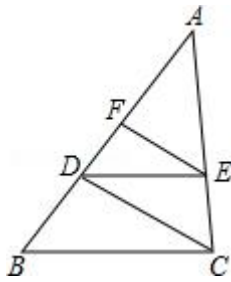


2018 年上海市浦东新区中考数学一模试卷

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. (4 分) 如果把一个锐角三角形三边的长都扩大为原来的两倍，那么锐角 A 的余切值 ()
- A. 扩大为原来的两倍 B. 缩小为原来的 $\frac{1}{2}$
- C. 不变 D. 不能确定
2. (4 分) 下列函数中，二次函数是 ()
- A. $y = -4x + 5$ B. $y = x(2x - 3)$
- C. $y = (x + 4)^2 - x^2$ D. $y = \frac{1}{x^2}$
3. (4 分) 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = 7$ ， $BC = 5$ ，那么下列式子中正确的是 ()
- A. $\sin A = \frac{5}{7}$ B. $\cos A = \frac{5}{7}$ C. $\tan A = \frac{5}{7}$ D. $\cot A = \frac{5}{7}$
4. (4 分) 已知非零向量 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ ， $\vec{c}$ ，下列条件中，不能判定向量 $\vec{a}$ 与向量 $\vec{b}$ 平行的是 ()
- A. $\vec{a} \parallel \vec{c}$ ， $\vec{b} \parallel \vec{c}$ B. $|\vec{a}| = 3|\vec{b}|$ C. $\vec{a} = \vec{c}$ ， $\vec{b} = 2\vec{c}$ D. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$
5. (4 分) 如果二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象全部在 x 轴的下方，那么下列判断中正确的是 ()
- A. $a < 0$ ， $b < 0$ B. $a > 0$ ， $b < 0$ C. $a < 0$ ， $c > 0$ D. $a < 0$ ， $c < 0$
6. (4 分) 如图，已知点 D、F 在 $\triangle ABC$ 的边 AB 上，点 E 在边 AC 上，且 $DE \parallel BC$ ，要使得 $EF \parallel CD$ ，还需添加一个条件，这个条件可以是 ()



A. $\frac{EF}{CD} = \frac{AD}{AB}$

B. $\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}$

C. $\frac{AF}{AD} = \frac{AD}{AB}$

D. $\frac{AF}{AD} = \frac{AD}{DB}$

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. (4 分) 已知 $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$, 则 $\frac{x-y}{x+y} =$ _____.

8. (4 分) 已知线段 MN 的长是 4cm, 点 P 是线段 MN 的黄金分割点, 则较长线段 MP 的长是_____cm.

9. (4 分) 已知 $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, $\triangle ABC$ 的周长与 $\triangle A_1B_1C_1$ 的周长的比值是 $\frac{3}{2}$,

BE、B₁E₁ 分别是它们对应边上的中线, 且 BE=6, 则 B₁E₁=_____.

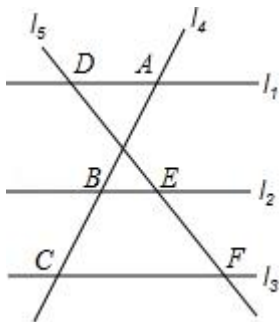
10. (4 分) 计算: $3\vec{a} + 2\left(\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}\right) =$ _____.

11. (4 分) 计算: $3\tan 30^\circ + \sin 45^\circ =$ _____.

12. (4 分) 抛物线 $y = 3x^2 - 4$ 的最低点坐标是_____.

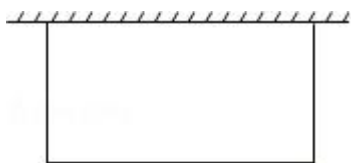
13. (4 分) 将抛物线 $y = 2x^2$ 向下平移 3 个单位, 所得的抛物线的表达式是_____.

14. (4 分) 如图, 已知直线 l_1 、 l_2 、 l_3 分别交直线 l_4 于点 A、B、C, 交直线 l_5 于点 D、E、F, 且 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, AB=4, AC=6, DF=9, 则 DE=_____.

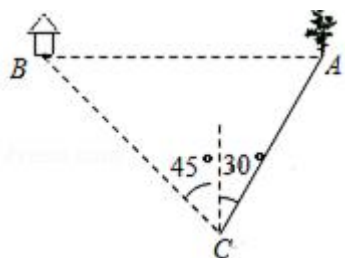


15. (4 分) 如图, 用长为 10 米的篱笆, 一面靠墙 (墙的长度超过 10 米), 围成一个矩形花圃, 设矩形垂直于墙的一边长为 x 米, 花圃面积为 S 平方米,

则 S 关于 x 的函数解析式是_____ (不写定义域).

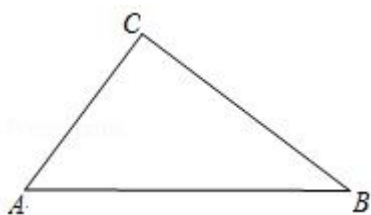


16. (4分) 如图, 湖心岛上有一凉亭 B , 在凉亭 B 的正东湖边有一棵大树 A , 在湖边的 C 处测得 B 在北偏西 45° 方向上, 测得 A 在北偏东 30° 方向上, 又测得 A 、 C 之间的距离为 100 米, 则 A 、 B 之间的距离是_____米 (结果保留根号形式).



17. (4分) 已知点 $(-1, m)$ 、 $(2, n)$ 在二次函数 $y = ax^2 - 2ax - 1$ 的图象上, 如果 $m > n$, 那么 a _____0 (用“ $>$ ”或“ $<$ ”连接).

18. (4分) 如图, 已知在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\cos B = \frac{4}{5}$, $BC = 8$, 点 D 在边 BC 上, 将 $\triangle ABC$ 沿着过点 D 的一条直线翻折, 使点 B 落在 AB 边上的点 E 处, 联结 CE 、 DE , 当 $\angle BDE = \angle AEC$ 时, 则 BE 的长是_____.



三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10分) 将抛物线 $y = x^2 - 4x + 5$ 向左平移 4 个单位, 求平移后抛物线的表达式、顶点坐标和对称轴.

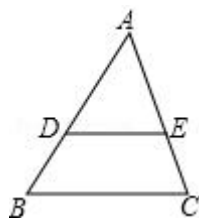
20. (10分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 和 AC 上, $DE \parallel BC$,

且 DE 经过 $\triangle ABC$ 的重心, 设 $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$.

(1) $\overrightarrow{DE} =$ _____ (用向量 $\vec{a}$ 表示);

(2) 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, 在图中求作 $\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{a}$.

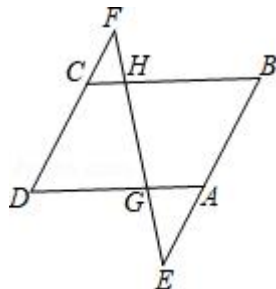
(不要求写作法, 但要指出所作图中表示结论的向量.)



21. (10 分) 如图, 已知 G 、 H 分别是 $\square ABCD$ 对边 AD 、 BC 上的点, 直线 GH 分别交 BA 和 DC 的延长线于点 E 、 F .

(1) 当 $\frac{S_{\triangle CFH}}{S_{\text{四边形 } CDGH}} = \frac{1}{8}$ 时, 求 $\frac{CH}{DG}$ 的值;

(2) 联结 BD 交 EF 于点 M , 求证: $MG \cdot ME = MF \cdot MH$.

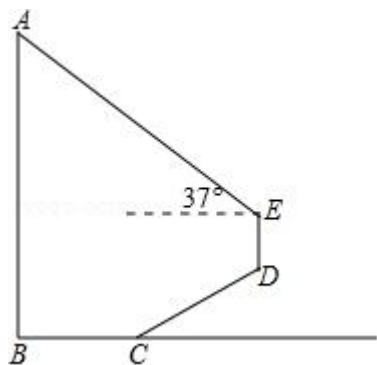


22. (10 分) 如图, 为测量学校旗杆 AB 的高度, 小明从旗杆正前方 3 米处的点 C 出发, 沿坡度为 $i=1:\sqrt{3}$ 的斜坡 CD 前进 $2\sqrt{3}$ 米到达点 D , 在点 D 处放置测角仪, 测得旗杆顶部 A 的仰角为 37° , 量得测角仪 DE 的高为 1.5 米. A 、 B 、 C 、 D 、 E 在同一平面内, 且旗杆和测角仪都与地面垂直.

(1) 求点 D 的铅垂高度 (结果保留根号);

(2) 求旗杆 AB 的高度 (精确到 0.1).

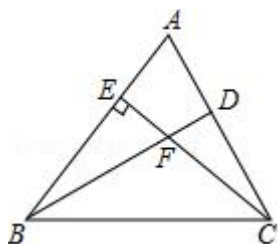
(参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$, $\sqrt{3} \approx 1.73$.)



23. (12 分) 如图, 已知, 在锐角 $\triangle ABC$ 中, $CE \perp AB$ 于点 E , 点 D 在边 AC 上, 联结 BD 交 CE 于点 F , 且 $EF \cdot FC = FB \cdot DF$.

(1) 求证: $BD \perp AC$;

(2) 联结 AF , 求证: $AF \cdot BE = BC \cdot EF$.

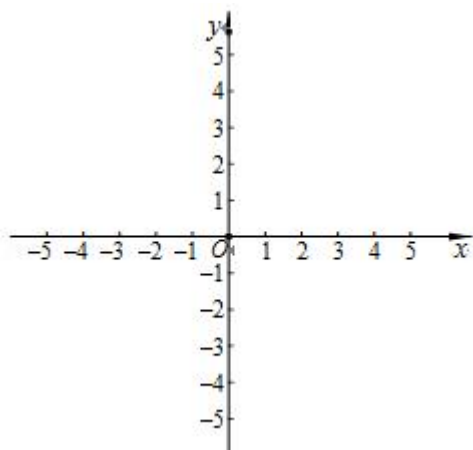


24. (12 分) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + 5$ 与 x 轴交于点 $A(1, 0)$ 和点 $B(5, 0)$, 顶点为 M . 点 C 在 x 轴的负半轴上, 且 $AC = AB$, 点 D 的坐标为 $(0, 3)$, 直线 l 经过点 C 、 D .

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 点 P 是直线 l 在第三象限上的点, 联结 AP , 且线段 CP 是线段 CA 、 CB 的比例中项, 求 $\tan \angle CPA$ 的值;

(3) 在 (2) 的条件下, 联结 AM 、 BM , 在直线 PM 上是否存在点 E , 使得 $\angle AEM = \angle AMB$? 若存在, 求出点 E 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

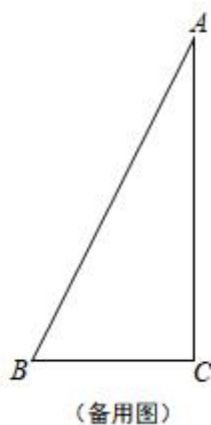
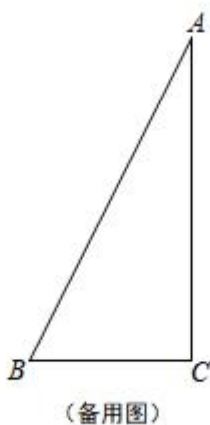
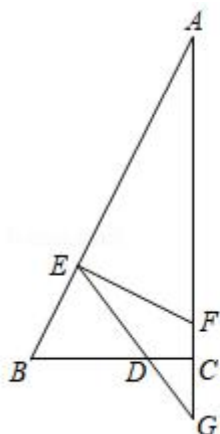


25. (14 分) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $BC=2$, $AC=4$, 点 D 在射线 BC 上, 以点 D 为圆心, BD 为半径画弧交边 AB 于点 E , 过点 E 作 $EF \perp AB$ 交边 AC 于点 F , 射线 ED 交射线 AC 于点 G .

(1) 求证: $\triangle EFG \sim \triangle AEG$;

(2) 设 $FG=x$, $\triangle EFG$ 的面积为 y , 求 y 关于 x 的函数解析式并写出定义域;

(3) 联结 DF , 当 $\triangle EFD$ 是等腰三角形时, 请直接写出 FG 的长度.



2018 年上海市浦东新区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. (4 分) 如果把一个锐角三角形三边的长都扩大为原来的两倍, 那么锐角 A 的余切值 ()

- A. 扩大为原来的两倍 B. 缩小为原来的 $\frac{1}{2}$
- C. 不变 D. 不能确定

【考点】 T1: 锐角三角函数的定义.

【专题】1: 常规题型.

【分析】根据 $\triangle ABC$ 三边的长度都扩大为原来的两倍所得的三角形与原三角形相似，得到锐角A的大小没改变，从而得出答案.

【解答】解：因为 $\triangle ABC$ 三边的长度都扩大为原来的两倍所得的三角形与原三角形相似，

所以锐角 A 的大小没改变, 所以锐角 A 的余切值也不变.

故选: C.

【点评】 本题考查了锐角三角函数的定义，掌握在直角三角形中，一个锐角的余切等于它的邻边与对边的比值是解题的关键。

2. (4 分) 下列函数中, 二次函数是 ()

- A. $y = -4x + 5$ B. $y = x(2x - 3)$
C. $y = (x + 4)^2 - x^2$ D. $y = \frac{1}{x^2}$

【考点】 H1: 二次函数的定义.

【专题】535：二次函数图象及其性质.

【分析】根据二次函数的定义，逐一分析四个选项即可得出结论.

【解答】解：A、 $y = -4x + 5$ 为一次函数；

B、 $y = x(2x - 3) = 2x^2 - 3x$ 为二次函数；

C、 $y = (x+4)^2 - x^2 = 8x + 16$ 为一次函数；

D、 $y = \frac{1}{x^2}$ 不是二次函数.

故选：B.

【点评】本题考查了二次函数的定义，牢记二次函数的定义是解题的关键.

3. (4分) 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = 7$ ， $BC = 5$ ，那么下列式子中正确的是 ()

A. $\sin A = \frac{5}{7}$ B. $\cos A = \frac{5}{7}$ C. $\tan A = \frac{5}{7}$ D. $\cot A = \frac{5}{7}$

【考点】T1：锐角三角函数的定义.

【分析】首先利用勾股定理求得 AC 的长，然后利用三角函数的定义求解.

【解答】解： $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{7^2 - 5^2} = 2\sqrt{6}$,

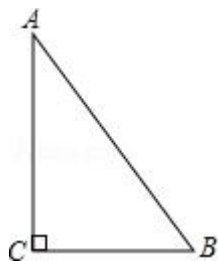
A、 $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{5}{7}$. 故本选项正确；

B、 $\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{2\sqrt{6}}{7}$, 故本选项错误；

C、 $\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{5}{2\sqrt{6}}$, 故本选项错误；

D、 $\cot A = \frac{AC}{BC} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$, 故本选项错误；

故选：A.



【点评】 本题考查锐角三角函数的定义及运用：在直角三角形中，锐角的正弦为对边比斜边，余弦为邻边比斜边，正切为对边比邻边.

4. (4分) 已知非零向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, 下列条件中, 不能判定向量 $\vec{a}$ 与向量 $\vec{b}$ 平行的是 ()

- A. $\vec{a} \parallel \vec{c}$, $\vec{b} \parallel \vec{c}$ B. $|\vec{a}|=3|\vec{b}|$ C. $\vec{a}=\vec{c}$, $\vec{b}=2\vec{c}$ D. $\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$

【考点】 LM: *平面向量.

【专题】 55: 几何图形.

【分析】 根据向量的性质进行逐一判定即可.

【解答】 解: A、由 $\vec{a} \parallel \vec{c}$, $\vec{b} \parallel \vec{c}$ 推知非零向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 的方向相同, 则 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 故本选项错误;

B、由 $|\vec{a}|=3|\vec{b}|$ 不能确定非零向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的方向, 故不能判定其位置关系, 故本选项正确.

C、由 $\vec{a}=\vec{c}$ 、 $\vec{b}=2\vec{c}$ 推知非零向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 的方向相同, 则 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 故本选项错误;

D、由 $\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$ 推知非零向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的方向相反, 则 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 故本选项错误;

故选: B.

【点评】 本题考查的是向量中平行向量的定义, 即方向相同或相反的非零向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 叫做平行向量.

5. (4分) 如果二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象全部在 x 轴的下方, 那么下列判断中正确的是 ()

- A. $a<0$, $b<0$ B. $a>0$, $b<0$ C. $a<0$, $c>0$ D. $a<0$, $c<0$

【考点】 H3: 二次函数的性质.

【专题】 535: 二次函数图象及其性质.

【分析】 由抛物线在 x 轴的下方, 即可得出抛物线与 x 轴无交点且 $a<0$, 进而

即可得出 $a < 0$ 、 $c < 0$ ，此题得解.

【解答】解： $\because$ 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象全部在 x 轴的下方，

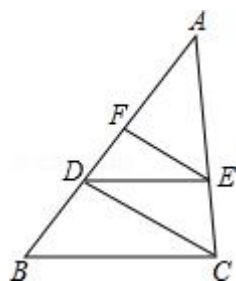
$$\therefore a < 0, \frac{4ac - b^2}{4a} < 0,$$

$$\therefore a < 0, c < 0,$$

故选：D.

【点评】 本题考查了二次函数的性质，牢记二次函数的性质是解题的关键.

6. (4分) 如图，已知点 D、F 在 $\triangle ABC$ 的边 AB 上，点 E 在边 AC 上，且 $DE \parallel BC$ ，要使得 $EF \parallel CD$ ，还需添加一个条件，这个条件可以是 ()



A. $\frac{EF}{CD} = \frac{AD}{AB}$

B. $\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}$

C. $\frac{AF}{AD} = \frac{AD}{AB}$

D. $\frac{AF}{AD} = \frac{AD}{DB}$

【考点】 S4：平行线分线段成比例.

【专题】 55D：图形的相似.

【分析】 由平行线分线段成比例可以得到 $\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}$ ，则根据等量代换可以推知

$$\frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AD}, \text{ 进而得出 } EF \parallel CD.$$

【解答】解： $\because DE \parallel BC$,

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB},$$

$$\therefore \text{当 } \frac{AF}{AD} = \frac{AD}{AB} \text{ 时, } \frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AD},$$

$\therefore EF \parallel CD$ ，故 C 选项符合题意；

而 A，B，D 选项不能得出 $EF \parallel CD$ ，

故选：C.

【点评】 本题考查了平行线分线段成比例. 平行于三角形一边的直线截其他两边 (或两边的延长线), 所得的对应线段成比例. 注意找准对应关系, 以防错解.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 已知 $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$, 则 $\frac{x-y}{x+y} = \frac{1}{5}$.

【考点】 65: 分式的基本性质.

【分析】 根据已知条件 $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$, 可设 $x=3a$, 则 $y=2a$, 然后把它们代入所求式子, 即可求出 $\frac{x-y}{x+y}$ 的值.

【解答】 解: 设 $x=3a$ 时, $y=2a$,

$$\text{则 } \frac{x-y}{x+y} = \frac{3a-2a}{3a+2a} = \frac{a}{5a} = \frac{1}{5}.$$

故答案为 $\frac{1}{5}$.

【点评】 本题根据 x 、 y 之间的关系, 进而求出分式的值.

8. (4 分) 已知线段 MN 的长是 4cm, 点 P 是线段 MN 的黄金分割点, 则较长线段 MP 的长是 $(2\sqrt{5}-2)$ cm.

【考点】 S3: 黄金分割.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 根据黄金分割的概念得到 $MP = \frac{\sqrt{5}-1}{2}MN$, 把 $MN=4\text{cm}$ 代入计算即可.

【解答】 解: $\because P$ 是线段 MN 的黄金分割点,

$$\therefore MP = \frac{\sqrt{5}-1}{2}MN,$$

而 $MN=4\text{cm}$,

$$\therefore MP = 4 \times \frac{\sqrt{5}-1}{2} = (2\sqrt{5}-2) \text{ cm}.$$

故答案为 $(2\sqrt{5}-2)$.

【点评】 本题考查了黄金分割的概念: 如果一个点把一条线段分成两条线段, 并且较长线段是较短线段和整个线段的比例中项, 那么就说这个点把这条线段

黄金分割, 这个点叫这条线段的黄金分割点; 较长线段是整个线段的 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 倍.

9. (4分) 已知 $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, $\triangle ABC$ 的周长与 $\triangle A_1B_1C_1$ 的周长的比值是 $\frac{3}{2}$,

BE 、 B_1E_1 分别是它们对应边上的中线, 且 $BE=6$, 则 $B_1E_1=$ 4.

【考点】S7: 相似三角形的性质.

【专题】55D: 图形的相似.

【分析】根据相似三角形对应中线的比等于相似比列比例式求解即可.

【解答】解: $\because \triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, $\triangle ABC$ 的周长与 $\triangle A_1B_1C_1$ 的周长的比值是

$$\begin{aligned} & \frac{3}{2}, \\ \therefore \frac{BE}{B_1E_1} &= \frac{3}{2}, \\ \text{即} \frac{6}{B_1E_1} &= \frac{3}{2}, \end{aligned}$$

解得 $B_1E_1=4$.

故答案为: 4.

【点评】本题考查对相似三角形性质的理解: (1) 相似三角形周长的比等于相似比;

(2) 相似三角形面积的比等于相似比的平方;

(3) 相似三角形对应高的比、对应中线的比、对应角平分线的比都等于相似比.

10. (4分) 计算: $3\vec{a}+2\left(\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}\right)=$ $5\vec{a}-\vec{b}$.

【考点】LM: *平面向量.

【专题】5: 特定专题.

【分析】根据平面向量的加法法则计算即可;

【解答】解: $3\vec{a}+2\left(\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}\right)=3\vec{a}+2\vec{a}-\vec{b}=5\vec{a}-\vec{b}$;

故答案为 $5\vec{a}-\vec{b}$;

【点评】本题考查平面向量的加减法则, 解题的关键是熟练掌握平面向量的加减

法则，注意平面向量的加减适合加法交换律以及结合律，适合去括号法则.

11. (4 分) 计算: $3\tan 30^\circ + \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$.

【考点】T5: 特殊角的三角函数值.

【专题】1: 常规题型.

【分析】直接将已知三角函数值代入求出答案.

【解答】解: 原式 $= 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $= \sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{2}$.

故答案为: $\sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{2}$.

【点评】此题主要考查了特殊角的三角函数值，正确记忆相关数据是解题关键.

12. (4 分) 抛物线 $y = 3x^2 - 4$ 的最低点坐标是 $(0, -4)$.

【考点】H7: 二次函数的最值.

【专题】53: 函数及其图象.

【分析】利用配方法把抛物线的一般式转化为顶点式，再写出顶点坐标即可.

【解答】解: $y = 3x^2 - 4$

$\therefore$ 顶点 $(0, -4)$ ，即最低点坐标是 $(0, -4)$ ，

故答案为: $(0, -4)$.

【点评】此题考查利用顶点式求函数的顶点坐标，注意根据函数解析式的特点灵活运用适当的方法解决问题.

13. (4 分) 将抛物线 $y = 2x^2$ 向下平移 3 个单位，所得的抛物线的表达式是 $y = 2x^2 - 3$.

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【专题】33: 函数思想.

【分析】根据向下平移，纵坐标要减去 3，即可得到答案.

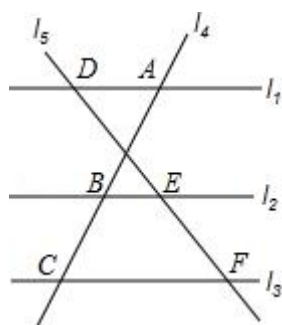
【解答】解: $\therefore$ 抛物线 $y = 2x^2$ 向下平移 3 个单位，

∴ 抛物线的解析式为 $y=2x^2-3$.

故答案为: $y=2x^2-3$.

【点评】 主要考查了函数图象的平移, 抛物线与坐标轴的交点坐标的求法, 要求熟练掌握平移的规律: 左加右减, 上加下减.

14. (4 分) 如图, 已知直线 l_1 、 l_2 、 l_3 分别交直线 l_4 于点 A、B、C, 交直线 l_5 于点 D、E、F, 且 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, $AB=4$, $AC=6$, $DF=9$, 则 $DE=$ 6.



【考点】 S4: 平行线分线段成比例.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 根据平行线分线段成比例定理解答即可.

【解答】 解: ∵ $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, $AB=5$, $AC=8$, $DF=12$,

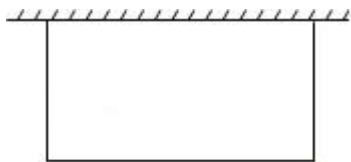
$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF},$$
$$\text{即 } \frac{4}{6} = \frac{DE}{9},$$

可得: $DE=6$,

故答案为: 6.

【点评】 本题考查了平行线分线段成比例定理的应用, 能熟练地运用定理进行计算是解此题的关键, 题目比较典型, 难度适中, 注意: 对应成比例.

15. (4 分) 如图, 用长为 10 米的篱笆, 一面靠墙 (墙的长度超过 10 米), 围成一个矩形花圃, 设矩形垂直于墙的一边长为 x 米, 花圃面积为 S 平方米, 则 S 关于 x 的函数解析式是 $S=-2x^2+10x$ (不写定义域).



【考点】HD：根据实际问题列二次函数关系式.

【专题】12：应用题；535：二次函数图象及其性质.

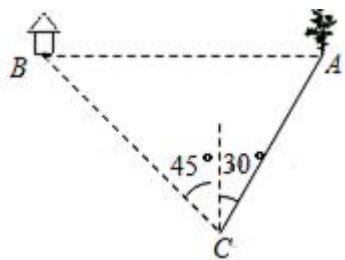
【分析】根据题意列出 S 与 x 的二次函数解析式即可.

【解答】解：设平行于墙的一边为 $(10 - 2x)$ 米，则垂直于墙的一边为 x 米，
根据题意得： $S = x(10 - 2x) = -2x^2 + 10x$,

故答案为： $S = -2x^2 + 10x$

【点评】此题考查了根据实际问题列二次函数关系式，弄清题意是解本题的关键.

16. (4 分) 如图，湖心岛上有一凉亭 B ，在凉亭 B 的正东湖边有一棵大树 A ，
在湖边的 C 处测得 B 在北偏西 45° 方向上，测得 A 在北偏东 30° 方向上，又
测得 A 、 C 之间的距离为 100 米，则 A 、 B 之间的距离是 $(50\sqrt{3} + 50)$ 米
(结果保留根号形式).

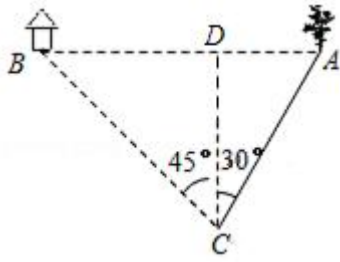


【考点】TB：解直角三角形的应用 - 方向角问题.

【专题】55E：解直角三角形及其应用.

【分析】过点 $C \perp AB$ 于点 D ，在 $Rt\triangle ACD$ 中，求出 AD 、 CD 的值，然后在 $Rt\triangle BCD$ 中求出 BD 的长度，继而可求得 AB 的长度.

【解答】解：如图，过点 $C \perp AB$ 于点 D ，



在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\because \angle ACD=30^\circ$, $AC=100\text{m}$,

$$\therefore AD=100 \cdot \sin \angle ACD=100 \times 0.5=50 \text{ (m)},$$

$$CD=100 \cdot \cos \angle ACD=100 \times \frac{\sqrt{3}}{2}=50\sqrt{3} \text{ (m)},$$

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中,

$$\because \angle BCD=45^\circ,$$

$$\therefore BD=CD=50\sqrt{3}\text{m},$$

$$\text{则 } AB=AD+BD=50\sqrt{3}+50 \text{ (m)},$$

即 A、B 之间的距离约为 $(50\sqrt{3}+50)$ 米.

故答案为: $(50\sqrt{3}+50)$.

【点评】 本题考查了直角三角形的应用, 解答本题的关键是根据方向角构造直角三角形, 利用三角函数解直角三角形.

17. (4 分) 已知点 $(-1, m)$ 、 $(2, n)$ 在二次函数 $y=ax^2-2ax-1$ 的图象上,

如果 $m > n$, 那么 a > 0 (用“>”或“<”连接).

【考点】 H5: 二次函数图象上点的坐标特征.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 二次函数的性质即可判定.

【解答】 解: $\because$ 二次函数的解析式为 $y=ax^2-2ax-1$,

$\therefore$ 该抛物线对称轴为 $x=1$,

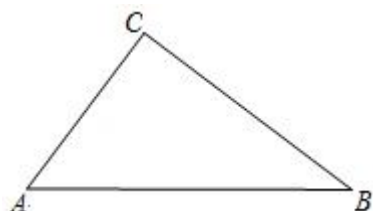
$$\because |-1-1| > |2-1|, \text{ 且 } m > n,$$

$\therefore a > 0$.

故答案为: $>$.

【点评】 本题主要考查对二次函数图象上点的坐标特征, 二次函数的性质等知识点的理解和掌握, 能求出对称轴和根据二次函数的性质求出正确答案是解此题的关键.

18. (4 分) 如图, 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\cos B=\frac{4}{5}$, $BC=8$, 点 D 在边 BC 上, 将 $\triangle ABC$ 沿着过点 D 的一条直线翻折, 使点 B 落在 AB 边上的点 E 处, 联结 CE 、 DE , 当 $\angle BDE=\angle AEC$ 时, 则 BE 的长是 $\frac{39}{5}$.

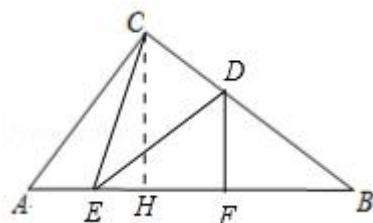


【考点】 PB: 翻折变换 (折叠问题); S9: 相似三角形的判定与性质; T7: 解直角三角形.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 如图作 $CH \perp AB$ 于 H . 由题意 $EF=BF$, 设 $EF=BF=a$, 则 $BD=\frac{5}{4}a$, 只要证明 $\triangle ECD \sim \triangle BCE$, 可得 $EC^2=CD \cdot CB$, 延长构建方程即可解决问题;

【解答】 解: 如图作 $CH \perp AB$ 于 H .



在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\because BC=8$, $\cos B=\frac{4}{5}$,
 $\therefore AB=10$, $AC=8$, $CH=\frac{AC \cdot BC}{AB}=\frac{24}{5}$, $BH=\frac{32}{5}$,
由题意 $EF=BF$, 设 $EF=BF=a$, 则 $BD=\frac{5}{4}a$,

$$\therefore \angle BDE = \angle AEC,$$

$$\therefore \angle CED + \angle ECB = \angle ECB + \angle B,$$

$$\therefore \angle CED = \angle B, \therefore \angle ECD = \angle BCE,$$

$$\therefore \triangle ECD \sim \triangle BCE,$$

$$\therefore EC^2 = CD \cdot CB,$$

$$\therefore \left(\frac{24}{5}\right)^2 + \left(2a - \frac{32}{5}\right)^2 = \left(8 - \frac{5}{4}a\right) \times 8,$$

$$\text{解得 } a = \frac{39}{10} \text{ 或 } 0 \text{ (舍去)},$$

$$\therefore BE = 2a = \frac{39}{5},$$

$$\text{故答案为 } \frac{39}{5}.$$

【点评】 本题考查相似三角形的判定和性质、勾股定理、翻折变换等知识，解题的关键是正确寻找相似三角形解决问题，学会构建方程解决问题，属于中考常考题型.

三、解答题：(本大题共 7 题，满分 78 分)

19. (10 分) 将抛物线 $y = x^2 - 4x + 5$ 向左平移 4 个单位，求平移后抛物线的表达式、顶点坐标和对称轴.

【考点】 H3：二次函数的性质；H6：二次函数图象与几何变换.

【专题】 33：函数思想.

【分析】 先将抛物线 $y = x^2 - 4x + 5$ 化为顶点坐标式，再按照“左加右减，上加下减”的规律平移则可.

【解答】 解： $\because y = x^2 - 4x + 5 = (x - 2)^2 + 1,$

$\therefore$ 平移后的函数解析式是 $y = (x + 2)^2 + 1.$

顶点坐标是 $(-2, 1)$. 对称轴是直线 $x = -2.$

【点评】 本题考查了二次函数图象与几何变换：由于抛物线平移后的形状不变，故 a 不变，所以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法：一是求出原

抛物线上任意两点平移后的坐标，利用待定系数法求出解析式；二是只考虑平移后的顶点坐标，即可求出解析式.

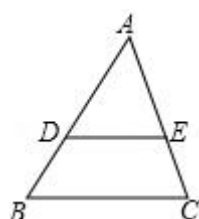
20. (10 分) 如图，已知 $\triangle ABC$ 中，点 D、E 分别在边 AB 和 AC 上， $DE \parallel BC$,

且 DE 经过 $\triangle ABC$ 的重心，设 $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$.

(1) $\overrightarrow{DE} = \underline{\underline{\frac{2}{3}\vec{a}}}$ (用向量 $\vec{a}$ 表示);

(2) 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, 在图中求作 $\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{a}$.

(不要求写作法，但要指出所作图中表示结论的向量.)



【考点】JA: 平行线的性质; K5: 三角形的重心; LM: *平面向量.

【专题】5: 特定专题; 552: 三角形.

【分析】(1) 由 $DE \parallel BC$ 推出 $AD: AB = AG: AF = DE: BC = 2: 3$, 推出 $DE = \frac{2}{3}BC$,

由 $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$, 推出 $\overrightarrow{DE} = \frac{2}{3}\vec{a}$;

(2) 作 $\triangle ABC$ 的中线 AF, 结论: $\overrightarrow{AF}$ 就是所要求作的向量;

【解答】解: (1) 如图设 G 是重心, 作中线 AF.

$\because DE \parallel BC$,

$\therefore AD: AB = AG: AF = DE: BC = 2: 3$,

$\therefore DE = \frac{2}{3}BC$,

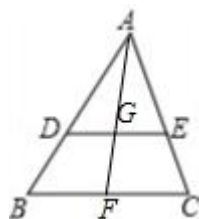
$\because \overrightarrow{BC} = \vec{a}$,

$\therefore \overrightarrow{DE} = \frac{2}{3}\vec{a}$.

故答案为 $\frac{2}{3}\vec{a}$

(2) 作 $\triangle ABC$ 的中线 AF ,

结论: $\overrightarrow{AF}$ 就是所要求作的向量.

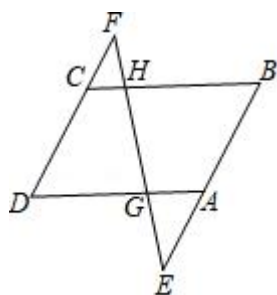


【点评】 本题考查三角形的重心、平行线的性质、平面向量等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 属于中考常考题型.

21. (10分) 如图, 已知 G 、 H 分别是 $\square ABCD$ 对边 AD 、 BC 上的点, 直线 GH 分别交 BA 和 DC 的延长线于点 E 、 F .

(1) 当 $\frac{S_{\triangle CFH}}{S_{\text{四边形}CDGH}} = \frac{1}{8}$ 时, 求 $\frac{CH}{DG}$ 的值;

(2) 联结 BD 交 EF 于点 M , 求证: $MG \cdot ME = MF \cdot MH$.



【考点】 L5: 平行四边形的性质; S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】 55: 几何图形.

【分析】 (1) 根据相似三角形的判定和性质解答即可;

(2) 根据平行四边形的性质和相似三角形的相似比解答即可.

【解答】 (1) 解: $\because \frac{S_{\triangle CFH}}{S_{\text{四边形}CDGH}} = \frac{1}{8},$

$$\therefore \frac{S_{\triangle CFH}}{S_{\triangle DFG}} = \frac{1}{9}.$$

$\therefore \square ABCD$ 中, $AD \parallel BC,$

$$\therefore \triangle CFH \sim \triangle DFG.$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle CFH}}{S_{\triangle DFG}} = \left(\frac{CH}{DG}\right)^2 = \frac{1}{9}.$$

$$\therefore \frac{CH}{DG} = \frac{1}{3}.$$

(2) $\because$ $\square ABCD$ 中, $AD \parallel BC$,

$$\therefore \frac{MB}{MD} = \frac{MH}{MG}.$$

$\because$ $\square ABCD$ 中, $AB \parallel CD$,

$$\therefore \frac{ME}{MF} = \frac{MB}{MD}.$$

$$\therefore \frac{ME}{MF} = \frac{MH}{MG}.$$

$$\therefore MG \cdot ME = MF \cdot MH.$$

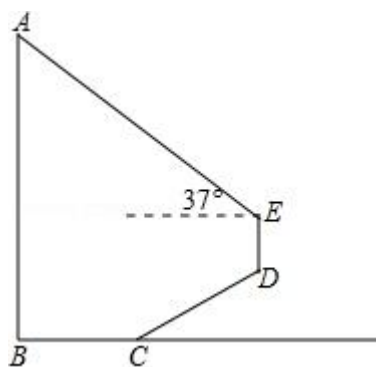
【点评】 本题考查了平行四边形的性质, 相似三角形的性质和判定的应用, 主要考查学生的推理能力, 题目比较典型, 难度适中.

22. (10 分) 如图, 为测量学校旗杆 AB 的高度, 小明从旗杆正前方 3 米处的点 C 出发, 沿坡度为 $i=1:\sqrt{3}$ 的斜坡 CD 前进 $2\sqrt{3}$ 米到达点 D , 在点 D 处放置测角仪, 测得旗杆顶部 A 的仰角为 37° , 量得测角仪 DE 的高为 1.5 米. A 、 B 、 C 、 D 、 E 在同一平面内, 且旗杆和测角仪都与地面垂直.

(1) 求点 D 的铅垂高度 (结果保留根号);

(2) 求旗杆 AB 的高度 (精确到 0.1).

(参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$, $\sqrt{3} \approx 1.73$.)



【考点】T9：解直角三角形的应用－坡度坡角问题；TA：解直角三角形的应用－仰角俯角问题.

【专题】1：常规题型；55E：解直角三角形及其应用.

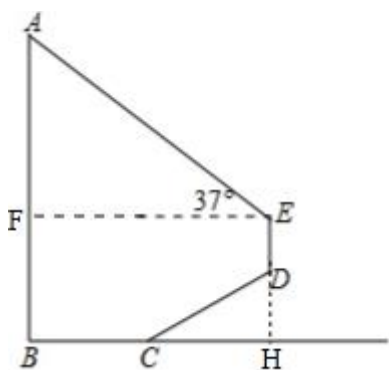
【分析】(1) 延长 ED 交 BC 延长线于点 H，则 $\angle CHD=90^\circ$ ，Rt $\triangle CDH$ 中求得

$$CH=CD\cos\angle DCH=2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3, DH=\frac{1}{2}CD=\sqrt{3};$$

(2) 作 $EF\perp AB$ ，可得 $EH=BF=1.5+\sqrt{3}$ 、 $EF=BH=BC+CH=6$ ，根据 $AF=EF\tan$

$\angle AEF\approx 4.5$ 、 $AB=AF+BF$ 可得答案.

【解答】解：(1) 延长 ED 交射线 BC 于点 H.



由题意得 $DH\perp BC$.

在 Rt $\triangle CDH$ 中， $\angle DHC=90^\circ$ ， $\tan\angle DCH=i=1:\sqrt{3}$.

$\therefore \angle DCH=30^\circ$.

$\therefore CD=2DH$.

$\therefore CD=2\sqrt{3}$,

$$\therefore DH=\sqrt{3}, CH=3.$$

答：点 D 的铅垂高度是 $\sqrt{3}$ 米.

(2) 过点 E 作 $EF \perp AB$ 于 F.

由题意得， $\angle AEF$ 即为点 E 观察点 A 时的仰角，

$$\therefore \angle AEF=37^\circ.$$

$$\because EF \perp AB, AB \perp BC, ED \perp BC,$$

$$\therefore \angle BFE = \angle B = \angle BHE = 90^\circ.$$

$\therefore$ 四边形 FBHE 为矩形.

$$\therefore EF=BH=BC+CH=6.$$

$$FB=EH=ED+DH=1.5+\sqrt{3}.$$

在 $Rt\triangle AEF$ 中， $\angle AFE=90^\circ$ ， $AF=EF \tan \angle AEF \approx 6 \times 0.75 \approx 4.5$.

$$\therefore AB=AF+FB=4.5+1.5+\sqrt{3} \approx 6+1.73 \approx 7.7.$$

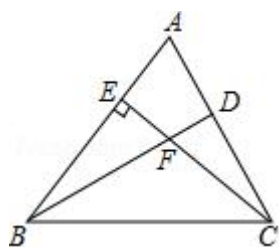
答：旗杆 AB 的高度约为 7.7 米.

【点评】 本题主要考查解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题和坡度坡比问题，掌握仰角俯角和坡度坡比的定义，并根据题意构建合适的直角三角形是解题的关键.

23. (12 分) 如图，已知，在锐角 $\triangle ABC$ 中， $CE \perp AB$ 于点 E，点 D 在边 AC 上，联结 BD 交 CE 于点 F，且 $EF \cdot FC = FB \cdot DF$.

(1) 求证： $BD \perp AC$;

(2) 联结 AF，求证： $AF \cdot BE = BC \cdot EF$.



【考点】S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】55: 几何图形.

【分析】(1) 根据相似三角形的判定得出 $\triangle EFB \sim \triangle DFC$, 再根据相似三角形的性质解答即可;

(2) 由 $\triangle EFB \sim \triangle DFC$ 得出 $\angle ABD = \angle ACE$, 进而判断 $\triangle AEC \sim \triangle FEB$, 再利用相似三角形的性质解答即可.

【解答】证明: (1) $\because EF \cdot FC = FB \cdot DF$,

$$\therefore \frac{EF}{DF} = \frac{FB}{FC}.$$

$$\therefore \angle EFB = \angle DFC,$$

$$\therefore \triangle EFB \sim \triangle DFC.$$

$$\therefore \angle FEB = \angle FDC.$$

$$\because CE \perp AB,$$

$$\therefore \angle FEB = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle FDC = 90^\circ.$$

$$\therefore BD \perp AC.$$

$$(2) \because \triangle EFB \sim \triangle DFC,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ACE.$$

$$\because CE \perp AB,$$

$$\therefore \angle FEB = \angle AEC = 90^\circ.$$

$$\therefore \triangle AEC \sim \triangle FEB.$$

$$\therefore \frac{AE}{FE} = \frac{EC}{EB}.$$

$$\therefore \frac{AE}{EC} = \frac{FE}{EB}.$$

$$\therefore \angle AEC = \angle FEB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle CEB.$$

$$\therefore \frac{AF}{CB} = \frac{EF}{EB},$$

$$\therefore AF \cdot BE = BC \cdot EF.$$

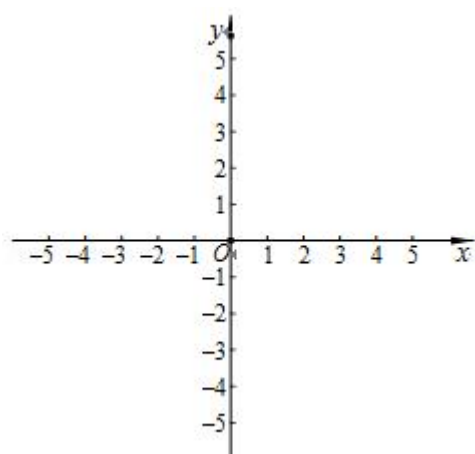
【点评】考查了相似三角形的判定和性质，关键是根据相似三角形的对应边比值相等的性质解答，

24. (12 分) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + 5$ 与 x 轴交于点 $A(1, 0)$ 和点 $B(5, 0)$ ，顶点为 M . 点 C 在 x 轴的负半轴上，且 $AC = AB$ ，点 D 的坐标为 $(0, 3)$ ，直线 l 经过点 C 、 D .

(1) 求抛物线的表达式；

(2) 点 P 是直线 l 在第三象限上的点，联结 AP ，且线段 CP 是线段 CA 、 CB 的比例中项，求 $\tan \angle CPA$ 的值；

(3) 在 (2) 的条件下，联结 AM 、 BM ，在直线 PM 上是否存在点 E ，使得 $\angle AEM = \angle AMB$ ？若存在，求出点 E 的坐标；若不存在，请说明理由.



【考点】HF：二次函数综合题.

【专题】16: 压轴题.

【分析】 (1) 将点 (1, 0), B (5, 0) 代入抛物线的解析式可得到 a、b 的值, 从而可得到抛物线的解析式;

(2) 先求得 AC 和 BC 的长, 然后依据比例中项的定义可求得 CP 的长, 接下来, 再证明 $\triangle CPA \sim \triangle CBP$, 依据相似三角形的性质可得到 $\angle CPA = \angle CBP$, 然后过 P 作 $PH \perp x$ 轴于 H, 接下来, 由 $\triangle PCH$ 为等腰直角三角形可得到 CH 和 PH 的长, 从而可得到点 P 的坐标, 然后由 $\tan \angle CPA = \tan \angle CBP = \frac{PH}{BH}$ 求解即可;

(3) 过点 A 作 $AN \perp PM$ 于点 N, 则 N (1, -4). 当点 E 在 M 左侧, 则 $\angle BAM = \angle AME$. 然后证明 $\triangle AEM \sim \triangle BMA$, 依据相似三角形的性质可求得 ME 的长, 从而可得到点 E 的坐标; 当点 E 在 M 右侧时, 记为点 E', 然后由点 E' 与 E 关于直线 AN 对称求解即可.

【解答】 解: (1) $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + 5$ 与 x 轴交于点 A (1, 0), B (5, 0),

$$\therefore \begin{cases} a+b+5=0 \\ 25a+5b+5=0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a=1 \\ b=-6 \end{cases}.$$

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y = x^2 - 6x + 5$.

(2) $\because$ A (1, 0), B (5, 0),

$\therefore OA=1, AB=4$.

$\because AC=AB$ 且点 C 在点 A 的左侧,

$\therefore AC=4$.

$\therefore CB=CA+AB=8$.

$\because$ 线段 CP 是线段 CA、CB 的比例中项,

$$\therefore \frac{CA}{CP} = \frac{CP}{CB}.$$

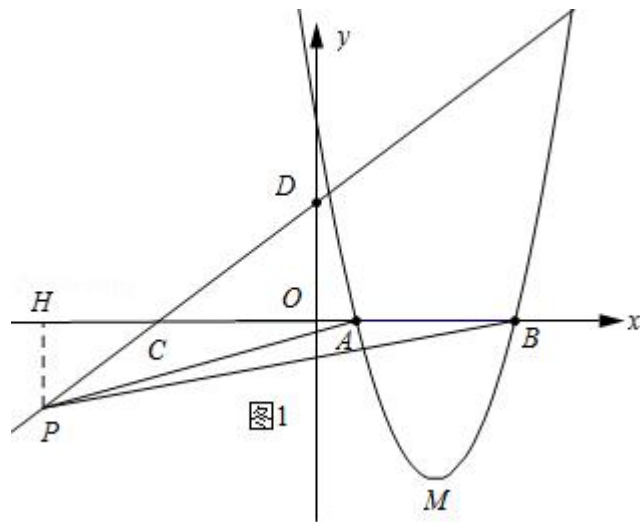
$\therefore CP = 4\sqrt{2}$.

又 $\because \angle PCB$ 是公共角,

$$\therefore \triangle CPA \sim \triangle CBP.$$

$$\therefore \angle CPA = \angle CBP.$$

过 P 作 $PH \perp x$ 轴于 H.



$$\therefore OC = OD = 3, \angle DOC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DCO = 45^\circ.$$

$$\therefore \angle PCH = 45^\circ$$

$$\therefore PH = CH = \frac{\sqrt{2}}{2} CP = 4,$$

$$\therefore H(-7, 0), BH = 12.$$

$$\therefore P(-7, -4).$$

$$\therefore \tan \angle CBP = \frac{PH}{BH} = \frac{1}{3}, \tan \angle CPA = \frac{1}{3}.$$

(3) $\because$ 抛物线的顶点是 $M(3, -4)$,

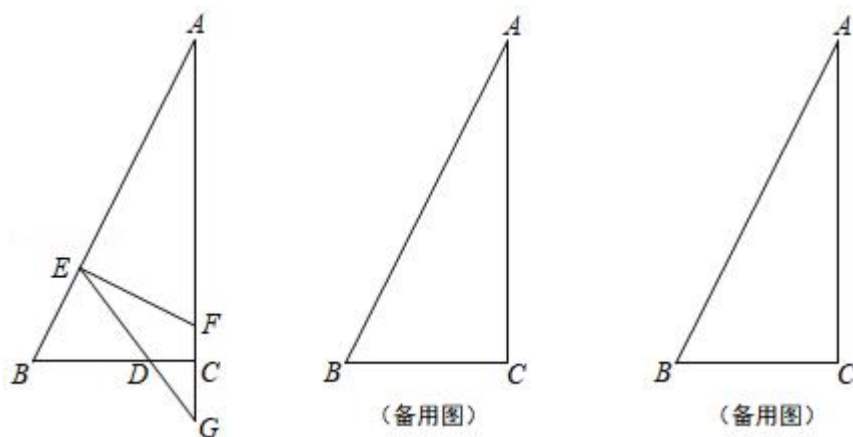
又 $\because P(-7, -4)$,

$\therefore PM \parallel x$ 轴.

当点 E 在 M 左侧, 则 $\angle BAM = \angle AME$.

过点 A 作 $AN \perp PM$ 于点 N, 则 $N(1, -4)$.

- (1) 求证: $\triangle EFG \sim \triangle AEG$;
- (2) 设 $FG=x$, $\triangle EFG$ 的面积为 y , 求 y 关于 x 的函数解析式并写出定义域;
- (3) 联结 DF , 当 $\triangle EFD$ 是等腰三角形时, 请直接写出 FG 的长度.



【考点】SO: 相似形综合题.

【专题】153: 代数几何综合题.

【分析】(1) 先证明 $\angle A = \angle 2$, 然后利用相似三角形的判定方法即可得到结论;

(2) 作 $EH \perp AF$ 于点 H , 如图 1, 利用勾股定理计算出 $AB=2\sqrt{5}$, 利用 $\triangle EFG \sim \triangle AEG$ 得到 $\frac{EF}{AE} = \frac{FG}{EG} = \frac{EG}{AG}$, 再证明 $\text{Rt}\triangle AEF \sim \text{Rt}\triangle ACB$ 得到 $\frac{EF}{2} = \frac{AE}{4} = \frac{AF}{2\sqrt{5}}$, 所以 $\frac{EF}{AE} = \frac{1}{2} = \frac{x}{EG} = \frac{EG}{AG}$, 则 $EG=2x$, $AG=4x$, $AF=3x$, $EF=\frac{3\sqrt{5}}{5}x$, $AE=\frac{6\sqrt{5}}{5}x$, 接着利用相似比表示出 $EH=\frac{6}{5}x$, $AH=\frac{12}{5}x$, 然后根据三角形面积公式表示出 y 与 x 的关系, 最后利用 $CF=4-3x$ 可确定 x 的范围;

(3) 先表示 $CG=4x-4$, $GH=\frac{8}{5}x$, 讨论: 当 $ED=EF=\frac{3\sqrt{5}}{5}x$ 时, 如图 1, 则 $BD=DE=\frac{3\sqrt{5}}{5}x$, 所以 $DC=2-\frac{3\sqrt{5}}{5}x$; 当 $DE=DF$ 时, 如图 2, 作 $DM \perp EF$ 于 M , 则 $EM=\frac{1}{2}EF=\frac{3\sqrt{5}}{10}x$, 证明 $\triangle DEM \sim \triangle BAC$, 利用相似比表示 $DE=\frac{3}{4}x$, 则 $BD=DE=\frac{3}{4}x$, 所以 $CD=2-\frac{3}{4}x$; 当 $FE=FD$ 时, 如图 3, 作 $FN \perp EG$ 于 N , 则 $EN=DN$, 证明 $\triangle NEF \sim \triangle CAB$, 利用相似比表示出 $EN=\frac{6}{5}x$, 则

$DE=2EN=\frac{12}{5}x$, 所以 $BD=DE=\frac{12}{5}x$, $CD=2-\frac{12}{5}x$, 然后利用 $\triangle GCD \sim \triangle GHE$,

根据相似比得到关于 x 的方程, 再分别解方程求出定义的 x 的值即可.

【解答】(1) 证明: $\because ED=BD$,

$$\therefore \angle B = \angle 2,$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B + \angle A = 90^\circ.$$

$$\because EF \perp AB,$$

$$\therefore \angle BEF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle 2,$$

$$\because \angle EGF = \angle AGE,$$

$$\therefore \triangle EFG \sim \triangle AEG;$$

(2) 解: 作 $EH \perp AF$ 于点 H , 如图 1, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $AB = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$,

$$\because \triangle EFG \sim \triangle AEG,$$

$$\therefore \frac{EF}{AE} = \frac{FG}{EG} = \frac{EG}{AG},$$

$$\because \angle EAF = \angle CAB,$$

$$\therefore Rt\triangle AEF \sim Rt\triangle ACB,$$

$$\therefore \frac{EF}{BC} = \frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AB}, \text{ 即 } \frac{EF}{2} = \frac{AE}{4} = \frac{AF}{2\sqrt{5}},$$

$$\therefore \frac{EF}{AE} = \frac{1}{2} = \frac{x}{EG} = \frac{EG}{AG},$$

$$\therefore EG = 2x, AG = 4x,$$

$$\therefore AF = AG - FG = 3x,$$

$$\therefore EF = \frac{3\sqrt{5}}{5}x, AE = \frac{6\sqrt{5}}{5}x,$$

$$\therefore EH \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{EH}{BC} = \frac{AE}{AB} = \frac{AH}{AC}, \text{ 即 } \frac{EH}{2} = \frac{\frac{6\sqrt{5}x}{5}}{2\sqrt{5}} = \frac{AH}{4},$$

$$\therefore EH = \frac{6}{5}x, \quad AH = \frac{12}{5}x,$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}FG \cdot EH = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \frac{6}{5}x = \frac{3}{5}x^2 \quad (0 < x < \frac{4}{3}),$$

$$(3) \text{ 解: } CG = AG - AC = 4x - 4, \quad GH = AG - AH = 4x - \frac{12}{5}x = \frac{8}{5}x,$$

$$\text{当 } ED = EF = \frac{3\sqrt{5}}{5}x \text{ 时, 如图 1, 则 } BD = DE = \frac{3\sqrt{5}}{5}x,$$

$$\therefore DC = 2 - \frac{3\sqrt{5}}{5}x,$$

$$\therefore CD \parallel EH,$$

$$\therefore \triangle GCD \sim \triangle GHE,$$

$$\therefore \frac{CD}{EH} = \frac{GC}{GH}, \text{ 即 } (2 - \frac{3\sqrt{5}}{5}x) : \frac{6}{5}x = (4x - 4) : \frac{8}{5}x, \text{ 解得 } x = \frac{25 - 5\sqrt{5}}{12};$$

$$\text{当 } DE = DF \text{ 时, 如图 2, 作 } DM \perp EF \text{ 于 } M, \text{ 则 } EM = \frac{1}{2}EF = \frac{3\sqrt{5}}{10}x,$$

$$\therefore \angle DEM = \angle A,$$

$$\therefore \triangle DEM \sim \triangle BAC,$$

$$\therefore \frac{DE}{AB} = \frac{EM}{AC}, \text{ 即 } \frac{DE}{2\sqrt{5}} = \frac{\frac{3\sqrt{5}}{10}x}{4}, \text{ 解得 } DE = \frac{3}{4}x,$$

$$\therefore BD = DE = \frac{3}{4}x,$$

$$\therefore CD = 2 - \frac{3}{4}x,$$

$$\therefore CD \parallel EH,$$

$$\therefore \triangle GCD \sim \triangle GHE,$$

$$\therefore \frac{CD}{EH} = \frac{GC}{GH}, \text{ 即 } (2 - \frac{3}{4}x) : \frac{6}{5}x = (4x - 4) : \frac{8}{5}x, \text{ 解得 } x = \frac{4}{3};$$

$$\text{当 } FE = FD \text{ 时, 如图 3, 作 } FN \perp EG \text{ 于 } N, \text{ 则 } EN = DN,$$

$$\therefore \angle NEF = \angle A,$$

$$\therefore \triangle NEF \sim \triangle CAB,$$

$$\therefore \frac{EN}{AC} = \frac{EF}{AB}, \text{ 即 } \frac{EN}{4} = \frac{\frac{3\sqrt{5}}{5}x}{2\sqrt{5}}, \text{ 解得 } EN = \frac{6}{5}x,$$

$$\therefore DE = 2EN = \frac{12}{5}x,$$

$$\therefore BD = DE = \frac{12}{5}x,$$

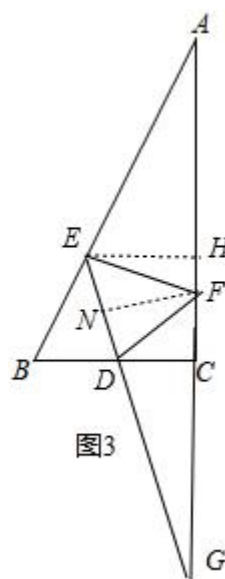
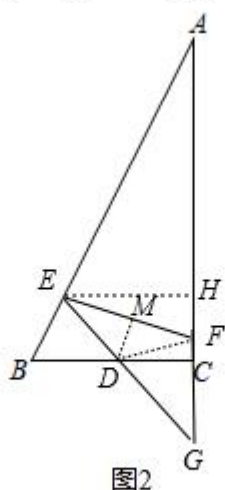
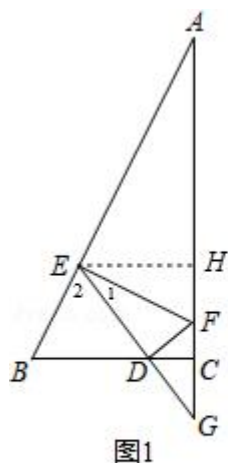
$$\therefore CD = 2 - \frac{12}{5}x,$$

$$\therefore CD \parallel EH,$$

$$\therefore \triangle GCD \sim \triangle GHE,$$

$$\therefore \frac{CD}{EH} = \frac{GC}{GH}, \text{ 即 } (2 - \frac{12}{5}x) : \frac{6}{5}x = (4x - 4) : \frac{8}{5}x, \text{ 解得 } x = \frac{25}{27};$$

综上所述, FG 的长为 $\frac{4}{3}$ 或 $\frac{25}{27}$ 或 $\frac{25-5\sqrt{5}}{12}$.



【点评】 本题考查了相似形综合题: 熟练掌握等腰三角形的性质和相似三角形的判定与性质; 灵活利用相似比用 x 表示其它线段是解决问题的关键; 会利用分类讨论的思想解决数学问题.