



D. 菱形的对角线互相垂直平分

## 二、填空题 (本大题 12 小题, 每小题 4 分, 共 48 分)

7. (4 分) 两个不相等的无理数, 它们的乘积为有理数, 这两个数可以是\_\_\_\_\_.

8. (4 分) 化简:  $\frac{y-x}{x^2-y^2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

9. (4 分) 在实数范围内分解因式:  $a^3 - 2a = \underline{\hspace{2cm}}.$

10. (4 分) 不等式组  $\begin{cases} x+3 > 7 \\ 3-x > -2 \end{cases}$  的解集是\_\_\_\_\_.

11. (4 分) 方程  $\sqrt{x^2+5} = 3$  的解是:  $x = \underline{\hspace{2cm}}.$

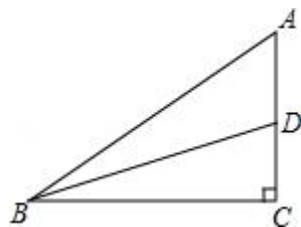
12. (4 分) 已知点 A (2, -1) 在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 的图象上, 那么当  $x > 0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而\_\_\_\_\_.

13. (4 分) 如果将抛物线  $y = x^2$  向左平移 4 个单位, 再向下平移 2 个单位后, 那么此时抛物线的表达式是\_\_\_\_\_.

14. (4 分) 如表记录的是某班级女生在一次跳绳练习中跳绳的次数及相应的人数, 则该班级女生本次练习中跳绳次数的平均数是\_\_\_\_\_

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| 次数 | 40 | 50 | 60 | 70 |
| 人数 | 2  | 3  | 4  | 1  |

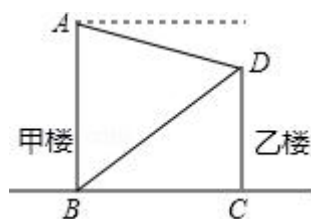
15. (4 分) 如图, 已知:  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = 40$ ,  $BD$  平分  $\angle ABC$  交  $AC$  于  $D$ ,  $AD : DC = 5 : 3$ , 则  $D$  点到  $AB$  的距离是\_\_\_\_\_.



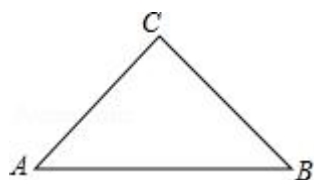
16. (4 分) 正十二边形的中心角是\_\_\_\_\_度.

17. (4 分) 如图, 在甲楼的底部 B 处测得乙楼的顶部 D 点的仰角为  $\alpha$ , 在甲楼

的顶部 A 处测得乙楼的顶部 D 点的俯角为  $\beta$ ，如果乙楼的高  $DC=10$  米，那么甲楼的高  $AB=$ \_\_\_\_\_米（用含  $\alpha$ ， $\beta$  的代数式表示）



18. (4 分) 如图，在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle C=90^\circ$ ， $CA=CB=4$ ，将  $\triangle ABC$  翻折，使得点 B 与边 AC 的中点 M 重合，如果折痕与边 AB 的交点为 E，那么 BE 的长为\_\_\_\_\_.



### 三、解答题（本大题共 7 小题，共 78 分）

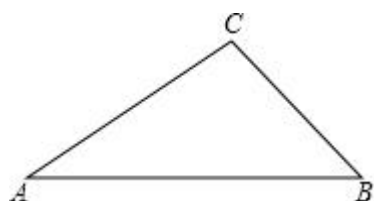
19. (10 分) 计算： $27^{\frac{1}{2}} - (\frac{1}{3})^{-1} \div 3 + 8^0 - (\sqrt{3} - 2)^2$ .

20. (10 分) 解方程： $\frac{3}{x+3} - \frac{1}{1-x} = 1$ .

21. (10 分) 已知：如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle ABC=45^\circ$ ， $\tan A=\frac{3}{4}$ ， $AB=14$ ，

(1) 求： $\triangle ABC$  的面积；

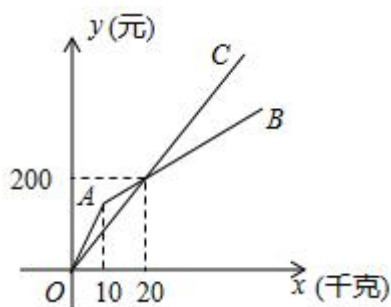
(2) 若以 C 为圆心的圆 C 与直线 AB 相切，以 A 为圆心的圆 A 与圆 C 相切，试求圆 A 的半径.



22. (10 分) 水果市场的甲、乙两家商店中都有批发某种水果，批发该种水果 x 千克时，在甲、乙两家商店所花的钱分别为  $y_1$  元和  $y_2$  元，已知  $y_1$ 、 $y_2$  关于 x

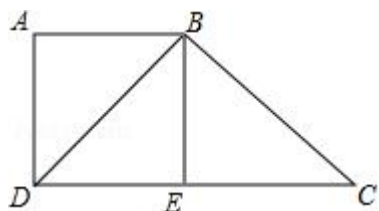
的函数图象分别为如图所示的折线 OAB 和射线 OC.

- (1) 当  $x$  的取值为\_\_\_\_\_时, 在甲乙两家店所花钱一样多?
- (2) 当  $x$  的取值为\_\_\_\_\_时, 在乙店批发比较便宜?
- (3) 如果批发 30 千克该水果时, 在甲店批发比在乙店批发便宜 50 元, 求射线 AB 的表达式, 并写出定义域.



23. (12 分) 已知: 如图, 四边形 ABCD 中,  $DB \perp BC$ , DB 平分  $\angle ADC$ , 点 E 为边 CD 的中点,  $AB \perp BE$ .

- (1) 求证:  $BD^2 = AD \cdot DC$ ;
- (2) 连结 AE, 当  $BD = BC$  时, 求证: ABCE 为平行四边形.



24. (12 分) 如图, 已知抛物线  $y = ax^2 - x + c$  的对称轴为直线  $x = 1$ , 与  $x$  轴的一个交点为 A  $(-1, 0)$ , 顶点为 B. 点 C  $(5, m)$  在抛物线上, 直线 BC 交  $x$  轴于点 E.

- (1) 求抛物线的表达式及点 E 的坐标;
- (2) 联结 AB, 求  $\angle B$  的正切值;
- (3) 点 G 为线段 AC 上一点, 过点 G 作 CB 的垂线交  $x$  轴于点 M (位于点 E 右侧), 当  $\triangle CGM$  与  $\triangle ABE$  相似时, 求点 M 的坐标.





A.  $\frac{\text{频数}}{\text{组距}}$

B.  $\frac{\text{频率}}{\text{组距}}$

C.  $\frac{\text{频率}}{\text{组数}}$

D.  $\frac{\text{频数}}{\text{组数}}$

【考点】V8: 频数（率）分布直方图.

【分析】根据频率分布直方图中纵横坐标的意义，易得长方形的面积为长乘宽，  
即组距  $\times$  频率/组距=频率；即答案.

【解答】解：在频率直方图中纵坐标表示频率/组距，横坐标表示组距，  
则小长方形的高表示频率/组距，小长方形的长表示组距，  
则长方形的面积为长乘宽，即组距  $\times$  频率/组距=频率；  
故选：B.

【点评】本题考查频率直方图中横纵坐标表示的意义.

4. (4 分) 如果用 A 表示事件“若  $a > b$ ，则  $a+c > b+c$ ”，用  $P(A)$  表示“事件 A 发生的概率”，那么下列结论中正确的是 ( )

A.  $P(A) = 1$       B.  $P(A) = 0$       C.  $0 < P(A) < 1$       D.  $P(A) > 1$

【考点】X3: 概率的意义.

【分析】根据不等式的基本性质 1 知事件 A 是必然事件，由概率的意义可得答案.

【解答】解：若  $a > b$ ，根据不等式的基本性质知  $a+c > b+c$  必然成立，  
 $\therefore$  事件 A 是必然事件，  
 $\therefore P(A) = 1$ ,

故选：A.

【点评】本题主要考查概率的意义及不等式的基本性质，熟练掌握必然事件的定义是解题的关键.

5. (4 分) 下列判断不正确的是 ( )

A. 如果  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ ，那么  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$

B.  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$

C. 如果非零向量  $\vec{a} = k \cdot \vec{b}$  ( $k \neq 0$ ), 那么  $\vec{a} // \vec{b}$

D.  $\vec{AB} + \vec{BA} = 0$

【考点】LM: \*平面向量.

【分析】根据模的定义, 可确定 A 正确; 根据平面向量的交换律, 可判定 B 正确, 又由如果非零向量  $\vec{a} = k \cdot \vec{b}$  ( $k \neq 0$ ), 那么  $\vec{a} // \vec{b}$ , 可得 C 正确; 利用相反向量的知识, 可判定 D 错误.

【解答】解: A、如果  $\vec{AB} = \vec{CD}$ , 那么  $|\vec{AB}| = |\vec{CD}|$ , 故此选项正确;

B、 $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ , 故本选项正确;

C、如果非零向量  $\vec{a} = k \cdot \vec{b}$  ( $k \neq 0$ ), 那么  $\vec{a} // \vec{b}$ , 故此选项正确;

D、 $\vec{AB} + \vec{BA} = \vec{0}$ , 故此选项错误;

故选: D.

【点评】此题考查了平面向量的知识. 注意理解平面向量有关的定义是关键.

6. (4 分) 下列四个命题中真命题是 ( )

A. 矩形的对角线平分对角

B. 平行四边形的对角线相等

C. 梯形的对角线互相垂直

D. 菱形的对角线互相垂直平分

【考点】O1: 命题与定理.

【分析】由矩形、菱形、梯形和平行四边形对角线的性质作出判断, 从而利用排除法得出答案.

【解答】解: 矩形的对角线不能平分对角, A 错误;

平行四边形的对角线平分, 但不一定相等, B 错误.

梯形的对角线不一定互相垂直，C 错误；

根据菱形的性质，菱形的对角线互相垂直平分，D 正确；

故选：D.

【点评】本题考查了命题与定理；熟记矩形、菱形、梯形和平行四边形对角线的性质是解决问题的关键.

## 二、填空题（本大题 12 小题，每小题 4 分，共 48 分）

7. (4 分) 两个不相等的无理数，它们的乘积为有理数，这两个数可以是  $\sqrt{2}$  和  $-\sqrt{2}$  (答案不唯一) .

【考点】26: 无理数.

【专题】16: 压轴题；26: 开放型.

【分析】由于无理数就是无限不循环小数. 初中范围内学习的无理数有： $\pi$ ， $2\pi$  等；开方开不尽的数；以及  $0.1010010001\dots$ ，等有这样规律的数. 由此即可求解

【解答】解： $\because$  两个不相等的无理数，它们的乘积为有理数，  
这两个数可以是  $\sqrt{2}$  和  $-\sqrt{2}$ . (答案不唯一).

【点评】此题主要考查了无理数的定义和性质，解题时注意无理数的积不一定是无理数.

8. (4 分) 化简： $\frac{y-x}{x^2-y^2} = -\frac{1}{x+y}$ .

【考点】66: 约分.

【分析】先将分子与分母进行因式分解，再根据分式的基本性质，将分子与分母的公因式约去，即可求解.

【解答】解： $\frac{y-x}{x^2-y^2} = \frac{y-x}{(x-y)(x+y)} = -\frac{1}{x+y}$ ,

故答案为： $-\frac{1}{x+y}$ .

【点评】此题考查了约分，约去分式的分子与分母的公因式，不改变分式的值，这样的分式变形叫做分式的约分．由约分的概念可知，要首先将分子、分母转化为乘积的形式，再找出分子、分母的最大公因式并约去．

9. (4分) 在实数范围内分解因式： $a^3 - 2a = \underline{a(a+\sqrt{2})(a-\sqrt{2})}$ ．

【考点】55：提公因式法与公式法的综合运用．

【分析】先提取公因式  $a$ ，再根据平方差公式进行二次分解即可求得答案．

【解答】解： $a^3 - 2a = a(a^2 - 2) = a(a + \sqrt{2})(a - \sqrt{2})$ ．

故答案为： $a(a + \sqrt{2})(a - \sqrt{2})$ ．

【点评】本题考查了提公因式法，公式法分解因式．注意提取公因式后利用平方差公式进行二次分解，注意分解要彻底．

10. (4分) 不等式组  $\begin{cases} x+3 > 7 \\ 3-x > -2 \end{cases}$  的解集是  $\underline{4 < x < 5}$ ．

【考点】CB：解一元一次不等式组．

【分析】根据不等式分别求出  $x$  的取值范围，画出坐标轴，在其上表示出来  $x$ ．

【解答】解：不等式组可以化为：

$$\begin{cases} x > 4 \\ x < 5 \end{cases}$$

在坐标轴上表示为：



∴ 不等式组的解集为： $4 < x < 5$ ．

【点评】本题考查的是一元一次不等式组的解，解此类题目常常要结合数轴来判断．还可以观察不等式的解，若  $x$  大于较小的数、小于较大的数，那么解集为  $x$  介于两数之间．

11. (4分) 方程  $\sqrt{x^2 + 5} = 3$  的解是： $x = \underline{\pm 2}$ ．

【考点】AG：无理方程．

【分析】对方程左右两边同时平方，可得  $x^2+5=9$ ，进而解可得  $x$  的值.

【解答】解：根据题意，有  $\sqrt{x^2+5}=3$ ，

左右两边同时平方可得  $x^2+5=9$ ；

解之，可得： $x=\pm 2$ .

故答案为： $\pm 2$ .

【点评】本题考查含二次根式的无理方程的解法，一般先化为一次或二次方程，再求解，答案注意根式有意义的条件.

12. (4 分) 已知点 A (2, -1) 在反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  ( $k\neq 0$ ) 的图象上，那么当  $x>0$  时， $y$  随  $x$  的增大而增大.

【考点】G4: 反比例函数的性质.

【分析】首先将点 A 的坐标代入解析式求得  $k$  值，然后根据反比例函数的性质确定其增减性即可.

【解答】解： $\because$  点 A (2, -1) 在反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  ( $k\neq 0$ ) 的图象上，

$$\therefore k=2\times (-1)=-2<0,$$

$\therefore$  在每一象限内  $y$  随着  $x$  的增大而增大，

故答案为：增大.

【点评】本题考查了反比例函数的性质，解题的关键是利用待定系数法确定比例系数的值，难度不大.

13. (4 分) 如果将抛物线  $y=x^2$  向左平移 4 个单位，再向下平移 2 个单位后，那么此时抛物线的表达式是 $y=(x+4)^2-2$ .

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】根据二次函数图象左加右减，上加下减的平移规律进行求解.

【解答】解：函数  $y=x^2$  向左平移 4 个单位，得： $y=(x+4)^2$ ；

再向下平移 2 个单位后，得： $y=(x+4)^2-2$ .

【点评】主要考查的是函数图象的平移，用平移规律“左加右减，上加下减”直接代入函数解析式求得平移后的函数解析式.

14. (4分) 如表记录的是某班级女生在一次跳绳练习中跳绳的次数及相应的人数，则该班级女生本次练习中跳绳次数的平均数是 54

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| 次数 | 40 | 50 | 60 | 70 |
| 人数 | 2  | 3  | 4  | 1  |

【考点】W2: 加权平均数.

【分析】平均数的计算方法是求出所有数据的和，然后除以数据的总个数.

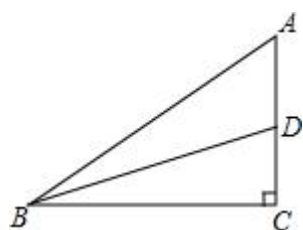
【解答】解：该班级女生本次练习中跳绳次数的平均数是

$$\frac{40 \times 2 + 50 \times 3 + 60 \times 4 + 70 \times 1}{2 + 3 + 4 + 1} = \frac{540}{10} = 54.$$

故答案为 54.

【点评】本题考查的是加权平均数的求法. 本题易出现的错误是求 40, 50, 60, 70 这四个数的平均数，对平均数的理解不正确.

15. (4分) 如图，已知： $\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 40$ ，BD 平分  $\angle ABC$  交 AC 于 D，AD: DC = 5: 3，则 D 点到 AB 的距离是 15.



【考点】KF: 角平分线的性质.

【分析】先求出 CD 的长，再根据角平分线的性质即可得出结论.

【解答】解： $\because AC = 40$ ，AD: DC = 5: 3，

$$\therefore CD = 40 \times \frac{3}{8} = 15.$$

$\because$  BD 平分  $\angle BAC$  交 AC 于 D，

∴ D 点到 AB 的距离是 15.

故答案为：15.

【点评】本题考查的是角平分线的性质，熟知角的平分线上的点到角的两边的距离相等是解答此题的关键.

16. (4 分) 正十二边形的中心角是 30 度.

【考点】MM: 正多边形和圆.

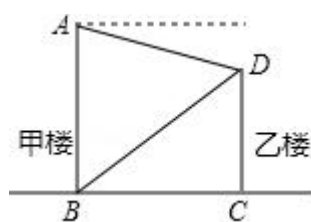
【分析】根据正多边形的中心角的定义，可得正六边形的中心角是： $360^\circ \div 12 = 30^\circ$ .

【解答】解：正十二边形的中心角是： $360^\circ \div 12 = 30^\circ$ .

故答案为：30.

【点评】此题考查了正多边形的中心角. 此题比较简单，注意准确掌握定义是关键.

17. (4 分) 如图，在甲楼的底部 B 处测得乙楼的顶部 D 点的仰角为  $\alpha$ ，在甲楼的顶部 A 处测得乙楼的顶部 D 点的俯角为  $\beta$ ，如果乙楼的高  $DC = 10$  米，那么甲楼的高  $AB = \frac{10 \tan \beta}{\tan \alpha} + 10$  米（用含  $\alpha$ ， $\beta$  的代数式表示）



【考点】TA: 解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题.

【分析】作  $AH \perp CD$  交  $CD$  的延长线于 H，根据正切的概念分别求出  $DC$ 、 $DH$ ，计算即可.

【解答】解：作  $AH \perp CD$  交  $CD$  的延长线于 H，

在  $Rt\triangle DBC$  中， $\tan \angle DBC = \frac{CD}{BC}$ ,

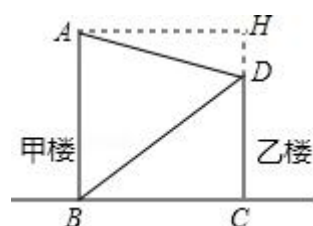
则  $AH=BC=\frac{10}{\tan \alpha}$ ,

在  $Rt\triangle AHD$  中,  $\tan \angle DAH=\frac{DH}{AH}$ ,

$DH=AH \times \tan \beta=\frac{10 \tan \beta}{\tan \alpha}$ ,

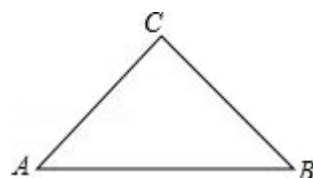
$\therefore AB=CH=CD+DH=\frac{10 \tan \beta}{\tan \alpha}+10$ ,

故答案为:  $\frac{10 \tan \beta}{\tan \alpha}+10$ .



**【点评】** 本题考查的是解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题, 掌握仰角俯角的概念、熟记锐角三角函数的定义是解题的关键.

18. (4 分) 如图, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $CA=CB=4$ , 将  $\triangle ABC$  翻折, 使得点  $B$  与边  $AC$  的中点  $M$  重合, 如果折痕与边  $AB$  的交点为  $E$ , 那么  $BE$  的长为  $\frac{5\sqrt{2}}{3}$ .



**【考点】** KW: 等腰直角三角形; PB: 翻折变换 (折叠问题).

**【分析】** 作  $DG \perp AE$ , 先根据翻折变换的性质得到  $\triangle DEF \cong \triangle BEF$ , 再根据等腰三角形的性质及三角形外角的性质可得到  $\angle AED = \angle CDF$ , 设  $CF = x$ , 则  $DF = FB = 4 - x$ , 根据勾股定理求出  $CF$ , 可知  $\tan \angle AED = \tan \angle CDF$ , 在  $Rt\triangle ADG$  和  $Rt\triangle EDG$  分别求出  $DG$ 、 $EG$ , 然后根据勾股定理即可得到结论.

**【解答】** 解: 作  $DG \perp BE$ ,

$\because \triangle DEF$  是  $\triangle BEF$  翻折而成,

$$\therefore \triangle DEF \cong \triangle BEF, \quad \angle B = \angle EDF,$$

$\therefore \triangle ABC$  是等腰直角三角形,

$\therefore \angle EDF = 45^\circ$ , 由三角形外角性质得  $\angle CDF + 45^\circ = \angle AED + 45^\circ$ ,

$$\therefore \angle AED = \angle CDF,$$
$$\therefore CA=CB=4, \quad CD=AD=2,$$

设  $CF=x$ ,

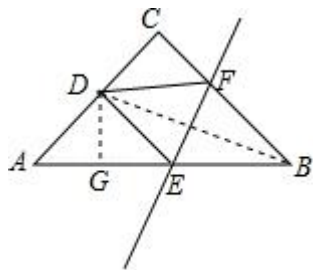
$$\therefore DF=FB=4-x,$$

∴在 Rt△CDF 中, 由勾股定理得,  $CF^2 + CD^2 = DF^2$ , 即  $x^2 + 4 = (4 - x)^2$ ,

解得  $x = \frac{3}{2}$ ,

$$\because \angle A = 45^\circ, AD = 2,$$
$$\therefore AG=DG=\sqrt{2},$$
$$\therefore \tan \angle AED = \tan \angle CDF = \frac{CF}{CD} = \frac{3}{4},$$
$$\therefore \frac{DG}{EG} = \frac{3}{4},$$
$$\therefore \frac{\sqrt{2}-3}{EG} = \frac{3}{4},$$
$$\therefore EG = \frac{4\sqrt{2}}{3},$$
$$\therefore DE=BE=\sqrt{DG^2+EG^2}=\frac{5\sqrt{2}}{3}.$$

故答案为:  $\frac{5\sqrt{2}}{3}$ .



【点评】本题考查的是图形翻折变换的性质、等腰直角三角形的性质、勾股定理、三角形外角的性质以及锐角三角函数的综合运用，涉及面较广，但难易适中.

### 三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 78 分)

19. (10 分) 计算:  $27^{\frac{1}{2}} - (\frac{1}{3})^{-1} \div 3 + 8^0 - (\sqrt{3} - 2)^2$ .

【考点】2C: 实数的运算; 2F: 分数指数幂; 6E: 零指数幂; 6F: 负整数指数幂.

【专题】11: 计算题; 511: 实数.

【分析】原式利用分数指数幂, 零指数幂、负整数指数幂法则, 以及完全平方公式化简即可得到结果.

【解答】解: 原式  $= 3\sqrt{3} - 1 + 1 - 7 + 4\sqrt{3} = 7\sqrt{3} - 7$ .

【点评】此题考查了实数的运算, 分数指数幂, 零指数幂、负整数指数幂, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

20. (10 分) 解方程:  $\frac{3}{x+3} - \frac{1}{1-x} = 1$ .

【考点】B3: 解分式方程.

【专题】11: 计算题.

【分析】分式方程去分母转化为一元二次方程, 求出一元二次方程的解得到  $x$  的值, 经检验即可得到分式方程的解.

【解答】解: 去分母得:  $3(1-x) - (x+3) = (1-x)(x+3)$ ,

整理得:  $x^2 - 2x - 3 = 0$ , 即  $(x+1)(x-3) = 0$ ,

解得:  $x_1 = -1$ ,  $x_2 = 3$ ,

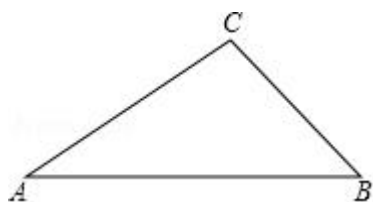
经检验  $x_1 = -1$ ,  $x_2 = 3$  都是原方程的根.

【点评】此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

21. (10 分) 已知: 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ABC = 45^\circ$ ,  $\tan A = \frac{3}{4}$ ,  $AB = 14$ ,

(1) 求:  $\triangle ABC$  的面积;

(2) 若以  $C$  为圆心的圆  $C$  与直线  $AB$  相切, 以  $A$  为圆心的圆  $A$  与圆  $C$  相切,  
试求圆  $A$  的半径.



【考点】MC: 切线的性质; MJ: 圆与圆的位置关系; T7: 解直角三角形.

【专题】11: 计算题.

【分析】(1) 过  $C$  作  $CD \perp AB$  于  $D$ , 解直角三角形得到  $CD=6$ , 根据三角形的面积公式即可得到结论;

(2) 根据圆  $C$  与直线  $AB$  相切, 得到  $\odot C$  的半径  $=6$ , 根据勾股定理得到  $AC = \sqrt{CD^2 + AD^2} = 10$ , 设  $\odot A$  的半径为  $r$ , 当圆  $A$  与圆  $C$  内切时, 当圆  $A$  与圆  $C$  外切时即可得到结论.

【解答】解: (1) 过  $C$  作  $CD \perp AB$  于  $D$ ,

$$\therefore \tan A = \frac{CD}{AD} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore AD = \frac{4CD}{3},$$

$$\therefore \angle ABC = 45^\circ,$$

$$\therefore BD = CD,$$

$$\therefore AB = 14,$$

$$\therefore \frac{4CD}{3} + CD = 14,$$

$$\therefore CD = 6,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的面积} = \frac{1}{2} AB \cdot CD = \frac{1}{2} \times 14 \times 6 = 42;$$

(2)  $\therefore$  以  $C$  为圆心的圆  $C$  与直线  $AB$  相切,

$$\therefore \odot C \text{ 的半径} = 6,$$

$$\therefore AD=8,$$

$$\therefore AC=\sqrt{CD^2+AD^2}=10,$$

设 $\odot A$ 的半径为 $r$ ,

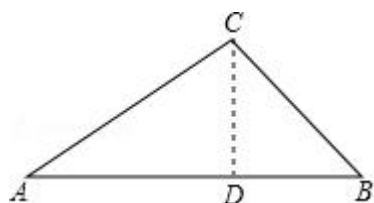
当圆 $A$ 与圆 $C$ 内切时,  $r-6=10$ ,

$$\therefore r=16,$$

当圆 $A$ 与圆 $C$ 外切时,  $r+6=10$ ,

$$\therefore r=4,$$

综上所述: 以 $A$ 为圆心的圆 $A$ 与圆 $C$ 相切, 圆 $A$ 的半径为: 4 或 16.



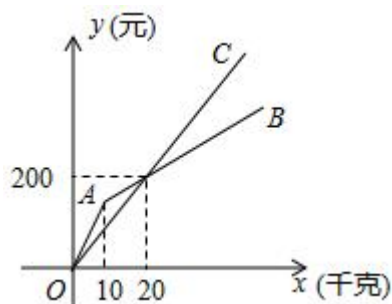
**【点评】** 本题考查了圆与圆的位置关系, 勾股定理, 三角形的面积的计算, 解直角三角形, 注意分类讨论思想的应用.

22. (10 分) 水果市场的甲、乙两家商店中都有批发某种水果, 批发该种水果  $x$  千克时, 在甲、乙两家商店所花的钱分别为  $y_1$  元和  $y_2$  元, 已知  $y_1$ 、 $y_2$  关于  $x$  的函数图象分别为如图所示的折线  $OAB$  和射线  $OC$ .

(1) 当  $x$  的取值为 20 千克 时, 在甲乙两家店所花钱一样多?

(2) 当  $x$  的取值为  $0 < x < 20$  时, 在乙店批发比较便宜?

(3) 如果批发 30 千克该水果时, 在甲店批发比在乙店批发便宜 50 元, 求射线  $AB$  的表达式, 并写出定义域.



【考点】FH：一次函数的应用.

【分析】(1) 利用两个函数图象的交点坐标即可解决问题.

(2) 根据  $y_2$  的图象在  $y_1$  的下方，观察图象即可解决问题.

(3) 设 AB 的解析式为  $y=kx+b$ ，由题意 OC 的函数解析式为  $y=10x$ ，可得方程

$$\begin{cases} 20k+b=200 \\ 300-(30k+b)=50 \end{cases}, \text{ 解方程组即可.}$$

【解答】解：(1) 由图象可知， $x=20$  千克时， $y_1=y_2$ ，

故答案为 20 千克.

(2) 由图象可知， $0 < x < 20$  时，在乙店批发比较便宜.

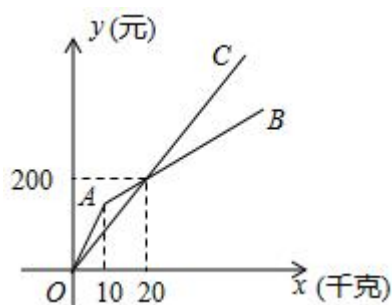
故答案为  $0 < x < 20$ .

(3) 设 AB 的解析式为  $y=kx+b$ ，由题意 OC 的函数解析式为  $y=10x$ ，

$$\therefore \begin{cases} 20k+b=200 \\ 300-(30k+b)=50 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=5 \\ b=100 \end{cases},$$

$\therefore$  射线 AB 的表达式  $y=5x+100$  ( $x \geq 10$ ).

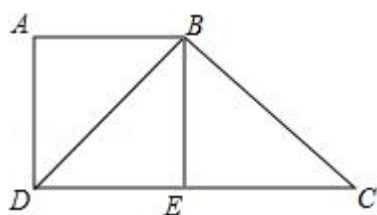


**【点评】** 本题考查一次函数的应用、二元一次方程组等知识，解题的关键是灵活运用一次函数的性质解决问题，学会利用图象解决实际问题，属于中考常考题型.

23. (12 分) 已知：如图，四边形  $ABCD$  中， $DB \perp BC$ ， $DB$  平分  $\angle ADC$ ，点  $E$  为边  $CD$  的中点， $AB \perp BE$ .

(1) 求证： $BD^2 = AD \cdot DC$ ;

(2) 连结  $AE$ ，当  $BD = BC$  时，求证： $ABCE$  为平行四边形.



**【考点】** L6：平行四边形的判定；S9：相似三角形的判定与性质.

**【分析】** (1) 根据直角三角形的性质得到  $BE = DE$ ，由等腰三角形的性质得到  $\angle DBE = \angle BDE$ ，根据角平分线的定义得到  $\angle ADB = \angle BDE$ ，等量代换得到  $\angle ADB = \angle DBE$ ，根据平行线的判定定理得到  $AD \parallel BE$ ，根据相似三角形的性质即可得到结论；

(2) 由已知条件得到  $\triangle BDC$  是等腰直角三角形，根据等腰直角三角形的性质得到  $\angle BDC = 45^\circ$ ，求得  $\angle ADE = 90^\circ$ ，推出四边形  $ADEB$  是矩形，根据矩形的性质得到  $AB = DE$ ， $AE = BD$ ，于是得到结论.

**【解答】** (1) 证明： $\because DB \perp BC$ ，点  $E$  为边  $CD$  的中点，

$$\therefore BE = DE,$$

$$\therefore \angle DBE = \angle BDE,$$

$$\because DB \text{ 平分 } \angle ADC,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle BDE,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle DBE,$$

$$\therefore AD \parallel BE,$$

$$\therefore AB \perp BE,$$

$$\therefore \angle A = \angle ABE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DBC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle DBC,$$

$$\therefore \triangle ADB \sim \triangle BDC,$$

$$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{BD}{CD},$$

$$\therefore BD^2 = AD \cdot DC;$$

$$(2) \text{ 解: } \therefore BD = BC,$$

$$\therefore \triangle BDC \text{ 是等腰直角三角形,}$$

$$\therefore \angle BDC = 45^\circ,$$

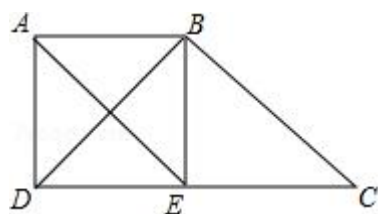
$$\therefore \angle ADE = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{四边形 ADEB 是矩形,}$$

$$\therefore AB = DE, AE = BD,$$

$$\therefore AB = CE, AE = BC,$$

$$\therefore \text{四边形 ABCE 为平行四边形.}$$

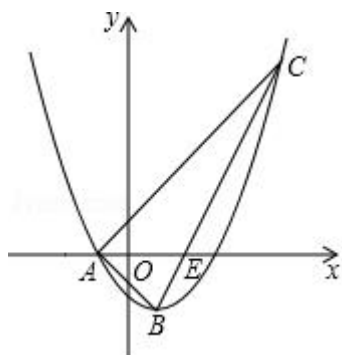


**【点评】** 本题考查了相似三角形的判定和性质，等腰直角三角形的判定和性质，平行四边形的判定，平行线的判定和性质，正确的理解题意是解题的关键.

24. (12 分) 如图，已知抛物线  $y = ax^2 - x + c$  的对称轴为直线  $x = 1$ ，与  $x$  轴的一个交点为  $A(-1, 0)$ ，顶点为  $B$ . 点  $C(5, m)$  在抛物线上，直线  $BC$  交  $x$

轴于点 E.

- (1) 求抛物线的表达式及点 E 的坐标;
- (2) 联结 AB, 求  $\angle B$  的正切值;
- (3) 点 G 为线段 AC 上一点, 过点 G 作 CB 的垂线交 x 轴于点 M (位于点 E 右侧), 当  $\triangle CGM$  与  $\triangle ABE$  相似时, 求点 M 的坐标.



【考点】HF: 二次函数综合题.

【分析】(1) 由对称轴可求得  $a$  的值, 再把 A 点坐标代入可求得  $c$  的值, 则可求得抛物线表达式, 则可求得 B、C 的坐标, 由待定系数法可求得直线 BC 的解析式, 可求得 E 点坐标;

(2) 由 A、B、C 三点的坐标可求得 AB、AC 和 BC 的长, 可判定  $\triangle ABC$  是以 BC 为斜边的直角三角形, 利用三角形的定义可求得答案;

(3) 设 M ( $x$ , 0), 当  $\angle GCM = \angle BAE$  时, 可知  $\triangle AMC$  为等腰直角三角形, 可求得 M 点的坐标; 当  $\angle CMG = \angle BAE$  时, 可证得  $\triangle MEC \sim \triangle MCA$ , 利用相似三角形的性质可求得  $x$  的值, 可求得 M 点的坐标.

【解答】解:

(1)  $\because$  抛物线对称轴为  $x=1$ ,

$$\therefore -\frac{-1}{2a}=1, \text{ 解得 } a=\frac{1}{2},$$

把 A 点坐标代入可得  $\frac{1}{2}+1+c=0$ , 解得  $c=-\frac{3}{2}$ ,

$$\therefore \text{抛物线表达式为 } y = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2},$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}(x-1)^2 - 2,$$

$$\therefore B(1, -2),$$

$$\text{把 } C(5, m) \text{ 代入抛物线解析式可得 } m = \frac{25}{2} - 5 - \frac{3}{2} = 6,$$

$$\therefore C(5, 6),$$

设直线 BC 解析式为  $y = kx + b$ ,

$$\text{把 } B、C \text{ 坐标代入可得 } \begin{cases} k+b=-2 \\ 5k+b=6 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k=2 \\ b=-4 \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 BC 解析式为 } y = 2x - 4,$$

$$\text{令 } y=2 \text{ 可得 } 2x - 4 = 0, \text{ 解得 } x=2,$$

$$\therefore E(2, 0);$$

$$(2) \therefore A(-1, 0), B(1, -2), C(5, 6),$$

$$\therefore AB = 2\sqrt{2}, AC = \sqrt{(5+1)^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}, BC = \sqrt{(5-1)^2 + (6+2)^2} = 4\sqrt{5},$$

$$\therefore AB^2 + AC^2 = 8 + 72 = 80 = BC^2,$$

$\therefore \triangle ABC$  是以 BC 为斜边的直角三角形,

$$\therefore \tan \angle B = \frac{AC}{AB} = \frac{6\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 3;$$

$$(3) \therefore A(-1, 0), B(1, -2),$$

$$\therefore \angle CAE = \angle BAE = 45^\circ,$$

$$\therefore GM \perp BC,$$

$$\therefore \angle CGM + \angle GCB = \angle GCB + \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CGM = \angle ABC,$$

$\therefore$  当  $\triangle CGM$  与  $\triangle ABE$  相似时有两种情况,

设  $M(x, 0)$ , 则  $C(x, 2x - 4)$ ,

①当  $\angle GCM = \angle BAE = 45^\circ$  时, 则  $\angle AMC = 90^\circ$ ,

$\therefore MC = AM$ , 即  $2x - 4 = x + 1$ , 解得  $x = 5$ ,

$\therefore M(5, 0)$ ;

②当  $\angle GMC = \angle BAE = \angle MAC = 45^\circ$  时,

$\therefore \angle MEC = \angle AEB = \angle MCG$ ,

$\therefore \triangle MEC \sim \triangle MCA$ ,

$\therefore \frac{ME}{MC} = \frac{MC}{MA}$ , 即  $\frac{x-2}{MC} = \frac{MC}{x+1}$ ,

$\therefore MC^2 = (x-2)(x+1)$ ,

$\therefore C(5, 6)$ ,

$\therefore MC^2 = (x-5)^2 + 6^2 = x^2 - 10x + 61$ ,

$\therefore (x-2)(x+1) = x^2 - 10x + 61$ , 解得  $x = 7$ ,

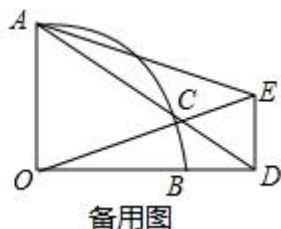
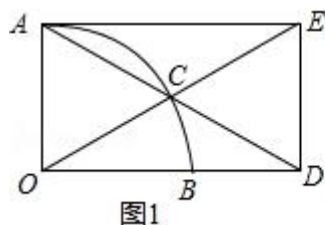
$\therefore M(7, 0)$ ;

综上所述  $M$  点的坐标为  $(5, 0)$  或  $(7, 0)$ .

**【点评】** 本题为二次函数的综合应用, 涉及待定系数法、二次函数的性质、勾股定理及其逆定理、三角函数的定义、相似三角形的判定和性质、方程思想及分类讨论思想等知识. 在 (1) 中注意利用对称轴求得  $a$  的值是解题的关键, 在 (2) 中证得  $\triangle ABC$  为直角三角形是解题的关键, 在 (3) 中利用相似三角形的性质得到关于  $M$  点坐标的方程是解题的关键, 注意分两种情况. 本题考查知识点较多, 综合性较强, 难度适中.

25. (14 分) 已知: 以  $O$  为圆心的扇形  $AOB$  中,  $\angle AOB = 90^\circ$ , 点  $C$  为  $\widehat{AB}$  上一动点, 射线  $AC$  交射线  $OB$  于点  $D$ , 过点  $D$  作  $OD$  的垂线交射线  $OC$  于点  $E$ , 联结  $AE$ .

- (1) 如图 1, 当四边形 AODE 为矩形时, 求  $\angle ADO$  的度数;
- (2) 当扇形的半径长为 5, 且  $AC=6$  时, 求线段 DE 的长;
- (3) 联结 BC, 试问: 在点 C 运动的过程中,  $\angle BCD$  的大小是否确定? 若是, 请求出它的度数; 若不是, 请说明理由.



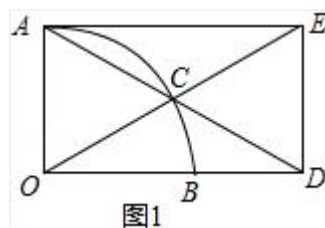
**【考点】** MR: 圆的综合题.

**【分析】** (1) 利用矩形的性质, 只要证明  $\triangle OAC$  是等边三角形, 即可解决问题.

(2) 如图 2 中, 作  $OH \perp AD$  于 H. 由  $\triangle AOH \sim \triangle ADO$ , 推出  $\frac{OA}{AD} = \frac{AH}{AO}$ , 推出  $\frac{5}{AD} = \frac{3}{5}$ , 可得  $AD = \frac{25}{3}$ ,  $CD = AD - AC = \frac{7}{3}$ , 由  $DE \parallel OA$ , 可得  $\frac{DE}{OA} = \frac{CD}{AC}$ , 求出 DE 即可.

(3) 如图 3 中, 结论:  $\angle BCD$  的值是确定的.  $\angle BCD = 45^\circ$ . 连接 AB、BC, 由  $\angle BCD = \angle BAC + \angle ABC$ , 又  $\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$ ,  $\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC$ , 即可推出  $\angle BCD = \frac{1}{2} \angle BOC + \frac{1}{2} \angle AOC = \frac{1}{2} (\angle BOC + \angle AOC) = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$ .

**【解答】** 解: (1) 如图 1 中,



$\therefore$  四边形 ABCD 是矩形,

$\therefore AD = EC$ ,  $AC = CD$ ,  $OC = CE$ ,  $\angle AOD = 90^\circ$

$\therefore AC = OC = OA$ ,

$\therefore \triangle AOC$  是等边三角形,

$$\therefore \angle OAD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ADO = 90^\circ - \angle OAD = 30^\circ.$$

(2) 如图 2 中, 作  $OH \perp AD$  于  $H$ .

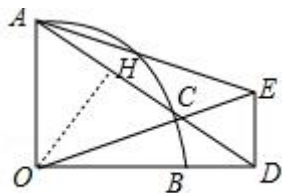


图2

$$\because OA = OC, \quad OH \perp AC,$$

$$\therefore AH = HC = 3,$$

$$\because \angle OAH = \angle OAD, \quad \angle AHO = \angle AOD,$$

$$\therefore \triangle AOH \sim \triangle ADO,$$

$$\therefore \frac{OA}{AD} = \frac{AH}{AO},$$

$$\therefore \frac{5}{AD} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore AD = \frac{25}{3},$$

$$\therefore CD = AD - AC = \frac{7}{3},$$

$$\because DE \perp OD,$$

$$\therefore \angle EDO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOD + \angle EDO = 180^\circ,$$

$$\therefore DE \parallel OA,$$

$$\therefore \frac{DE}{OA} = \frac{CD}{AC},$$

$$\therefore \frac{DE}{5} = \frac{\frac{7}{3}}{6},$$

$$\therefore DE = \frac{35}{18}.$$

(3) 如图 3 中，结论：  $\angle BCD$  的值是确定的.  $\angle BCD=45^\circ$ .

理由：连接 AB、BC.

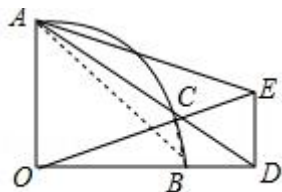


图3

$$\therefore \angle BCD = \angle BAC + \angle ABC,$$

$$\text{又} \because \angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC, \quad \angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC,$$

$$\therefore \angle BCD = \frac{1}{2} \angle BOC + \frac{1}{2} \angle AOC = \frac{1}{2} (\angle BOC + \angle AOC) = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ.$$

**【点评】** 本题考查圆综合题、矩形的性质、圆周角定理、平行线的判定和性质、相似三角形的判定和性质、等边三角形的判定和性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，学会添加常用辅助线，属于中考压轴题.