

## 2017 年上海市静安区中考数学二模试卷

### 一、选择题（共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分)  $2^{-\frac{1}{2}}$  等于 ( )

- A.  $\sqrt{2}$                       B.  $-\sqrt{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       D.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

2. (4 分) 下列二次根式里，被开方数中各因式的指数都为 1 的是 ( )

- A.  $\sqrt{x^2 y^2}$                       B.  $\sqrt{x^2 + y^2}$                       C.  $\sqrt{(x+y)^2}$                       D.  $\sqrt{xy^2}$

3. (4 分) 关于  $x$  的方程  $x^2 - mx - 1 = 0$  根的情况是 ( )

- A. 有两个不相等的实数根                      B. 有两个相等的实数根  
C. 没有实数根                      D. 不能确定的

4. (4 分) 一次数学作业共有 10 道题目，某小组 8 位学生做对题目数的情况如下表：

|       |   |   |   |   |    |
|-------|---|---|---|---|----|
| 做对题目数 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 人数    | 1 | 1 | 2 | 3 | 1  |

那么这 8 位学生做对题目数的众数和中位数分别是 ( )

- A. 9 和 8                      B. 9 和 8.5                      C. 3 和 2                      D. 3 和 1

5. (4 分) 在下列图形中，一定是中心对称图形，但不一定是轴对称图形的为 ( )

- A. 正五边形                      B. 正六边形                      C. 等腰梯形                      D. 平行四边形

6. (4 分) 已知四边形  $ABCD$  中，对角线  $AC$  与  $BD$  相交于点  $O$ ， $AD \parallel BC$ ，下列判断中错误的是 ( )

- A. 如果  $AB = CD$ ， $AC = BD$ ，那么四边形  $ABCD$  是矩形  
B. 如果  $AB \parallel CD$ ， $AC = BD$ ，那么四边形  $ABCD$  是矩形  
C. 如果  $AD = BC$ ， $AC \perp BD$ ，那么四边形  $ABCD$  是菱形

D. 如果  $OA=OC$ ,  $AC \perp BD$ , 那么四边形  $ABCD$  是菱形

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 计算:  $2^{-1} - 2^0 =$ \_\_\_\_\_.

8. (4 分) 在实数范围内分解因式:  $2x^2 - 6 =$ \_\_\_\_\_.

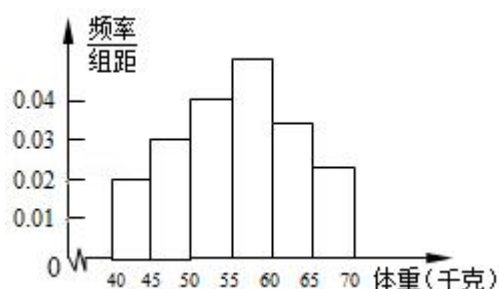
9. (4 分) 不等式组  $\begin{cases} 2x-3 > 0 \\ -x > -5 \end{cases}$  的解集是\_\_\_\_\_.

10. (4 分) 函数  $y = \frac{x-2}{x-3}$  的定义域是\_\_\_\_\_.

11. (4 分) 如果函数  $y = \frac{3m-1}{x}$  的图象在每个象限内, 当自变量  $x$  的值逐渐增大时,  $y$  的值随着逐渐增大, 那么  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

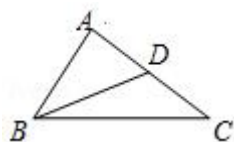
12. (4 分) 如果实数  $x$  满足  $(x + \frac{1}{x})^2 - (x + \frac{1}{x}) - 2 = 0$ , 那么  $x + \frac{1}{x}$  的值是\_\_\_\_\_.

13. (4 分) 为了解全区 5000 名初中毕业生的体重情况, 随机抽测了 400 名学生的体重, 频率分布如图所示 (每小组数据可含最小值, 不含最大值), 其中从左至右前四个小长方形的高依次为 0.02、0.03、0.04、0.05, 由此可估计全区初中毕业生的体重不小于 60 千克的学生人数约为\_\_\_\_\_人.

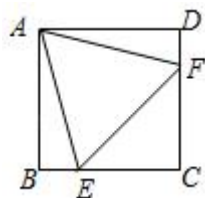


14. (4 分) 布袋里有三个红球和两个白球, 它们除了颜色外其他都相同, 从布袋里摸出两个球, 摸到两个红球的概率是\_\_\_\_\_.

15. (4 分) 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 点  $D$  是边  $AC$  的中点, 如果  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ , 那么  $\overrightarrow{BD} =$ \_\_\_\_\_ (用向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  表示).

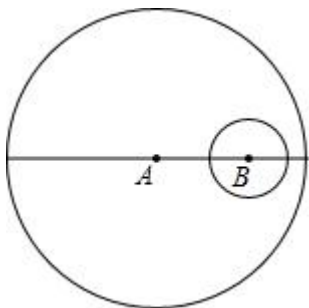


16. (4分) 如图, 在正方形  $ABCD$  中, 点  $E$ 、 $F$  分别在边  $BC$ 、 $CD$  上,  $\triangle AEF$  是等边三角形, 如果  $AB=1$ , 那么  $CE$  的长是\_\_\_\_\_.



17. (4分) 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $\angle B=70^\circ$ , 点  $D$  在边  $AB$  上,  $\triangle ABC$  绕点  $D$  旋转后点  $B$  与点  $C$  重合, 点  $C$  落在点  $C'$ , 那么  $\angle ACC'$  的度数是\_\_\_\_\_.

18. (4分) 如图,  $\odot A$  和  $\odot B$  的半径分别为 5 和 1,  $AB=3$ , 点  $O$  在直线  $AB$  上,  $\odot O$  与  $\odot A$ 、 $\odot B$  都内切, 那么  $\odot O$  半径是\_\_\_\_\_.



三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分) [将下列各题的解答过程, 做在答题纸的相应位置上]

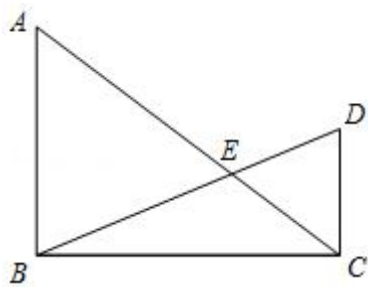
19. (10分) 化简:  $(\frac{x+3}{x^2+x-6} - \frac{x}{x^2-4}) \div \frac{1}{x+2}$ , 并求  $x=\frac{1}{2-\sqrt{3}}$  时的值.

20. (10分) 解方程:  $\sqrt{x+1} + \sqrt{2x-5} = 1$ .

21. (10分) 已知: 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  和  $\text{Rt}\triangle BCD$  中,  $\angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$ ,  $BD$  与  $AC$  相交于点  $E$ ,  $AB=9$ ,  $\cos \angle BAC = \frac{3}{5}$ ,  $\tan \angle DBC = \frac{5}{12}$ .

求: (1) 边  $CD$  的长;

(2)  $\triangle BCE$  的面积.



22. (10 分) 有两种包装盒, 大盒比小盒可多装 20 克某一物品. 已知 120 克这一物品单独装满小盒比单独装满大盒多 1 盒.

(1) 问小盒每个可装这一物品多少克?

(2) 现有装满这一物品两种盒子共 50 个. 设小盒有  $n$  个, 所有盒子所装物品的总量为  $w$  克.

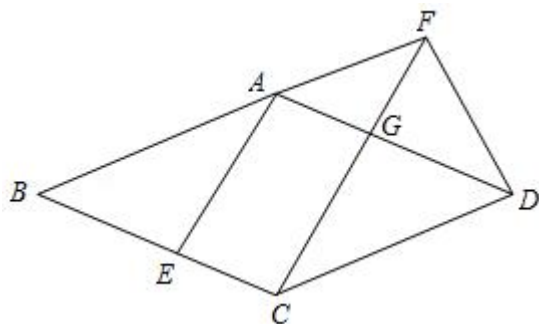
①求  $w$  关于  $n$  的函数解析式, 并写出定义域;

②如果小盒所装物品总量与大盒所装物品总量相同, 求所有盒子所装物品的总量.

23. (12 分) 已知: 如图, 在菱形  $ABCD$  中, 点  $E$  在边  $BC$  上, 点  $F$  在  $BA$  的延长线上,  $BE=AF$ ,  $CF \parallel AE$ ,  $CF$  与边  $AD$  相交于点  $G$ .

求证: (1)  $FD=CG$ ;

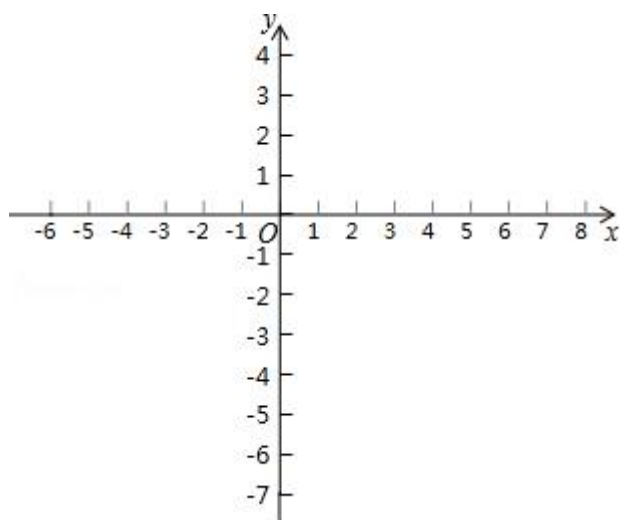
(2)  $CG^2=FG \cdot FC$ .



24. (12 分) 已知二次函数  $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$  的图象与  $x$  轴的正半轴相交于点  $A(2,$

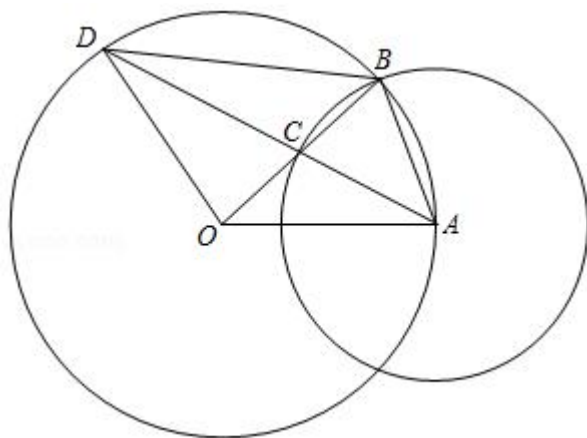
$0)$  和点  $B$ 、与  $y$  轴相交于点  $C$ , 它的顶点为  $M$ 、对称轴与  $x$  轴相交于点  $N$ .

- (1) 用  $b$  的代数式表示顶点  $M$  的坐标;
- (2) 当  $\tan \angle MAN=2$  时, 求此二次函数的解析式及  $\angle ACB$  的正切值.



25. (14 分) 如图, 已知  $\odot O$  的半径  $OA$  的长为 2, 点  $B$  是  $\odot O$  上的动点, 以  $AB$  为半径的  $\odot A$  与线段  $OB$  相交于点  $C$ ,  $AC$  的延长线与  $\odot O$  相交于点  $D$ . 设线段  $AB$  的长为  $x$ , 线段  $OC$  的长为  $y$ .

- (1) 求  $y$  关于  $x$  的函数解析式, 并写出定义域;
- (2) 当四边形  $ABDO$  是梯形时, 求线段  $OC$  的长.



## 2017 年上海市静安区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

### 一、选择题（共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分)  $2^{-\frac{1}{2}}$  等于 ( )

- A.  $\sqrt{2}$                       B.  $-\sqrt{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       D.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

【考点】2F: 分数指数幂.

【分析】根据分数指数幂和负整数指数幂的意义即可求出答案.

【解答】解: 原式  $= (\frac{1}{2})^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,

故选: C.

【点评】本题考查分数指数幂的意义, 解题的关键是正确理解分数指数幂的意义, 本题属于基础题型.

2. (4 分) 下列二次根式里, 被开方数中各因式的指数都为 1 的是 ( )

- A.  $\sqrt{x^2 y^2}$                       B.  $\sqrt{x^2 + y^2}$                       C.  $\sqrt{(x+y)^2}$                       D.  $\sqrt{xy^2}$

【考点】71: 二次根式的定义.

【分析】根据二次根式的定义判断即可.

【解答】解: A.  $x, y$  的指数分别为 2, 2. 所以此选项错误;

B.  $x^2 + y^2$  的指数为 1, 所以此选项正确;

C.  $x+y$  的指数为 2, 所以此选项错误;

D.  $x, y$  的指数分别为 1, 2. 所以此选项错误;

故选: B.

【点评】本题主要考查了二次根式的定义, 分清因数和指数是解答此题的关键.

3. (4 分) 关于  $x$  的方程  $x^2 - mx - 1 = 0$  根的情况是 ( )

- A. 有两个不相等的实数根                      B. 有两个相等的实数根  
C. 没有实数根                                      D. 不能确定的

【考点】AA: 根的判别式.

【专题】11: 计算题.

【分析】先计算  $\Delta = (-m)^2 - 4 \times 1 \times (-1) = m^2 + 4$ , 由于  $m^2$  为非负数, 则  $m^2 + 4 > 0$ , 即  $\Delta > 0$ , 根据一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) 的根的判别式  $\Delta = b^2 - 4ac$  的意义即可判断方程根的情况.

【解答】解:  $\Delta = (-m)^2 - 4 \times 1 \times (-1) = m^2 + 4$ ,

$\therefore m^2 \geq 0$ ,

$\therefore m^2 + 4 > 0$ , 即  $\Delta > 0$ ,

$\therefore$  方程有两个不相等的实数根.

故选: A.

【点评】本题考查了一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) 的根的判别式  $\Delta = b^2 - 4ac$ : 当  $\Delta > 0$ , 方程有两个不相等的实数根; 当  $\Delta = 0$ , 方程有两个相等的实数根; 当  $\Delta < 0$ , 方程没有实数根.

4. (4 分) 一次数学作业共有 10 道题目, 某小组 8 位学生做对题目数的情况如下表:

|       |   |   |   |   |    |
|-------|---|---|---|---|----|
| 做对题目数 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 人数    | 1 | 1 | 2 | 3 | 1  |

那么这 8 位学生做对题目数的众数和中位数分别是 (      )

- A. 9 和 8                      B. 9 和 8.5                      C. 3 和 2                      D. 3 和 1

【考点】W4: 中位数; W5: 众数.

【分析】根据众数和中位数的定义分别进行解答即可.

**【解答】**解：根据图表可得：9 出现了 3 次，出现的次数最多，则众数是 9；

把这些数据从小到大排列，最中间的两个数是第 4、5 个数的平均数，

则这 8 位学生做对题目数的中位数是： $\frac{8+9}{2}=8.5$ ；

故选：B.

**【点评】**此题考查了中位数和众数，中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数），叫做这组数据的中位数，如果中位数的概念掌握得不好，不把数据按要求重新排列，就会出错；众数是一组数据中出现次数最多的数.

5. (4 分) 在下列图形中，一定是中心对称图形，但不一定是轴对称图形的为 ( )

A. 正五边形      B. 正六边形      C. 等腰梯形      D. 平行四边形

**【考点】**P3：轴对称图形；R5：中心对称图形.

**【分析】**根据轴对称图形的概念先求出图形中轴对称图形，再根据中心对称图形的概念得出其中不是中心对称的图形.

**【解答】**解：A、正五边形是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项错误，

B、正六边形是轴对称图形，是中心对称图形，故本选项错误，

C、等腰梯形是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项错误.

D、平行四边形不是轴对称图形，是中心对称图形. 故正确，

故选：D.

**【点评】**本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念：轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合；中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与原图重合.

6. (4 分) 已知四边形 ABCD 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O，AD//BC，下列判断中错误的是 ( )

A. 如果 AB=CD，AC=BD，那么四边形 ABCD 是矩形

B. 如果  $AB \parallel CD$ ,  $AC=BD$ , 那么四边形  $ABCD$  是矩形

C. 如果  $AD=BC$ ,  $AC \perp BD$ , 那么四边形  $ABCD$  是菱形

D. 如果  $OA=OC$ ,  $AC \perp BD$ , 那么四边形  $ABCD$  是菱形

**【考点】** L9: 菱形的判定; LC: 矩形的判定.

**【分析】** 根据矩形和菱形的判定定理进行判断即可.

**【解答】** 解: A、如果  $AB=CD$ ,  $AC=BD$ , 那么四边形  $ABCD$  是等腰梯形, 不一定矩形;

B、如果  $AD \parallel BC$ ,  $AB \parallel CD$ , 则四边形  $ABCD$  是平行四边形, 又  $AC=BD$ , 那么四边形  $ABCD$  是矩形;

C、如果  $AD \parallel BC$ ,  $AD=BC$ , 则四边形  $ABCD$  是平行四边形, 又  $AC \perp BD$ , 那么四边形  $ABCD$  是菱形;

D、如果  $AD \parallel BC$ ,  $OA=OC$ , 则四边形  $ABCD$  是平行四边形, 又  $AC \perp BD$ , 那么四边形  $ABCD$  是菱形;

故选: A.

**【点评】** 此题主要考查了矩形的判定和菱形的判定, 关键是熟练掌握矩形和菱形的判定定理.

## 二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 计算:  $2^{-1} - 2^0 = \underline{-\frac{1}{2}}$ .

**【考点】** 6E: 零指数幂; 6F: 负整数指数幂.

**【分析】** 根据负整数指数幂, 零次幂, 可得答案.

**【解答】** 解: 原式  $= \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$ ,

故答案为:  $-\frac{1}{2}$ .

**【点评】** 本题考查了负整数指数幂, 利用零次幂、负整数指数幂是解题关键.

8. (4 分) 在实数范围内分解因式:  $2x^2 - 6 = \underline{2(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})}$ .

【考点】55：提公因式法与公式法的综合运用；58：实数范围内分解因式.

【专题】11：计算题.

【分析】先提取公因式2后，再把剩下的式子写成 $x^2 - (\sqrt{3})^2$ ，符合平方差公式的特点，可以继续分解.

【解答】解： $2x^2 - 6 = 2(x^2 - 3) = 2(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$ .

故答案为 $2(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$ .

【点评】本题考查实数范围内的因式分解，因式分解的步骤为：一提公因式；二看公式. 在实数范围内进行因式分解的式子的结果一般要分到出现无理数为止.

9. (4分) 不等式组 $\begin{cases} 2x-3 > 0 \\ -x > -5 \end{cases}$ 的解集是 $-\frac{3}{2} < x < 5$ .

【考点】CB：解一元一次不等式组.

【分析】分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集即可.

【解答】解： $\begin{cases} 2x-3 > 0 \text{ ①} \\ -x > -5 \text{ ②} \end{cases}$

由①得 $x > \frac{3}{2}$ ,

由②得 $x < 5$ ,

故不等式组的解集是 $\frac{3}{2} < x < 5$ .

故答案为： $\frac{3}{2} < x < 5$ .

【点评】此题考查的是解一元一次方程组的方法，解一元一次方程组应遵循的法则：“同大取较大，同小取较小，小大大小中间找，大大小小解不了”的原则.

10. (4分) 函数 $y = \frac{x-2}{x-3}$ 的定义域是 $x \neq 3$ .

【考点】E4：函数自变量的取值范围.

【分析】根据分母不等于0列不等式求解即可.

【解答】解：由题意得， $x - 3 \neq 0$ ,

解得  $x \neq 3$ .

故答案为:  $x \neq 3$ .

**【点评】** 本题考查了函数自变量的范围, 一般从三个方面考虑: (1) 当函数表达式是整式时, 自变量可取全体实数;  
(2) 当函数表达式是分式时, 考虑分式的分母不能为 0; (3) 当函数表达式是二次根式时, 被开方数非负.

11. (4 分) 如果函数  $y = \frac{3m-1}{x}$  的图象在每个象限内, 当自变量  $x$  的值逐渐增大时,  $y$  的值随着逐渐增大, 那么  $m$  的取值范围是  $m < \frac{1}{3}$ .

**【考点】** G4: 反比例函数的性质.

**【分析】** 先根据反比例函数的性质得出  $1 - 2k < 0$ , 再解不等式求出  $k$  的取值范围.

**【解答】** 解:  $\because$  反比例函数的图象在其每个象限内,  $y$  随着  $x$  的增大而增大,

$$\therefore 3m - 1 < 0,$$

$$\therefore m < \frac{1}{3}.$$

故答案为  $m < \frac{1}{3}$ .

**【点评】** 本题考查了反比例函数的图象和性质: ①、当  $k > 0$  时, 图象分别位于第一、三象限; 当  $k < 0$  时, 图象分别位于第二、四象限. ②、当  $k > 0$  时, 在同一个象限内,  $y$  随  $x$  的增大而减小; 当  $k < 0$  时, 在同一个象限,  $y$  随  $x$  的增大而增大.

12. (4 分) 如果实数  $x$  满足  $(x + \frac{1}{x})^2 - (x + \frac{1}{x}) - 2 = 0$ , 那么  $x + \frac{1}{x}$  的值是 2.

**【考点】** B4: 换元法解分式方程.

**【分析】** 根据换元法, 可得答案.

**【解答】**解：设  $x + \frac{1}{x} = u$ ，原方程等价于  $u^2 - u - 2 = 0$ ，

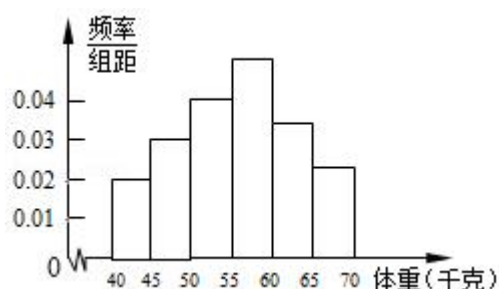
解得  $u = 2$  或  $u = -1$ ，

$x + \frac{1}{x} = 2$  或  $x + \frac{1}{x} = -1$ （不符合题意，舍），

故答案为：2.

**【点评】**本题考查了解方程，利用换元法是解题关键.

13. (4分) 为了解全区 5000 名初中毕业生的体重情况，随机抽测了 400 名学生的体重，频率分布如图所示（每小组数据可含最小值，不含最大值），其中从左至右前四个小长方形的高依次为 0.02、0.03、0.04、0.05，由此可估计全区初中毕业生的体重不小于 60 千克的学生人数约为 1500 人.



**【考点】**V5：用样本估计总体；V8：频数（率）分布直方图.

**【分析】**先根据频率分布直方图，得到从左至右前四组的频率，进而得出后两组的频率之和，最后根据总数  $\times$  频率，即可得到体重不小于 60 千克的学生人数.

**【解答】**解： $\because$  从左至右前四个小长方形的高依次为 0.02、0.03、0.04、0.05，

$\therefore$  从左至右前四组的频率依次为  $0.02 \times 5 = 0.1$ 、 $0.03 \times 5 = 0.15$ 、 $0.04 \times 5 = 0.2$ 、

$0.05 \times 5 = 0.25$ ，

$\therefore$  后两组的频率之和为： $1 - 0.1 - 0.15 - 0.2 - 0.25 = 0.3$ ，

$\therefore$  体重不小于 60 千克的学生人数约为： $5000 \times 0.3 = 1500$  人，

故答案为：1500.

**【点评】**本题考查了频数分布图和频率分布直方图的知识，根据频率、频数及样本容量之间的关系进行正确的运算是解题的关键.

14. (4 分) 布袋里有三个红球和两个白球，它们除了颜色外其他都相同，从布袋里摸出两个球，摸到两个红球的概率是  $\frac{3}{10}$  .

【考点】X6: 列表法与树状图法.

【专题】17: 推理填空题.

【分析】应用列表法，求出从布袋里摸出两个球，摸到两个红球的概率是多少即可.

【解答】解:

|     | 红 1     | 红 2     | 红 3     | 白 1     | 白 2     |
|-----|---------|---------|---------|---------|---------|
| 红 1 | --      | 红 1 红 2 | 红 1 红 3 | 红 1 白 1 | 红 1 白 2 |
| 红 2 | 红 2 红 1 | --      | 红 2 红 3 | 红 2 白 1 | 红 2 白 2 |
| 红 3 | 红 3 红 1 | 红 3 红 2 | --      | 红 3 白 1 | 红 3 白 2 |
| 白 1 | 白 1 红 1 | 白 1 红 2 | 白 1 红 3 | --      | 白 1 白 2 |
| 白 2 | 白 2 红 1 | 白 2 红 2 | 白 2 红 3 | 白 2 白 1 | --      |

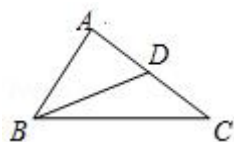
∴从布袋里摸出两个球的方法一共有 10 种，摸到两个红球的方法有 3 种，

∴摸到两个红球的概率是  $\frac{3}{10}$  .

故答案为:  $\frac{3}{10}$  .

【点评】此题主要考查了列表法与树状图法，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：列表的目的在于不重不漏地列举出所有可能的结果求出 n，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m，求出概率.

15. (4 分) 如图，在△ABC 中，点 D 是边 AC 的中点，如果  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ，那么  $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}$  (用向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  表示).



【考点】LM: \*平面向量.

【分析】根据平面向量的平行四边形法则解题即可.

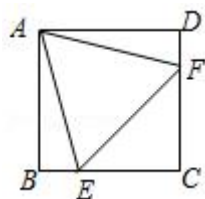
【解答】解:  $\because$  在  $\triangle ABC$  中, 点  $D$  是边  $AC$  的中点, 如果  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ,

$$\therefore \overrightarrow{BD} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{2} \vec{b} - \frac{1}{2} \vec{a}.$$

故答案是:  $\frac{1}{2} \vec{b} - \frac{1}{2} \vec{a}$ .

【点评】本题考查了平面向量, 掌握平面向量的平行四边形法则即可解题, 属于基础题.

16. (4 分) 如图, 在正方形  $ABCD$  中, 点  $E$ 、 $F$  分别在边  $BC$ 、 $CD$  上,  $\triangle AEF$  是等边三角形, 如果  $AB=1$ , 那么  $CE$  的长是  $\sqrt{3}-1$ .



【考点】KK: 等边三角形的性质; LE: 正方形的性质.

【分析】由于四边形  $ABCD$  是正方形,  $\triangle AEF$  是等边三角形, 所以首先根据已知条件可以证明  $\triangle ABE \cong \triangle ADF$ , 再根据全等三角形的性质得到  $BE=DF$ , 设  $BE=x$ , 那么  $DF=x$ ,  $CE=CF=1-x$ , 那么在  $Rt\triangle ABE$  和  $Rt\triangle ADF$  利用勾股定理可以列出关于  $x$  的方程, 解方程即可求出  $BE$ .

【解答】解:  $\because$  四边形正方形  $ABCD$ ,

$$\therefore \angle B = \angle D = 90^\circ, AB = AD,$$

$\because \triangle AEF$  是等边三角形,

$$\therefore AE = EF = AF,$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ADF,$$

$$\therefore BE = DF,$$

设  $BE = x$ , 那么  $DF = x$ ,  $CE = CF = 1 - x$ ,

在  $\text{Rt}\triangle ABE$  中,  $AE^2 = AB^2 + BE^2$ ,

在  $\text{Rt}\triangle EFC$  中,  $FE^2 = CF^2 + CE^2$ ,

$$\therefore AB^2 + BE^2 = CF^2 + CE^2,$$

$$\therefore x^2 + 1 = 2(1 - x)^2,$$

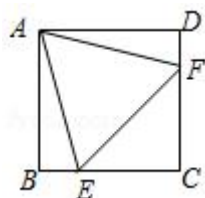
$$\therefore x^2 - 4x + 1 = 0,$$

$$\therefore x = 2 \pm \sqrt{3}, \text{ 而 } x < 1,$$

$$\therefore x = 2 - \sqrt{3},$$

即  $BE$  的长为  $2 - \sqrt{3}$ ,

$$\therefore CE = BC - BE = 1 - (2 - \sqrt{3}) = \sqrt{3} - 1.$$



**【点评】** 本题主要考查了正方形、等边三角形的知识, 把求线段长放在正方形的背景中, 利用勾股定理列出一元二次方程解决问题, 难度适中.

17. (4 分) 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle B = 70^\circ$ , 点  $D$  在边  $AB$  上,  $\triangle ABC$  绕点  $D$  旋转后点  $B$  与点  $C$  重合, 点  $C$  落在点  $C'$ ,

那么  $\angle ACC'$  的度数是  $50^\circ$ .

**【考点】** R2: 旋转的性质.

**【分析】** 先根据  $DB = DC$ ,  $\angle B = 70^\circ$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ , 即可得到  $\angle BCD = 70^\circ$ ,  $\angle ACD = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$ , 再根据旋转可得,  $\angle B = \angle A'CC' = 70^\circ$ , 最后求得  $\angle$

$$\angle ACC' = 70^\circ - 20^\circ = 50^\circ.$$

**【解答】**解：如图所示， $\because \triangle ABC$  绕点  $D$  旋转后点  $B$  与点  $C$  重合，

$$\therefore DB = DC,$$

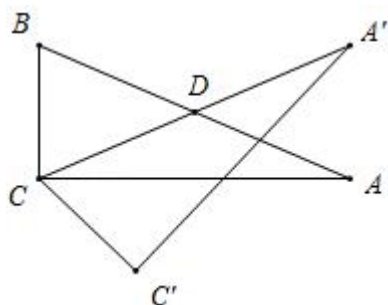
$$\text{又} \because \angle B = 70^\circ, \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = 70^\circ, \angle ACD = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ,$$

$$\text{由旋转可得, } \angle B = \angle A'CC' = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle ACC' = 70^\circ - 20^\circ = 50^\circ.$$

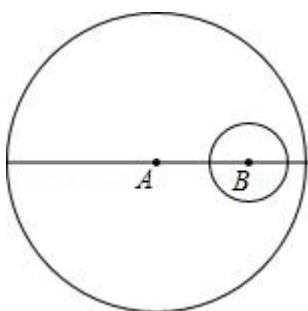
故答案为：  $50^\circ$  .



**【点评】** 本题主要考查了旋转的性质的运用，解题时注意：对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角，旋转前、后的图形全等.

18. (4 分) 如图， $\odot A$  和  $\odot B$  的半径分别为 5 和 1， $AB = 3$ ，点  $O$  在直线  $AB$  上，

$\odot O$  与  $\odot A$ 、 $\odot B$  都内切，那么  $\odot O$  半径是 1.5 或 4.5 .



**【考点】** MJ：圆与圆的位置关系.

**【分析】** 根据两圆内切时圆心距=两圆半径之差的绝对值，分两种情况求解即可.

**【解答】** 解：设  $\odot O$  半径是  $R$ ，根据题意，分两种情况：

①如图 1,  $OA=5-R$ ,  $OB=R-1$ ,

$$\therefore OA=AB+OB,$$

$$\therefore 5-R=3+R-1,$$

解得  $R=1.5$ ;

②如图 2,  $OA=5-R$ ,  $OB=R-1$ ,

$$\therefore OA=OB-AB,$$

$$\therefore 5-R=R-1-3,$$

解得  $R=4.5$ .

故答案为 1.5 或 4.5.

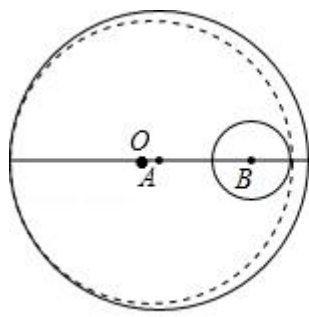


图2

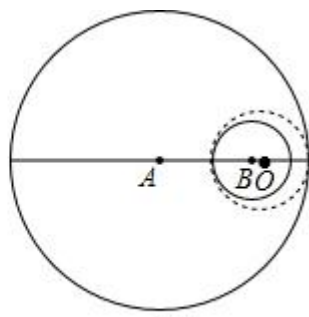


图1

**【点评】** 本题主要考查了圆与圆的位置关系, 解此题的关键是熟练掌握由数量关系来判断两圆位置关系的方法. 设两圆的半径分别为  $R$  和  $r$ , 且  $R \geq r$ , 圆心距为  $P$ ; 外离  $P > R+r$ ; 外切  $P=R+r$ ; 相交  $R-r < P < R+r$ ; 内切  $P=R-r$ ; 内含  $P < R-r$ .

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分) [将下列各题的解答过程, 做在答题纸的相应位置上]

19. (10 分) 化简:  $\left(\frac{x+3}{x^2+x-6} - \frac{x}{x^2-4}\right) \div \frac{1}{x+2}$ , 并求  $x=\frac{1}{2-\sqrt{3}}$  时的值.

**【考点】** 6D: 分式的化简求值.

**【分析】** 根据分式的减法和除法可以化简题目中的式子, 然后将  $x$  的值代入化简

后的式子即可解答本题.

**【解答】** 解:  $\left(\frac{x+3}{x^2+x-6} - \frac{x}{x^2-4}\right) \div \frac{1}{x+2}$   
 $= \left[\frac{x+3}{(x+3)(x-2)} - \frac{x}{(x+2)(x-2)}\right] \cdot (x+2)$   
 $= \left[\frac{1}{x-2} - \frac{x}{(x+2)(x-2)}\right] \cdot (x+2)$   
 $= \frac{x+2-x}{(x+2)(x-2)} \cdot (x+2)$   
 $= \frac{2}{x-2},$   
当  $x = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2+\sqrt{3}$  时, 原式  $= \frac{2}{2+\sqrt{3}-2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$

**【点评】** 本题考查分式的化简求值, 解答本题的关键是明确分式化简求值的方法.

20. (10 分) 解方程:  $\sqrt{x+1} + \sqrt{2x-5} = 1.$

**【考点】** AG: 无理方程.

**【分析】** 根据完全平方公式, 可化为整式方程, 根据解整式方程, 可得答案.

**【解答】** 解:  $\sqrt{x+1} = 1 - \sqrt{2x-5}$ , 平方, 得

$$x+1 = 1 - 2\sqrt{2x-5} + 2x - 5,$$

$$2\sqrt{2x-5} = x - 5$$

$$8x - 20 = x^2 - 10x + 25$$

$$x^2 - 18x + 45 = 0,$$

$$\text{解得 } x_1 = 3, x_2 = 15,$$

经检验:  $x_1 = 3, x_2 = 15$  都是原方程的增根,

$\therefore$  原方程无解.

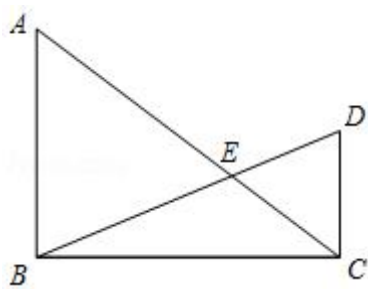
**【点评】** 本题考查了无理方程, 在解无理方程是最常用的方法是两边平方法及换元法, 本题利用平方法是解题关键, 要检验方程的根.

21. (10 分) 已知: 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  和  $\text{Rt}\triangle BCD$  中,  $\angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$ ,

$$\text{BD 与 AC 相交于点 E, } AB = 9, \cos \angle BAC = \frac{3}{5}, \tan \angle DBC = \frac{5}{12}.$$

求: (1) 边 CD 的长;

(2)  $\triangle BCE$  的面积.



**【考点】** T7: 解直角三角形.

**【分析】** (1) 根据题目中的数据 and 锐角三角函数可以求得  $CD$  的长;

(2) 根据题意可以求得  $BC$  和  $BC$  边上的高, 从而可以求得  $\triangle BCE$  的面积.

**【解答】** 解: (1)  $\because \angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$ ,  $AB = 9$ ,  $\cos \angle BAC = \frac{3}{5}$ ,  $\tan \angle DBC = \frac{5}{12}$ ,

$\therefore$  设  $CD = 5a$ , 则  $BC = 12a$ ,  $AB = 9a$ ,

$\therefore 9a = 9$ , 得  $a = 1$ ,

$\therefore CD = 5a = 5$ ,

即  $CD$  的长是 5;

(2) 由 (1) 知,  $AB = 9$ ,  $BC = 12$ ,  $CD = 5$ ,

$\because \angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$ ,

$\therefore AB \parallel CD$ ,

$$\therefore \frac{CE}{AE} = \frac{CD}{AB} = \frac{5}{9},$$

作  $EF \parallel AB$  交  $CB$  于点  $F$ ,

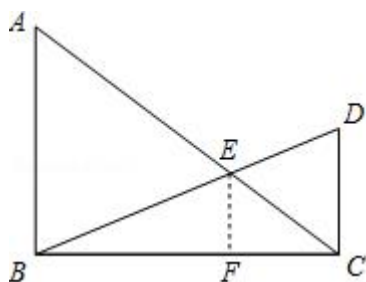
则  $\triangle CEF \sim \triangle CAB$ ,

$$\therefore \frac{CE}{CA} = \frac{EF}{AB},$$

$$\therefore \frac{5}{14} = \frac{EF}{9},$$

解得,  $EF = \frac{45}{14}$ ,

$$\therefore \triangle BCE \text{ 的面积是: } \frac{BC \cdot EF}{2} = \frac{12 \times \frac{45}{14}}{2} = \frac{135}{7}.$$



**【点评】** 本题考查解直角三角形，解答本题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用锐角三角函数和勾股定理解答.

22. (10 分) 有两种包装盒，大盒比小盒可多装 20 克某一物品. 已知 120 克这一物品单独装满小盒比单独装满大盒多 1 盒.

(1) 问小盒每个可装这一物品多少克?

(2) 现有装满这一物品两种盒子共 50 个. 设小盒有  $n$  个，所有盒子所装物品的总量为  $w$  克.

①求  $w$  关于  $n$  的函数解析式，并写出定义域;

②如果小盒所装物品总量与大盒所装物品总量相同，求所有盒子所装物品的总量.

**【考点】** B7: 分式方程的应用; FH: 一次函数的应用.

**【分析】** (1) 设小盒每个可装这一物品  $x$  克，根据题意，列出分式方程，求出  $x$  的值即可;

(2) ①根据两种盒子的数量共有 50 个，所装物品的重量等于大盒物品质量之和+小盒物品质量之和;

②根据小盒所装物品总量与大盒所装物品总量相同列出  $n$  的方程，求出  $n$  的值即可.

**【解答】** 解: (1) 设小盒每个可装这一物品  $x$  克，  
根据题意得

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+20} = 1,$$

$$\text{即 } x^2 + 20x - 2400 = 0,$$

$$\text{解得 } x_1 = 40, x_2 = -60,$$

它们都是原方程的解，但  $x = -60$  不合题意.

答：小盒每个可装这一物品 40 克.

$$(2) \textcircled{1} w = 40n + 60(50 - n) = 3000 - 20n, (0 < n < 50, n \text{ 为整数}),$$

$$\textcircled{2} 40n = 60(50 - n),$$

$$\text{解得 } n = 30,$$

$$w = 2400;$$

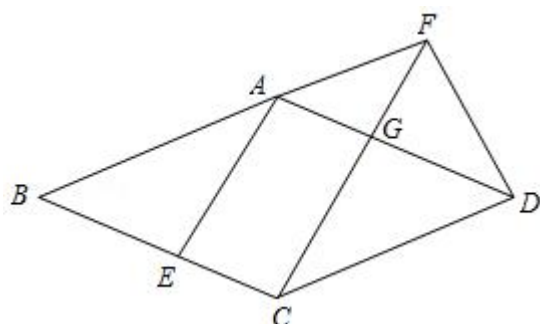
答：所有盒子所装物品的总量为 2400 克.

**【点评】** 本题主要考查了一次函数的应用以及分式方程的应用，解题的关键是根据题意列出分式方程求出每个小盒装物品的重量，此题难度不大.

23. (12 分) 已知：如图，在菱形 ABCD 中，点 E 在边 BC 上，点 F 在 BA 的延长线上，BE=AF，CF//AE，CF 与边 AD 相交于点 G.

求证：(1) FD=CG;

$$(2) CG^2 = FG \cdot FC.$$



**【考点】** L8：菱形的性质；S9：相似三角形的判定与性质.

**【分析】** (1) 根据菱形的性质得到  $\angle FAD = \angle B$ ，根据全等三角形的性质得到

$FD = EA$ ，于是得到结论；

(2) 根据菱形的性质得到  $\angle DCF = \angle BFC$ ，根据平行线的性质得到  $\angle BAE = \angle BFC$ ，根据全等三角形的性质得到  $\angle BAE = \angle FDA$ ，等量代换得到  $\angle DCF = \angle FDA$ ，根据相似三角形的判定和性质即可得到结论.

**【解答】** 证明：(1)  $\because$  在菱形  $ABCD$  中， $AD \parallel BC$ ，

$$\therefore \angle FAD = \angle B,$$

$$\text{在 } \triangle ADF \text{ 与 } \triangle BAE \text{ 中, } \begin{cases} AF = BE \\ \angle FAD = \angle B, \\ AD = BA \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle BAE,$$

$$\therefore FD = EA,$$

$$\because CF \parallel AE, \quad AG \parallel CE,$$

$$\therefore EA = CG,$$

$$\therefore FD = CG;$$

(2)  $\because$  在菱形  $ABCD$  中， $CD \parallel AB$ ，

$$\therefore \angle DCF = \angle BFC,$$

$$\because CF \parallel AE,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle BFC,$$

$$\therefore \angle DCF = \angle BAE,$$

$$\because \triangle ADF \cong \triangle BAE,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle FDA,$$

$$\therefore \angle DCF = \angle FDA,$$

$$\text{又 } \because \angle DFG = \angle CFD,$$

$$\therefore \triangle FDG \sim \triangle FCD,$$

$$\therefore \frac{FD}{FC} = \frac{FG}{FD}, \quad FD^2 = FG \cdot FC,$$

$$\therefore FD = CG,$$

$$\therefore CG^2 = FG \cdot FC.$$

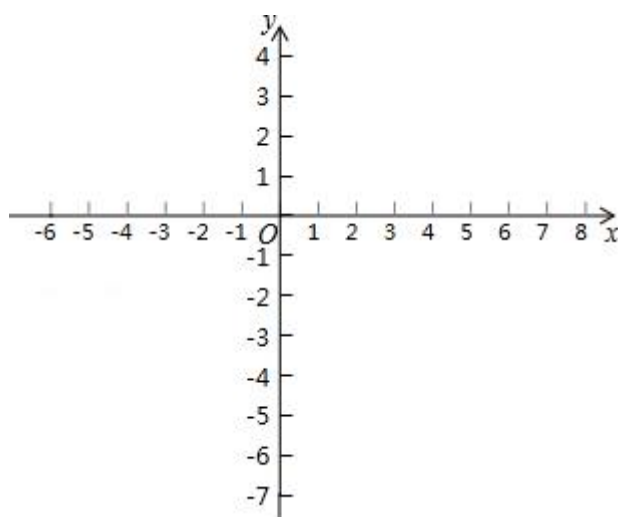
**【点评】** 本题考查了相似三角形的判定和性质，全等三角形的判定和性质，菱形的性质，熟练掌握相似三角形的性质是解题的关键.

24. (12 分) 已知二次函数  $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$  的图象与  $x$  轴的正半轴相交于点  $A(2,$

$0)$  和点  $B$ 、与  $y$  轴相交于点  $C$ ，它的顶点为  $M$ 、对称轴与  $x$  轴相交于点  $N$ .

(1) 用  $b$  的代数式表示顶点  $M$  的坐标;

(2) 当  $\tan \angle MAN = 2$  时，求此二次函数的解析式及  $\angle ACB$  的正切值.



**【考点】** H8: 待定系数法求二次函数解析式; HA: 抛物线与  $x$  轴的交点; T7: 解直角三角形.

**【分析】** (1) 由于二次函数过点  $A$ ，从而可知  $c = 2 - 2b$ ，然后将  $c$  代入抛物线的解析式中即可求出抛物线的顶点坐标.

(2) 根据解析式可求出  $MN = \frac{1}{2}(b - 2)^2$ ，由于点  $B$  的位置不确定，需要分情况讨论，求出  $b$  的值，从而求出二次函数的解析式，然后求出  $B$ 、 $C$  的坐标后即可求出  $\tan \angle ACB$ .

【解答】解：（1） $\because$  二次函数  $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$  的图象经过点 A (2, 0),

$$\therefore 0 = -\frac{1}{2} \times 4 + 2b + c$$

$$\therefore c = 2 - 2b$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c = -\frac{1}{2}x^2 + bx + 2 - 2b$$

$$= -\frac{1}{2}(x - b)^2 + \frac{b^2 - 4b + 4}{2}$$

$$\therefore \text{顶点 M 的坐标为 } (b, \frac{b^2 - 4b + 4}{2})$$

$$(2) \because \tan \angle MAN = \frac{MN}{AN} = 2$$

$$\therefore MN = 2AN.$$

$$\therefore M(b, \frac{b^2 - 4b + 4}{2})$$

$$\therefore N(b, 0),$$

$$\therefore MN = \frac{1}{2}(b - 2)^2$$

①当点 B 在点 N 左侧时,  $AN = 2 - b$ ,

$$\therefore \frac{1}{2}(b - 2)^2 = 2(2 - b)$$

$$\therefore b = -2. \text{ 不符合题意.}$$

②当点 B 在点 N 右侧时,  $AN = b - 2$ ,

$$\therefore \frac{1}{2}(b - 2)^2 = 2(b - 2)$$

$$\therefore b = 6$$

$$\therefore \text{二次函数的解析式为 } y = -\frac{1}{2}x^2 + 6x - 10$$

$$\therefore \text{点 C}(0, -10),$$

$\therefore$  点 A、B 关于直线 MN 对称,

$$\therefore \text{点 B}(10, 0).$$

$$\therefore OB=OC=10,$$

$$\therefore BC=10, \angle OBC=45^\circ,$$

过点 A 作  $AH \perp BC$ , 垂足为 H,

$$\therefore AB=8, \therefore AH=BH=4\sqrt{2}, \therefore CH=6\sqrt{2}$$

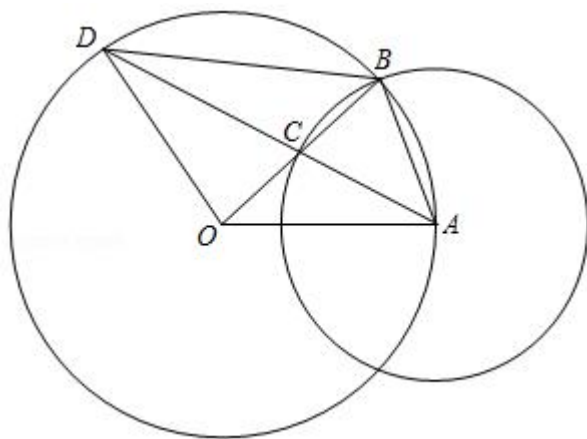
$$\therefore \tan \angle ACB = \frac{AH}{CH} = \frac{4\sqrt{2}}{6\sqrt{2}} = \frac{2}{3}$$

**【点评】** 本题考查二次函数的综合问题, 解题的关键是根据题意求出二次函数的解析式, 然后根据锐角三角函数即可求出  $\tan \angle ACB$  的值, 本题属于中等题型.

25. (14 分) 如图, 已知  $\odot O$  的半径  $OA$  的长为 2, 点 B 是  $\odot O$  上的动点, 以  $AB$  为半径的  $\odot A$  与线段  $OB$  相交于点 C,  $AC$  的延长线与  $\odot O$  相交于点 D. 设线段  $AB$  的长为  $x$ , 线段  $OC$  的长为  $y$ .

(1) 求  $y$  关于  $x$  的函数解析式, 并写出定义域;

(2) 当四边形  $ABDO$  是梯形时, 求线段  $OC$  的长.



**【考点】** MR: 圆的综合题.

**【分析】** (1) 由  $\triangle ABC \sim \triangle OAB$ , 推出  $\frac{BC}{AB} = \frac{AB}{OA}$ , 可得  $\frac{BC}{x} = \frac{x}{2}$ , 推出  $BC = \frac{1}{2}x^2$ , 由  $OC = OB - BC$ , 可得  $y$  关于  $x$  的函数解析式  $y = 2 - \frac{1}{2}x^2$ ;

(2) 分两种情形讨论①当  $OD \parallel AB$  时, ②当  $BD \parallel OA$  时, 分别想办法构建方

程解决问题;

**【解答】**解: (1) 在 $\odot O$ 与 $\odot A$ 中,

$$\therefore OA=OB, AB=AC,$$

$$\therefore \angle ACB=\angle ABC=\angle OAB,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle OAB,$$

$$\therefore \frac{BC}{AB} = \frac{AB}{OA},$$

$$\therefore \frac{BC}{x} = \frac{x}{2},$$

$$\therefore BC = \frac{1}{2}x^2,$$

$$\therefore OC=OB-BC,$$

$$\therefore y \text{ 关于 } x \text{ 的函数解析式 } y=2-\frac{1}{2}x^2,$$

定义域为  $0 < x < 2$ .

(2) ①当  $OD \parallel AB$  时,

$$\therefore \frac{BC}{CO} = \frac{AB}{OD},$$

$$\therefore \frac{\frac{1}{2}x^2}{2-\frac{1}{2}x^2} = \frac{x}{2},$$

整理得  $x^2+2x-4=0$ ,

$$\therefore x = -1 \pm \sqrt{5} \text{ (负值舍去)},$$

$\therefore AB = \sqrt{5}-1$ , 这时  $AB \neq OD$ , 符合题意.

$$\therefore OC = 2 - \frac{1}{2}x^2 = 2 - \frac{1}{2}(\sqrt{5}-1)^2 = \sqrt{5}-1.$$

②当  $BD \parallel OA$  时, 设  $\angle ODA = \alpha$ ,

$$\therefore BD \parallel OA, OA=OD,$$

$$\therefore \angle BDA = \angle OAD = \angle ODA = \alpha,$$

又  $\because OB=OD$ ,  $\therefore \angle BOA = \angle OBD = \angle ODB = 2\alpha$ ,

$\because AB=AC$ ,  $OA=OB$ ,

$\therefore \angle OAB = \angle ABC = \angle ACB = \angle COA + \angle CAO = 3\alpha$ ,

$\because \angle AOB + \angle OAB + \angle OBA = 180^\circ$ ,

$\therefore 2\alpha + 3\alpha + 3\alpha = 180^\circ$ ,

$\therefore \alpha = 22.5^\circ$ ,  $\angle BOA = 45^\circ$ ,

$\therefore \angle ODB = \angle OBD = 45^\circ$ ,  $\angle BOD = 90^\circ$ ,

$\therefore BD = 2\sqrt{2}$ ,

$\because BD \parallel OA$ ,

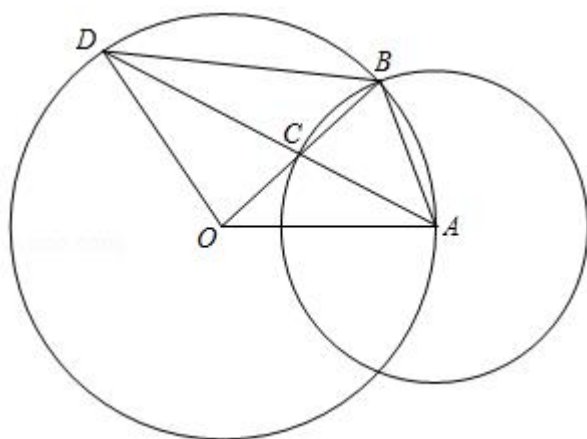
$\therefore \frac{BC}{CO} = \frac{BD}{OA}$ ,

$\therefore \frac{2-y}{y} = \frac{2\sqrt{2}}{2}$ ,

$\therefore y = 2\sqrt{2} - 2$ .  $OC = 2\sqrt{2} - 2$ ,

由于  $BD \neq OA$ ,  $OC = 2\sqrt{2} - 2$  符合题意.

$\therefore$  当四边形  $ABDO$  是梯形时, 线段  $OC$  的长为  $\sqrt{5} - 1$  或  $2\sqrt{2} - 2$ .



**【点评】** 本题考查圆综合题、梯形的性质和定义、平行线分线段成比例定理、相似三角形的判定和性质等知识, 解题的关键是灵活应用所学知识解决问题, 学会用分类讨论的思想思考问题, 注意不能漏解, 属于中考压轴题.