

2018 年上海市奉贤区中考数学一模试卷

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

1. 下列函数中是二次函数的是 ()

- A. $y=2(x-1)$ B. $y=(x-1)^2-x^2$ C. $y=a(x-1)^2$ D. $y=2x^2-1$

【答案】 D

【解析】

【分析】 根据二次函数的概念, 形如 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的函数是二次函数进行判断即可.

【详解】 A、 $y=2x-2$, 是一次函数, 不符合题意;

B、 $y=(x-1)^2-x^2=-2x+1$, 是一次函数, 不符合题意;

C、当 $a=0$ 时, $y=a(x-1)^2$ 不是二次函数, 不符合题意;

D、 $y=2x^2-1$ 是二次函数, 符合题意.

故选 D.

【点睛】 本题考查二次函数的定义, 熟记二次函数的表达式是解答的关键.

2. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 如果 $BC=2$, $\sin A=\frac{2}{3}$, 那么 AB 的长是 ()

- A. 3 B. $\frac{4}{3}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{13}$

【答案】 A

【解析】

【分析】 根据正弦函数的定义可直接求解.

【详解】 解: $\because \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{2}{3}$, $BC=2$,

$$\therefore AB = \frac{2 \times 3}{2} = 3,$$

故选 A.

【点睛】 本题考查了正弦函数的定义, 是角所对的直角边与斜边的比, 理解定义是关键.

3. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在 AB 、 AC 上, 如果 $AD:BD=1:3$, 那么下列条件中能够判断 $DE \parallel BC$ 的是 (◆◆)

- A. $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{4}$ B. $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{4}$ C. $\frac{AE}{AC} = \frac{1}{4}$ D. $\frac{AE}{EC} = \frac{1}{4}$

【答案】 C

【解析】

【详解】 试题解析: $\because AD:BD=1:3$,

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore \text{当 } \frac{AE}{AC} = \frac{1}{4} \text{ 时, } \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC},$$

$\therefore DE \parallel BC$, 故 C 选项能够判断 $DE \parallel BC$;

而 A, B, D 选项不能判断 $DE \parallel BC$;

故选 C.

4. 设 n 为正整数, $\vec{a}$ 为非零向量, 那么下列说法不正确的是 ()

A. $n\vec{a}$ 表示 n 个 $\vec{a}$ 相乘

B. $-n\vec{a}$ 表示 n 个 $-\vec{a}$ 相加

C. $n\vec{a}$ 与 $\vec{a}$ 是平行向量

D. $-n\vec{a}$ 与 $n\vec{a}$ 互为相反向量

【答案】A

【解析】

【分析】根据单位向量、平行向量以及模的定义的知识求解即可求得答案.

【详解】根据向量的性质和意义, 可知: A、 $n\vec{a}$ 表示 n 个 $\vec{a}$ 相加, 错误;

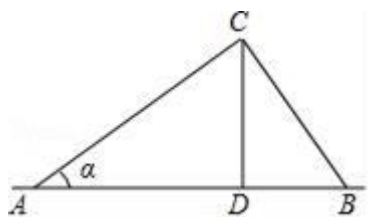
B、 $-n\vec{a}$ 表示 n 个 $-\vec{a}$ 相加, 正确;

C、 $n\vec{a}$ 与 $\vec{a}$ 是平行向量, 正确;

D、 $-n\vec{a}$ 与 $n\vec{a}$ 互为相反向量, 正确;

故选 A.

5. 如图, 电线杆 CD 的高度为 h , 两根拉线 AC 与 BC 互相垂直 (A、D、B 在同一条直线上), 设 $\angle CAB = \alpha$, 那么拉线 BC 的长度为 ()



A. $\frac{h}{\sin \alpha}$

B. $\frac{h}{\cos \alpha}$

C. $\frac{h}{\tan \alpha}$

D. $\frac{h}{\cot \alpha}$

【答案】B

【解析】

【详解】根据垂直的定义和同角的余角相等, 可由 $\angle CAD + \angle ACD = 90^\circ$, $\angle ACD + \angle BCD = 90^\circ$, 可求得 $\angle CAD = \angle BCD$, 然后在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中 $\cos \angle BCD = \frac{CD}{BC}$, 可得 $BC = \frac{CD}{\cos \angle BCD} = \frac{h}{\cos \alpha}$.

故选 B.

点睛: 本题主要考查解直角三角形的应用, 熟练掌握同角的余角相等和三角函数的定义是解题的关键.

6. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象上部分点的横坐标 x 与纵坐标 y 的对应值如下表:

x	...	- 1	0	1	2	...
y	...	0	3	4	3	...

那么关于它的图象, 下列判断正确的是()

- A. 开口向上
- B. 与 x 轴的另一个交点是(3, 0)
- C. 与 y 轴交于负半轴
- D. 在直线 $x = 1$ 的左侧部分是下降的

【答案】 B

【解析】

【分析】 利用待定系数法求得抛物线的解析式, 结合解析式和二次函数的性质解答.

【详解】 A、由表格知, 抛物线的顶点坐标是 (1, 4). 故设抛物线解析式为 $y = a(x - 1)^2 + 4$.

将 (-1, 0) 代入, 得

$$a(-1 - 1)^2 + 4 = 0,$$

解得 $a = -2$.

$$\because a = -2 < 0,$$

$\therefore$ 抛物线的开口方向向下,

故本选项错误;

B、抛物线与 x 轴的一个交点为 (-1, 0), 对称轴是 $x = 1$, 则抛物线与 x 轴的另一个交点是 (3, 0), 故本选项正确;

C、由表格知, 抛物线与 y 轴的交点坐标是 (0, 3), 即与 y 轴交于正半轴, 故本选项错误;

D、抛物线开口方向向下, 对称轴为 $x = 1$, 则在直线 $x = 1$ 的左侧部分是上升的, 故本选项错误;

故选 B.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 已知 $5a = 4b$, 那么 $\frac{a+b}{b} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\frac{9}{5}$

【解析】

【分析】利用已知将原式变形进而代入求出答案.

【详解】 $\because 5a=4b$,

$$\therefore a=\frac{4}{5}b,$$

$$\therefore \frac{a+b}{b} = \frac{\frac{4}{5}b+b}{b} = \frac{9}{5}.$$

故答案为 $\frac{9}{5}$.

8. 计算: $\tan 60^\circ - \cos 30^\circ =$ _____.

【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【解析】

【详解】根据特殊角的三角函数值, 直接计算即可得 $\tan 60^\circ - \cos 30^\circ = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

故答案为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

9. 如果抛物线 $y=ax^2+5$ 的顶点是它的最低点, 那么 a 的取值范围是_____.

【答案】 $a > 0$

【解析】

【详解】根据二次函数的图像, 由抛物线 $y=ax^2+5$ 的顶点是它的最低点, 知 $a > 0$,

故答案为 $a > 0$.

10. 如果抛物线 $y=2x^2$ 与抛物线 $y=ax^2$ 关于 x 轴对称, 那么 a 的值是_____.

【答案】 -2

【解析】

【详解】根据关于 x 轴对称的抛物线的开口方向改变, 开口大小不变, 可由抛物线 $y=2x^2$ 与抛物线 $y=ax^2$ 关于 x 轴对称, 知两抛物线开口大小不变, 方向相反, 因此可得 $a = -2$.

故答案为 -2 .

点睛: 本题考查了二次函数图象与几何变换, 熟练掌握关于 x 轴对称的点的坐标特征是解题的关键.

11. 如果 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{x}$ 满足关系式 $4\vec{a} - (\vec{b} - \vec{x}) = \vec{0}$, 那么 $\vec{x} =$ _____ (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示).

【答案】 $\vec{b} - 4\vec{a}$

【解析】

【分析】把 $4\vec{a} - (\vec{b} - \vec{x}) = \vec{0}$ 看成关于 $\vec{x}$ 的方程即可解决问题.

【详解】 $\because 4\vec{a} - (\vec{b} - \vec{x}) = \vec{0}$,

$$\therefore 4\vec{a} - \vec{b} + \vec{x} = \vec{0},$$

$$\therefore \vec{x} = \vec{b} - 4\vec{a},$$

故填: $\vec{b} - 4\vec{a}$.

【点睛】此题考察平面向量, 可以转化为关于 $\vec{x}$ 的方程来解决问题.

12. 某快递公司十月份快递件数是 10 万件, 如果该公司第四季度每个月快递件数的增长率都为 $x(x > 0)$, 十二月份的快递件数为 y 万件, 那么 y 关于 x 的函数解析式是_____.

【答案】 $y = 10(x+1)^2$

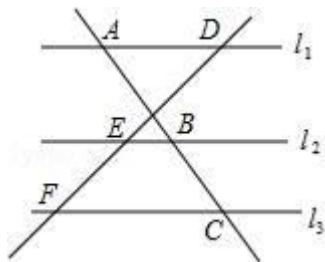
【解析】

【详解】根据题意, 把十月份的看作单位 1, 进而可得十二月邮件数为: $y = 10(x+1)^2$, 所以 y 关于 x 的函数解析式是 $y = 10(x+1)^2$.

故答案为 $y = 10(x+1)^2$

【点睛】本题考查了根据题意列出一元二次函数的解析式, 关键是找准等量关系.

13. 如图, $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, 两条直线与这三条平行线分别交于点 A、B、C 和 D、E、F, 已知 $\frac{AB}{BC} = \frac{3}{2}$, 则 $\frac{DE}{DF}$ 的值为_____.



【答案】 $\frac{3}{5}$

【解析】

【详解】利用平行线分线段成比例定理, 由 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, 得到 $\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF}$, 然后由已知 $\frac{AB}{BC} = \frac{3}{2}$, 求得 $\frac{DE}{DF} = \frac{3}{5}$.
故答案为 $\frac{3}{5}$.

点睛: 此题主要考查了平行线分线段成比例定理, 得出 $\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF}$ 是解题关键.

14. 如果两个相似三角形的面积的比是 4: 9, 那么它们对应的角平分线的比是_____.

【答案】 2:3

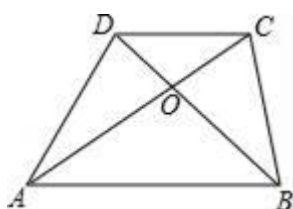
【解析】

【详解】 先根据相似三角形面积的比是 4: 9, 求出其相似比是 2: 3, 再根据其对应的角平分线的比等于相似比, 可知它们对应的角平分线比是 2: 3.

故答案为 2: 3.

点睛: 本题考查的是相似三角形的性质, 即相似三角形对应边的比、对应高线的比、对应角平分线的比、周长的比都等于相似比; 面积的比等于相似比的平方.

15. 如图, 已知梯形 ABCD 中, $AB \parallel CD$, 对角线 AC、BD 相交于点 O, 如果 $S_{\triangle AOB} = 2S_{\triangle AOD}$, $AB = 10$, 那么 CD 的长是_____.



【答案】 5

【解析】

【详解】 根据三角形的面积关系, 由 $S_{\triangle AOB} = 2S_{\triangle AOD}$, 可知 $OD: OB = 1: 2$, 然后根据平行线的性质, 由 $AB \parallel CD$, 可得 $\triangle AOB \sim \triangle COD$, 然后根据相似三角形的性质, 可得 $\frac{CD}{AB} = \frac{DO}{BO}$, 即 $\frac{CD}{10} = \frac{1}{2}$, 求得 $CD = 5$,

故答案为 5.

16. 已知 AD、BE 是 $\triangle ABC$ 的中线, AD、BE 相交于点 F, 如果 $AD = 6$, 那么 AF 的长是_____.

【答案】 4

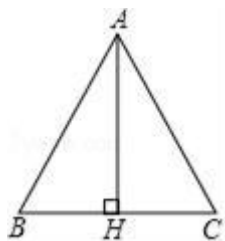
【解析】

【详解】 由三角形的重心的概念和性质, 由 AD、BE 为 $\triangle ABC$ 的中线, 且 AD 与 BE 相交于点 F, 可知 F 点是三角形 ABC 的重心, 可得 $AF = \frac{2}{3}AD = \frac{2}{3} \times 6 = 4$.

故答案为 4.

点睛: 此题考查了重心的概念和性质: 三角形的重心是三角形三条中线的交点, 且重心到顶点的距离是它到对边中点的距离的 2 倍.

17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $AH \perp BC$, 垂足为点 H, 如果 $AH = BC$, 那么 $\sin \angle BAC$ 的值是_____.

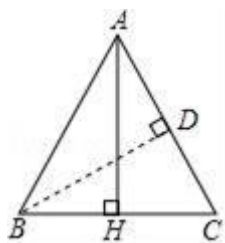


【答案】 $\frac{4}{5}$

【解析】

【分析】过点 B 作 $BD \perp AC$ 于 D，设 $AH=BC=2x$ ，根据等腰三角形三线合一的性质可得 $BH=CH=\frac{1}{2}BC=x$ ，利用勾股定理列式表示出 AC，再根据三角形的面积列方程求出 BD，然后根据锐角的正弦=对边：斜边求解即可．

【详解】如图，过点 B 作 $BD \perp AC$ 于 D，设 $AH=BC=2x$ ，



$\because AB=AC$ ， $AH \perp BC$ ，

$\therefore BH=CH=\frac{1}{2}BC=x$ ，

根据勾股定理得， $AC=\sqrt{AH^2+CH^2}=\sqrt{(2x)^2+x^2}=\sqrt{5}x$ ，

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC \cdot AH=\frac{1}{2}AC \cdot BD$ ，

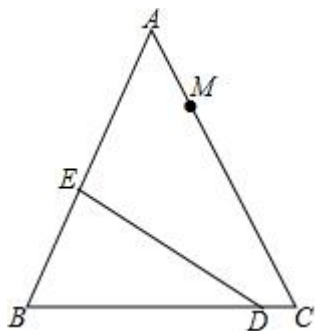
即 $\frac{1}{2} \cdot 2x \cdot 2x = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{5}x \cdot BD$ ，

解得 $BC=\frac{2\sqrt{5}}{5}x$ ，

所以， $\sin \angle BAC = \frac{BD}{AB} = \frac{\frac{4\sqrt{5}}{5}x}{\sqrt{5}x} = \frac{4}{5}$ ．

故答案为 $\frac{4}{5}$ ．

18. 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $BC=8$ ，D、E 两点分别在边 BC、AB 上，将 $\triangle ABC$ 沿着直线 DE 翻折，点 B 正好落在边 AC 上的点 M 处，并且 $AC=4AM$ ，设 $BD=m$ ，那么 $\angle ACD$ 的正切值是_____（用含 m 的代数式表示）

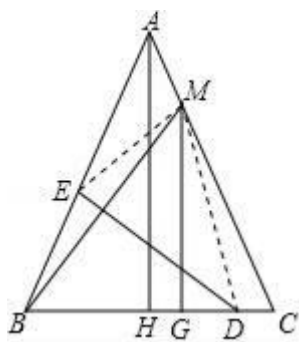


【答案】 $\frac{\sqrt{10m-25}}{3}$

【解析】

【分析】作 $AH \perp BC$ 于 H ， $MG \perp BC$ 于 G ，连接 EM 、 MD 、 BM ，先依据等腰三角形的性质求得 $CH=4$ ，然后依据平行线分线段成比例定理可求得 CG 的长，从而可得到 BG 的长，则 $DG=m-5$ ，再在 $Rt\triangle MGD$ 中，由勾股定理可求得 MG 的长，最后依据锐角三角函数的定义求解即可。

【详解】如图所示：作 $AH \perp BC$ ， $MG \perp BC$ ，连结 EM 、 MC 。



$$\because AB=AC, BC=8, AH \perp BC,$$

$$\therefore CH=4.$$

$$\because AC=4AM,$$

$$\therefore CM: AC=3: 4.$$

$$\because AH \parallel MG,$$

$$\therefore \frac{CG}{HC} = \frac{CM}{AC} = \frac{3}{4}, \text{ 即 } \frac{CG}{4} = \frac{3}{4}, \text{ 解得: } CG=3.$$

$$\therefore BG=5.$$

$$\therefore DG=m-5.$$

由翻折的性质可知 $MD=BD=m$.

在 $Rt\triangle MGD$ 中，依据勾股定理可知： $MG=\sqrt{MD^2-GD^2}=\sqrt{10m-25}$.

$$\therefore \tan \angle ACB = \frac{MG}{CG} = \frac{\sqrt{10m-25}}{3}.$$

故答案为 $\frac{\sqrt{10m-25}}{3}$.

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 已知抛物线 $y = -2x^2 + 4x + 1$.

(1) 求这个抛物线的对称轴和顶点坐标;

(2) 将这个抛物线平移, 使顶点移到点 $P(-2, 0)$ 的位置, 写出所得新抛物线的表达式和平移的过程.

【答案】 (1) 对称轴是直线 $x=1$, 顶点坐标为 $(1, 3)$; (2) $y = -2(x+2)^2$; 向左平移 3 个单位, 向下平移 3 个单位.

【解析】

【分析】 (1) 利用配方法将函数解析式转化为顶点式, 就可得出抛物线的对称轴和顶点坐标.

(2) 根据平移后的顶点坐标为 $(-2, 0)$, 就可得出平移后的抛物线的解析式及平移的过程.

【详解】 (1) $y = -2x^2 + 4x + 1 = -2(x^2 - 2x + 1) + 2 + 1 = -2(x-1)^2 + 3$

所以, 对称轴是直线 $x=1$, 顶点坐标为 $(1, 3)$.

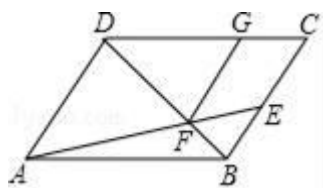
(2) $\because$ 新顶点 $P(-2, 0)$, $\therefore$ 所得抛物线的表达式为 $y = -2(x+2)^2$, $\therefore$ 平移过程为: 向左平移 3 个单位, 向下平移 3 个单位.

【点睛】 本题考查了二次函数图象与几何变换, 平移的规律: 左加右减, 上加下减, 此类题目, 利用顶点的变化求解更简便.

20. 已知: 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AD=2$, 点 E 是边 BC 的中点, AE 、 BD 相交于点 F , 过点 F 作 $FG \parallel BC$, 交边 DC 于点 G .

(1) 求 FG 的长;

(2) 设 $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DC} = \vec{b}$, 用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的线性组合表示 $\overrightarrow{AF}$.



【答案】 (1) $\frac{4}{3}$; (2) 见解析.

【解析】

【分析】 (1) 根据平行四边形的性质和平行线分线段成比例, 可得成比例的关系式, 进而可求出 FG 的长;

(2) 根据比例关系和线性向量可代入可求解.

【详解】 (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD=BC=2$, $AD \parallel BC$,

$$\because BE=EC,$$

$$\therefore \frac{BE}{AD} = \frac{BF}{DF} = \frac{1}{2},$$

$$\because FG \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{DF}{DB} = \frac{FG}{BC} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore FG = \frac{2}{3} BC = \frac{4}{3}.$$

$$(2) \because \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = \vec{b} + \frac{1}{2} \vec{a}$$

$$\because BE \parallel AD,$$

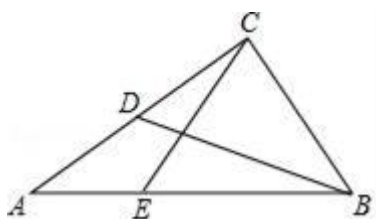
$$\therefore AF:AE=DF:DB=2:3,$$

$$\therefore \overrightarrow{AF} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AE} = \frac{1}{3} \vec{a} + \frac{2}{3} \vec{b}.$$

21. 已知: 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $BC=\sqrt{3}$, $\cot \angle ABC=\frac{\sqrt{2}}{2}$, 点 D 是 AC 的中点.

(1) 求线段 BD 的长;

(2) 点 E 在边 AB 上, 且 $CE=CB$, 求 $\triangle ACE$ 的面积.



【答案】 (1) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$; (2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

【解析】

【分析】 (1) 根据直角三角的特点, 由 $\angle ABC$ 的正切值求出 AC 的长, 然后根据中点的性质求出 CD, 再根据勾股定理可求解;

(2) 过 C 作 $CH \perp AB$ 于 H, 构造直角三角形, 然后根据锐角三角函数求解.

【详解】 (1) $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $BC=\sqrt{3}$, $\cot \angle ABC=\frac{\sqrt{2}}{2}$,

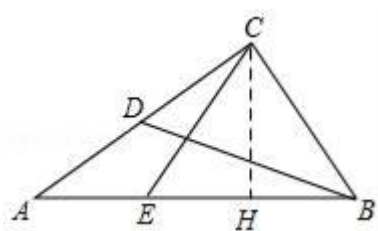
$$\therefore AC=\sqrt{6},$$

$\because$ 点 D 是 AC 的中点,

$$\therefore CD=\frac{1}{2} AC=\frac{1}{2}\sqrt{6},$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle BCD \text{ 中, } BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = \frac{3}{2}\sqrt{2};$$

(2) 如图, 过 C 作 $CH \perp AB$ 于 H,



$$\because BC = \sqrt{3}, \cot \angle ABC = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore CH = \sqrt{2}, BH = 2,$$

$$\therefore CE = CB,$$

$$\therefore EH = BH = 1,$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ, BC = \sqrt{3}, AC = \sqrt{6},$$

$$\therefore AB = 3,$$

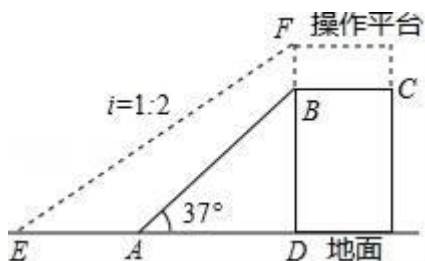
$$\therefore AE = 3 - 2 = 1,$$

$$\therefore \triangle ACE \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \times AE \times CH = \frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

22. 如图, 为了将货物装入大型的集装箱卡车, 需要利用传送带 AB 将货物从地面传送到高 1.8 米 (即 $BD = 1.8$ 米) 的操作平台 BC 上. 已知传送带 AB 与地面所成斜坡的坡角 $\angle BAD = 37^\circ$.

(1) 求传送带 AB 的长度;

(2) 因实际需要, 现在操作平台和传送带进行改造, 如图中虚线所示, 操作平台加高 0.2 米 (即 $BF = 0.2$ 米), 传送带与地面所成斜坡的坡度 $i = 1:2$. 求改造后传送带 EF 的长度. (精确到 0.1 米) (参考数值: $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$, $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{5} \approx 2.24$)



【答案】 (1) 3 米; (2) 4.5 米.

【解析】

【分析】 (1) 在直角三角形中, 利用 37° 角的正弦值求解即可;

(2) 根据坡比的数值求出 DE 的长, 然后利用勾股定理可求解.

【详解】(1) 在直角 $\triangle ABD$ 中, $\because \angle ADB=90^\circ$, $\angle BAD=37^\circ$, $BD=1.8$ 米,

$$\therefore AB = \frac{BD}{\sin 37^\circ} \approx \frac{1.8}{0.60} = 3 \text{ (米)}.$$

答: 传送带 AB 的长度约为 3 米;

(2) $\because DF=BD+BF=1.8+0.2=2$ 米, 斜坡 EF 的坡度 $i=1:2$,

$$\therefore \frac{DF}{DE} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore DE=2DF=4 \text{ 米},$$

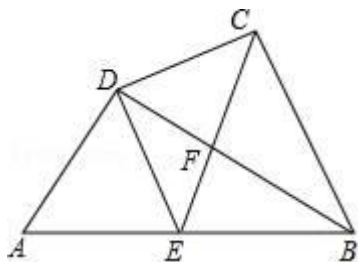
$$\therefore EF = \sqrt{DE^2 + DF^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5} \approx 4.5 \text{ (米)}.$$

答: 改造后传送带 EF 的长度约为 4.5 米.

23. 已知: 如图, 四边形 ABCD, $\angle DCB=90^\circ$, 对角线 $BD \perp AD$, 点 E 是边 AB 的中点, CE 与 BD 相交于点 F, $BD^2=AB \cdot BC$

(1) 求证: BD 平分 $\angle ABC$;

(2) 求证: $BE \cdot CF = BC \cdot EF$.



【答案】(1) 证明见解析; (2) 证明见解析.

【解析】

【分析】试题分析: (1) 根据两边对应成比例, 且夹角相等的两三角形相似, 证明 $\triangle ADB \sim \triangle DCB$, 然后根据相似三角形的对应角相等可证;

(2) 根据相似三角形的对应边成比例可得证.

【详解】试题解析: 证明: (1) $\because \angle DCB=90^\circ$, $BD \perp AD$,

$$\therefore \angle ADB = \angle DCB = 90^\circ,$$

$$\because BD^2 = AB \cdot BC, \text{ 即 } \frac{AB}{BD} = \frac{BD}{BC},$$

$$\therefore \triangle ADB \sim \triangle DCB,$$

$$\therefore \angle DBA = \angle CBD,$$

即 BD 平分 $\angle ABC$;

$$(2) \therefore \frac{BE}{BC} = \frac{S_{\triangle BEF}}{S_{\triangle BCE}} = \frac{EF}{CF},$$

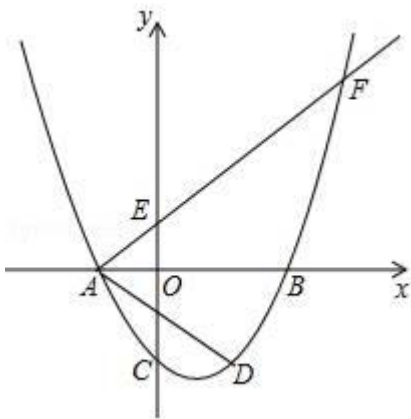
$$\therefore BE \cdot CF = BC \cdot EF.$$

24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y = \frac{3}{8}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(-2, 0)$ 和点 B ，与 y 轴交于点 $C(0, -3)$ ，经过点 A 的射线 AM 与 y 轴相交于点 E ，与抛物线的另一个交点为 F ，且 $\frac{AE}{EF} = \frac{1}{3}$ 。

(1) 求这条抛物线的表达式，并写出它的对称轴；

(2) 求 $\angle FAB$ 的余切值；

(3) 点 D 是点 C 关于抛物线对称轴的对称点，点 P 是 y 轴上一点，且 $\angle AFP = \angle DAB$ ，求点 P 的坐标。



【答案】 抛物线的解析式为 $y = \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{4}x - 3$ 。抛物线的对称轴为 $x = 1$ ；(2) $\frac{4}{3}$ ；(3) $(0, 6)$ 或 $P(0, -\frac{102}{7})$ 。

【解析】

【分析】 试题分析：(1) 根据代入法求出函数的解析式，然后根据对称轴的关系式求出对称轴；

(2) 过点 F 作 $FM \perp x$ 轴，垂足为 M ，设 $E(0, t)$ ，则 $OE = t$ ，然后根据题意得到用 t 表示的 F 点的坐标，代入解析式可求得 t 的值，然后根据 $\angle FAB$ 的余切值；

(3) 由 C 点的坐标求出 D 点的坐标，然后根据 $\angle DAB$ 的余切值求出 $\angle DAB = \angle BAF$ ，然后分情况讨论：①当点 P 在 AF 的上方和②当点 P 在 AF 的下方，求出 P 点的坐标。

【详解】 试题解析：(1) 把 $C(0, -3)$ 代入得： $c = -3$ ，

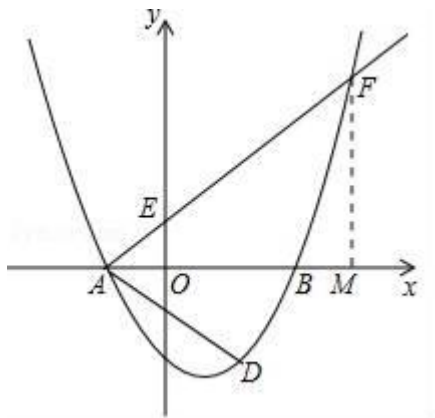
$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y = \frac{3}{8}x^2 + bx - 3.$$

$$\text{将 } A(-2, 0) \text{ 代入得： } \frac{3}{8} \times (-2)^2 - 2b - 3 = 0, \text{ 解得 } b = -\frac{3}{4},$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y = \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{4}x - 3.$$

$$\therefore \text{抛物线的对称轴为 } x = -\frac{b}{2a} = 1.$$

(2) 过点 F 作 $FM \perp x$ 轴，垂足为 M 。



设 $E(0, t)$ ，则 $OE=t$ 。

$$\therefore \frac{AE}{EF} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{AO}{AM} = \frac{OE}{FM} = \frac{1}{4}.$$

$$\therefore F(6, 4t).$$

将点 $F(6, 4t)$ 代入 $y = \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{4}x - 3$ 得: $\frac{3}{8} \times 6^2 - \frac{3}{4} \times 6 - 3 = 0$ ，解得 $t = \frac{3}{2}$ 。

$$\therefore \cot \angle FAB = \frac{OA}{OE} = \frac{4}{3}.$$

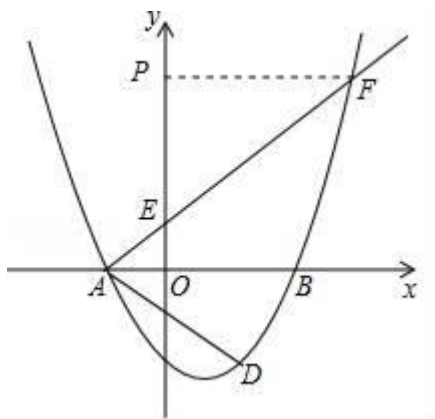
(3) $\because$ 抛物线的对称轴为 $x=1$ ， $C(0, -3)$ ，点 D 是点 C 关于抛物线对称轴的对称点，

$$\therefore D(2, -3).$$

$$\therefore \cot \angle DAB = \frac{4}{3},$$

$$\therefore \angle FAB = \angle DAB.$$

如下图所示:



当点 P 在 AF 的上方时， $\angle PFA = \angle DAB = \angle FAB$ ，

$$\therefore PF \parallel AB,$$

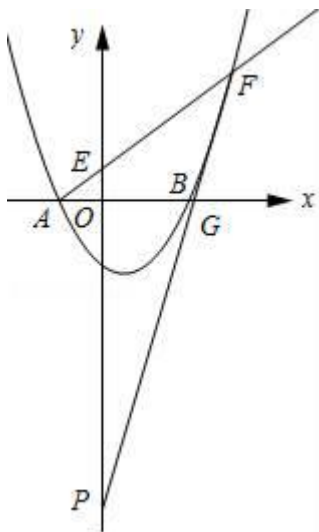
$$\therefore y_P = y_F = 6.$$

由 (1) 可知: $F(6, 4t)$ ， $t = \frac{3}{2}$ 。

∴F (6, 6).

∴点P 的坐标为 (0, 6).

当点P 在 AF 的下方时，如下图所示：



设FP 与x 轴交点为G (m, 0)，则 $\angle PFA = \angle FAB$ ，可得到 $FG = AG$ ，

$$\therefore (6 - m)^2 + 6^2 = (m + 2)^2, \text{ 解得: } m = \frac{17}{4},$$

$$\therefore G \left(\frac{17}{4}, 0 \right).$$

$$\text{设PF 的解析式为 } y = kx + b, \text{ 将点F 和点G 的坐标代入得: } \begin{cases} 6k + b = 6 \\ \frac{17}{4}k + b = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得: } k = \frac{24}{7}, b = -\frac{102}{7}.$$

$$\therefore P \left(0, -\frac{102}{7} \right).$$

综上所述，点P 的坐标为 (0, 6) 或 $P \left(0, -\frac{102}{7} \right)$.

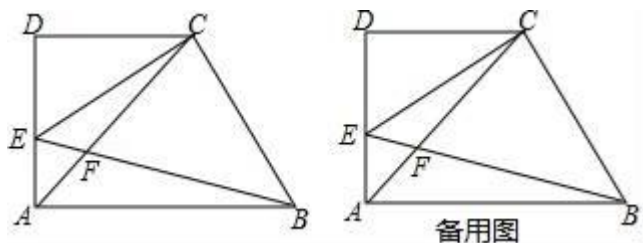
25. 已知：如图，在梯形ABCD 中， $AB \parallel CD$ ， $\angle D = 90^\circ$ ， $AD = CD = 2$ ，点E 在边AD 上（不与点A、D 重合）， $\angle CEB = 45^\circ$ ，EB 与对角线AC 相交于点F，设 $DE = x$ ．

(1) 用含x 的代数式表示线段CF 的长；

(2) 如果把 $\triangle CAE$ 的周长记作 $C_{\triangle CAE}$ ， $\triangle BAF$ 的周长记作 $C_{\triangle BAF}$ ，设 $\frac{C_{\triangle CAE}}{C_{\triangle BAF}} = y$ ，求y 关于x 的函数关系式，

并写出它的定义域；

(3) 当 $\angle ABE$ 的正切值是 $\frac{3}{5}$ 时，求AB 的长．



【答案】(1) $CF = \frac{\sqrt{2}(x^2 + 4)}{4}$; (2) $y = \frac{2\sqrt{2}}{x+2}$ ($0 < x < 2$); (3) $AB = 2.5$.

【解析】

【详解】试题分析：(1) 根据等腰直角三角形的性质，求得 $\angle DAC = \angle ACD = 45^\circ$ ，进而根据两角对应相等的两三角形相似，可得 $\triangle CEF \sim \triangle CAE$ ，然后根据相似三角形的性质和勾股定理可求解；

(2) 根据相似三角形的判定与性质，由三角形的周长比可求解；

(3) 由 (2) 中的相似三角形的对应边成比例，可求出 AB 的关系，然后可由 $\angle ABE$ 的正切值求解.

试题解析：(1) $\because AD = CD$.

$$\therefore \angle DAC = \angle ACD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CEB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle CEB,$$

$$\therefore \angle ECA = \angle ECA,$$

$$\therefore \triangle CEF \sim \triangle CAE,$$

$$\therefore \frac{CE}{CA} = \frac{CF}{CE},$$

在 $Rt\triangle CDE$ 中，根据勾股定理得， $CE = \sqrt{x^2 + 4}$ ，

$$\therefore CA = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore \frac{\sqrt{x^2 + 4}}{2\sqrt{2}} = \frac{CF}{\sqrt{x^2 + 4}},$$

$$\therefore CF = \frac{\sqrt{2}(x^2 + 4)}{4};$$

$$(2) \because \angle CFE = \angle BFA, \angle CEB = \angle CAB,$$

$$\therefore \angle ECA = 180^\circ - \angle CEB - \angle CFE = 180^\circ - \angle CAB - \angle BFA,$$

$$\therefore \angle ABF = 180^\circ - \angle CAB - \angle AFB,$$

$$\therefore \angle ECA = \angle ABF,$$

$$\therefore \angle CAE = \angle ABF = 45^\circ,$$

$$\therefore \triangle CEA \sim \triangle BFA,$$

$$\therefore y = \frac{C_{\triangle CAE}}{C_{\triangle BFA}} = \frac{AE}{AF} = \frac{2-x}{2\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}(x^2+4)}{4}} = \frac{2\sqrt{2}}{x+2} \quad (0 < x < 2),$$

(3) 由 (2) 知, $\triangle CEA \sim \triangle BFA$,

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AB},$$

$$\therefore \frac{2-x}{2\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}(x^2+4)}{4}}{AB},$$

$$\therefore AB = x+2,$$

$$\therefore \angle ABE \text{ 的正切值是 } \frac{3}{5},$$

$$\therefore \tan \angle ABE = \frac{AE}{AB} = \frac{2-x}{2+x} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore x = \frac{1}{2},$$

$$\therefore AB = x+2 = \frac{5}{2}.$$

免费增值服务介绍



- ✓ 学科网 (<https://www.zxxk.com/>)
致力于提供K12教育资源方服务。
- ✓ 网校通合作校还提供学科网高端社群
出品的《老师请开讲》私享直播课等
增值服务。



扫码关注学科网

每日领取免费资源

回复“ppt”免费领180套PPT模板

回复“天天领券”来抢免费下载券



- ✓ 组卷网 (<https://zujuan.xkw.com>)
是学科网旗下智能题库，拥有小初高全
学科超千万精品试题，提供智能组卷、
拍照选题、作业、考试测评等服务。



扫码关注组卷网

解锁更多功能