

2017 年上海市浦东新区中考数学二模试卷

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. (4 分) 下列实数中，是无理数的为 ()

- A. 3.14 B. $\frac{1}{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{9}$

2. (4 分) 下列二次根式中，与 $\sqrt{a}$ 是同类二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{3a}$ B. $\sqrt{2a^2}$ C. $\sqrt{a^3}$ D. $\sqrt{a^4}$

3. (4 分) 函数 $y=kx-1$ (常数 $k>0$) 的图象不经过的象限是 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

4. (4 分) 某幢楼 10 户家庭每月的用电量如下表所示：

用电量 (度)	140	160	180	200
户数	1	3	4	2

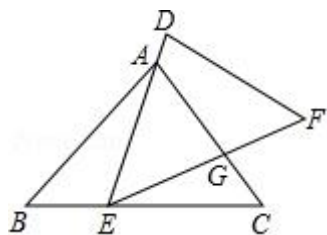
那么这 10 户家庭该月用电量的众数和中位数分别是 ()

- A. 180, 180 B. 180, 160 C. 160, 180 D. 160, 160

5. (4 分) 已知两圆的半径分别为 1 和 5，圆心距为 4，那么两圆的位置关系是 ()

- A. 外离 B. 外切 C. 相交 D. 内切

6. (4 分) 如图，已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ ，点 E 在 BC 边上，点 A 在 DE 边上，边 EF 和边 AC 相交于点 G. 如果 $AE=EC$ ， $\angle AEG=\angle B$ ，那么添加下列一个条件后，仍无法判定 $\triangle DEF$ 与 $\triangle ABC$ 一定相似的是 ()



A. $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$

B. $\frac{AD}{AE} = \frac{GF}{GE}$

C. $\frac{AG}{AC} = \frac{EG}{EF}$

D. $\frac{ED}{EF} = \frac{EG}{EA}$

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. (4 分) 计算： $a \cdot a^2 =$ _____.

8. (4 分) 因式分解： $x^2 - 2x =$ _____.

9. (4 分) 方程 $\sqrt{8-2x} = -x$ 的根是_____.

10. (4 分) 函数 $f(x) = \frac{3x}{x+2}$ 的定义域是_____.

11. (4 分) 如果方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个实数根, 那么 m 的取值范围是_____.

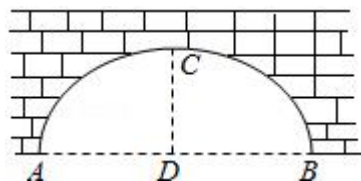
12. (4 分) 计算： $2\vec{a} + \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b})$ _____.

13. (4 分) 将抛物线 $y = x^2 + 2x - 1$ 向上平移 4 个单位后, 所得新抛物线的顶点坐标是_____.

14. (4 分) 一个不透明的袋子里装有 3 个白球、1 个红球, 这些球除了颜色外无其他的差异, 从袋子中随机摸出 1 个球, 恰好是白球的概率是_____.

15. (4 分) 正五边形的中心角的度数是_____.

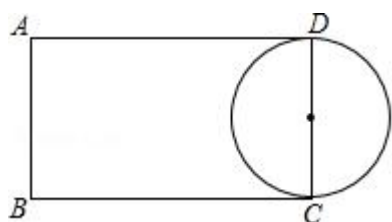
16. (4 分) 如图, 圆弧形桥拱的跨度 $AB = 16$ 米, 拱高 $CD = 4$ 米, 那么圆弧形桥拱所在圆的半径是_____米.



17. (4 分) 如果一个三角形一边上的中线的长与另两边中点的连线段的长相等,

我们称这个三角形为“等线三角形”，这条边称为“等线边”. 在等线三角形 ABC 中， AB 为等线边，且 $AB=3$ ， $AC=2$ ，那么 $BC=$ _____.

18. (4 分) 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AB=4$ ， $AD=7$ ，点 E ， F 分别在边 AD 、 BC 上，且 B 、 F 关于过点 E 的直线对称，如果以 CD 为直径的圆与 EF 相切，那么 $AE=$ _____.



三、解答题：(本大题共 7 题，满分 78 分)

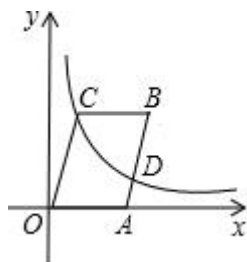
19. (10 分) 计算： $|2 - \sqrt{2}| - 8 \frac{1}{3} + 2^{-2} + \frac{1}{\sqrt{2}-1}$.

20. (10 分) 解不等式组：
$$\begin{cases} 3(2x-1) > 4x-5 & \text{①} \\ \frac{3}{2}x-1 \leq \frac{1}{2}x & \text{②} \end{cases}$$

21. (10 分) 已知：如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 A 在 x 轴的正半轴上，点 B 、 C 在第一象限，且四边形 $OABC$ 是平行四边形， $OC=2\sqrt{5}$ ， $\sin \angle AOC = \frac{2}{5}\sqrt{5}$ ，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 C 以及边 AB 的中点 D .

求：(1) 求这个反比例函数的解析式；

(2) 四边形 $OABC$ 的面积.



22. (10 分) 某文具店有一种练习簿出售，每本的成本价为 2 元，在销售的过程中价格有些调整，按原来的价格每本 8.25 元，卖出 36 本；经过两次涨价，

按第二次涨价后的价格卖出了 25 本，发现按原价格和第二次涨价后的价格销售，分别获得的销售利润恰好相等。

(1) 求第二次涨价后每本练习簿的价格；

(2) 在两次涨价过程中，假设每本练习簿平均获得利润的增长率完全相同，求这个增长率。

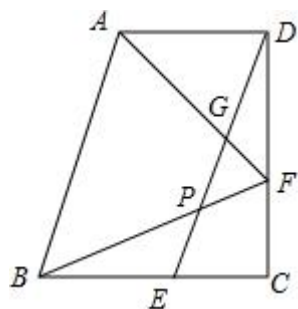
(注：利润增长率 = $\frac{(\text{后一次的利润} - \text{前一次的利润})}{\text{前一次的利润}} \times 100\%$)

23. (12 分) 已知：如图，在直角梯形 ABCD 中，AD // BC， $\angle C = 90^\circ$ ，BC = CD，

点 E、F 分别在边 BC、CD 上，且 BE = DF = AD，联结 DE，联结 AF、BF 分别与 DE 交于点 G、P。

(1) 求证：AB = BF；

(2) 如果 BE = 2EC，求证：DG = GE。

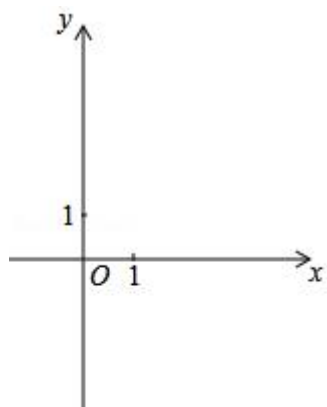


24. (12 分) 已知：抛物线 $y = ax^2 + bx - 3$ 经过点 A (7, -3)，与 x 轴正半轴交于点 B (m, 0)、C (6m, 0) 两点，与 y 轴交于点 D。

(1) 求 m 的值；

(2) 求这条抛物线的表达式；

(3) 点 P 在抛物线上，点 Q 在 x 轴上，当 $\angle PQD = 90^\circ$ 且 $PQ = 2DQ$ 时，求点 P、Q 的坐标。

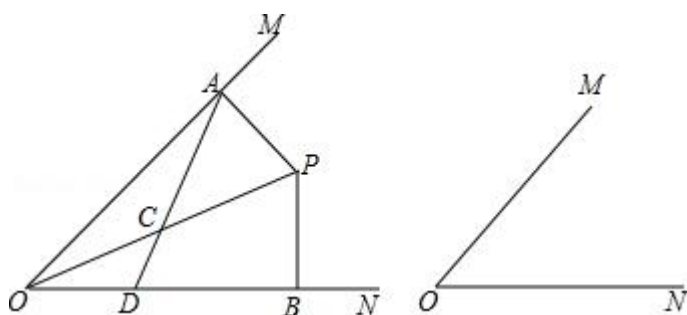


25. (14 分) 如图所示, $\angle MON=45^\circ$, 点 P 是 $\angle MON$ 内一点, 过点 P 作 $PA \perp OM$ 于点 A 、 $PB \perp ON$ 于点 B , 且 $PB=2\sqrt{2}$. 取 OP 的中点 C , 联结 AC 并延长, 交 OB 于点 D .

(1) 求证: $\angle ADB = \angle OPB$;

(2) 设 $PA=x$, $OD=y$, 求 y 关于 x 的函数解析式;

(3) 分别联结 AB 、 BC , 当 $\triangle ABD$ 与 $\triangle CPB$ 相似时, 求 PA 的长.



2017 年上海市浦东新区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. (4 分) 下列实数中，是无理数的为 ()

A. 3.14

B. $\frac{1}{3}$

C. $\sqrt{3}$

D. $\sqrt{9}$

【考点】26：无理数.

【专题】12：应用题.

【分析】A、B、C、D 根据无理数的概念“无理数是无限不循环小数，其中有开方开不尽的数”即可判定选择项.

【解答】解：A、B、D 中 3.14, $\frac{1}{3}$, $\sqrt{9}=3$ 是有理数，C 中 $\sqrt{3}$ 是无理数.

故选：C.

【点评】此题主要考查了无理数的定义，其中：

(1) 有理数都可以化为小数，其中整数可以看作小数点后面是零的小数，例如 $5=5.0$ ；分数都可以化为有限小数或无限循环小数.

(2) 无理数是无限不循环小数，其中有开方开不尽的数.

(3) 有限小数和无限循环小数都可以化为分数，也就是说，一切有理数都可以用分数来表示；而无限不循环小数不能化为分数，它是无理数.

2. (4 分) 下列二次根式中，与 $\sqrt{a}$ 是同类二次根式的是 ()

A. $\sqrt{3a}$

B. $\sqrt{2a^2}$

C. $\sqrt{a^3}$

D. $\sqrt{a^4}$

【考点】77：同类二次根式.

【分析】根据二次根式的性质把各个二次根式化简，根据同类二次根式的概念判

断即可.

【解答】解: A、 $\sqrt{3a}$ 与 $\sqrt{a}$ 不是同类二次根式;

B、 $\sqrt{2a^2}=\sqrt{2}|a|$ 与 $\sqrt{a}$ 不是同类二次根式;

C、 $\sqrt{a^3}=a\sqrt{a}$ 与 $\sqrt{a}$ 是同类二次根式;

D、 $\sqrt{a^4}=a^2$ 与 $\sqrt{a}$ 不是同类二次根式;

故选: C.

【点评】本题考查的是同类二次根式的概念, 判断两个二次根式是否是同类二次根式, 首先要把它们化为最简二次根式, 然后再看被开方数是否相同.

3. (4 分) 函数 $y=kx-1$ (常数 $k>0$) 的图象不经过的象限是 ()

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【考点】F7: 一次函数图象与系数的关系.

【分析】一次函数 $y=kx-1$ (常数 $k>0$) 的图象一定经过第一、三, 四象限, 不经过第二象限.

【解答】解: $\because$ 一次函数 $y=kx-1$ (常数 $k>0$), $b=-1<0$,

$\therefore$ 一次函数 $y=kx-1$ (常数 $k>0$) 的图象一定经过第一、三, 四象限, 不经过第二象限.

故选: B.

【点评】本题主要考查了函数图象上的点与图象的关系, 图象上的点满足解析式, 满足解析式的点在函数图象上. 并且本题还考查了一次函数的性质, 都是需要熟记的内容.

4. (4 分) 某幢楼 10 户家庭每月的用电量如下表所示:

用电量 (度)	140	160	180	200
户数	1	3	4	2

那么这 10 户家庭该月用电量的众数和中位数分别是 ()

A. 180, 180 B. 180, 160 C. 160, 180 D. 160, 160

【考点】W4: 中位数; W5: 众数.

【分析】根据众数和中位数的定义求解可得.

【解答】解: 由表可知 180 出现次数最多, 故众数为 180,

$\therefore$ 共有 $1+3+4+2=10$ 个数据,

$\therefore$ 中位数为第 5、6 个数据的平均数, 即 $\frac{180+180}{2}=180$,

故选: A.

【点评】本题主要考查众数和中位数, 掌握众数和中位数的定义是解题的关键.

5. (4 分) 已知两圆的半径分别为 1 和 5, 圆心距为 4, 那么两圆的位置关系是 ()

A. 外离 B. 外切 C. 相交 D. 内切

【考点】MJ: 圆与圆的位置关系.

【分析】由两圆半径分别是 1 和 5, 圆心距为 4, 两圆位置关系与圆心距 d , 两圆半径 R, r 的数量关系间的联系即可得出两圆位置关系.

【解答】解: $\because$ 两圆半径分别是 1 和 5, 圆心距为 4,

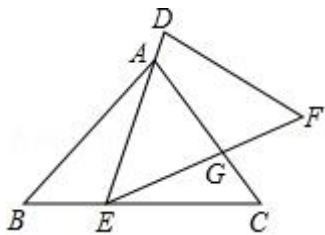
又 $\because 5 - 1 = 4$,

$\therefore$ 这两个圆的位置关系内切.

故选: D.

【点评】此题考查了圆与圆的位置关系. 此题难度不大, 解题的关键是掌握两圆位置关系与圆心距 d , 两圆半径 R, r 的数量关系间的联系.

6. (4 分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$, 点 E 在 BC 边上, 点 A 在 DE 边上, 边 EF 和边 AC 相交于点 G. 如果 $AE=EC$, $\angle AEG=\angle B$, 那么添加下列一个条件后, 仍无法判定 $\triangle DEF$ 与 $\triangle ABC$ 一定相似的是 ()



A. $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$

B. $\frac{AD}{AE} = \frac{GF}{GE}$

C. $\frac{AG}{AC} = \frac{EG}{EF}$

D. $\frac{ED}{EF} = \frac{EG}{EA}$

【考点】S8: 相似三角形的判定.

【分析】利用两组对应边的比相等且夹角对应相等的两个三角形相似可由

$\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$ 得到 $\triangle ABC \sim \triangle EDF$; 利用 $\frac{AD}{AE} = \frac{GF}{GE}$ 或 $\frac{ED}{EF} = \frac{EG}{EA}$ 可根据两组对应边的比相

等且夹角对应相等的两个三角形相似先判断 $\triangle DEF \sim \triangle AEG$, 再利用有两组

角对应相等的两个三角形相似判定 $\triangle AEG \sim \triangle ABC$, 从而得到 $\triangle ABC \sim \triangle$

EDF , 于是可对各选项进行判断.

【解答】解: 当 $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$ 时, 则 $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$, 而 $\angle B = \angle AEG$, 所以 $\triangle ABC \sim \triangle EDF$;

当 $\frac{AD}{AE} = \frac{GF}{GE}$, 则 $\frac{DE}{AE} = \frac{EF}{EG}$, 而 $\angle DEF = \angle AEG$, 所以 $\triangle DEF \sim \triangle AEG$, 又因为 $AE = EC$,

所以 $\angle EAG = \angle C$, 而 $\angle AEG = \angle B$, 所以 $\triangle AEG \sim \triangle ABC$, 所以 $\triangle ABC \sim \triangle$

EDF ;

当 $\frac{ED}{EF} = \frac{EG}{EA}$, 则 $\frac{DE}{AE} = \frac{EF}{EG}$, 而 $\angle DEF = \angle AEG$, 所以 $\triangle DEF \sim \triangle AEG$, 又因为 $AE = EC$,

所以 $\angle EAG = \angle C$, 而 $\angle AEG = \angle B$, 所以 $\triangle AEG \sim \triangle ABC$, 所以 $\triangle ABC \sim \triangle$

EDF .

故选: C.

【点评】本题考查了相似三角形的判定: 两组对应边的比相等且夹角对应相等的

两个三角形相似; 有两组角对应相等的两个三角形相似.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分) 【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. (4 分) 计算: $a \cdot a^2 = \underline{a^3}$.

【考点】46: 同底数幂的乘法.

【专题】11: 计算题.

【分析】根据同底数幂的乘法法则, 同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加, 即

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \text{ 计算即可.}$$

【解答】解: $a \cdot a^2 = a^{1+2} = a^3$.

故答案为: a^3 .

【点评】本题主要考查同底数幂的乘法的性质, 熟练掌握性质是解题的关键.

8. (4 分) 因式分解: $x^2 - 2x = \underline{x(x-2)}$.

【考点】53: 因式分解 – 提公因式法.

【专题】11: 计算题.

【分析】原式提取 x 即可得到结果.

【解答】解: 原式 $= x(x-2)$,

故答案为: $x(x-2)$

【点评】此题考查了因式分解 – 提公因式法, 熟练掌握提取公因式的方法是解本题的关键.

9. (4 分) 方程 $\sqrt{8-2x} = -x$ 的根是 $\underline{x = -4}$.

【考点】AG: 无理方程.

【专题】11: 计算题; 511: 实数.

【分析】方程两边平方转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到无理方程的解.

【解答】解: 两边平方得: $8 - 2x = x^2$,

整理得: $(x+4)(x-2) = 0$,

可得 $x+4=0$ 或 $x-2=0$,

解得: $x = -4$ 或 $x = 2$,

经检验 $x = 2$ 是增根, 无理方程的解为 $x = -4$.

故答案为: $x = -4$

【点评】此题考查了无理方程, 利用了转化的思想, 解无理方程注意要检验.

10. (4 分) 函数 $f(x) = \frac{3x}{x+2}$ 的定义域是 $x \neq -2$.

【考点】E4: 函数自变量的取值范围.

【分析】根据分式有意义的条件分母不为 0 计算即可.

【解答】解: 由 $x+2 \neq 0$ 得, $x \neq -2$;

故答案为 $x \neq -2$.

【点评】本题考查了自变量的取值范围, 掌握分式有意义的条件是解题的关键.

11. (4 分) 如果方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个实数根, 那么 m 的取值范围是 $m \leq 1$.

【考点】AA: 根的判别式.

【分析】由方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个实数根, 即可得判别式 $\Delta \geq 0$, 继而可求得 m 的取值范围.

【解答】解: $\because$ 方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个实数根,

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 1 \times m = 4 - 4m \geq 0,$$

解得: $m \leq 1$.

故答案为: $m \leq 1$.

【点评】此题考查了一元二次方程根的判别式. 此题比较简单, 注意方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个实数根, 即判别式 $\Delta \geq 0$.

12. (4 分) 计算: $2\vec{a} + \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b}) - \frac{7}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$.

【考点】LM: *平面向量.

【分析】根据向量的加法运算法则进行计算即可得解.

【解答】解: $2\vec{a} + \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b})$,
 $= 2\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$,
 $= \frac{7}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$.
故答案为: $\frac{7}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$.

【点评】本题考查了平面向量的运算, 比较简单, 熟记运算法则是解题的关键.

13. (4 分) 将抛物线 $y = x^2 + 2x - 1$ 向上平移 4 个单位后, 所得新抛物线的顶点坐标是 $(-1, 2)$.

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】将抛物线解析式整理成顶点式形式, 求出顶点坐标, 再根据向上平移纵坐标加求解即可.

【解答】解: $\because y = x^2 + 2x - 1 = (x+1)^2 - 2$,

$\therefore$ 原抛物线的顶点坐标为 $(-1, -2)$,

$\therefore$ 向上平移 4 个单位后,

$\therefore$ 平移后抛物线顶点横坐标不变, 纵坐标为 $-2+4=2$,

$\therefore$ 所得新抛物线的顶点坐标是 $(-1, 2)$.

故答案为: $(-1, 2)$.

【点评】本题考查了二次函数图象与几何变换, 要求熟练掌握平移的规律: 左加右减, 上加下减.

14. (4 分) 一个不透明的袋子里装有 3 个白球、1 个红球, 这些球除了颜色外无其他的差异, 从袋子中随机摸出 1 个球, 恰好是白球的概率是 $\frac{3}{4}$.

【考点】X4: 概率公式.

【分析】根据不透明的袋子里装有 3 个白球、1 个红球, 共有 4 个球, 再根据概率公式即可得出答案.

【解答】解：∵不透明的袋子里装有 3 个白球、1 个红球，共有 4 个球，

∴从袋子中随机摸出 1 个球，恰好是白球的概率是 $\frac{3}{4}$.

故答案为： $\frac{3}{4}$.

【点评】本题考查了概率的知识. 用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

15. (4 分) 正五边形的中心角的度数是 72°.

【考点】MM: 正多边形和圆.

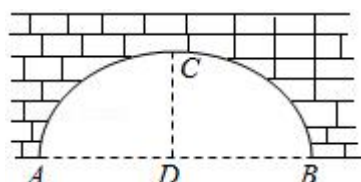
【分析】根据正多边形的圆心角定义可知：正 n 边形的圆中心角为 $\frac{360^\circ}{n}$ ，则代入求解即可.

【解答】解：正五边形的中心角为： $\frac{360^\circ}{5}=72^\circ$.

故答案为：72°.

【点评】此题考查了正多边形的中心角的知识. 题目比较简单，注意熟记定义.

16. (4 分) 如图，圆弧形桥拱的跨度 $AB=16$ 米，拱高 $CD=4$ 米，那么圆弧形桥拱所在圆的半径是 10 米.



【考点】M3: 垂径定理的应用.

【分析】根据题意构造直角三角形，进而利用勾股定理求出答案.

【解答】解：设圆弧形桥拱所在圆心为 O ，连接 BO ， DO ，

可得： $AD=BD$ ， $OD \perp AB$ ，

∵ $AB=16$ 米，拱高 $CD=4$ 米，

∴ $BD=AD=8$ m，

设 $BO=x$ m，则 $DO=(x-4)$ m，

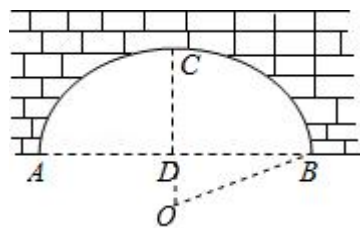
根据题意可得： $BD^2 + DO^2 = BO^2$,

$$\text{即 } 8^2 + (x - 4)^2 = x^2,$$

解得： $x = 10$,

即圆弧形桥拱所在圆的半径是 10m.

故答案为： 10.



【点评】 此题主要考查了垂径定理的应用以及勾股定理，正确应用垂径定理是解题关键.

17. (4 分) 如果一个三角形一边上的中线的长与另两边中点的连线段的长相等，我们称这个三角形为“等线三角形”，这条边称为“等线边”. 在等线三角形 ABC 中，AB 为等线边，且 $AB = 3$ ， $AC = 2$ ，那么 $BC = \underline{\sqrt{5}}$.

【考点】 KX: 三角形中位线定理.

【专题】 23: 新定义.

【分析】 由三角形的中位线定理证得 $EF = \frac{1}{2}AB$ ，根据题意得出 $CD = \frac{1}{2}AB$ ，从而证得 $\triangle ABC$ 是直角三角形，再利用勾股定理得出 BC 的长.

【解答】 解： $\because E, F$ 分别是 AC, BC 的中点，

$$\therefore EF = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore CD = EF,$$

$$\therefore CD = \frac{1}{2}AB,$$

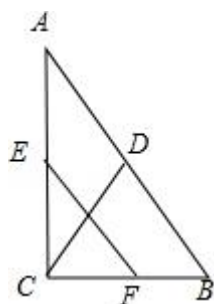
$$\therefore AD = BD,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 是直角三角形, } \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\because AB=3, AC=2,$$

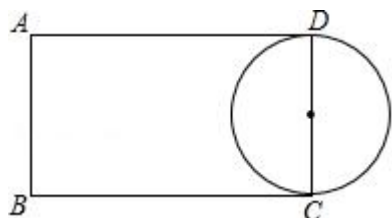
$$\therefore BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5},$$

故答案为: $\sqrt{5}$.



【点评】此题主要考查了勾股定理的应用，三角形中位线定理，直角三角形的判定，证得是 $\triangle ABC$ 是直角三角形是解题关键.

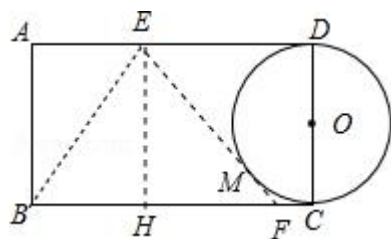
18. (4分) 如图，矩形ABCD中， $AB=4$ ， $AD=7$ ，点E，F分别在边AD、BC上，且B、F关于过点E的直线对称，如果以CD为直径的圆与EF相切，那么 $AE=$ 3 .



【考点】LB: 矩形的性质; MC: 切线的性质; P2: 轴对称的性质.

【分析】设 $\odot O$ 与EF相切于M，连接EB，作 $EH \perp BC$ 于H. 由题意易知四边形AEHB是矩形，设 $AE=BH=x$ ，由切线长定理可知， $ED=EM$ ， $FC=FM$ ，由B、F关于EH对称，推出 $HF=BH=x$ ， $ED=EM=7-x$ ， $FC=FM=7-2x$ ， $EF=14-3x$ ，在 $Rt\triangle EFH$ 中，根据 $EF^2=EH^2+HF^2$ ，列出方程即可解决问题.

【解答】解：如图，设 $\odot O$ 与EF相切于M，连接EB，作 $EH \perp BC$ 于H.



由题意易知四边形 AEHB 是矩形，设 $AE=BH=x$ ，

由切线长定理可知， $ED=EM$ ， $FC=FM$ ，

$\therefore B、F$ 关于 EH 对称，

$\therefore HF=BH=x$ ， $ED=EM=7-x$ ， $FC=FM=7-2x$ ， $EF=14-3x$ ，

在 $Rt\triangle EFH$ 中， $\therefore EF^2=EH^2+HF^2$ ，

$$\therefore 4^2+x^2=(14-3x)^2,$$

解得 $x=3$ 或 $\frac{15}{2}$ (舍弃)，

$\therefore AE=3$ ，

故答案为 3.

【点评】 本题考查切线的性质、矩形的性质、轴对称的性质、勾股定理等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，学会用方程的思想思考问题，属于中考常考题型.

三、解答题：(本大题共 7 题，满分 78 分)

19. (10 分) 计算： $|2-\sqrt{2}|-8^{\frac{1}{3}}+2^{-2}+\frac{1}{\sqrt{2}-1}$.

【考点】 2C：实数的运算；2F：分数指数幂；6F：负整数指数幂.

【专题】 11：计算题.

【分析】 首先计算乘方，然后从左向右依次计算，求出算式的值是多少即可.

【解答】 解： $|2-\sqrt{2}|-8^{\frac{1}{3}}+2^{-2}+\frac{1}{\sqrt{2}-1}$

$$=2-\sqrt{2}-2+\frac{1}{4}+\sqrt{2}+1$$

$$=1\frac{1}{4}$$

【点评】此题主要考查了实数的运算，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：在进行实数运算时，和有理数运算一样，要从高级到低级，即先算乘方、开方，再算乘除，最后算加减，有括号的要先算括号里面的，同级运算要按照从左到右的顺序进行．另外，有理数的运算律在实数范围内仍然适用．

20. (10 分) 解不等式组：
$$\begin{cases} 3(2x-1) > 4x-5 \text{ ①} \\ \frac{3}{2}x-1 \leq \frac{1}{2}x \text{ ②} \end{cases}$$

【考点】CB：解一元一次不等式组．

【分析】先求出各不等式的解集，再求其公共解集即可．

【解答】解：
$$\begin{cases} 3(2x-1) > 4x-5 \text{ ①} \\ \frac{3}{2}x-1 \leq \frac{1}{2}x \text{ ②} \end{cases}$$
，

解不等式①得 $x > -1$ ，

解不等式②得 $x \leq 1$ ，

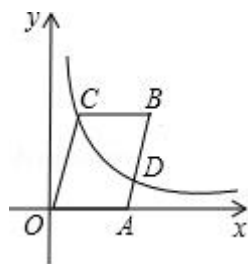
所以不等式组的解集为 $-1 < x \leq 1$ ．

【点评】本题考查了解一元一次不等式组，应遵循的原则：同大取较大，同小取较小，小大大小中间找，大大小小解不了．

21. (10 分) 已知：如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 A 在 x 轴的正半轴上，点 B 、 C 在第一象限，且四边形 $OABC$ 是平行四边形， $OC=2\sqrt{5}$ ， $\sin \angle AOC = \frac{2}{5}\sqrt{5}$ ，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 C 以及边 AB 的中点 D ．

求：(1) 求这个反比例函数的解析式；

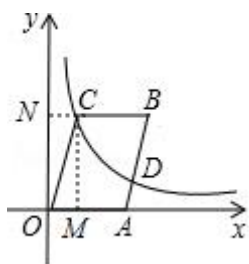
(2) 四边形 $OABC$ 的面积．



【考点】G5：反比例函数系数 k 的几何意义；G7：待定系数法求反比例函数解析式；L5：平行四边形的性质；T7：解直角三角形.

【分析】(1) 过 C 作 $CM \perp x$ 轴于 M ，则 $\angle CMO = 90^\circ$ ，解直角三角形求出 CM ，根据勾股定理求出 OM ，求出 C 的坐标，即可求出答案；

(2) 根据 D 为中点求出 DN 的值，代入反比例函数解析式求出 ON ，求出 OA ，根据平行四边形的面积公式求出即可.



【解答】解：(1)

过 C 作 $CM \perp x$ 轴于 M ，则 $\angle CMO = 90^\circ$ ，

$$\because OC = 2\sqrt{5}, \sin \angle AOC = \frac{MC}{OC} = \frac{2}{5}\sqrt{5},$$

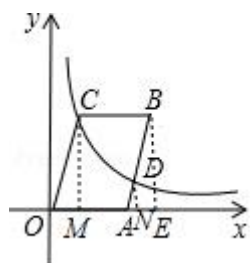
$$\therefore MC = 4,$$

$$\text{由勾股定理得: } OM = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 - 4^2} = 2,$$

$\therefore C$ 的坐标为 $(2, 4)$ ，

代入 $y = \frac{k}{x}$ 得： $k = 8$ ，

所以这个反比例函数的解析式是 $y = \frac{8}{x}$ ；



(2)

过 B 作 $BE \perp x$ 轴于 E ，则 $BE = CM = 4$ ， $AE = OM = 2$ ，过 D 作 $DN \perp x$ 轴于 N ，

$\therefore D$ 为 AB 的中点，

$$\therefore DN = \frac{1}{2} \times 4 = 2, \quad AN = \frac{1}{2} \times 2 = 1,$$

把 $y=2$ 代入 $y=\frac{8}{x}$ 得: $x=4$,

即 $ON=4$,

$$\therefore OA = 4 - 1 = 3,$$

$\therefore$ 四边形 $OABC$ 的面积为 $OA \times CM = 3 \times 4 = 12$.

【点评】 本题考查了用待定系数法求反比例函数的解析式, 平行四边形的性质, 解直角三角形等知识点, 能求出 OA 的值是解 (2) 的关键.

22. (10 分) 某文具店有一种练习簿出售, 每本的成本价为 2 元, 在销售的过程中价格有些调整, 按原来的价格每本 8.25 元, 卖出 36 本; 经过两次涨价, 按第二次涨价后的价格卖出了 25 本. 发现按原价格和第二次涨价后的价格销售, 分别获得的销售利润恰好相等.

(1) 求第二次涨价后每本练习簿的价格;

(2) 在两次涨价过程中, 假设每本练习簿平均获得利润的增长率完全相同, 求这个增长率.

(注: 利润增长率 = $\frac{(\text{后一次的利润} - \text{前一次的利润})}{\text{前一次的利润}} \times 100\%$)

【考点】 AD: 一元二次方程的应用.

【分析】 (1) 设第二次涨价后每本练习簿的价格为 x 元, 根据总利润 = 单本利润 $\times$ 数量结合两次销售总利润相等, 即可得出关于 x 的一元一次方程, 解之即可得出结论;

(2) 设每本练习簿平均获得利润的增长率为 y , 根据涨价前单本利润已经连续两次涨价后的单本利润, 即可得出关于 y 的一元二次方程, 解之取其正值即可.

【解答】 解: (1) 设第二次涨价后每本练习簿的价格为 x 元,

根据题意得： $(8.25 - 2) \times 36 = (x - 2) \times 25$,

解得： $x=11$.

答：第二次涨价后每本练习簿的价格为 11 元.

(2) 设每本练习簿平均获得利润的增长率为 y ,

根据题意得： $(8.25 - 2)(1+y)^2 = 11 - 2$,

解得： $y_1=0.2=20\%$, $y_2=-2.2$ (舍去).

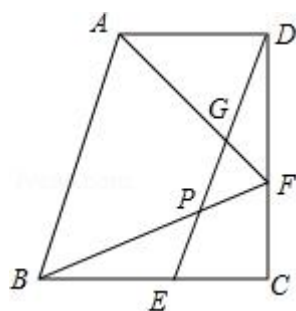
答：每本练习簿平均获得利润的增长率为 20%.

【点评】 本题考查了一元二次方程的应用以及一元一次方程的应用，解题的关键是：(1) 根据总利润=单本利润 $\times$ 数量结合两次销售总利润相等，列出关于 x 的一元一次方程；(2) 根据涨价前单本利润已经连续两次涨价后的单本利润，列出关于 y 的一元二次方程..

23. (12 分) 已知：如图，在直角梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$, $\angle C=90^\circ$, $BC=CD$, 点 E 、 F 分别在边 BC 、 CD 上，且 $BE=DF=AD$, 联结 DE , 联结 AF 、 BF 分别与 DE 交于点 G 、 P .

(1) 求证： $AB=BF$;

(2) 如果 $BE=2EC$, 求证： $DG=GE$.



【考点】 KD: 全等三角形的判定与性质; LI: 直角梯形; S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】(1) 先证 $\triangle BCF \cong \triangle DCE$ ，再证四边形 ABED 是平行四边形，从而得

$$AB=DE=BF.$$

(2) 延长 AF 交 BC 延长线于点 M，从而 $CM=CF$ ，又由 $AD \parallel BC$ 可以得到

$$\frac{DG}{GE} = \frac{AD}{EM} = 1, \text{ 从而 } DG=GE.$$

【解答】证明：(1) $\because BC=CD, BE=DF,$

$$\therefore CF=CE,$$

在 $\triangle BCF$ 与 $\triangle DCE$ 中，

$$\begin{cases} CF=CE \\ \angle C=\angle C=90^\circ, \\ BC=DC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BCF \cong \triangle DCE,$$

$$\therefore BF=DE,$$

$$\therefore AD \parallel BC, BE=AD,$$

$\therefore$ 四边形 ABED 是平行四边形；

$$\therefore AB=DE,$$

$$\therefore AB=BF.$$

(2) 延长 AF 交 BC 延长线于点 M，则 $CM=CF$ ；

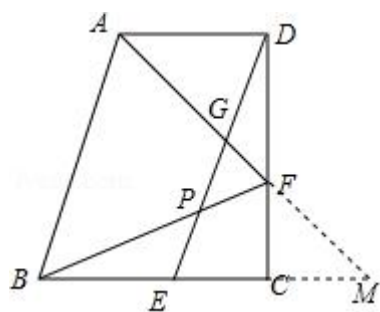
$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{DG}{GE} = \frac{AD}{EM},$$

$$\therefore BE=2EC,$$

$$\therefore \frac{DG}{GE} = \frac{AD}{EM} = 1,$$

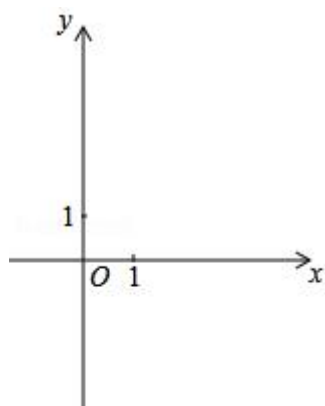
$$\therefore DG=GE.$$



【点评】此题主要考查了平行四边形的判定与性质以及全等三角形的判定与性质等知识，根据已知得出 $\triangle BCF \cong \triangle DCE$ 是解题关键.

24. (12分) 已知：抛物线 $y=ax^2+bx-3$ 经过点A (7, -3)，与x轴正半轴交于点B (m, 0)、C (6m, 0) 两点，与y轴交于点D.

- (1) 求m的值;
- (2) 求这条抛物线的表达式;
- (3) 点P在抛物线上，点Q在x轴上，当 $\angle PQD=90^\circ$ 且 $PQ=2DQ$ 时，求点P、Q的坐标.



【考点】HF：二次函数综合题.

【分析】(1) 先求得点D的坐标，然后设抛物线的解析式为 $y=a(x-m)(x-6m)$ ，把点D和点A的坐标代入可求得m的值;

(2) 由 $6am^2=-3$ ， $m=1$ 可求得a的值，然后代入抛物线的解析式即可;

(3) 过点P作 $PE \perp x$ 轴，垂足为E. 设点Q的坐标为(a, 0) 则 $OQ=-a$ ，然

后证明 $\triangle ODQ \sim \triangle EQP$ ，依据相似三角形的性质可求得 $QE=6$ ， $PE=-2a$ ，

则 P 的坐标为 $(a+6, -2a)$ ，将点 P 的坐标代入抛物线的解析式可求得 a 的值.

【解答】 解：(1) 当 $x=0$ 时， $y=-3$ ，

$\therefore D(0, -3)$.

设抛物线的解析式为 $y=a(x-m)(x-6m)$.

把点 D 和点 A 的坐标代入得： $6am^2=-3$ ①， $a(7-m)(7-6m)=-3$ ②，

$\therefore a(7-m)(7-6m)=6am^2$.

$\because a \neq 0$,

$\therefore (7-m)(7-6m)=m^2$.

解得： $m=1$.

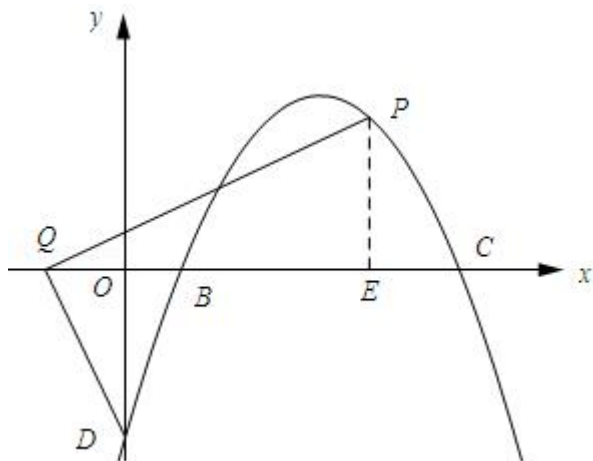
(2) $\because 6am^2=-3$,

$\therefore a=-\frac{3}{6m^2}=-\frac{1}{2}$.

将 $a=-\frac{1}{2}$ ， $m=1$ 代入得： $y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{7}{2}x-3$.

$\therefore$ 抛物线的表达式为 $y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{7}{2}x-3$.

(3) 如图所示：过点 P 作 $PE \perp x$ 轴，垂足为 E .



设点 Q 的坐标为 $(a, 0)$ 则 $OQ = -a$

$\because \angle DQP = 90^\circ$,

$\therefore \angle PQO + \angle OQD = 90^\circ$.

又 $\because \angle ODQ + \angle DQO = 90^\circ$,

$\therefore \angle PQE = \angle ODQ$.

又 $\because \angle PEQ = \angle DOQ = 90^\circ$,

$\therefore \triangle ODQ \sim \triangle EQP$.

$\therefore \frac{QO}{PE} = \frac{OD}{QE} = \frac{QD}{QP} = \frac{1}{2}$, 即 $\frac{-a}{3} = \frac{PE}{6} = \frac{1}{2}$,

$\therefore QE = 6, PE = -2a$.

$\therefore P$ 的坐标为 $(a+6, -2a)$

将点 P 的坐标代入抛物线的解析式得: $-\frac{1}{2}(a+6)^2 + \frac{7}{2}(a+6) - 3 = -2a$, 整

理得: $a^2 + a = 0$,

解得 $a = -1$ 或 $a = 0$.

当 $a = -1$ 时, $Q(-1, 0), P(5, 2)$; 当 $a = 0$ 时, $Q(0, 0), P(6, 0)$.

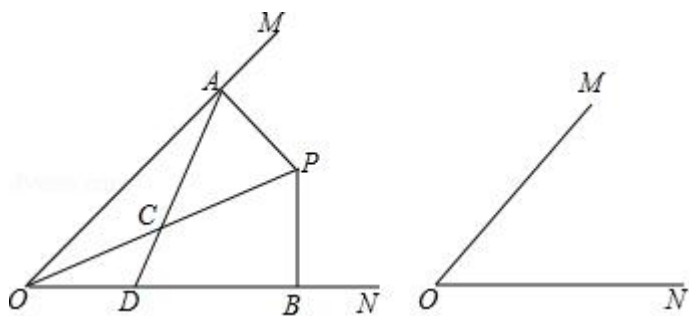
综上所述, $Q(-1, 0), P(5, 2)$ 或者 $Q(0, 0), P(6, 0)$.

【点评】 本题主要考查的是二次函数的综合应用, 解答本题主要应用了待定系数

法求二次函数的解析式、相似三角形的性质和判定，用含 a 的式子表示出点 P 的坐标是解题的关键.

25. (14 分) 如图所示， $\angle MON=45^\circ$ ，点 P 是 $\angle MON$ 内一点，过点 P 作 $PA \perp OM$ 于点 A 、 $PB \perp ON$ 于点 B ，且 $PB=2\sqrt{2}$. 取 OP 的中点 C ，联结 AC 并延长，交 OB 于点 D .

- (1) 求证： $\angle ADB = \angle OPB$;
- (2) 设 $PA=x$ ， $OD=y$ ，求 y 关于 x 的函数解析式;
- (3) 分别联结 AB 、 BC ，当 $\triangle ABD$ 与 $\triangle CPB$ 相似时，求 PA 的长.



【考点】 SO: 相似形综合题.

【分析】 (1) 先判断出 $\angle DAE = \angle POB$ ，再利用等角的余角相等即可得出结论;

(2) 先利用等腰直角三角形的性质得出 $OB=BF=\sqrt{2}(x+2)$ ，同理得出 $OA=x+4$ ，即可得出 AE ， OE ，进而得出 DE ，最后用 $\triangle ADE \sim \triangle OPB$ 的比例式建立方程化简即可得出结论;

(3) 先利用直角三角形斜边的中线等于斜边的一半和三角形外角的性质判断出 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，即可得出 $\angle OBC + \angle ABP = 45^\circ$ ，再用 $\triangle ABD$ 与 $\triangle CPB$ 得出， $\angle ABD = \angle PBC$ ，即 $\angle OBC = \angle ABP = \frac{1}{2} \times 45^\circ = 22.5^\circ$ ，进而得出 OP 是 $\angle MON$ 的平分线即可得出结论.

【解答】 解：(1) 证明：如图， $\because PA \perp OM$ ， $CO=CP$ ，

$\therefore CO=CP=CA$,

$$\therefore \angle CAO = \angle COA,$$

过 A 作 $AE \perp OB$ 于 E,

$$\therefore \angle MON = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle AOE = \angle OAE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle POB = \angle DAE,$$

$$\therefore PB \perp OB,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle OPB;$$

(2) 如图 1,

延长 BP 交 OM 于 F,

$$\therefore BP \perp ON, PA \perp OM,$$

$$\therefore \angle OBP = \angle OAP = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MON = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle AFB = 45^\circ,$$

在 $Rt\triangle APF$ 中, $AP = x$, $\angle OFB = 45^\circ$,

$$\therefore PF = \sqrt{2}x,$$

$$\therefore BF = PF + PB = \sqrt{2}x + 2\sqrt{2} = \sqrt{2}(x+2),$$

在 $Rt\triangle OBF$ 中, $OB = BF = \sqrt{2}(x+2)$

延长 AP 交 ON 于 G,

$$\text{同理: } PG = \sqrt{2}PB = 4,$$

$$\therefore OA = AG = AP + PG = x + 4,$$

过点 A 作 $AE \perp ON$,

$$\therefore OE=AE=\frac{\sqrt{2}}{2}OA=\frac{\sqrt{2}}{2}(x+4),$$

$$\therefore DE=OE-OD=\frac{\sqrt{2}}{2}(x+4)-y$$

由 (1) 知, $\angle ADE=\angle OPB$,

$$\therefore \angle AED=\angle OBP=90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle OPB,$$

$$\therefore \frac{DE}{BP}=\frac{AE}{OB},$$

$$\therefore \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}(x+4)-y}{2\sqrt{2}}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}(x+4)}{\sqrt{2}(x+2)},$$

$$\therefore y=\frac{\sqrt{2}x^2+4\sqrt{2}x}{2x+4}$$

(3) 如图 2,

在 $Rt\triangle OAP$ 中, 点 C 是 OP 中点,

$$\therefore AC=OC=\frac{1}{2}OP,$$

在 $Rt\triangle OBP$ 中, 点 C 是 OP 中点,

$$\therefore BC=OC=\frac{1}{2}OP,$$

$$\therefore AC=BC,$$

$$\therefore AC=OC,$$

$$\therefore \angle ACP=2\angle AOP,$$

$$\therefore OC=BC,$$

$$\therefore \angle BCP=2\angle BOP,$$

$$\therefore \angle ACB=\angle ACP+\angle BCP=2(\angle AOP+\angle BOP)=2\angle AOB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC=\angle CAB=45^\circ,$$

$$\therefore \angle OBP=90^{\circ},$$

$$\therefore \angle OBC+\angle ABP=45^{\circ}$$

$\therefore$ 当 $\triangle ABD$ 与 $\triangle CPB$ 相似时,

$$\therefore \angle ADB=\angle CPB,$$

$$\therefore \angle ABD=\angle PBC,$$

$$\therefore \angle OBC=\angle ABP=\frac{1}{2} \times 45^{\circ}=22.5^{\circ},$$

$$\therefore OC=BC,$$

$$\therefore \angle BOC=\angle OBC=22.5^{\circ},$$

$$\therefore \angle AOP=\angle BOP,$$

$\therefore OP$ 是 $\angle MON$ 的角平分线,

$$\therefore PA \perp OM, PB \perp ON,$$

$$\therefore PA=PB=2\sqrt{2}.$$

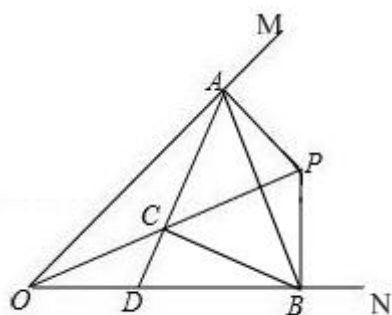


图2

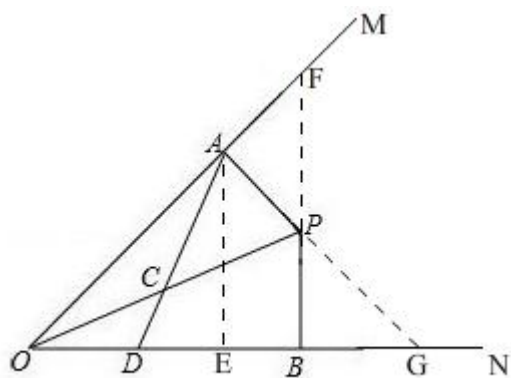


图1

