

虹口区 2016 学年度第二学期期中教学质量监控测试

初三数学 试卷

(满分 150 分, 考试时间 100 分钟)

2017.4

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

1. 下列各数中, 2 的倒数是

- A. 2; B. -2; C. $\frac{1}{2}$; D. $-\frac{1}{2}$.

2. 下列根式中, 与 $\sqrt{18}$ 互为同类二次根式的是

- A. $\sqrt{2}$; B. $\sqrt{3}$; C. $\sqrt{5}$; D. $\sqrt{6}$.

3. 已知点 $P_1(x_1, y_1)$ 、 $P_2(x_2, y_2)$ 在双曲线 $y = \frac{3}{x}$ 上, 下列说法中, 正确的是

- A. 若 $x_1 > x_2$, 则 $y_1 > y_2$; B. 若 $x_1 > x_2$, 则 $y_1 < y_2$;
C. 若 $x_1 > x_2 > 0$, 则 $y_1 > y_2$; D. 若 $x_1 > x_2 > 0$, 则 $y_1 < y_2$.

4. 在一次中学生田径运动会上, 参加男子跳高的 10 名运动员的成绩如下表所示:

成绩 (米)	1.50	1.60	1.65	1.70
人数	1	2	3	4

这些运动员跳高成绩的中位数和众数分别是

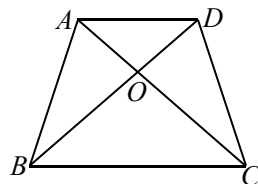
- A. 1.65, 1.70; B. 1.65, 1.65;
C. 1.675, 1.70; D. 1.625, 1.70.

5. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O , 如果 $AO:AC=2:5$, 那么 $S_{\triangle AOD}:S_{\triangle BOC}$ 为

- A. 4:25; B. 4:9; C. 2:5; D. 2:3.

6. 下列命题中, 真命题是

- A. 对角线互相平分的四边形是矩形;
B. 对角线互相平分且垂直的四边形是矩形;
C. 对角线互相平分且相等的四边形是矩形;
D. 对角线互相垂直且相等的四边形是矩形.



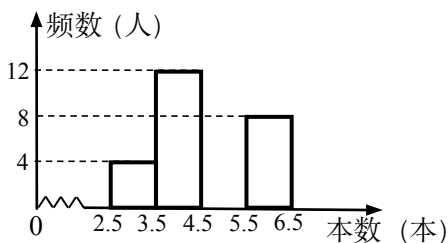
第 5 题图

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

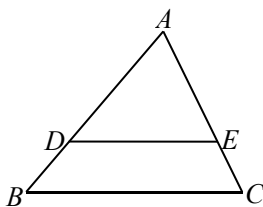
[请将结果直接填入答题纸的相应位置]

7. 计算: $(-a)^3 =$ _____.
8. 不等式 $-x+4 < 0$ 的解集是 _____.
9. 如果一元二次方程 $x^2 + 4x + m = 0$ 没有实数根, 那么 m 的取值范围是 _____.
10. 方程 $\sqrt{3x+4} = x$ 的解为 _____.
11. 直线 $y = -x+2$ 不经过第 _____ 象限.
12. 如果将抛物线 $y = 2x^2$ 向右平移 3 个单位, 那么所得新抛物线的表达式是 _____.
13. 一副 52 张的扑克牌 (无大王、小王), 从中任意取出一张牌, 抽到 K 的概率是 _____.
14. 为了支援地震灾区同学, 某校开展捐书活动, 九 (1) 班同学积极参与. 现将捐书数量绘

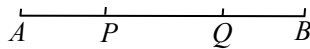
制成频数分布直方图 (如图所示), 如果捐书数量在 3.5 ~ 4.5 组别的频率是 0.3, 那么捐书数量在 4.5 ~ 5.5 组别的人数是_____.



第 14 题图

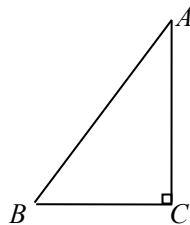


第 16 题图



第 17 题图

15. 边心距为 4 的正三角形的边长为_____.
16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, $AD=2BD$, 如果 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{DE} =$ _____ (用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示).
17. 定义: 如图, 点 P 、 Q 把线段 AB 分割成线段 AP 、 PQ 和 BQ , 若以 AP 、 PQ 、 BQ 为边的三角形是一个直角三角形, 则称点 P 、 Q 是线段 AB 的勾股分割点. 已知点 P 、 Q 是线段 AB 的勾股分割点, 如果 $AP=4$, $PQ=6$ ($PQ > BQ$), 那么 $BQ=$ _____.
18. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AB=10$, $\sin B = \frac{4}{5}$, 点 D 在斜边 AB 上, 把 $\triangle ACD$ 沿直线 CD 翻折, 使得点 A 落在同一平面内的 A' 处, 当 $A'D$ 平行 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的直角边时, AD 的长为_____.



第 18 题图

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (本题满分 10 分)

先化简, 再求值: $\frac{x+2}{x} \div \left(\frac{x^2+4}{x^2-2x} - \frac{4}{x-2} \right)$, 其中 $x = \sqrt{5}$.

20. (本题满分 10 分)

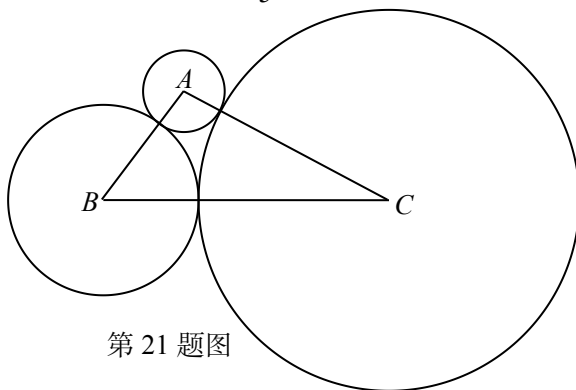
解方程组:
$$\begin{cases} x^2 - 4xy + 3y^2 = 0, & \text{①} \\ 2x + y = 21. & \text{②} \end{cases}$$

21. (本题满分 10 分, 第 (1) 小题 5 分, 第 (2) 小题 5 分)

如图, $\odot A$ 、 $\odot B$ 、 $\odot C$ 两两外切, $AB=10$, $BC=21$, $\sin B = \frac{4}{5}$.

(1) 求 AC 的长;

(2) 求 $\odot A$ 、 $\odot B$ 、 $\odot C$ 的半径.



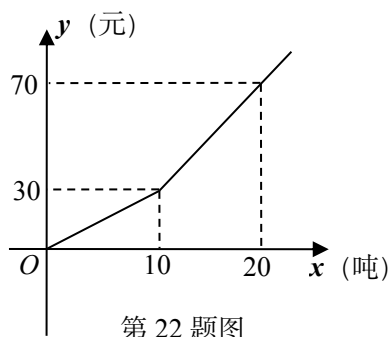
第 21 题图

22. (本题满分 10 分, 第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 6 分)

某市为鼓励市民节约用水, 自来水公司按分段收费标准收费, 下图反映的是每月水费 y (元) 与用水量 x (吨) 之间的函数关系.

(1) 当用水量超过 10 吨时, 求 y 关于 x 的函数解析式 (不写定义域);

(2) 按上述分段收费标准, 小聪家三、四月份分别交水费 38 元和 27 元, 问四月份比三月份节约用水多少吨?



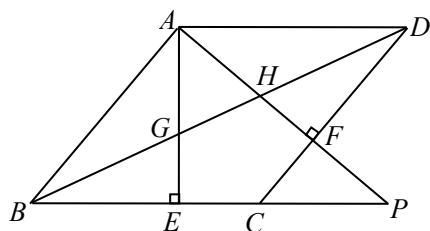
第 22 题图

23. (本题满分 12 分, 第 (1) 小题 6 分, 第 (2) 小题 6 分)

如图, 在 $\square ABCD$ 中, 过点 A 作 $AE \perp BC$ 、 $AF \perp DC$, 垂足分别为点 E 、 F , AE 、 AF 分别交 BD 于点 G 、 H 且 $AG = AH$.

(1) 求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形;

(2) 延长 AF 、 BC 相交于点 P , 求证: $BC^2 = DF \cdot BP$.



第 23 题图

24. (本题满分 12 分, 第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 4 分, 第 (3) 小题 4 分)

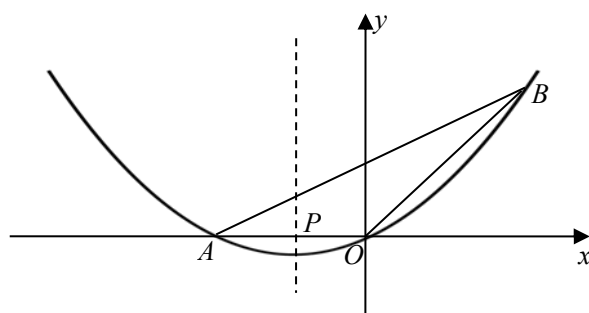
如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2 + bx + c$ 经过点 $A(-2, 0)$ 和原点, 点

B 在抛物线上且 $\tan \angle BAO = \frac{1}{2}$, 抛物线的对称轴与 x 轴相交于点 P .

(1) 求抛物线的解析式, 并直接写出点 P 的坐标;

(2) 点 C 为抛物线上一点, 若四边形 $AOBC$ 为等腰梯形且 $AO \parallel BC$, 求点 C 的坐标;

(3) 点 D 在 AB 上, 若 $\triangle ADP \sim \triangle ABO$, 求点 D 的坐标.



第 24 题图

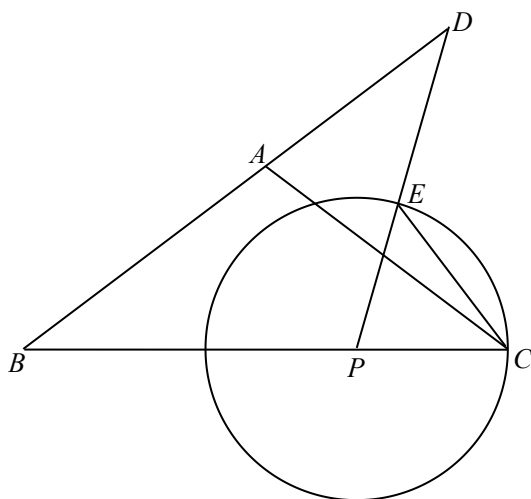
25. (本题满分 14 分, 第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 5 分, 第 (3) 小题 5 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=5$, $\cos B=\frac{4}{5}$, 点 P 为边 BC 上一动点, 过点 P 作射线 PE 交射线 BA 于点 D , $\angle BPD=\angle BAC$. 以点 P 为圆心, PC 长为半径作 $\odot P$ 交射线 PD 于点 E , 联结 CE , 设 $BD=x$, $CE=y$.

(1) 当 $\odot P$ 与 AB 相切时, 求 $\odot P$ 的半径;

(2) 当点 D 在 BA 的延长线上时, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域;

(3) 如果 $\odot O$ 与 $\odot P$ 相交于点 C 、 E , 且 $\odot O$ 经过点 B , 当 $OP=\frac{5}{4}$ 时, 求 AD 的长.



第 25 题图

2017 年虹口区中考数学模拟练习卷

答案要点与评分标准

一、选择题：(本大题共 6 题，满分 24 分)

1. C ; 2. A; 3. D; 4. A ; 5. B; 6. C.

二、填空题：(本大题共 12 题，满分 48 分)

7. $-a^3$; 8. $x > 4$; 9. $m > 4$; 10. $x = 4$;
 11. 三; 12. $y = 2(x-3)^2$; 13. $\frac{1}{13}$; 14. 16;
 15. $8\sqrt{3}$; 16. $-\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$; 17. $2\sqrt{5}$; 18. 4 或 8.

三、解答题：(本大题共 7 题，满分 78 分)

19. 解：原式 $= \frac{x+2}{x} \div \frac{x^2+4-4x}{x(x-2)}$ (3 分)

$$= \frac{x+2}{x} \cdot \frac{x(x-2)}{(x-2)^2}$$
 (2 分)
$$= \frac{x+2}{x-2}$$
 (2 分)

把 $x = \sqrt{5}$ 代入，原式 $= \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2} = 9 + 4\sqrt{5}$ (3 分)

20. 由①得： $(x-y)(x-3y) = 0$,
 $\therefore x-y = 0$ 或 $x-3y = 0$ (2 分)

将它们与方程②分别组成方程组，得：

$$\begin{cases} x-y=0, \\ 2x+y=21; \end{cases} \quad \begin{cases} x-3y=0, \\ 2x+y=21. \end{cases} \quad \dots\dots\dots (4 \text{ 分})$$

分别解这两个方程组，

得原方程组的解为 $\begin{cases} x_1 = 7, \\ y_1 = 7; \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = 9, \\ y_2 = 3. \end{cases} \quad \dots\dots\dots (4 \text{ 分})$

(代入消元法参照给分)

21. 解：(1) 过点 A 作 $AD \perp BC$ ，垂足为点 D

$\therefore \sin B = \frac{4}{5} \quad \therefore \cos B = \frac{3}{5}$ (1 分)

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中， $BD = AB \cdot \cos B = 10 \times \frac{3}{5} = 6$ (1 分)

$AD = AB \cdot \sin B = 10 \times \frac{4}{5} = 8$ (1 分)

$\therefore CD = 21 - 6 = 15$

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17$ (2 分)

(2) 设 $\odot A$ 、 $\odot B$ 、 $\odot C$ 的半径长分别为 x 、 y 、 z

$\therefore \odot A$ 、 $\odot B$ 、 $\odot C$ 两两外切

$\therefore AB = x + y$, $BC = y + z$, $AC = x + z$ (2 分)

根据题意得 $\begin{cases} x + y = 10, \\ y + z = 21, \\ x + z = 17. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x = 3, \\ y = 7, \\ z = 14. \end{cases}$ (3 分)

$\therefore \odot A$ 、 $\odot B$ 、 $\odot C$ 的半径长分别为 3、7、14.

22. 解: (1) 设函数解析式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) (1 分) 由

题意得: $\begin{cases} 30 = 10k + b \\ 70 = 20k + b \end{cases}$ 解得: $\begin{cases} k = 4 \\ b = -10 \end{cases}$ (2 分)

$\therefore y$ 与 x 之间的函数解析式为 $y = 4x - 10$ (1 分)

(2) 把 $y = 38$ 代入 $y = 4x - 10$

得 $38 = 4x - 10$ 解得 $x = 12$ (2 分)

当 $0 \leq x \leq 10$ 时, 设函数解析式为 $y = k'x$ ($k' \neq 0$)

由题意得 $30 = 10k'$ 解得 $k' = 3$

$\therefore$ 函数解析式为 $y = 3x$ (2 分)

把 $y = 27$ 代入 $y = 3x$,

得 $27 = 3x$ 解得 $x = 9$ (1 分)

$\therefore 12 - 9 = 3$

答: 四月份比三月份节约用水 3 吨. (1 分)

23. (1) 证明: 在 $\square ABCD$ 中, $\angle ABC = \angle ADC$ (1 分)

$\therefore AE \perp BC$, $AF \perp DC$ $\therefore \angle BAE + \angle ABC = 90^\circ$ $\angle DAF + \angle ADC = 90^\circ$

$\therefore \angle BAE = \angle DAF$ (1 分)

$\therefore AG = AH$ $\therefore \angle AGH = \angle AHG$ (1 分)

$\therefore \angle AGH = \angle BAE + \angle ABG$ $\angle AHG = \angle DAF + \angle ADH$

$\therefore \angle ABG = \angle ADH$ (1 分)

$\therefore AB = AD$ (1 分)

又 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形 (1 分)

(2) 在 $\square ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB \parallel CD$ (1 分)

$\therefore \frac{DF}{DC} = \frac{AF}{AP}$, $\frac{AF}{AP} = \frac{BC}{BP}$ (2 分)

$\therefore \frac{DF}{DC} = \frac{BC}{BP}$ (1 分)

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形 $\therefore BC = DC$ (1 分)

$\therefore \frac{DF}{BC} = \frac{BC}{BP}$ 即 $BC^2 = DF \cdot BP$ (1 分)

24. 解: (1) 把 $A(-2, 0)$ 、 $O(0, 0)$ 代入

得 $\begin{cases} 0 = 1 - 2b + c, \\ 0 = c. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} b = \frac{1}{2}, \\ c = 0. \end{cases}$ (2 分)

$$\therefore y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$P(-1, 0) \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

(2) 过点 B 作 $BM \perp x$ 轴, 垂足为点 M

$$\text{由 } \tan \angle BAO = \frac{1}{2} \text{ 可得 } BM = \frac{1}{2}AM$$

$$\text{设点 } B(2a-2, a) \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\text{把点 } B \text{ 代入, 得 } a = \frac{1}{4}(2a-2)^2 + \frac{1}{2}(2a-2)$$

解得 $a=2$ 或 0 (舍去)

$$\therefore \text{点 } B(2, 2) \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$\therefore$ 四边形 $AOBC$ 为等腰梯形, $AO \parallel BC$

$$\text{把 } y=2 \text{ 代入 } y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x$$

$$\text{得 } 2 = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x \quad \text{解得 } x=-4 \text{ 或 } 2 \text{ (舍)} \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\therefore BO = 2\sqrt{2} \quad AC = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore BO = AC$$

$$\therefore \text{点 } C(-4, 2) \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

(3) $\because \triangle ADP \sim \triangle ABO \quad \angle BAO = \angle DAP$

$$AB = 2\sqrt{5}, \quad AO = 2 \quad AP = 1$$

$$\textcircled{1} \quad \frac{AD}{AO} = \frac{AP}{AB}$$

$$\therefore \frac{AD}{2} = \frac{1}{2\sqrt{5}} \quad \therefore AD = \frac{\sqrt{5}}{5} \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\text{由 } \tan \angle BAO = \frac{1}{2} \text{ 得 } D\left(-\frac{8}{5}, \frac{1}{5}\right) \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{AD}{AB} = \frac{AP}{AO}$$

$$\therefore \frac{AD}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{2} \quad \therefore AD = \sqrt{5} \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\text{由 } \tan \angle BAO = \frac{1}{2} \text{ 得 } D(0, 1) \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

综合①②, 点 D 的坐标为 $\left(-\frac{8}{5}, \frac{1}{5}\right)$ 或 $(0, 1)$

25. (1) 过点 A 作 $AM \perp BC$, 垂足为点 M

在 $\text{Rt}\triangle ABM$ 中, $BM = AB \cdot \cos B = 4$

$$\because AB = AC \quad \therefore BC = 2BM = 8 \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

过点 P 作 $PN \perp AB$, 垂足为点 N

设 $\odot P$ 的半径为 r , 则 $BP = 8 - r$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle BPQ \text{ 中, } PN = BP \cdot \sin B = \frac{3}{5}(8 - r) \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\therefore \odot P \text{ 与 } AB \text{ 相切} \quad \therefore PN = PC$$

$$\therefore \frac{3}{5}(8 - r) = r \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\text{解得 } r = 3 \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$(2) \because \angle BPD = \angle BAC, \quad \angle B = \angle B$$

$$\therefore \triangle BPD \sim \triangle BAC$$

$$\therefore \frac{BD}{BC} = \frac{BP}{BA} \quad \text{即} \quad \frac{x}{8} = \frac{BP}{5}$$

$$\therefore BP = \frac{5}{8}x \quad \therefore CP = 8 - \frac{5}{8}x \quad \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

过点 P 作 $PQ \perp CE$, 垂足为点 Q

$$\because PE = PC \quad \therefore \angle CPE = 2\angle CPQ$$

$$\text{可得} \angle B = \angle D \quad \angle CPE = \angle B + \angle D = 2\angle B$$

$$\therefore \angle CPQ = \angle B \quad \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\text{在 Rt}\triangle CPQ \text{ 中, } CQ = CP \cdot \sin \angle CPQ = \frac{3}{5}(8 - \frac{5}{8}x) = \frac{24}{5} - \frac{3}{8}x \quad \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\because PQ \perp CE \quad \therefore CE = 2CQ$$

$$\therefore y = \frac{48}{5} - \frac{3}{4}x \quad (5 < x < \frac{64}{5}) \quad \dots\dots\dots (1 \text{ 分}, 1 \text{ 分})$$

$$(3) \text{ 根据题意可得圆心 } O \text{ 为 } EC \text{ 与 } BC \text{ 垂直平分线的交点, 即直线 } AM \text{ 与 } PQ \text{ 的交点}$$

$$\text{在 Rt}\triangle OPM \text{ 中, } PM = OP \cdot \cos \angle OPM = 1 \quad \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

①点 P 在线段 MC 上时,

$$BP = 4 + 1 = 5 \quad \therefore x = \frac{8}{5}BP = 8 \quad \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\therefore AD = 3 \quad \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

②点 P 在线段 MB 上时

$$BP = 4 - 1 = 3 \quad \therefore x = \frac{8}{5}BP = \frac{24}{5} \quad \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\therefore AD = \frac{1}{5} \quad \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

综合①②可得 $AD = 3$ 或 $\frac{1}{5}$