

2017 年上海市黄浦区中考数学二模试卷

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

1. (4 分) 单项式 $4xy^2z^3$ 的次数是 ()
- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
2. (4 分) 下列方程中, 无实数解的是 ()
- A. $2+x=0$ B. $2-x=0$ C. $2x=0$ D. $\frac{2}{x}=0$
3. (4 分) 下列各组数据中, 平均数和中位数相等的是 ()
- A. 1, 2, 3, 4, 5 B. 1, 3, 4, 5, 6 C. 1, 2, 4, 5, 6 D. 1, 2, 3, 5, 6
4. (4 分) 二次函数 $y=-(x-2)^2-3$ 的图象的顶点坐标是 ()
- A. (2, 3) B. (2, -3) C. (-2, 3) D. (-2, -3)
5. (4 分) 以一个面积为 1 的三角形的三条中位线为三边的三角形的面积为 ()
- A. 4 B. 2 C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{2}$
6. (4 分) 已知点 A (4, 0), B (0, 3), 如果 $\odot A$ 的半径为 1, $\odot B$ 的半径为 6, 则 $\odot A$ 与 $\odot B$ 的位置关系是 ()
- A. 内切 B. 相交 C. 外切 D. 外离

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每小题 4 分, 共 48 分)

7. (4 分) 计算: $(x^2)^3=$ _____.
8. (4 分) 因式分解: $x^2-4y^2=$ _____.
9. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} x-2 < 0 \\ 2x+1 \geq 0 \end{cases}$ 的解集是_____.
10. (4 分) 方程 $\sqrt{x^2-2}=2$ 的解是_____.
11. (4 分) 关于 x 的一元二次方程 $2x^2-3x+m=0$ 有两个相等的实数根, 则实数

$m=$ _____.

12. (4分) 某个工人要完成 3000 个零件的加工, 如果该工人每小时能加工 x 个零件, 那么完成这批零件的加工需要的时间是_____小时.

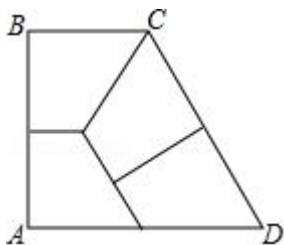
13. (4分) 已知二次函数的图象经过点 (1, 3) 和 (3, 3), 则此函数图象的对称轴与 x 轴的交点坐标是_____.

14. (4分) 从 1 到 10 这 10 个正整数中任取一个, 该正整数恰好是 3 的倍数的概率是_____.

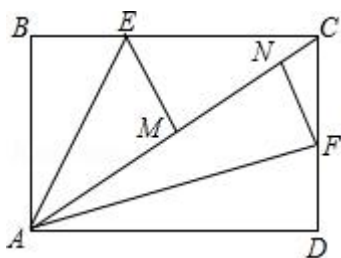
15. (4分) 正八边形一个内角的度数为_____.

16. (4分) 在平面直角坐标系中, 点 A (2, 0), B (0, -3), 若 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC}$, 则点 C 的坐标为_____.

17. (4分) 如图, 梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $\angle A = 90^\circ$, 它恰好能按图示方式被分割成四个全等的直角梯形, 则 AB: BC=_____.



18. (4分) 如图, 矩形 ABCD, 将它分别沿 AE 和 AF 折叠, 恰好使点 B, C 落到对角线 AC 上点 M, N 处, 已知 $MN=2$, $NC=1$, 则矩形 ABCD 的面积是_____.



三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 78 分)

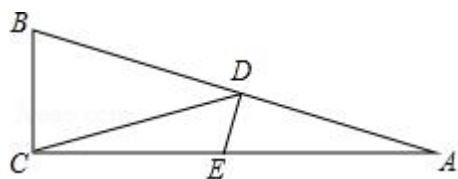
19. (10 分) 计算: $(\sqrt{2017} - 1)^0 + |\sqrt{2} - 2| + (\sqrt{2} - 1)^{-1} - 2\sin 30^\circ$.

20. (10 分) 解分式方程: $\frac{x+2}{x-2} - \frac{16}{x^2-4} = \frac{1}{x+2}$.

21. (10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 15^\circ$, D 是边 AB 的中点, $DE \perp AB$ 交 AC 于点 E .

(1) 求 $\angle CDE$ 的度数;

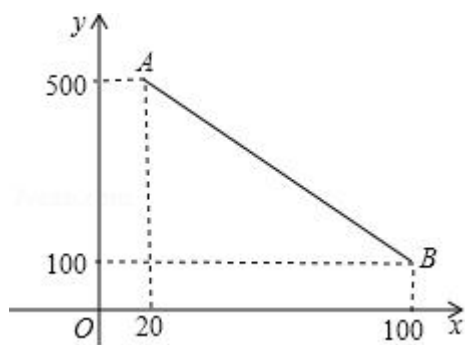
(2) 求 $CE:EA$.



22. (10 分) 小明家买了一台充电式自动扫地机, 每次完成充电后, 在使用时扫地机会自动根据设定扫地时间, 来确定扫地的速度 (以使每次扫地结束时尽量把所储存的电量用完), 如图是“设定扫地时间”与“扫地速度”之间的函数图象 (线段 AB), 其中设定扫地时间为 x 分钟, 扫地速度为 y 平方分米/分钟.

(1) 求 y 关于 x 的函数解析式;

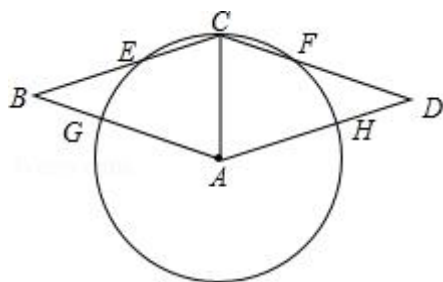
(2) 现在小明需要扫地机完成 180 平方米的扫地任务, 他应该设定的扫地时间为多少分钟?



23. (12 分) 如图, 菱形 $ABCD$, 以 A 为圆心, AC 长为半径的圆分别交边 BC , DC , AB , AD 于点 E , F , G , H .

(1) 求证: $CE = CF$;

(2) 当 E 为弧 $\widehat{CG}$ 中点时, 求证: $BE^2 = CE \cdot CB$.

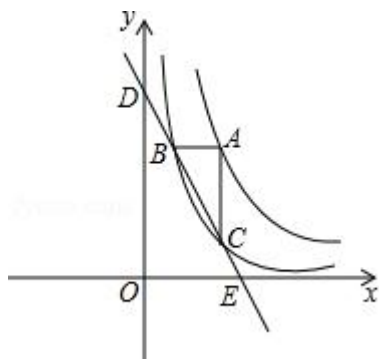


24. (12 分) 如图, 点 A 在函数 $y = \frac{4}{x}$ ($x > 0$) 图象上, 过点 A 作 x 轴和 y 轴的平行线分别交函数 $y = \frac{1}{x}$ 图象于点 B, C, 直线 BC 与坐标轴的交点为 D, E.

(1) 当点 C 的横坐标为 1 时, 求点 B 的坐标;

(2) 试问: 当点 A 在函数 $y = \frac{4}{x}$ ($x > 0$) 图象上运动时, $\triangle ABC$ 的面积是否发生变化? 若不变, 请求出 $\triangle ABC$ 的面积, 若变化, 请说明理由.

(3) 试说明: 当点 A 在函数 $y = \frac{4}{x}$ ($x > 0$) 图象上运动时, 线段 BD 与 CE 的长始终相等.



25. (14 分) 已知: $\text{Rt}\triangle ABC$ 斜边 AB 上点 D, E, 满足 $\angle DCE = 45^\circ$.

(1) 如图 1, 当 $AC=1$, $BC=\sqrt{3}$, 且点 D 与 A 重合时, 求线段 BE 的长;

(2) 如图 2, 当 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形时, 求证: $AD^2 + BE^2 = DE^2$;

(3) 如图 3, 当 $AC=3$, $BC=4$ 时, 设 $AD=x$, $BE=y$, 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出定义域.

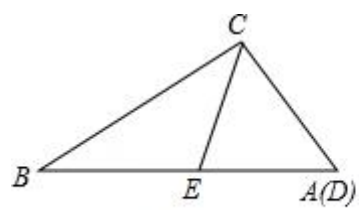


图1

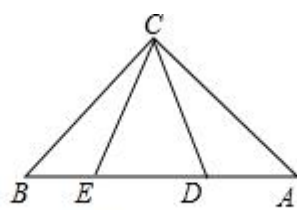


图2

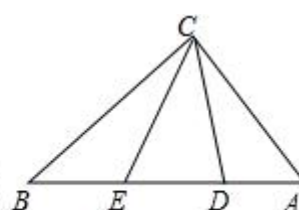


图3

2017 年上海市黄浦区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

1. (4 分) 单项式 $4xy^2z^3$ 的次数是 ()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

【考点】42: 单项式.

【分析】单项式的次数是指各字母的指数之和

【解答】解：该单项式的次数为： $1+2+3=6$,

故选：D.

【点评】本题考查单项式的概念，解题的关键是正确理解单项式的次数概念，本题属于基础题型.

2. (4 分) 下列方程中，无实数解的是 ()

- A. $2+x=0$ B. $2-x=0$ C. $2x=0$ D. $\frac{2}{x}=0$

【考点】B2: 分式方程的解.

【分析】根据解方程，可得答案.

【解答】解：A、 $x+2=0$ ，解得 $x=-2$ ，故 A 正确；

B、 $2-x=0$ ，解得 $x=2$ ，故 B 正确；

C、 $2x=0$ ，解得 $x=0$ ，故 C 正确；

D、 $\frac{2}{x}=0$ 方程无解，故 D 错误；

故选：D.

【点评】本题考查了分式方程的解，解方程是解题关键.

3. (4 分) 下列各组数据中，平均数和中位数相等的是 ()

- A. 1, 2, 3, 4, 5 B. 1, 3, 4, 5, 6 C. 1, 2, 4, 5,

6

D. 1, 2, 3, 5, 6

【考点】W1: 算术平均数; W4: 中位数.

【分析】根据平均数和中位数的概念列出算式, 再进行计算即可.

【解答】解: A、平均数= $(1+2+3+4+5) \div 5=3$;

把数据按从小到大的顺序排列: 1, 2, 3, 4, 5, 中位数是 3, 故选项正确;

B、平均数= $(1+3+4+5+6) \div 5=3.8$;

把数据按从小到大的顺序排列: 1, 3, 4, 5, 6, 中位数是 4, 故选项错误;

C、平均数= $(1+2+4+5+6) \div 5=3.6$;

把数据按从小到大的顺序排列: 1, 2, 4, 5, 6, 中位数是 4, 故选项错误;

D、平均数= $(1+2+3+5+6) \div 5=3.4$;

把数据按从小到大的顺序排列: 1, 2, 3, 5, 6, 中位数是 3, 故选项错误.

故选: A.

【点评】此题考查了中位数与平均数, 平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数. 找中位数的时候一定要先按大小排好顺序, 然后再根据奇数和偶数个来确定中位数. 如果数据有奇数个, 则正中间的数字即为所求; 如果是偶数个, 则找中间两位数的平均数.

4. (4 分) 二次函数 $y = -(x-2)^2 - 3$ 的图象的顶点坐标是 ()

A. (2, 3) B. (2, -3) C. (-2, 3) D. (-2, -3)

【考点】H3: 二次函数的性质.

【分析】根据题目中函数的解析式直接得到此二次函数的顶点坐标.

【解答】解: $\because y = -(x-2)^2 - 3$,

$\therefore$ 二次函数 $y = -(x-2)^2 - 3$ 的图象的顶点坐标是 (2, -3)

故选: B.

【点评】本题考查二次函数的性质, 解题的关键是明确题意, 找出所求问题需要

的条件.

5. (4分) 以一个面积为1的三角形的三条中位线为三边的三角形的面积为()

- A. 4 B. 2 C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

【考点】KX: 三角形中位线定理.

【分析】根据三角形的中位线定理得出两个三角形相似, 即可得出结果.

【解答】解: 根据三角形中位线定理得: 两个三角形相似, 相似比为 $\frac{1}{2}$, 面积比为 $\frac{1}{4}$,

$\therefore$ 一个面积为1的三角形的三条中位线为三边的三角形的面积为 $\frac{1}{4}$;

故选: C.

【点评】本题主要考查了三角形中位线定理、相似三角形的判定与性质; 熟练掌握三角形中位线定理是解决问题的关键.

6. (4分) 已知点A (4, 0), B (0, 3), 如果 $\odot A$ 的半径为1, $\odot B$ 的半径为6, 则 $\odot A$ 与 $\odot B$ 的位置关系是 ()

- A. 内切 B. 相交 C. 外切 D. 外离

【考点】D5: 坐标与图形性质; MJ: 圆与圆的位置关系.

【分析】由点A (4, 0), B (0, 3), 可求得AB的长, 又由 $\odot A$ 与 $\odot B$ 的半径分别为: 1与6, 即可根据两圆位置关系与圆心距d, 两圆半径R, r的数量关系间的联系得出两圆位置关系.

【解答】解: $\because$ 点A (4, 0), B (0, 3),

$$\therefore AB = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5,$$

$\therefore \odot A$ 与 $\odot B$ 的半径分别为: 1与6,

$\therefore$ 半径差为: $6 - 1 = 5$,

$\therefore$ 这两圆的位置关系是: 内切.

故选: A.

【点评】此题考查了圆与圆的位置关系. 注意掌握两圆位置关系与圆心距 d , 两圆半径 R, r 的数量关系间的联系是解此题的关键.

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每小题 4 分, 共 48 分)

7. (4 分) 计算: $(x^2)^3 = \underline{x^6}$.

【考点】47: 幂的乘方与积的乘方.

【分析】根据幂的乘方, 底数不变, 指数相乘, 进行计算.

【解答】解: 原式 $= x^{2 \times 3} = x^6$.

故答案为 x^6 .

【点评】此题考查了幂的乘方的性质.

8. (4 分) 因式分解: $x^2 - 4y^2 = \underline{(x+2y)(x-2y)}$.

【考点】54: 因式分解 - 运用公式法.

【分析】直接运用平方差公式进行因式分解.

【解答】解: $x^2 - 4y^2 = (x+2y)(x-2y)$.

【点评】本题考查了平方差公式分解因式, 熟记公式结构是解题的关键. 平方差公式: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

9. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} x-2 < 0 \\ 2x+1 \geq 0 \end{cases}$ 的解集是 $\underline{-\frac{1}{2} \leq x < 2}$.

【考点】CB: 解一元一次不等式组.

【分析】先求出不等式组中每一个不等式的解集, 再求出它们的公共部分就是不等式组的解集.

【解答】解: 解不等式 $x-2 < 0$, 得: $x < 2$,

解不等式 $2x+1 \geq 0$, 得: $x \geq -\frac{1}{2}$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-\frac{1}{2} \leq x < 2$,

故答案为: $-\frac{1}{2} \leq x < 2$.

【点评】 本题考查的是一元一次不等式组的解，解此类题目常常要结合数轴来判断．还可以观察不等式的解，若 $x >$ 较小的数、 $<$ 较大的数，那么解集为 x 介于两数之间．

10. (4 分) 方程 $\sqrt{x^2 - 2} = 2$ 的解是 $x = \sqrt{6}$ 或 $x = -\sqrt{6}$.

【考点】 AG: 无理方程.

【专题】 11: 计算题; 511: 实数.

【分析】 方程两边平方，整理后开方即可求出解.

【解答】 解：两边平方得： $x^2 - 2 = 4$,

解得： $x = \sqrt{6}$ 或 $x = -\sqrt{6}$,

经检验 $x = \sqrt{6}$ 或 $x = -\sqrt{6}$ 是原方程的解.

故答案为： $x = \sqrt{6}$ 或 $x = -\sqrt{6}$

【点评】 此题考查了无理方程，无理方程注意要检验.

11. (4 分) 关于 x 的一元二次方程 $2x^2 - 3x + m = 0$ 有两个相等的实数根，则实数 $m = \underline{\frac{9}{8}}$.

【考点】 AA: 根的判别式.

【分析】 直接利用根的判别式得出 $b^2 - 4ac = 9 - 8m = 0$ ，即可得出答案.

【解答】 解： $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $2x^2 - 3x + m = 0$ 有两个相等的实数根，

$\therefore b^2 - 4ac = 9 - 8m = 0$,

解得： $m = \frac{9}{8}$.

故答案为： $\frac{9}{8}$.

【点评】 此题主要考查了根的判别式，正确掌握判别式的符号是解题关键.

12. (4 分) 某个工人要完成 3000 个零件的加工，如果该工人每小时能加工 x 个零件，那么完成这批零件的加工需要的时间是 $\frac{3000}{x}$ 小时.

【考点】32: 列代数式.

【专题】11: 计算题; 511: 实数.

【分析】根据工作总量=工作时间×工作效率, 计算即可得到结果.

【解答】解: 根据题意得: 完成这批零件的加工需要的时间是 $\frac{3000}{x}$ 小时,

故答案为: $\frac{3000}{x}$

【点评】此题考查了列代数式, 弄清题意是解本题的关键.

13. (4 分) 已知二次函数的图象经过点 (1, 3) 和 (3, 3), 则此函数图象的对称轴与 x 轴的交点坐标是 (2, 0).

【考点】HA: 抛物线与 x 轴的交点.

【分析】直接利用二次函数的图象经过点 (1, 3) 和 (3, 3), 得出二次函数的对称轴, 进而得出此函数图象的对称轴与 x 轴的交点坐标.

【解答】解: $\because$ 二次函数的图象经过点 (1, 3) 和 (3, 3),

$\therefore$ 抛物线的对称轴为: $x = \frac{1+3}{2} = 2$,

故此函数图象的对称轴与 x 轴的交点坐标是: (2, 0).

故答案为: (2, 0).

【点评】此题主要考查了抛物线与 x 轴的交点, 正确得出对称轴是解题关键.

14. (4 分) 从 1 到 10 这 10 个正整数中任取一个, 该正整数恰好是 3 的倍数的概率是 $\frac{3}{10}$.

【考点】X4: 概率公式.

【分析】让 1 到 10 中 3 的倍数的个数除以数的总个数即为所求的概率.

【解答】解: 1 到 10 中, 3 的倍数有 3, 6, 9 三个,

所以正整数恰好是 3 的倍数的概率是 $\frac{3}{10}$,

故答案为: $\frac{3}{10}$.

【点评】本题主要考查了概率公式,用到的知识点为: 概率等于所求情况数与总情况数之比.

15. (4 分) 正八边形一个内角的度数为 135° .

【考点】L3: 多边形内角与外角.

【分析】首先根据多边形内角和定理: $(n-2) \cdot 180^\circ$ ($n \geq 3$ 且 n 为正整数) 求出内角和, 然后再计算一个内角的度数.

【解答】解: 正八边形的内角和为: $(8-2) \times 180^\circ = 1080^\circ$,

每一个内角的度数为 $\frac{1}{8} \times 1080^\circ = 135^\circ$.

故答案为: 135° .

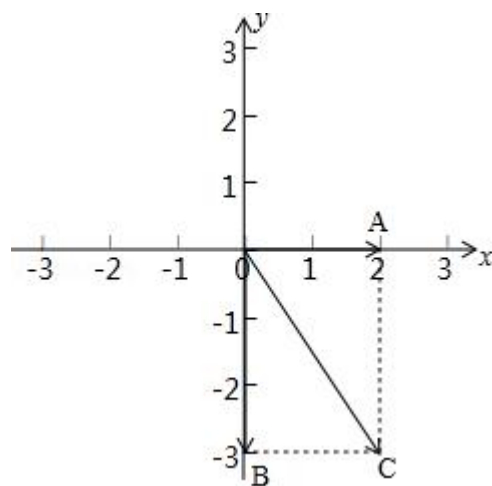
【点评】此题主要考查了多边形内角和定理, 关键是熟练掌握计算公式: $(n-2) \cdot 180^\circ$ ($n \geq 3$ 且 n 为整数).

16. (4 分) 在平面直角坐标系中, 点 A (2, 0), B (0, -3), 若 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC}$, 则点 C 的坐标为 (2, -3).

【考点】D1: 点的坐标; LM: *平面向量.

【分析】根据平面向量的平行四边形的法则解答即可得.

【解答】解: 如图,



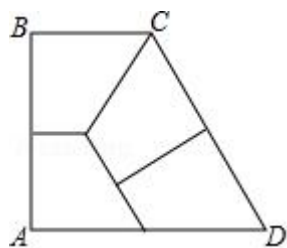
$$\therefore \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC},$$

$\therefore$ 过点 A 作 y 轴的平行线，过点 B 作 x 中的平行线，交于点 C，则点 C (2, -3),

故答案为: (2, -3).

【点评】 本题主要考查平面向量，熟练掌握平面向量的平行四边形法则是解题的关键.

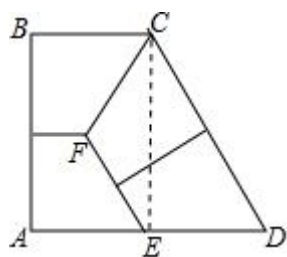
17. (4 分) 如图，梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle A = 90^\circ$ ，它恰好能按图示方式被分割成四个全等的直角梯形，则 $AB: BC = \underline{\sqrt{3}: 1}$.



【考点】 LH: 梯形; LI: 直角梯形.

【分析】 如图连接 EC，设 $AB = a$ ， $BC = b$ 则 $CD = 2b$. 只要证明 $\angle D = 60^\circ$ ，根据 $\sin 60^\circ = \frac{CE}{CD}$ ，即可解决问题.

【解答】 解: 如图连接 EC，设 $AB = a$ ， $BC = b$ 则 $CD = 2b$.



由题意四边形 ABCE 是矩形,

$$\therefore CE = AB = a, \quad \angle A = \angle AEC = \angle CED = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCF = \angle DCF = \angle D,$$

$$\text{又} \because \angle BCF + \angle DCF + \angle D = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle D = 60^\circ,$$

$$\therefore \sin D = \frac{CE}{CD} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \frac{a}{2b} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

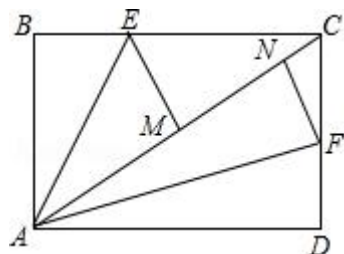
$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{a}{b} = \sqrt{3},$$

$$\therefore AB:BC = \sqrt{3}:1$$

故答案为 $\sqrt{3}:1$.

【点评】 本题考查直角梯形的性质，锐角三角函数等知识，解题的关键是理解题意，利用角相等这个信息解决问题，发现特殊角是解题的突破口，属于中考常考题型.

18. (4分) 如图，矩形 $ABCD$ ，将它分别沿 AE 和 AF 折叠，恰好使点 B ， C 落到对角线 AC 上点 M ， N 处，已知 $MN=2$ ， $NC=1$ ，则矩形 $ABCD$ 的面积是 $9+2\sqrt{6}$.



【考点】 LB: 矩形的性质; PB: 翻折变换 (折叠问题).

【分析】 由折叠的性质得， $AB=AM$ ， $AN=AD$ ，设 $AB=x$ ，则 $AD=x+2$ ， $AC=x+3$ ，根据勾股定理列方程即可得到结论.

【解答】 解：由折叠的性质得， $AB=AM$ ， $AN=AD$ ，

$$\therefore AD - AB = AN - AM = MN = 2,$$

设 $AB=x$ ，则 $AD=x+2$ ， $AC=x+3$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore \angle D = 90^\circ, \quad CD = AB,$$

$$\therefore AD^2 + CD^2 = AC^2, \text{ 即 } (x+2)^2 + x^2 = (x+3)^2,$$

$$\therefore x = 1 + \sqrt{6} \text{ (负值舍去),}$$

$$\therefore AB = 1 + \sqrt{6}, AD = 3 + \sqrt{6},$$

$$\therefore S_{\text{矩形}ABCD} = (1 + \sqrt{6})(3 + \sqrt{6}) = 9 + 4\sqrt{6};$$

故答案为: $9 + 4\sqrt{6}$.

【点评】 本题主要考查了折叠的性质、矩形的性质、勾股定理等, 综合运用各定理是解答此题的关键.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 78 分)

19. (10 分) 计算: $(\sqrt{2017} - 1)^0 + |\sqrt{2} - 2| + (\sqrt{2} - 1)^{-1} - 2\sin 30^\circ$.

【考点】 6E: 零指数幂; 6F: 负整数指数幂; 79: 二次根式的混合运算; T5: 特殊角的三角函数值.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 利用零指数幂、负整数指数幂和特殊角的三角函数值进行计算.

【解答】 解: 原式 $= 1 + 2 - \sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2} - 1} - 2 \times \frac{1}{2}$

$$= 3 - \sqrt{2} + \sqrt{2} + 1 - 1$$

$$= 3.$$

【点评】 本题考查了二次根式的混合运算: 先把二次根式化为最简二次根式, 然后进行二次根式的乘除运算, 再合并即可. 在二次根式的混合运算中, 如能结合题目特点, 灵活运用二次根式的性质, 选择恰当的解题途径, 往往能事半功倍.

20. (10 分) 解分式方程: $\frac{x+2}{x-2} - \frac{16}{x^2-4} = \frac{1}{x+2}$.

【考点】 B3: 解分式方程.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检

验即可得到分式方程的解.

【解答】解: 去分母得: $(x+2)^2 - 16 = x - 2$,

整理得: $x^2 + 3x - 10 = 0$, 即 $(x - 2)(x + 5) = 0$,

解得: $x = 2$ 或 $x = -5$,

经检验 $x = 2$ 是增根, 分式方程的解为 $x = -5$.

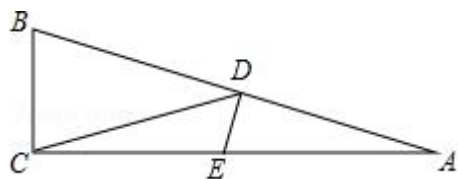
【点评】此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

21. (10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 15^\circ$, D 是边 AB 的中点,

$DE \perp AB$ 交 AC 于点 E .

(1) 求 $\angle CDE$ 的度数;

(2) 求 $CE : EA$.



【考点】KO: 含 30° 度角的直角三角形; KP: 直角三角形斜边上的中线.

【分析】(1) 根据直角三角形斜边上中线得出 $CD = AD = BD$, 求出 $\angle DCA = \angle A = 15^\circ$, 求出 $\angle BDC = \angle A + \angle DCA = 30^\circ$, 即可得出答案;

(2) 根据线段垂直平分线性质的性质求出 $BE = AE$, 求出 CE 和 BE 的比, 即可得出答案.

【解答】解: (1) $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D 是边 AB 的中点,

$\therefore CD = AD = BD$,

$\therefore \angle DCA = \angle A$,

$\because \angle A = 15^\circ$,

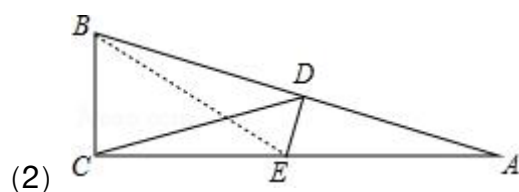
$$\therefore \angle DCA = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle A + \angle DCA = 30^\circ,$$

$$\therefore ED \perp AB,$$

$$\therefore \angle EDB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CDE = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ;$$



连接 BE,

$$\therefore D \text{ 为 } AB \text{ 中点, } DE \perp AB,$$

$$\therefore BE = AE,$$

$$\therefore \angle EBA = \angle A = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle BEC = 15^\circ + 15^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore \cos 30^\circ = \frac{CE}{BE},$$

$$\therefore AE = BE,$$

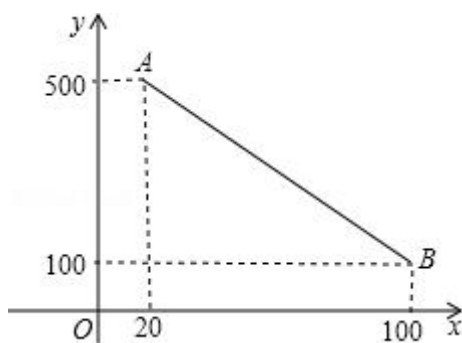
$$\therefore \frac{CE}{AE} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

【点评】 本题考查了直角三角形斜边上中线性质的性质，线段垂直平分线性质的性质，解直角三角形等知识点，能综合运用知识点进行推理是解此题的关键。

22. (10 分) 小明家买了一台充电式自动扫地机，每次完成充电后，在使用时扫地机会自动根据设定扫地时间，来确定扫地的速度（以使每次扫地结束时尽量把所储存的电量用完），如图是“设定扫地时间”与“扫地速度”之间的函数图象（线段 AB），其中设定扫地时间为 x 分钟，扫地速度为 y 平方分米/分钟。

(1) 求 y 关于 x 的函数解析式；

(2) 现在小明需要扫地机完成 180 平方米的扫地任务，他应该设定的扫地时间为多少分钟？



【考点】 FH：一次函数的应用.

【分析】 (1) 设 AB 的解析式为 $y=kx+b$ ，把 A (20, 500)，B (100, 100) 代入解方程组即可.

(2) 设他应该设定的扫地时间为 x 分钟. 由题意 $\frac{18000}{x} = -5x+600$ ，解方程即可.

【解答】 解：(1) 设 AB 的解析式为 $y=kx+b$ ，把 A (20, 500)，B (100, 100) 代入

$$\text{得到} \begin{cases} 20k+b=500 \\ 100k+b=100 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=-5 \\ b=600 \end{cases},$$

$$\therefore y = -5x+600.$$

(2) 设他应该设定的扫地时间为 x 分钟.

$$\text{由题意} \frac{18000}{x} = -5x+600,$$

$$\text{整理得} x^2 - 120x+3600=0,$$

$$\therefore x=60,$$

经检验 $x=60$ 是分式方程的解.

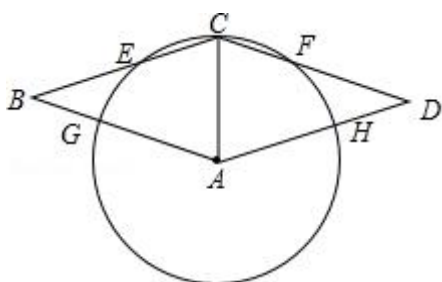
$\therefore$ 他应该设定的扫地时间为 60 分钟.

【点评】 本题考查一次函数的应用、分式方程的解等知识，解题的关键是熟练掌握待定系数法确定函数解析式，学会构建方程解决实际问题，注意解分式方程必须检验.

23. (12 分) 如图，菱形 $ABCD$ ，以 A 为圆心， AC 长为半径的圆分别交边 BC ， DC ， AB ， AD 于点 E ， F ， G ， H .

(1) 求证： $CE=CF$ ；

(2) 当 E 为弧 $\widehat{CG}$ 中点时，求证： $BE^2=CE \cdot CB$.



【考点】 L8：菱形的性质；M5：圆周角定理；S9：相似三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 连接 AE ， AF ，由四边形 $ABCD$ 是菱形，得到 $\angle ACB=\angle ACF$ ，根据等腰三角形的性质得到 $\angle AEC=\angle ACE=\angle ACF=\angle AFC$ ，推出 $\angle EAC=\angle FAC$ ，即可得到结论；

(2) 由 E 为弧 $\widehat{CG}$ 中点，得到 $\angle CAE=\angle BAE$ ，根据等腰三角形的性质和三角形的外角的性质得到 $\angle ACE=\angle AEC=\angle BAC=\angle B+\angle BAE$ ，得到 $BE=AE=AC$ ，根据相似三角形的性质即可得到结论.

【解答】 (1) 证明：连接 AE ， AF ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore \angle ACB=\angle ACF$ ，

$\because AE=AC=AF$ ，

$\therefore \angle AEC=\angle ACE=\angle ACF=\angle AFC$ ，

$$\therefore \angle EAC = 180^\circ - \angle AEC - \angle ACE,$$

$$\angle CAF = 180^\circ - \angle ACF - \angle AFC,$$

$$\therefore \angle EAC = \angle FAC,$$

$$\therefore \widehat{CE} = \widehat{CF},$$

$$\therefore CE = CF;$$

(2) 解: $\because E$ 为弧 $\widehat{CG}$ 中点,

$$\therefore \angle CAE = \angle BAE,$$

$$\because AB = BC, AE = AC,$$

$$\therefore \angle ACE = \angle AEC = \angle BAC = \angle B + \angle BAE,$$

$$\therefore \angle B = \angle BAE,$$

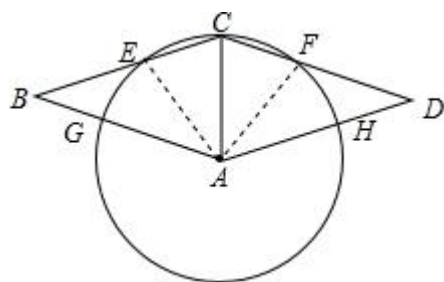
$$\therefore BE = AE = AC,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle CAE,$$

$$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{CE}{AC},$$

$$\therefore AC^2 = BC \cdot CE,$$

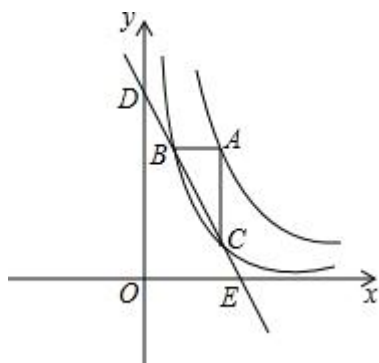
即 $BE^2 = CE \cdot CB$.



【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质，菱形的性质，圆心角，弧，弦的关系，正确的作出辅助线是解题的关键.

24. (12 分) 如图，点 A 在函数 $y = \frac{4}{x}$ ($x > 0$) 图象上，过点 A 作 x 轴和 y 轴的平行线分别交函数 $y = \frac{1}{x}$ 图象于点 B , C ，直线 BC 与坐标轴的交点为 D , E .

- (1) 当点 C 的横坐标为 1 时，求点 B 的坐标；
- (2) 试问：当点 A 在函数 $y=\frac{4}{x}$ ($x>0$) 图象上运动时， $\triangle ABC$ 的面积是否发生变化？若不变，请求出 $\triangle ABC$ 的面积，若变化，请说明理由。
- (3) 试说明：当点 A 在函数 $y=\frac{4}{x}$ ($x>0$) 图象上运动时，线段 BD 与 CE 的长始终相等。



【考点】 GB：反比例函数综合题.

【分析】 (1) 由条件可先求得 A 点坐标，从而可求得 B 点纵坐标，再代入 $y=\frac{1}{x}$ 可求得 B 点坐标；

(2) 可设出 A 点坐标，从而可表示出 C、B 的坐标，则可表示出 AB 和 AC 的长，可求得 $\triangle ABC$ 的面积；

(3) 可证明 $\triangle ABC \sim \triangle EFC$ ，利用 (2) 中，AB 和 AC 的长可表示出 EF，可得到 $BG=EF$ ，从而可证明 $\triangle DBG \cong \triangle CFE$ ，可得到 $DB=CF$ 。

【解答】 解：

(1) $\because$ 点 C 在 $y=\frac{1}{x}$ 的图象上，且 C 点横坐标为 1，

$\therefore C(1, 1)$ ，

$\because AC \parallel y$ 轴， $AB \parallel x$ 轴，

$\therefore A$ 点横坐标为 1，

$\because A$ 点在函数 $y=\frac{4}{x}$ ($x>0$) 图象上，

$$\therefore A(1, 4),$$

$$\therefore B \text{ 点纵坐标为 } 4,$$

$$\therefore \text{点 } B \text{ 在 } y = \frac{1}{x} \text{ 的图象上,}$$

$$\therefore B \text{ 点坐标为 } \left(\frac{1}{4}, 4\right);$$

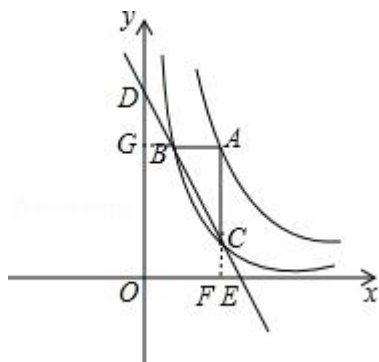
$$(2) \text{ 设 } A\left(a, \frac{4}{a}\right), \text{ 则 } C\left(a, \frac{1}{a}\right), B\left(\frac{a}{4}, \frac{4}{a}\right),$$

$$\therefore AB = a - \frac{a}{4} = \frac{3}{4}a, \quad AC = \frac{4}{a} - \frac{1}{a} = \frac{3}{a},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{a} = \frac{9}{8},$$

即 $\triangle ABC$ 的面积不发生变化, 其面积为 $\frac{9}{8}$;

(3) 如图, 设 AB 的延长线交 y 轴于点 G , AC 的延长线交 x 轴于点 F ,



$$\therefore AB \parallel x \text{ 轴},$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle EFC,$$

$$\therefore \frac{AB}{EF} = \frac{AC}{FC}, \quad \text{即 } \frac{\frac{3}{4}a}{EF} = \frac{\frac{3}{a}}{\frac{1}{a}},$$

$$\therefore EF = \frac{1}{4}a,$$

$$\text{由 (2) 可知 } BG = \frac{1}{4}a,$$

$$\therefore BG = EF,$$

$$\therefore AE \parallel y \text{ 轴},$$

$$\therefore \angle BDG = \angle FCE,$$

在 $\triangle DBG$ 和 $\triangle CFE$ 中

$$\begin{cases} \angle BDG = \angle FCE \\ \angle BGD = \angle FEC \\ BG = EF \end{cases}$$

$\therefore \triangle DBG \cong \triangle CEF$ (AAS),

$\therefore BD = EF$.

【点评】 本题为反比例函数的综合应用，涉及函数图象的交点、平行线的性质、三角形的面积、相似三角形的判定和性质、全等三角形的判定和性质等知识. 要 (1) 中求得 A 点坐标是解题的关键，在 (2) 中用 a 表示出 AB 、 AC 的长是解题的关键，在 (3) 中证得 $BG = EF$ ，构造三角形全等是解题的关键. 本题考查知识点较多，综合性较强，难度适中.

25. (14 分) 已知: $\text{Rt}\triangle ABC$ 斜边 AB 上点 D , E , 满足 $\angle DCE = 45^\circ$.

- (1) 如图 1, 当 $AC=1$, $BC=\sqrt{3}$, 且点 D 与 A 重合时, 求线段 BE 的长;
- (2) 如图 2, 当 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形时, 求证: $AD^2 + BE^2 = DE^2$;
- (3) 如图 3, 当 $AC=3$, $BC=4$ 时, 设 $AD=x$, $BE=y$, 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出定义域.

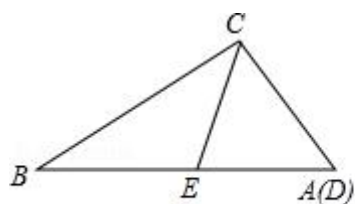


图1

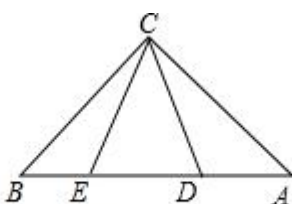


图2

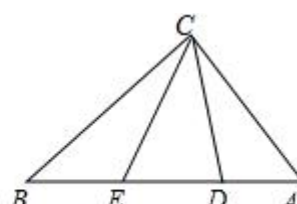


图3

【考点】 KY: 三角形综合题.

【分析】 (1) 如图 1, 根据勾股定理得到 $AB=2$, 过 B 作 $BF \parallel AC$ 交 CE 的延长线于 F , 得到 $\angle F = \angle ACE$, 根据相似三角形的性质即可得到结论;

(2) 作 $AF \perp AB$, 使 $AF = BE$, 连接 DF , 根据 SAS 证得 $\triangle CAF \cong \triangle CBE$ 和 $\triangle CDF \cong \triangle CDE$, 再由勾股定理和等量代换即可解答;

(3) 如图 3, 作 $\triangle BCE \cong \triangle FCE$, $\triangle GCD \cong \triangle ACD$, 延长 DG 交 EF 于 H , 由

$\angle HFG = \angle B$, $\angle HGF = \angle CGD = \angle A$, $\angle A + \angle B = 90^\circ$, 得到 $\angle DHF = 90^\circ$, 根据勾股定理即可得到结论.

【解答】解: (1) 如图 1, $\because \angle ACB = 90^\circ$, $BC = \sqrt{3}$, $AC = 1$,

$$\therefore AB = 2,$$

过 B 作 $BF \parallel AC$ 交 CE 的延长线于 F,

$$\therefore \angle F = \angle ACE,$$

$$\because \angle BCA = 90^\circ, \angle DCE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BCE = \angle DCE,$$

$$\therefore \angle BCE = \angle F,$$

$$\therefore BF = BC = \sqrt{3},$$

$$\because \triangle BEF \sim \triangle AEC,$$

$$\therefore \frac{BE}{AE} = \frac{BF}{AC} = \sqrt{3},$$

$$\therefore BE = 3 - \sqrt{3};$$

(2) 证明: 过点 A 作 $AF \perp AB$, 使 $AF = BE$, 连接 DF, CF,

$$\because \text{在 } \triangle ABC \text{ 中, } AC = BC, \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAB = \angle B = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle FAC = 45^\circ,$$

$$\therefore \triangle CAF \cong \triangle CBE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore CF = CE,$$

$$\angle ACF = \angle BCE,$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ, \angle DCE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD + \angle BCE = \angle ACB - \angle DCE = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ACF = \angle BCE,$$

$$\therefore \angle ACD + \angle ACF = 45^\circ,$$

$$\text{即 } \angle DCF = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DCF = \angle DCE,$$

$$\text{又 } \because CD = CD,$$

$$\therefore \triangle CDF \cong \triangle CDE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore DF = DE,$$

$$\therefore AD^2 + AF^2 = DF^2,$$

$$\therefore AD^2 + BE^2 = DE^2;$$

(3) 如图 3, 作 $\triangle BCE \cong \triangle FCE$, $\triangle GCD \cong \triangle ACD$, 延长 DG 交 EF 于 H,

$$\therefore \angle HFG = \angle B, \angle HGF = \angle CGD = \angle A, \angle A + \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DHF = 90^\circ,$$

$$\therefore FG = 1, \angle B = \angle F,$$

$$\therefore HF = \frac{4}{5}, HG = \frac{3}{5},$$

$$\therefore EH^2 + HD^2 = ED^2,$$

$$\therefore \left(y - \frac{4}{5}\right)^2 + \left(x + \frac{3}{5}\right)^2 = (5 - x - y)^2,$$

$$\therefore y = \frac{60 - 28x}{21 - 5x} \quad (0 \leq x \leq \frac{15}{7}).$$

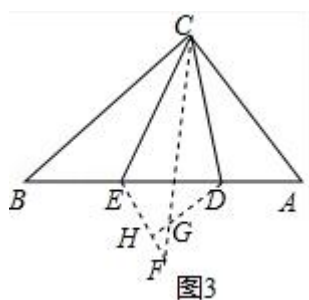


图3

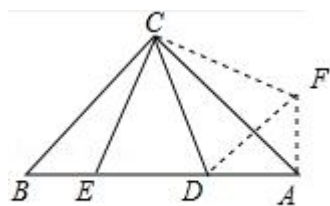


图2

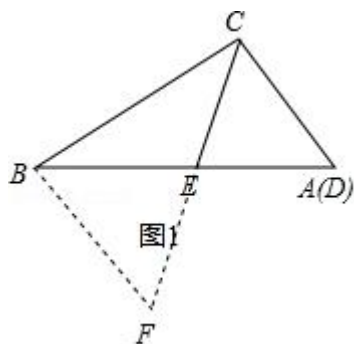


图1

【点评】 本题属于三角形综合题，主要考查了相似三角形的判定与性质，等腰三角形的性质，勾股定理以及解直角三角形的综合应用，解决问题的关键是中辅助线构造直角三角形，根据勾股定理以及面积法进行求解.