

2018 年上海市嘉定区中考数学一模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. (4 分) 已知线段 a, b, c, d , 如果 $ab=cd$, 那么下列式子中一定正确的是 ()

- A. $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$ B. $\frac{a}{d}=\frac{b}{c}$ C. $\frac{a}{c}=\frac{d}{b}$ D. $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$

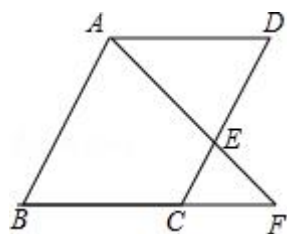
2. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AB=6$, $AC=b$, 下列选项中一定正确的是 ()

- A. $b=6\sin A$ B. $b=6\cos A$ C. $b=6\tan A$ D. $b=6\cot A$

3. (4 分) 抛物线 $y=2(x+1)^2-2$ 与 y 轴的交点的坐标是 ()

- A. $(0, -2)$ B. $(-2, 0)$ C. $(0, -1)$ D. $(0, 0)$

4. (4 分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 在边 DC 上, 联结 AE 并延长交 BC 的延长线于点 F , 若 $AD=3CF$, 那么下列结论中正确的是 ()



- A. $FC: FB=1: 3$ B. $CE: CD=1: 3$ C. $CE: AB=1: 4$ D. $AE: AF=1: 2$

5. (4 分) 已知矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O , 如果 $\overrightarrow{BC}=\vec{a}$, $\overrightarrow{DC}=\vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{BO}$ 等于 ()

- A. $\frac{1}{2}(\vec{a}-\vec{b})$ B. $\frac{1}{2}(\vec{a}+\vec{b})$ C. $\frac{1}{2}(\vec{b}-\vec{a})$ D. $\vec{a}-\vec{b}$

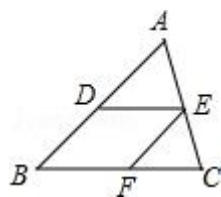
6. (4 分) 下列四个命题中, 真命题是 ()

- A. 相等的圆心角所对的两条弦相等
B. 圆既是中心对称图形也是轴对称图形

- C. 平分弦的直径一定垂直于这条弦
- D. 相切两圆的圆心距等于这两圆的半径之和

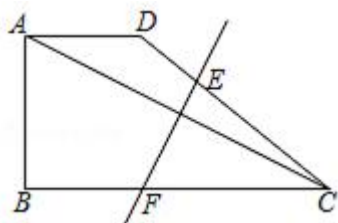
二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)【请直接将结果填入答题纸的相应位置】

7. (4 分) 已知点 P 在线段 AB 上，且 $AP:BP=2:3$ ，那么 $AB:PB=$ _____.
8. (4 分) 计算： $\frac{1}{2}(4\vec{a}+6\vec{b})-4\vec{a}=$ _____.
9. (4 分) 如果函数 $y=(m-2)x^2+2x+3$ (m 为常数) 是二次函数，那么 m 取值范围是_____.
10. (4 分) 抛物线 $y=x^2+4x+3$ 向下平移 4 个单位后所得的新抛物线的表达式是_____.
11. (4 分) 抛物线 $y=2x^2+3x+k-2$ 经过点 $(-1, 0)$ ，那么 $k=$ _____.
12. (4 分) 如果 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，且对应面积之比为 1:4，那么它们对应周长之比为_____.
13. (4 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D、E、F 分别在边 AB、AC、BC 上，四边形 DEFB 是菱形， $AB=6$ ， $BC=4$ ，那么 $AD=$ _____.



14. (4 分) 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，如果 $\cos \angle A=\frac{2}{3}$ ，那么 $\cot \angle A=$ _____.
15. (4 分) 如果一个斜坡的坡度 $i=1:\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，那么该斜坡的坡角为_____度.
16. (4 分) 已知弓形的高是 1 厘米，弓形的半径长是 13 厘米，那么弓形的弦长是_____厘米.
17. (4 分) 已知 $\odot O_1$ 的半径长为 4， $\odot O_2$ 的半径长为 r ，圆心距 $O_1O_2=6$ ，当 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 外切时， r 的长为_____.

18. (4分) 如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle B = 90^\circ$, $AD = 3$, $AB = 4$, $BC = 8$, 点 E 、 F 分别在边 CD 、 BC 上, 联结 EF . 如果 $\triangle CEF$ 沿直线 EF 翻折, 点 C 与点 A 恰好重合, 那么 $\frac{DE}{EC}$ 的值是_____.



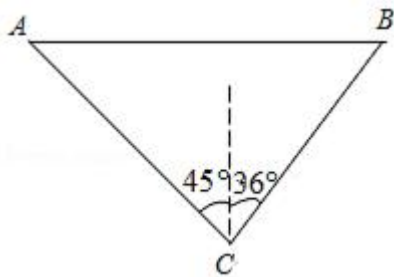
三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10分) 计算: $\cot 30^\circ - \sin 60^\circ + \frac{2}{2\cos 30^\circ - \tan 45^\circ}$.

20. (10分) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象上部分点的坐标 (x, y) 满足下表:

x	...	-1	0	1	2	...
y	...	-4	-2	2	8	...

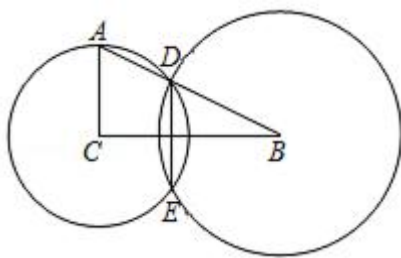
- (1) 求这个二次函数的解析式;
- (2) 用配方法求出这个二次函数图象的顶点坐标和对称轴.
21. (10分) 如图, 某湖心岛上有一亭子 A , 在亭子 A 的正东方向上的湖边有一棵树 B , 在这个湖心岛的湖边 C 处测得亭子 A 在北偏西 45° 方向上, 测得树 B 在北偏东 36° 方向上, 又测得 B 、 C 之间的距离等于 200 米, 求 A 、 B 之间的距离
- (结果精确到 1 米). (参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sin 36^\circ \approx 0.588$, $\cos 36^\circ \approx 0.809$, $\tan 36^\circ \approx 0.727$, $\cot 36^\circ \approx 1.376$)



22. (10 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=\sqrt{5}$, $BC=2\sqrt{5}$, 以点 C 为圆心, CA 长为半径的 $\odot C$ 与边 AB 交于点 D , 以点 B 为圆心, BD 长为半径的 $\odot B$ 与 $\odot C$ 另一个交点为点 E .

(1) 求 AD 的长;

(2) 求 DE 的长.

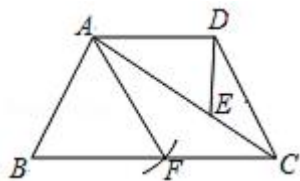


23. (12 分) 如图, 已知梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB=CD$, 点 E 在对角线 AC 上, 且满足 $\angle ADE = \angle BAC$.

(1) 求证: $CD \cdot AE = DE \cdot BC$;

(2) 以点 A 为圆心, AB 长为半径画弧交边 BC 于点 F , 联结 AF . 求证:

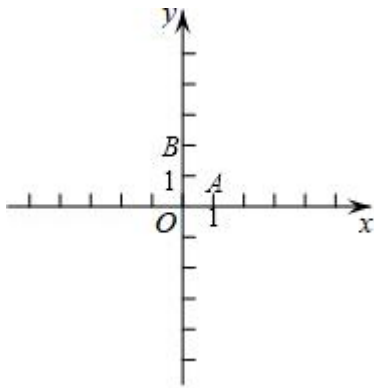
$$AF^2 = CE \cdot CA.$$



24. (12 分) 已知在平面直角坐标系 xOy (如图) 中, 已知抛物线 $y = \frac{2}{3}x^2 + bx + c$ 点经过 $A(1, 0)$ 、 $B(0, 2)$.

(1) 求该抛物线的表达式;

- (2) 设该抛物线的对称轴与 x 轴的交点为 C ，第四象限内的点 D 在该抛物线的对称轴上，如果以点 A 、 C 、 D 所组成的三角形与 $\triangle AOB$ 相似，求点 D 的坐标；
- (3) 设点 E 在该抛物线的对称轴上，它的纵坐标是 1，联结 AE 、 BE ，求 $\sin \angle ABE$ 。



25. (14 分) 在正方形 $ABCD$ 中， $AB=8$ ，点 P 在边 CD 上， $\tan \angle PBC = \frac{3}{4}$ ，点

Q 是在射线 BP 上的一个动点，过点 Q 作 AB 的平行线交射线 AD 于点 M ，点 R 在射线 AD 上，使 RQ 始终与直线 BP 垂直。

- (1) 如图 1，当点 R 与点 D 重合时，求 PQ 的长；
- (2) 如图 2，试探索： $\frac{RM}{MQ}$ 的比值是否随点 Q 的运动而发生变化？若有变化，请说明你的理由；若没有变化，请求出它的比值；
- (3) 如图 3，若点 Q 在线段 BP 上，设 $PQ=x$ ， $RM=y$ ，求 y 关于 x 的函数关系式，并写出它的定义域。

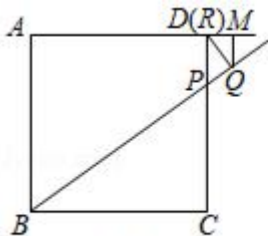


图 1

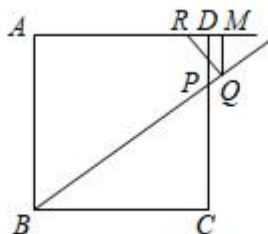


图 2

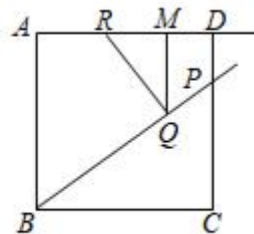


图 3

2018 年上海市嘉定区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. (4 分) 已知线段 a 、 b 、 c 、 d ，如果 $ab=cd$ ，那么下列式子中一定正确的是 ()

A. $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$

B. $\frac{a}{d}=\frac{b}{c}$

C. $\frac{a}{c}=\frac{d}{b}$

D. $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$

【考点】S2：比例线段.

【专题】1：常规题型.

【分析】根据内项之积等于外项之积即可判断.

【解答】解： $\because ab=cd$ ，又 $c \neq 0$ ， $b \neq 0$ ，

$$\therefore \frac{a}{c}=\frac{d}{b},$$

故选：C.

【点评】本题考查比例线段，解题的关键是灵活运用内项之积等于外项之积解决问题，属于中考基础题.

2. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AB=6$ ， $AC=b$ ，下列选项中一定正确的是 ()

A. $b=6\sin A$

B. $b=6\cos A$

C. $b=6\tan A$

D. $b=6\cot A$

【考点】T1：锐角三角函数的定义.

【专题】1：常规题型.

【分析】根据锐角三角函数的定义得出 $\cos A=\frac{AC}{AB}$ ，再代入 $AB=6$ ， $AC=b$ ，即可得出答案.

【解答】解： $\because \angle C=90^\circ$ ，

$$\therefore \cos A = \frac{AC}{AB},$$

$$\therefore AB=6, AC=b,$$

$$\therefore b=6\cos A;$$

故选：B.

【点评】此题考查了锐角三角函数的定义，掌握在直角三角形中，锐角的正弦为对边比斜边，余弦为邻边比斜边，正切为对边比邻边是解题的关键.

3. (4分) 抛物线 $y=2(x+1)^2-2$ 与 y 轴的交点的坐标是 ()

- A. (0, -2) B. (-2, 0) C. (0, -1) D. (0, 0)

【考点】H5: 二次函数图象上点的坐标特征.

【专题】1: 常规题型.

【分析】根据 y 轴上点的坐标特征，把 $x=0$ 代入抛物线解析式计算出对应的函数值即可得到交点坐标.

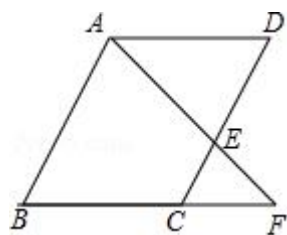
【解答】解：把 $x=0$ 代入 $y=2(x+1)^2-2$ 得 $y=2-2=0$.

所以抛物线的顶点为 (0, 0),

故选：D.

【点评】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征：二次函数图象上点的坐标满足其解析式.

4. (4分) 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 在边 DC 上，联结 AE 并延长交 BC 的延长线于点 F ，若 $AD=3CF$ ，那么下列结论中正确的是 ()



- A. $FC:FB=1:3$ B. $CE:CD=1:3$ C. $CE:AB=1:4$ D. $AE:AF=1:2$

【考点】L5: 平行四边形的性质; S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】55: 几何图形.

【分析】由四边形 ABCD 是平行四边形得 $AD \parallel BC$, 证 $\triangle ECF \sim \triangle ADE$, 进而判断即可.

【解答】解: $\because$ 在平行四边形 ABCD 中,

$\therefore AD \parallel BC$,

$\therefore \triangle ECF \sim \triangle ADE$,

$\therefore AD = 3CF$,

A、FC: FB=1: 4, 错误;

B、CE: CD=1: 4, 错误;

C、CE: AB=1: 4, 正确;

D、AE: AF=3: 4. 错误;

故选: C.

【点评】本题主要考查相似三角形的判定与性质及平行四边形的性质, 熟练掌握相似三角形的判定和性质是解题的关键.

5. (4 分) 已知矩形 ABCD 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O, 如果 $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{BO}$ 等于 ()

- A. $\frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b})$ B. $\frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$ C. $\frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{a})$ D. $\vec{a} - \vec{b}$

【考点】LB: 矩形的性质; LM: *平面向量.

【专题】5: 特定专题.

【分析】根据三角形法则求出 $\overrightarrow{BD}$, 再根据矩形的性质, $\overrightarrow{BO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$ 即可解决问题;

【解答】解: $\because \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$,

又 $\because \overrightarrow{BC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DC} = \vec{b}$,

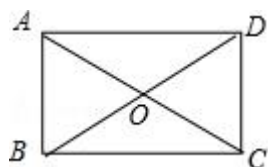
$$\therefore \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{a} - \overrightarrow{b},$$

$\therefore$ 四边形 ABCD 是矩形,

$$\therefore OB = OD,$$

$$\therefore \overrightarrow{BO} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BD} = \frac{1}{2} \overrightarrow{a} - \frac{1}{2} \overrightarrow{b},$$

故选: A.



【点评】 本题考查平面向量的加减法则, 解题的关键是熟练掌握平面向量的加减法则, 注意平面向量的加减适合加法交换律以及结合律, 适合去括号法则.

6. (4 分) 下列四个命题中, 真命题是 ()

- A. 相等的圆心角所对的两条弦相等
- B. 圆既是中心对称图形也是轴对称图形
- C. 平分弦的直径一定垂直于这条弦
- D. 相切两圆的圆心距等于这两圆的半径之和

【考点】 O1: 命题与定理.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 根据轴对称图形、垂径定理、两圆相切的条件等知识一一判断即可;

【解答】 解: A、错误. 应该是在同圆或等圆中, 相等的圆心角所对的两条弦相等;

B、正确;

C、错误. 此弦非直径时, 平分弦的直径一定垂直于这条弦;

D、错误. 应该是外切两圆的圆心距等于这两圆的半径之和;

故选: B.

【点评】本题考查命题与定理，垂径定理，两圆相切的性质、轴对称图形等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请直接将结果填入答题纸的相应位置】

7. (4 分) 已知点 P 在线段 AB 上，且 $AP:BP=2:3$ ，那么 $AB:PB=$ 5:3.

【考点】S2: 比例线段.

【专题】55: 几何图形.

【分析】根据比例的合比性质直接求解即可.

【解答】解：由题意 $AP:BP=2:3$,

$$AB:PB=(AP+PB):PB=(2+3):3=5:3;$$

故答案为：5:3;

【点评】本题主要考查比例线段问题，关键是根据比例的合比性质解答.

8. (4 分) 计算： $\frac{1}{2}(4\vec{a}+6\vec{b})-4\vec{a}=$ $3\vec{b}-2\vec{a}$.

【考点】LM: *平面向量.

【专题】5: 特定专题.

【分析】根据平面向量的加法法则计算即可.

【解答】解： $\frac{1}{2}(4\vec{a}+6\vec{b})-4\vec{a}=2\vec{a}+3\vec{b}-4\vec{a}=3\vec{b}-2\vec{a}$

故答案为 $3\vec{b}-2\vec{a}$;

【点评】本题考查平面向量的加减法则，解题的关键是熟练掌握平面向量的加减法则，注意平面向量的加减适合加法交换律以及结合律，适合去括号法则.

9. (4 分) 如果函数 $y=(m-2)x^2+2x+3$ (m 为常数) 是二次函数，那么 m 取值范围是 $m \neq 2$.

【考点】H1: 二次函数的定义.

【专题】1：常规题型.

【分析】依据二次函数的二次项系数不为零求解即可.

【解答】解：∵函数 $y = (m - 2)x^2 + 2x + 3$ (m 为常数) 是二次函数,

∴ $m - 2 \neq 0$, 解得: $m \neq 2$,

故答案为: $m \neq 2$.

【点评】本题主要考查的是二次函数的定义, 掌握二次函数的特点是解题的关键.

10. (4 分) 抛物线 $y = x^2 + 4x + 3$ 向下平移 4 个单位后所得的新抛物线的表达式是

$y = x^2 + 4x - 1$.

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【专题】33: 函数思想.

【分析】根据“左加右减”的法则即可得出结论.

【解答】解: 根据平移规律知, 抛物线 $y = x^2 + 4x + 3$ 向下平移 4 个单位后所得的

新抛物线的表达式是: $y = x^2 + 4x + 3 - 4$, 即 $y = x^2 + 4x - 1$;

故答案是: $y = x^2 + 4x - 1$.

【点评】本题考查的是二次函数的图象与几何变换, 熟知“上加下减, 左加右减”的法则是解答此题的关键.

11. (4 分) 抛物线 $y = 2x^2 + 3x + k - 2$ 经过点 $(-1, 0)$, 那么 $k =$ 3.

【考点】H5: 二次函数图象上点的坐标特征.

【专题】1: 常规题型.

【分析】把点 $(-1, 0)$ 代入抛物线 $y = 2x^2 + 3x + k - 2$, 即可解得 k .

【解答】解: ∵ 抛物线 $y = 2x^2 + 3x + k - 2$ 经过点 $(-1, 0)$,

∴ $0 = 2 - 3 + k - 2$,

解得 $k = 3$.

故答案为：3.

【点评】本题主要考查用待定系数法求二次函数解析式的知识点，本题比较基础，较简单.

12. (4分) 如果 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，且对应面积之比为1:4，那么它们对应周长之比为1:2.

【考点】S7：相似三角形的性质.

【专题】55D：图形的相似.

【分析】根据相似三角形面积的比等于相似比的平方求出相似比，再根据相似三角形周长的比等于相似比解答.

【解答】解： $\because \triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，且对应面积之比为1:4，

$\therefore \triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的相似比是1:2，

$\therefore$ 它们对应周长之比为1:2.

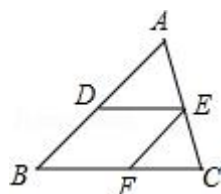
故答案为：1:2.

【点评】本题考查对相似三角形性质的理解：(1)相似三角形周长的比等于相似比；

(2)相似三角形面积的比等于相似比的平方；

(3)相似三角形对应高的比、对应中线的比、对应角平分线的比都等于相似比.

13. (4分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点D、E、F分别在边AB、AC、BC上，四边形DEFB是菱形， $AB=6$ ， $BC=4$ ，那么 $AD=\frac{18}{5}$.



【考点】L8：菱形的性质；S9：相似三角形的判定与性质.

【专题】55：几何图形.

【分析】根据相似三角形的判定和性质得出 $\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}$ ，再利用菱形的性质代入解答即可.

【解答】解：∵四边形 DEFB 是菱形，

$$\therefore BD=BF=DE, DE \parallel BF,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC},$$

$$\text{即 } \frac{AD}{6} = \frac{6-AD}{4},$$

$$\text{解得: } AD = \frac{18}{5}$$

$$\text{故答案为: } \frac{18}{5};$$

【点评】本题考查了相似三角形的判定和性质，根据相似三角形的判定和性质得出 $\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}$ 是解题关键.

$$14. (4 \text{ 分}) \text{ 在 } Rt\triangle ABC \text{ 中, } \angle C=90^\circ, \text{ 如果 } \cos \angle A = \frac{2}{3}, \text{ 那么 } \cot \angle A = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

【考点】T1: 锐角三角函数的定义.

【专题】33: 函数思想.

【分析】设 $AC=2x$ ，则 $AB=3x$ ，由勾股定理求得 BC 的长度，继而由三角函数的定义求得 $\cot \angle A$ 的值.

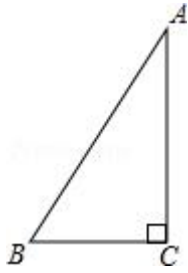
$$\text{【解答】解: } \because \text{在 } Rt\triangle ABC \text{ 中, } \angle C=90^\circ, \cos \angle A = \frac{AC}{AB} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \text{设 } AC=2x, \text{ 则 } AB=3x,$$

$$\therefore \text{由勾股定理得到: } BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{9x^2 - 4x^2} = \sqrt{5}x,$$

$$\therefore \cot \angle A = \frac{AC}{BC} = \frac{2x}{\sqrt{5}x} = \frac{2\sqrt{5}}{5};$$

$$\text{故答案是: } \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$



【点评】此题主要考查了锐角三角函数关系，正确记忆锐角三角函数关系是解题关键.

15. (4 分) 如果一个斜坡的坡度 $i=1: \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，那么该斜坡的坡角为 60 度.

【考点】T9: 解直角三角形的应用 – 坡度坡角问题.

【专题】1: 常规题型; 55E: 解直角三角形及其应用.

【分析】坡度=坡角的正切值，据此直接解答.

【解答】解: $\therefore \tan \alpha = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$,

$\therefore \angle \alpha = 60^\circ$,

故答案为: 60.

【点评】此题考查的是坡度和坡角的关系，坡角的正切等于坡度，坡角越大，坡度也越大，坡面越陡.

16. (4 分) 已知弓形的高是 1 厘米，弓形的半径长是 13 厘米，那么弓形的弦长是 10 厘米.

【考点】M2: 垂径定理.

【专题】31: 数形结合; 55C: 与圆有关的计算.

【分析】过圆心 O 作 $OD \perp AB$ ，则 $CD=1$ ，连接 OA，在直角 $\triangle AOD$ 中利用勾股定理即可求得 AD 的长，根据垂径定理可得 $AB=2AD$ ，从而求解.

【解答】解: 过圆心 O 作 $OD \perp AB$ ，交弧与 C. 则 $CD=1$ ，连接 OA.

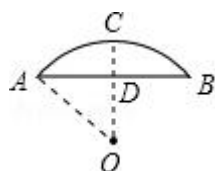
在直角 $\triangle AOD$ 中， $OA=13$ ， $OD=13 - CD=12$,

则 $AD = \sqrt{OA^2 - OD^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$,

$\therefore AB = 2AD = 10$.

那么弓形的弦长是 10 厘米.

故答案是: 10.



【点评】 本题考查了垂径定理和勾股定理的应用, 根据题意画出图形, 利用数形结合求解是解答此题的关键.

17. (4 分) 已知 $\odot O_1$ 的半径长为 4, $\odot O_2$ 的半径长为 r , 圆心距 $O_1O_2 = 6$, 当 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 外切时, r 的长为 2.

【考点】 MK: 相切两圆的性质.

【专题】 55: 几何图形.

【分析】 根据两圆的位置关系和数量之间的联系解答即可.

【解答】 解: $\because \odot O_1$ 的半径长为 4, $\odot O_2$ 的半径长为 r , 圆心距 $O_1O_2 = 6$,

当 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 外切时,

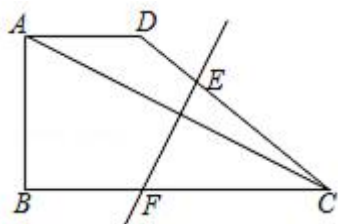
$\therefore r + 4 = 6$,

解得: $r = 2$,

故答案为: 2;

【点评】 本题考查的是圆与圆的位置关系与数量之间的联系, 关键是根据两圆外切 $\Leftrightarrow d = R + r$ 解答.

18. (4 分) 如图, 在直角梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $\angle B = 90^\circ$, $AD = 3$, $AB = 4$, $BC = 8$, 点 E、F 分别在边 CD、BC 上, 联结 EF. 如果 $\triangle CEF$ 沿直线 EF 翻折, 点 C 与点 A 恰好重合, 那么 $\frac{DE}{EC}$ 的值是 $\frac{2}{5}$.

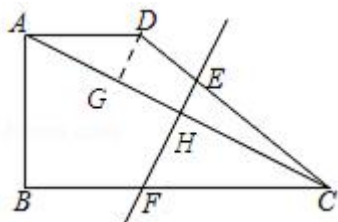


【考点】LI：直角梯形；PB：翻折变换（折叠问题）.

【专题】1：常规题型.

【分析】过点 D 作 $DG \perp AC$ ，垂足为 G，先依据勾股定理求得 AC 的长，然后在 $\triangle ADC$ 中，利用面积法可求得 DG 的长，然后可得到 AG 的长，从而可得到 GH 的长，最后依据平行线分线段成比例定理求解即可.

【解答】解：如图所示：过点 D 作 $DG \perp AC$ ，垂足为 G.



在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，依据勾股定理可知： $AC = \sqrt{AB^2 + CB^2} = 4\sqrt{5}$.

$$\therefore S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}AD \cdot AB = \frac{1}{2}AC \cdot DG,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{5}DG.$$

$$\therefore DG = \frac{3\sqrt{5}}{5}.$$

$$\therefore AG = 2DG = \frac{6\sqrt{5}}{5}.$$

由翻折的性质可知 $AH = HC = 2\sqrt{5}$.

$$\therefore GH = AH - AG = 2\sqrt{5} - \frac{6\sqrt{5}}{5} = \frac{4\sqrt{5}}{5}.$$

$$\therefore DG \parallel EH,$$

$$\therefore DE : EC = GH : HC = \frac{4\sqrt{5}}{5} : 2\sqrt{5} = \frac{2}{5}.$$

故答案为： $\frac{2}{5}$.

【点评】 本题主要考查的是翻折的性质、勾股定理的应用、平行线分线段成比例定理，掌握本题的辅助线的作法是解题的关键.

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (10 分) 计算: $\cot 30^\circ - \sin 60^\circ + \frac{2}{2\cos 30^\circ - \tan 45^\circ}$.

【考点】 T5: 特殊角的三角函数值.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 直接利用特殊角的三角函数值代入求出答案.

【解答】 解: 原式 $= \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{2}{2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 1}$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{2}{\sqrt{3} - 1}$$
$$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3} + 1$$
$$= \frac{3\sqrt{3}}{2} + 1.$$

【点评】 此题主要考查了特殊角三角函数值，正确记忆相关数据是解题关键.

20. (10 分) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象上部分点的坐标 (x, y) 满足下表:

x	...	-1	0	1	2	...
y	...	-4	-2	2	8	...

(1) 求这个二次函数的解析式;

(2) 用配方法求出这个二次函数图象的顶点坐标和对称轴.

【考点】 H3: 二次函数的性质; H5: 二次函数图象上点的坐标特征; H8: 待定系数法求二次函数解析式; H9: 二次函数的三种形式.

【专题】 12: 应用题; 535: 二次函数图象及其性质.

【分析】 (1) 把已知三点坐标代入求出 a , b , c 的值, 即可确定出解析式;

(2) 利用顶点坐标公式及对称轴公式求出即可.

【解答】解：(1) 由题意，得
$$\begin{cases} a-b+c=-4 \\ c=-2 \\ a+b+c=2 \end{cases},$$

解这个方程组，得 $a=1$ ， $b=3$ ， $c=-2$ ，

所以，这个二次函数的解析式是 $y=x^2+3x-2$ ；

(2) $y=x^2+3x-2=(x+\frac{3}{2})^2-\frac{17}{4}$ ，

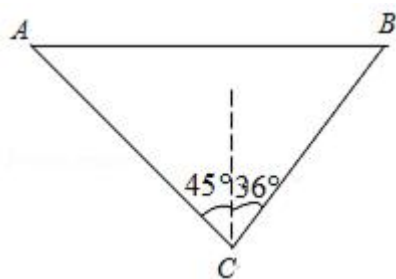
顶点坐标为 $(-\frac{3}{2}, -\frac{17}{4})$ ，

对称轴是直线 $x=-\frac{3}{2}$ 。

【点评】此题考查了待定系数法求二次函数解析式，以及二次函数的性质，熟练掌握待定系数法是解本题的关键。

21. (10 分) 如图，某湖心岛上有一亭子 A，在亭子 A 的正东方向上的湖边有一棵树 B，在这个湖心岛的湖边 C 处测得亭子 A 在北偏西 45° 方向上，测得树 B 在北偏东 36° 方向上，又测得 B、C 之间的距离等于 200 米，求 A、B 之间的距离

(结果精确到 1 米). (参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sin 36^\circ \approx 0.588$, $\cos 36^\circ \approx 0.809$, $\tan 36^\circ \approx 0.727$, $\cot 36^\circ \approx 1.376$)

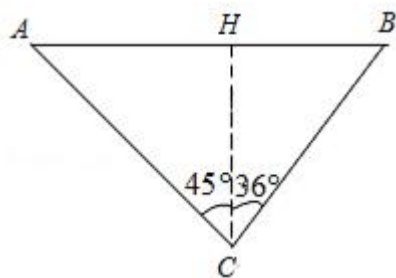


【考点】TB: 解直角三角形的应用 - 方向角问题.

【专题】55E: 解直角三角形及其应用.

【分析】本题可通过构建直角三角形来解答，过点 C 作 AB 的垂线交 AB 于 H，要先求出 CH 的值然后再求 AH，BH 的值，进而得出 AB 的长.

【解答】解：过点 C 作 $CH \perp AB$ ，垂足为点 H，



由题意，得 $\angle ACH=45^\circ$ ， $\angle BCH=36^\circ$ ， $BC=200$ ，

在 $\text{Rt}\triangle BHC$ 中， $\sin\angle BCH=\frac{BH}{BC}$ ，

$$\therefore \sin 36^\circ = \frac{BH}{200},$$

$$\therefore \sin 36^\circ \approx 0.588,$$

$$\therefore BH \approx 117.6,$$

又 $\cos\angle BCH=\frac{HC}{BC}$ ，

$$\therefore \cos 36^\circ = \frac{HC}{200}.$$

$$\therefore \cos 36^\circ \approx 0.809,$$

$$\therefore HC \approx 161.8,$$

在 $\text{Rt}\triangle AHC$ 中， $\tan\angle ACH=\frac{AH}{HC}$ ，

$$\therefore \angle ACH=45^\circ,$$

$$\therefore AH=HC,$$

$$\therefore AH \approx 161.8,$$

又 $AB=AH+BH$ ，

$$\therefore AB \approx 279.4,$$

$$\therefore AB \approx 279 \text{ (米)},$$

答：A、B 之间的距离为 279 米.

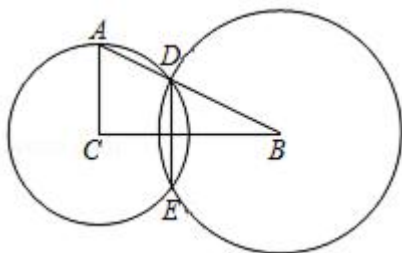
【点评】 本题考查了直角三角形的应用，解答本题的关键是根据方向角构造直角三角形，利用三角函数解直角三角形. 如果两个直角三角形有公共的直角边，

先求出公共边一般是解题的常用方法.

22. (10 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=\sqrt{5}$, $BC=2\sqrt{5}$, 以点 C 为圆心, CA 长为半径的 $\odot C$ 与边 AB 交于点 D , 以点 B 为圆心, BD 长为半径的 $\odot B$ 与 $\odot C$ 另一个交点为点 E .

(1) 求 AD 的长;

(2) 求 DE 的长.



【考点】 KQ: 勾股定理; M2: 垂径定理; S9: 相似三角形的判定与性质; T1: 锐角三角函数的定义.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 (1) 首先得出 AB 的长再利用 $\cos A = \frac{AH}{AC} = \frac{AC}{AB}$, 得出 AH 的长, 进而得出答案;

(2) 利用相似三角形的判定与性质得出 BD 的长进而得出 DE 的长.

【解答】 解: (1) 过点 C 作 $CH \perp AB$, 垂足为点 H ,

$\because CH$ 经过圆心 C ,

$$\therefore AH = HD = \frac{1}{2}AD,$$

在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\angle ACB=90^\circ$,

$$AC^2 + BC^2 = AB^2$$

$$\therefore AC = \sqrt{5}, \quad BC = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore AB = 5,$$

$$\therefore \cos A = \frac{AH}{AC} = \frac{AC}{AB},$$

$$\therefore AH=1,$$

$$\therefore AD=2;$$

(2) 设 DE 与 CB 的交点为 F,

由题意, 得 $DF \perp CB$, $DF=EF=\frac{1}{2}DE$,

$$\therefore \angle ACB = \angle DFE = 90^\circ,$$

$$\therefore AC \parallel DF,$$

$$\therefore \triangle BDF \sim \triangle BAC,$$

$$\therefore \frac{DF}{AC} = \frac{BD}{AB},$$

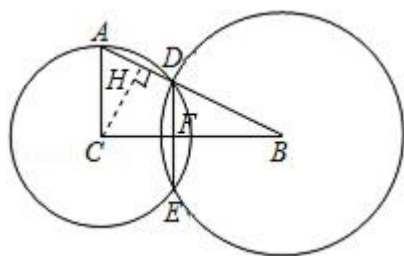
$$\therefore AD=2, AB=5,$$

$$\therefore BD=3,$$

$$\therefore \frac{DF}{\sqrt{5}} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore DF = \frac{3}{5}\sqrt{5},$$

$$\therefore DE = \frac{6}{5}\sqrt{5}.$$



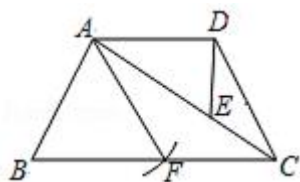
【点评】 此题主要考查了勾股定理以及相似三角形的判定与性质, 正确得出 $\triangle BDF \sim \triangle BAC$ 是解题关键.

23. (12 分) 如图, 已知梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $AB=CD$, 点 E 在对角线 AC 上, 且满足 $\angle ADE = \angle BAC$.

(1) 求证: $CD \cdot AE = DE \cdot BC$;

(2) 以点 A 为圆心, AB 长为半径画弧交边 BC 于点 F, 联结 AF. 求证:

$$AF^2 = CE \cdot CA.$$



【考点】LH: 梯形; S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】55: 几何图形.

【分析】(1) 根据相似三角形的判定得出 $\triangle ADE \sim \triangle CAB$, 再利用相似三角形的性质证明即可;

(2) 根据相似三角形的判定得出 $\triangle CDE \sim \triangle CAD$, 再利用相似三角形的性质证明即可.

【解答】证明 (1) $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle DAE = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle BAC,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle CAB,$$

$$\therefore \frac{DE}{AB} = \frac{AE}{BC},$$

$$\therefore AB \cdot AE = DE \cdot BC,$$

$$\therefore AB = CD,$$

$$\therefore CD \cdot AE = DE \cdot BC;$$

(2) $\because AD \parallel BC$, $AB = CD$,

$$\therefore \angle ADC = \angle DAB,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle BAC,$$

又 $\because \angle ADC = \angle ADE + \angle CDE$, $\angle DAB = \angle BAC + \angle CAD$,

$$\therefore \angle CDE = \angle CAD,$$

$$\therefore \angle DCE = \angle DCA,$$

$$\therefore \triangle CDE \sim \triangle CAD,$$

$$\therefore \frac{CD}{CA} = \frac{CE}{CD},$$

$$\therefore CD^2 = CE \cdot CA,$$

由题意, 得 $AB = AF$, $AB = CD$,

$$\therefore AF = CD,$$

$$\therefore AF^2 = CE \cdot CA.$$

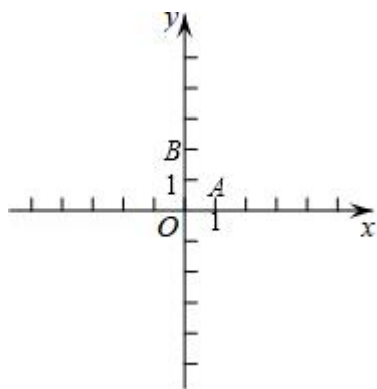
【点评】此题考查相似三角形的判定和性质, 关键是根据相似三角形的判定得出相似三角形.

24. (12 分) 已知在平面直角坐标系 xOy (如图) 中, 已知抛物线 $y = \frac{2}{3}x^2 + bx + c$ 点经过 $A(1, 0)$ 、 $B(0, 2)$.

(1) 求该抛物线的表达式;

(2) 设该抛物线的对称轴与 x 轴的交点为 C , 第四象限内的点 D 在该抛物线的对称轴上, 如果以点 A 、 C 、 D 所组成的三角形与 $\triangle AOB$ 相似, 求点 D 的坐标;

(3) 设点 E 在该抛物线的对称轴上, 它的纵坐标是 1, 联结 AE 、 BE , 求 $\sin \angle ABE$.



【考点】HF：二次函数综合题.

【专题】16：压轴题.

【分析】(1) 将点 A 和点 B 的坐标代入抛物线的解析式，得到关于 b、c 的方程，

从而可求得 b、c 的值，于是可得到抛物线的不等式；

(2) 先求得抛物线的对称轴，从而得到点 C 的坐标，①当 $\angle ABO = \angle DAC$ 时，

$\triangle ABO \sim \triangle DAC$ ，依据相似三角形的性质可求得 CD 的长，从而得到点 D 的

坐标；②当 $\angle ABO = \angle ADC$ 时， $\triangle ABO \sim \triangle ADC$ ，依据相似三角形的性质可

求得 CD 的长，从而可求得点 D 的坐标；

(3) 首先依据 $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle BOCE} - S_{\triangle ABO} - S_{\triangle ACE}$ 求得 $S_{\triangle ABE} = \frac{3}{2}$ ，过点 E 作 $EH \perp AB$ ，

垂足为点 H，利用面积法可求得 EH 的长，最后，依据锐角三角函数的定义求解即可.

【解答】解：(1) $\because$ 抛物线 $y = \frac{2}{3}x^2 + bx + c$ 点经过 A (1, 0)、B (0, 2)

$$\therefore \begin{cases} \frac{2}{3} + b + c = 0 \\ c = 2 \end{cases}$$

$$\therefore b = -\frac{8}{3}$$

$$\therefore \text{抛物线的表达式是 } y = \frac{2}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 2.$$

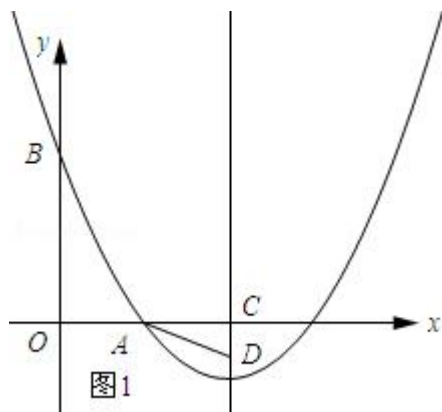
(2) 由 (1) 得： $y = \frac{2}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 2$ 的对称轴是直线 $x = 2$.

$\therefore$ 点 C 的坐标为 (2, 0)

∴ 第四象限内的点 D 在该抛物线的对称轴上

∴ 以点 A、C、D 所组成的三角形与 $\triangle AOB$ 相似有两种

① 当 $\angle ABO = \angle DAC$ 时，如图 1 所示：



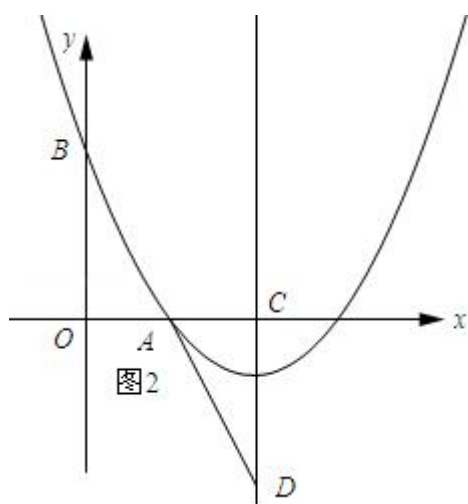
∴ $\triangle ABO \sim \triangle DAC$.

$$\therefore \frac{OA}{OB} = \frac{CD}{AC},$$

$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{CD}{1}, \text{ 解得: } CD = \frac{1}{2}.$$

∴ 点 D 的坐标为 $(2, -\frac{1}{2})$.

② 当 $\angle ABO = \angle ADC$ 时，如图 2 所示：



∴ $\triangle ABO \sim \triangle ADC$,

$$\therefore \frac{OA}{OB} = \frac{AC}{CD}, \text{ 即 } \frac{1}{2} = \frac{1}{CD}, \text{ 解得: } CD = 2.$$

∴ 点 D 的坐标为 $(2, -2)$

综上所述，点 D 的坐标为 $(2, -\frac{1}{2})$ 或 $(2, -2)$

(3) $\because$ 点 E 在该抛物线的对称轴直线 $x=2$ 上，且纵坐标是 1，

$\therefore$ 点 E 坐标是 $(2, 1)$ ，

又点 B $(0, 2)$ ，

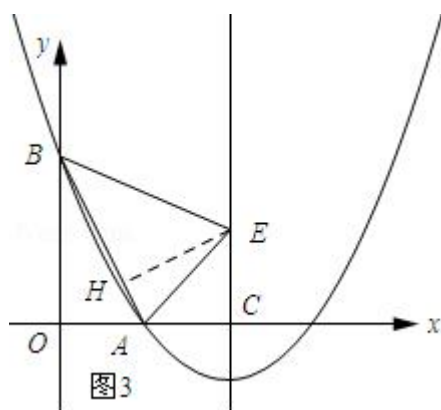
$$\therefore BE = \sqrt{5}.$$

设直线 $x=2$ 与 x 轴的交点仍是点 C

$$\therefore S_{\triangle ABE} = S_{\triangle BOC} - S_{\triangle ABO} - S_{\triangle ACE}$$

$$\therefore S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} \times (2+1) \times 2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 1 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{3}{2}.$$

过点 E 作 $EH \perp AB$ ，垂足为点 H，



$$\therefore AB = \sqrt{5},$$

$$\therefore S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} AB \cdot EH = \frac{3}{2}.$$

$$\therefore EH = \frac{3\sqrt{5}}{5}.$$

在 $Rt\triangle BHE$ 中， $\angle BFE = 90^\circ$

$$\therefore \sin \angle ABE = \frac{EH}{BE} = \frac{3}{5}.$$

【点评】 本题主要考查的是二次函数的综合应用，解答本题主要应用了待定系数法求二次函数的解析式、相似三角形的性质、三角形的面积公式，锐角三角函数的定义，分类讨论是解答问题 (2) 的关键，等面积法的应用是解答问题 (3) 的关键.

25. (14 分) 在正方形 $ABCD$ 中, $AB=8$, 点 P 在边 CD 上, $\tan \angle PBC = \frac{3}{4}$, 点

Q 是在射线 BP 上的一个动点, 过点 Q 作 AB 的平行线交射线 AD 于点 M ,

点 R 在射线 AD 上, 使 RQ 始终与直线 BP 垂直.

(1) 如图 1, 当点 R 与点 D 重合时, 求 PQ 的长;

(2) 如图 2, 试探索: $\frac{RM}{MQ}$ 的比值是否随点 Q 的运动而发生变化? 若有变化, 请

说明你的理由; 若没有变化, 请求出它的比值;

(3) 如图 3, 若点 Q 在线段 BP 上, 设 $PQ=x$, $RM=y$, 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出它的定义域.

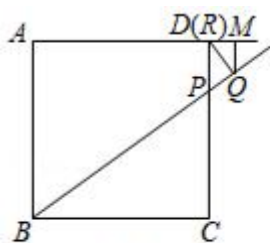


图 1

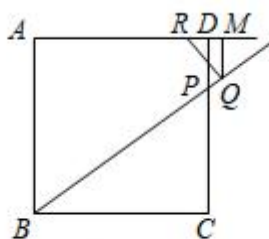


图 2

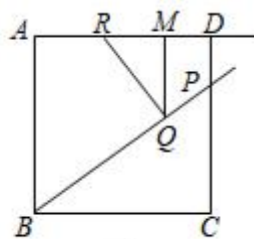


图 3

【考点】SO: 相似形综合题.

【专题】152: 几何综合题; 552: 三角形; 55D: 图形的相似.

【分析】(1) 先求出 $PC=6$ 、 $PB=10$ 、 $RP=2$, 再证 $\triangle PBC \sim \triangle PRQ$ 得 $\frac{PB}{RP} = \frac{PC}{PQ}$,

据此可得;

(2) 证 $\triangle RMQ \sim \triangle PCB$ 得 $\frac{RM}{MQ} = \frac{PC}{BC}$, 根据 $PC=6$ 、 $BC=8$ 知 $\frac{RM}{MQ} = \frac{3}{4}$, 据此可得答

案;

(3) 由 $PD \parallel AB$ 知 $\frac{PD}{AB} = \frac{ND}{NA}$, 据此可得 $ND = \frac{8}{3}$ 、 $PN = \frac{10}{3}$, 由 $\frac{RM}{MQ} = \frac{3}{4}$ 、 $RM=y$ 知 $MQ = \frac{4}{3}y$,

根据 $PD \parallel MQ$ 得 $\frac{PD}{MQ} = \frac{NP}{NQ}$, 即 $\frac{2}{\frac{4}{3}y} = \frac{\frac{10}{3}}{x + \frac{10}{3}}$, 整理可得函数解析式, 当点 R 与点

A 重合时, PQ 取得最大值, 根据 $\triangle ABQ \sim \triangle NAB$ 知 $\frac{AB}{NB} = \frac{BQ}{BA}$, 求得 $x = \frac{26}{5}$,

从而得出 x 的取值范围.

【解答】解: (1) 由题意, 得 $AB=BC=CD=AD=8$, $\angle C = \angle A = 90^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle BCP$ 中, $\angle C=90^\circ$,

$$\therefore \tan \angle PBC = \frac{PC}{BC},$$

$$\therefore \tan \angle PBC = \frac{3}{4},$$

$$\therefore PC=6,$$

$$\therefore RP=2,$$

$$\therefore PB = \sqrt{PC^2 + BC^2} = 10,$$

$$\therefore RQ \perp BQ,$$

$$\therefore \angle RQP = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle C = \angle RQP,$$

$$\therefore \angle BPC = \angle RPQ,$$

$$\therefore \triangle PBC \sim \triangle PRQ,$$

$$\therefore \frac{PB}{RP} = \frac{PC}{PQ},$$

$$\therefore \frac{10}{2} = \frac{6}{PQ},$$

$$\therefore PQ = \frac{6}{5};$$

(2) $\frac{RM}{MQ}$ 的比值随点 Q 的运动没有变化,

如图 1,

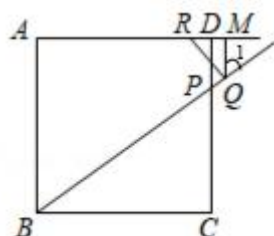


图 1

$$\therefore MQ \parallel AB,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle ABP, \quad \angle QMR = \angle A,$$

$$\therefore \angle C = \angle A = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle QMR = \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore RQ \perp BQ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle RQM = 90^\circ, \angle ABC = \angle ABP + \angle PBC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle RQM = \angle PBC,$$

$$\therefore \triangle RMQ \sim \triangle PCB,$$

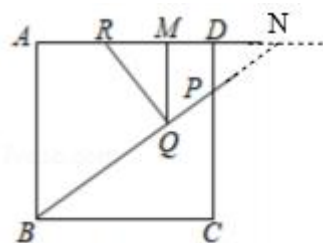
$$\therefore \frac{RM}{MQ} = \frac{PC}{BC},$$

$$\therefore PC = 6, BC = 8,$$

$$\therefore \frac{RM}{MQ} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \frac{RM}{MQ} \text{ 的比值随点 } Q \text{ 的运动没有变化, 比值为 } \frac{3}{4};$$

(3) 如图 2, 延长 BP 交 AD 的延长线于点 N,



$$\therefore PD \parallel AB,$$

$$\therefore \frac{PD}{AB} = \frac{ND}{NA},$$

$$\therefore NA = ND + AD = 8 + ND,$$

$$\therefore \frac{2}{8} = \frac{ND}{ND + 8},$$

$$\therefore ND = \frac{8}{3},$$

$$\therefore PN = \sqrt{PD^2 + ND^2} = \frac{10}{3},$$

$$\therefore PD \parallel AB, MQ \parallel AB,$$

$$\therefore PD \parallel MQ,$$

$$\therefore \frac{PD}{MQ} = \frac{NP}{NQ},$$

$$\therefore \frac{RM}{MQ} = \frac{3}{4}, \quad RM=y,$$

$$\therefore MQ = \frac{4}{3}y$$

$$\text{又 } PD=2, \quad NQ=PQ+PN=x+\frac{10}{3},$$

$$\therefore \frac{2}{\frac{4}{3}y} = \frac{\frac{10}{3}}{x+\frac{10}{3}},$$

$$\therefore y = \frac{9}{20}x + \frac{3}{2},$$

如图 3, 当点 R 与点 A 重合时, PQ 取得最大值,

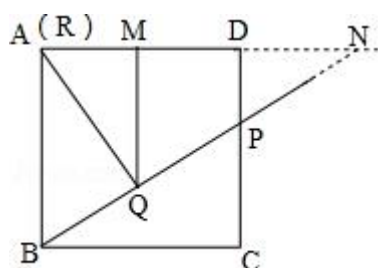


图 3

$$\therefore \angle ABQ = \angle NBA, \quad \angle AQB = \angle NAB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABQ \sim \triangle NAB,$$

$$\therefore \frac{AB}{NB} = \frac{BQ}{BA}, \quad \text{即 } \frac{8}{10+\frac{10}{3}} = \frac{10-x}{8},$$

$$\text{解得 } x = \frac{26}{5},$$

$$\text{则它的定义域是 } 0 \leq x \leq \frac{26}{5}.$$

【点评】 本题主要考查相似三角形的综合题, 解题的关键是熟练掌握正方形的性质、勾股定理及相似三角形的判定与性质.