数法求二次函数解析式.

【专题】535：二次函数图象及其性质.

【分析】利用待定系数法、描点法即可解决问题；

【解答】解：设二次函数的解析式为 $y=ax^2+bx+c$.

把 $(-1, 0)$ ， $(0, 5)$ ， $(2, 9)$ 代入得到：

$$\begin{cases} a-b+c=0 \\ c=5 \\ 4a+2b+c=9 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=-1 \\ b=4 \\ c=5 \end{cases},$$

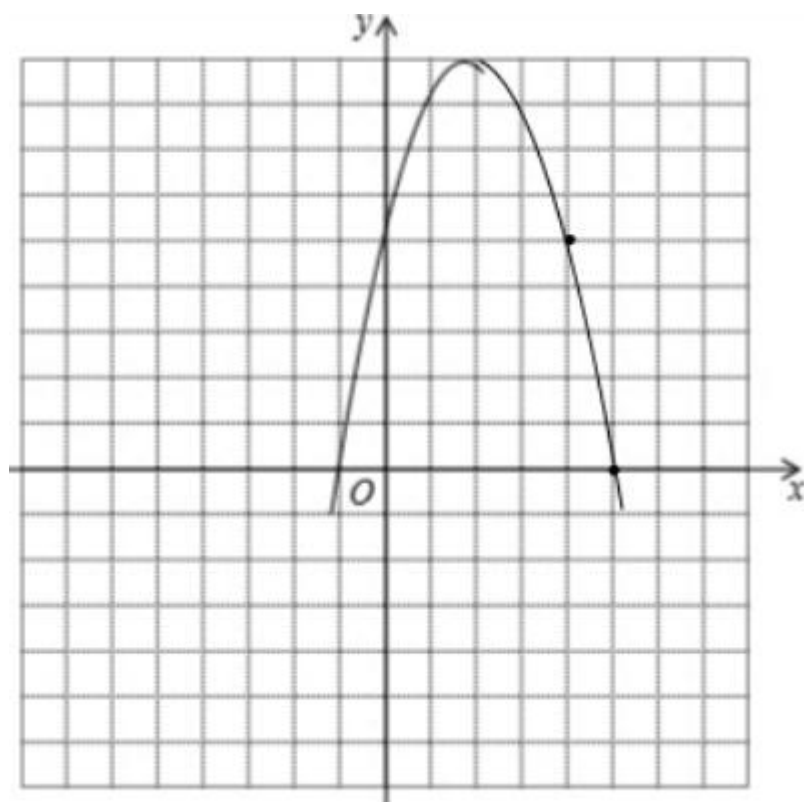
$\therefore$ 二次函数的解析式为 $y=-x^2+4x+5$.

当 $x=4$ 时， $y=5$,

当 $y=0$ 时， $x=-1$ 或 5 ,

故答案为 5, 5;

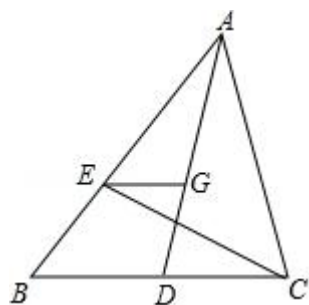
函数图象如图所示:



【点评】 本题考查二次函数解析式、二次函数的图象等知识，解题的关键是熟练掌握待定系数法解决问题，属于中考常考题型.

21. (10 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 E 在边 AB 上，点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心，联结 AG 并延长交 BC 于点 D .

- (1) 若 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{AG}$;
- (2) 若 $\angle B = \angle ACE$, $AB = 6$, $AC = 2\sqrt{6}$, $BC = 9$, 求 EG 的长.



【考点】 K5: 三角形的重心; LM: *平面向量.

【专题】5：特定专题；552：三角形.

【分析】(1) 由点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心，推出 $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$ ，再根据三角形法则求出 $\overrightarrow{AD}$

即可解决问题；

(2) 想办法证明 $\triangle AEG \sim \triangle ABD$ ，可得 $EG = \frac{2}{3}BD = \frac{1}{3}BC = 3$ ；

【解答】解：(1) $\because$ 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心，

$$\therefore \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD},$$

$$\therefore \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD} = \vec{a} + \frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{a}) = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}.$$

(2) $\because \angle B = \angle ACE, \angle CAE = \angle BAC$,

$\therefore \triangle ACE \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{AC}{AB},$$

$$\therefore AE = 4,$$

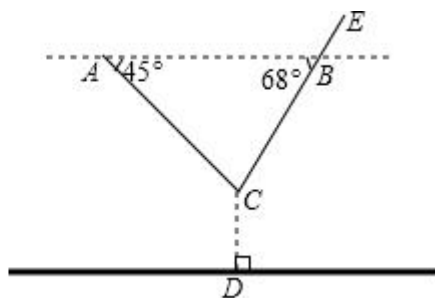
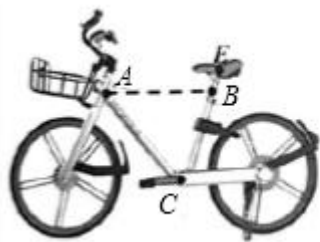
此时 $\frac{AE}{AB} = \frac{2}{3} = \frac{AG}{AD}$, $\therefore \angle EAG = \angle BAD$,

$\therefore \triangle AEG \sim \triangle ABD$,

$$\therefore EG = \frac{2}{3}BD = \frac{1}{3}BC = 3.$$

【点评】本题考查三角形的重心、平面向量、相似三角形的判定和性质等知识，解题的关键是正确寻找相似三角形解决问题，属于中考常考题型.

22. (10 分) 如图，一辆摩拜单车放在水平的地面上，车把头下方 A 处与坐垫下方 B 处在平行于地面的水平线上，A、B 之间的距离约为 49cm，现测得 AC、BC 与 AB 的夹角分别为 45° 与 68° ，若点 C 到地面的距离 CD 为 28cm，坐垫中轴 E 处与点 B 的距离 BE 为 4cm，求点 E 到地面的距离（结果保留一位小数）.（参考数据： $\sin 68^\circ \approx 0.93$, $\cos 68^\circ \approx 0.37$, $\cot 68^\circ \approx 0.40$ ）

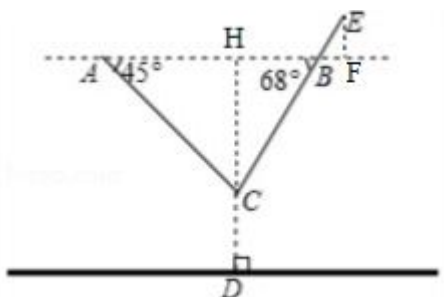


【考点】T9：解直角三角形的应用－坡度坡角问题.

【专题】1：常规题型；55E：解直角三角形及其应用.

【分析】过点 C 作 $CH \perp AB$ 于点 H ，过点 E 作 EF 垂直于 AB 延长线于点 F ，设 $CH=x$ ，则 $AH=CH=x$ ， $BH=CH \cot 68^\circ = 0.4x$ ，由 $AB=49$ 知 $x+0.4x=49$ ，解之求得 CH 的长，再由 $EF=BE \sin 68^\circ = 3.72$ 根据点 E 到地面的距离为 $CH+CD+EF$ 可得答案.

【解答】解：过点 C 作 $CH \perp AB$ 于点 H ，过点 E 作 EF 垂直于 AB 延长线于点 F ，



设 $CH=x$ ，则 $AH=CH=x$ ， $BH=CH \cot 68^\circ = 0.4x$ ，

由 $AB=49$ 知 $x+0.4x=49$ ，

解得： $x=35$ ，

$\therefore BE=4$ ，

$\therefore EF=BE \sin 68^\circ = 3.72$ ，

则点 E 到地面的距离为 $CH+CD+EF=35+28+3.72 \approx 66.7$ (cm)，

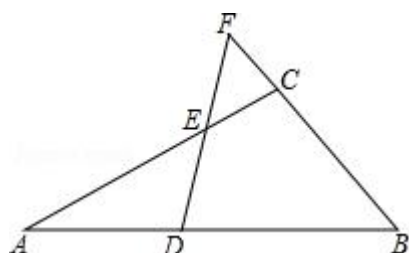
答：点 E 到地面的距离约为 66.7cm.

【点评】 本题主要考查解直角三角形的应用 – 坡度坡角问题，解题的关键是理解题意构建直角三角形并熟练掌握三角函数的定义.

23. (12 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D、E 分别在边 AB、AC 上，DE、BC 的延长线相交于点 F，且 $EF \cdot DF = BF \cdot CF$.

(1) 求证： $AD \cdot AB = AE \cdot AC$;

(2) 当 $AB=12$ ， $AC=9$ ， $AE=8$ 时，求 BD 的长与 $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ECF}}$ 的值.



【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】 55: 几何图形.

【分析】 (1) 根据相似三角形的判定得出 $\triangle EFC \sim \triangle BFD$ ，得出 $\angle CEF = \angle B$ ，进而证明 $\triangle CAB \sim \triangle DAE$ ，再利用相似三角形的性质证明即可；

(2) 根据相似三角形的性质得出有关图形的面积之比，进而解答即可.

【解答】 证明：(1) $\because EF \cdot DF = BF \cdot CF$,

$$\therefore \frac{EF}{BF} = \frac{CF}{DF},$$

$$\therefore \angle EFC = \angle BFD,$$

$$\therefore \triangle EFC \sim \triangle BFD,$$

$$\therefore \angle CEF = \angle B,$$

$$\therefore \angle B = \angle AED,$$

$$\therefore \angle CAB = \angle DAE,$$

$$\therefore \triangle CAB \sim \triangle DAE,$$

$$\therefore \frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD},$$

$$\therefore AD \cdot AB = AE \cdot AC;$$

(2) 由 (1) 知 $AD \cdot AB = AE \cdot AC$,

$$\therefore AD = 6, BD = 6, EC = 1,$$

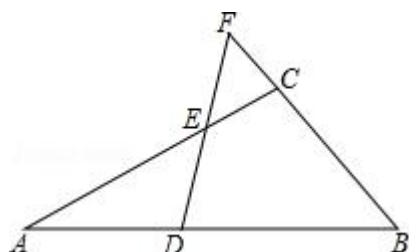
$$\therefore \frac{S_{\triangle EFC}}{S_{\triangle BDF}} = \left(\frac{CE}{BD}\right)^2 = \frac{1}{36},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle EFC}}{S_{\text{四边形}BCED}} = \frac{1}{35},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle AED}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AE}{AB}\right)^2 = \frac{4}{9},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\text{四边形}BCED}} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ECF}} = 28.$$

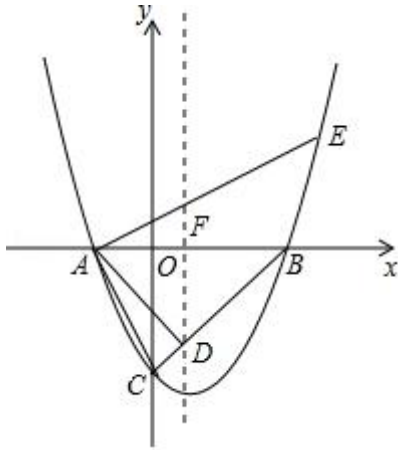


【点评】 本题考查相似三角形的判定和性质知识，解题的关键是灵活运用相似三角形的判定解答.

24. (12 分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线与 x 轴相交于点 $A(-2, 0)$ 、 $B(4, 0)$ ，与 y 轴交于点 $C(0, -4)$ ， BC 与抛物线的对称轴相交于点 D .

(1) 求该抛物线的表达式，并直接写出点 D 的坐标；

(2) 过点 A 作 $AE \perp AC$ 交抛物线于点 E ，求点 E 的坐标.



$\therefore$ 抛物线的对称轴为 $x = -\frac{b}{2a} = 1$,

$\therefore BF = OB - OF = 3$.

$\therefore BO = OC = 4$, $\angle BOC = 90^\circ$,

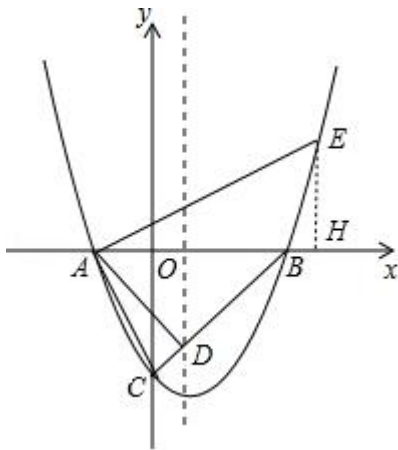
$\therefore \angle OBC = 45^\circ$.

$\therefore \triangle BFD$ 为等腰直角三角形.

$\therefore FD = FB = 3$.

$\therefore D(1, -3)$.

(2) 如下图, 过点 E 作 $EH \perp AB$, 垂足为 H.



$\therefore \angle EAB + \angle BAC = 90^\circ$, $\angle BAC + \angle ACO = 90^\circ$,

$\therefore \angle EAH = \angle ACO$.

$\therefore \tan \angle EAH = \tan \angle ACO = \frac{1}{2}$.

设 $EH=t$, 则 $AH=2t$,

$\therefore$ 点 E 的坐标为 $(-2+2t, t)$.

将 $(-2+2t, t)$ 代入抛物线的解析式得: $\frac{1}{2}(-2+2t)^2 - (-2+2t) - 4 = t$,

解得: $t = \frac{7}{2}$ 或 $t=0$ (舍去)

$\therefore E(5, \frac{7}{2})$.

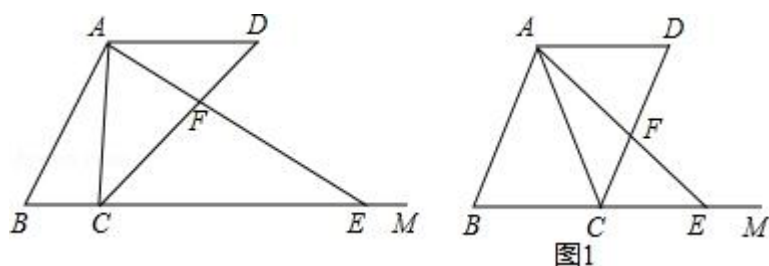
【点评】 本题主要考查的是二次函数的综合应用, 证得 $\angle EAH = \angle ACO$, 从而用含 t 的式子表示点 E 的坐标是解答问题 (2) 的关键, 证得点 F 在抛物线的对称轴上是解答问题 (3) 的关键.

25. (14 分) 已知 $AB=5$, $AD=4$, $AD \parallel BM$, $\cos B = \frac{3}{5}$ (如图), 点 C 、 E 分别为射线 BM 上的动点 (点 C 、 E 都不与点 B 重合), 联结 AC 、 AE , 使得 $\angle DAE = \angle BAC$, 射线 EA 交射线 CD 于点 F . 设 $BC=x$, $\frac{AF}{AC}=y$.

(1) 如图 1, 当 $x=4$ 时, 求 AF 的长;

(2) 当点 E 在点 C 的右侧时, 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出函数的定义域;

(3) 联结 BD 交 AE 于点 P , 若 $\triangle ADP$ 是等腰三角形, 直接写出 x 的值.



【考点】 SO: 相似形综合题.

【专题】 153: 代数几何综合题.

【分析】 (1) 作 $AH \perp BC$ 于 H , 如图 1, 利用余弦的定义和勾股定理计算出 $BH=3$, $AH=4$, $AC=\sqrt{17}$, 再判断四边形 $ABCD$ 为平行四边形得到 $\angle B = \angle D$, 接下来证明 $\triangle ADF \sim \triangle ABC$, 然后利用相似比可计算出 AC ;

(2) 如图 2, 先证明 $\triangle BAC \sim \triangle BEA$, 利用相似比得到 $BE = \frac{25}{x}$, $AC = \frac{x}{5}AE$, 则 $CE = \frac{25}{x} - x$, 再证明 $\triangle ADF \sim \triangle EFC$, 利用相似比得到 $AF = \frac{4x}{25-x^2+4x} \cdot AE$, 然后计算 $AF:AC$ 可得到 y 与 x 的关系式, 最后利用 $CE = \frac{25}{x} - x > 0$ 可确定 x 的范围;

(3) 讨论: 当 $PA=PD$ 时, 作 $AH \perp BM$ 于 H , 作 $PG \perp AD$ 于 G 交 BE 于 N , 如图 3, 利用等腰三角形性质得 $AG=DG=2$, $BN=EN=\frac{1}{2}BE=\frac{25}{2x}$, 则 $\frac{25}{2x}=5$, 解方程易得 x 的值; 当 $AP=AD=4$ 时, 先判断 $BE=EP=\frac{25}{x}$, 则 $AE=4+\frac{25}{x}$, 然后在 $Rt\triangle AHE$ 中利用勾股定理得 $4^2 + (\frac{25}{x} - 3)^2 = (4 + \frac{25}{x})^2$, 则解方程可得到 x 的值; 当 $DP=DA=4$ 得到 $\angle DAP > \angle BAP$, 不合题意舍去.

【解答】 解: (1) 作 $AH \perp BC$ 于 H , 如图 1,

在 $Rt\triangle ABH$ 中, $\therefore \cos B = \frac{BH}{AB} = \frac{3}{5}$,

$$\therefore BH = \frac{3}{5} \times 5 = 3,$$

$$\therefore CH = 1, AH = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

在 $Rt\triangle ACH$ 中, $AC = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17}$,

$$\therefore AD \parallel BC, AD = BC = 4,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$$\therefore \angle B = \angle D,$$

$$\therefore \angle DAF = \angle BAC,$$

$$\therefore \triangle ADF \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{AF}{AC} = \frac{AD}{AB}, \text{ 即 } \frac{AF}{\sqrt{17}} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore AF = \frac{4\sqrt{17}}{5};$$

(2) 如图 2, $\therefore AD \parallel BE$,

$$\therefore \angle DAE = \angle AEB,$$

$$\text{而 } \angle DAE = \angle BAC,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle BAC,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle EBA,$$

$$\therefore \triangle BAC \sim \triangle BEA,$$

$$\therefore \frac{AB}{BE} = \frac{BC}{AB} = \frac{AC}{AE}, \quad \text{即 } \frac{5}{BE} = \frac{x}{5} = \frac{AC}{AE},$$

$$\therefore BE = \frac{25}{x}, \quad AC = \frac{x}{5}AE,$$

$$\therefore CE = BE - BC = \frac{25}{x} - x,$$

$$\therefore AD \parallel CE,$$

$$\therefore \triangle ADF \sim \triangle EFC,$$

$$\therefore \frac{AF}{EF} = \frac{AD}{CE} = \frac{4}{\frac{25}{x} - x} = \frac{4x}{25 - x^2},$$

$$\therefore \frac{AF}{AE} = \frac{4x}{25 - x^2 + 4x},$$

$$\text{即 } AF = \frac{4x}{25 - x^2 + 4x} \cdot AE,$$

$$\therefore \frac{AF}{AC} = \frac{\frac{4x}{25 - x^2 + 4x}}{\frac{x}{5}} = \frac{20}{25 - x^2 + 4x},$$

$$\text{即 } y = -\frac{20}{x^2 - 4x + 25} \quad (0 < x < 5);$$

(3) 当 $PA = PD$ 时, 作 $AH \perp BM$ 于 H , 作 $PG \perp AD$ 于 G 交 BE 于 N , 如图 3,

$$\therefore AD \parallel BE,$$

$$\therefore GN \perp BE,$$

$$\therefore AG = DG = 2, \quad BN = EN = \frac{1}{2}BE = \frac{25}{2x},$$

$$\text{而 } BN = BH + HN = 3 + 2 = 5,$$

$$\therefore \frac{25}{2x}=5, \text{ 解得 } x=\frac{5}{2};$$

当 $AP=AD=4$ 时,

$$\therefore AD \parallel BE,$$

$$\therefore BE=EP=\frac{25}{x},$$

$$\therefore AE=AP+EP=4+\frac{25}{x},$$

在 $\text{Rt}\triangle AHE$ 中, $\therefore AH^2+HE^2=AE^2$,

$$\therefore 4^2 + \left(\frac{25}{x} - 3\right)^2 = \left(4 + \frac{25}{x}\right)^2, \text{ 解得 } x=\frac{350}{9};$$

当 $DP=DA=4$ 时, 则 $\angle DAP=\angle DPA$, 而 $\angle DPA > \angle BAP$, 即 $\angle DAP > \angle BAP$,

不合题意舍去.

综上所述, x 的值为 $\frac{5}{2}$ 或 $\frac{350}{9}$.

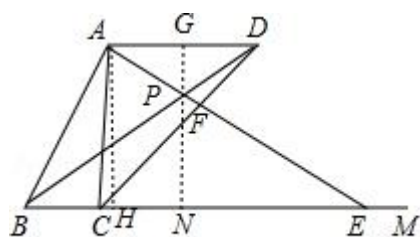


图3

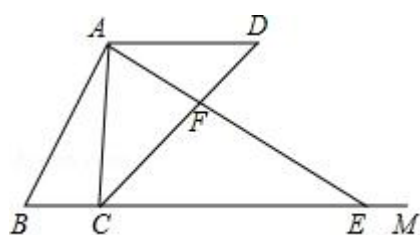


图2

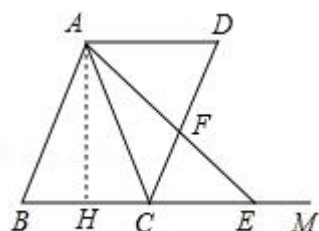


图1

【点评】 本题考查了相似形综合题: 熟练掌握锐角三角函数的定义、平行线的性质、等腰三角形的性质和相似三角形的判定与性质; 灵活应用相似比表示线

段之间的关系和关键直角三角形是解决问题的关键；会运用分类讨论的数学解决数学问题.