

2017 年上海市崇明县中考数学二模试卷

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 下列运算错误的是 ()

- A. $x+2x=3x$ B. $(x^3)^2=x^6$ C. $x^2 \cdot x^3=x^5$ D. $x^8 \div x^4=x^2$

2. (4 分) 一次函数 $y=-3x+2$ 的图象不经过 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. (4 分) 在一次引体向上的测试中，小强等 5 位同学引体向上的次数分别为：

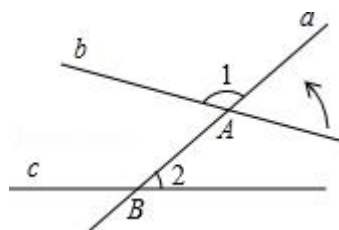
6, 8, 9, 8, 9, 那么关于这组数据的说法正确的是 ()

- A. 平均数是 8.5 B. 中位数是 8.5
C. 众数是 8.5 D. 众数是 8 和 9

4. (4 分) 商场将某种商品按原价的 8 折出售，仍可获利 20 元. 已知这种商品的进价为 140 元，那么这种商品的原价是 ()

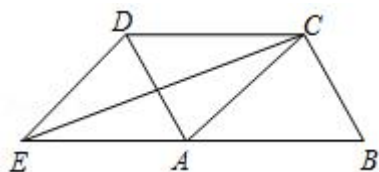
- A. 160 元 B. 180 元 C. 200 元 D. 220 元

5. (4 分) 如图，直线 a 与直线 b 交于点 A ，与直线 c 交于点 B ， $\angle 1=120^\circ$ ， $\angle 2=45^\circ$ ，若使直线 b 与直线 c 平行，则可将直线 b 绕点 A 逆时针旋转 ()



- A. 15° B. 30° C. 45° D. 60°

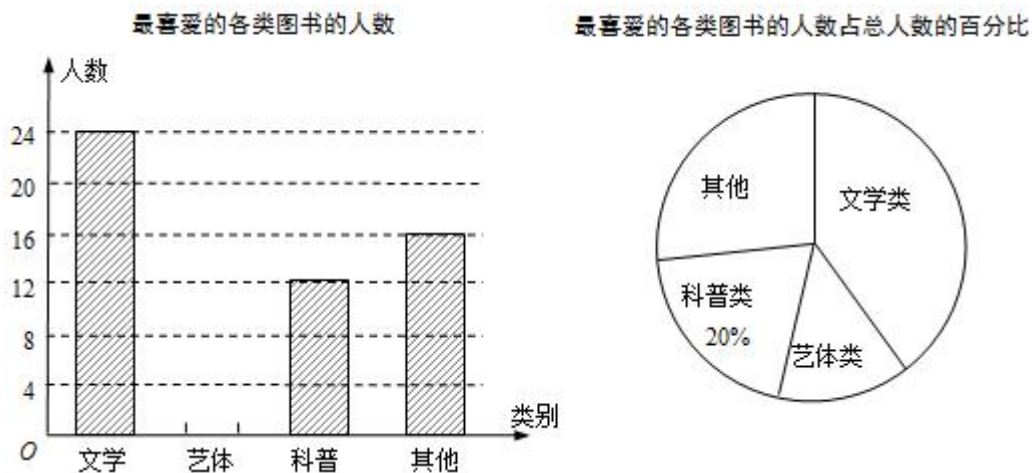
6. (4 分) 如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，延长 BA 到点 E ，使 $AE=AB$ ，联结 ED 、 EC 、 AC . 添加一个条件，能使四边形 $ACDE$ 成为菱形的是 ()



- A. $AB=AD$ B. $AB=ED$ C. $CD=AE$ D. $EC=AD$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

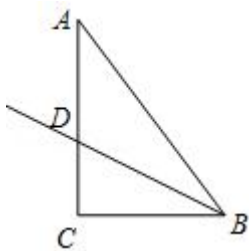
7. (4 分) 16 的平方根是_____.
8. (4 分) 分解因式: $x^2 - 9x =$ _____.
9. (4 分) 方程 $\sqrt{2x+3} = x$ 的解为_____.
10. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} 3x-15 < 0 \\ 3-x < 0 \end{cases}$ 的解集是_____.
11. (4 分) 已知函数 $f(x) = \frac{x}{2x+3}$, 那么自变量 x 的取值范围是_____.
12. (4 分) 已知关于 x 的方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 有两个不相等的实数根, 那么 m 的取值范围是_____.
13. (4 分) 如果将抛物线 $y = 3x^2 + 5$ 向右平移 4 个单位后, 那么所得新抛物线的顶点坐标是_____.
14. (4 分) 有一枚材质均匀的正方体骰子, 它的六个面上分别有 1 点、2 点、...、6 点的标记, 掷一次骰子, 向上的一面出现的点数是素数的概率是_____.
15. (4 分) 某校为了开阔学生的视野, 积极组织学生参加课外读书活动. “放飞梦想”读书小组协助老师随机抽取本校的部分学生, 调查他们最喜爱的图书类别 (图书分为文学类、艺体类、科普类、其他等四类), 并将调查结果绘制成如图所示的两幅不完整的统计图, 已知该校有 1200 名学生, 估计全校最喜爱文学类图书的学生有_____人.



16. (4分) 一商场内的一座自动扶梯所在的斜边的坡度为 $i=1:2.4$, 小明站在自动扶梯上, 当他沿着斜坡向上方向前进了 13 米时, 他在铅垂方向升高了 米.

17. (4分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B=90^\circ$, $BC=3$, $\cos A=\frac{4}{5}$, 以点 A 为圆心, $\sqrt{5}$ 为半径作圆, 再以点 C 为圆心, 2 为半径作圆, 那么这两圆的位置关系是_____.

18. (4分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=3$, $AC=4$, BD 平分 $\angle ABC$, 将 $\triangle ABC$ 绕着点 A 旋转后, 点 B、C 的对应点分别记为 B_1 、 C_1 , 如果点 B_1 落在射线 BD 上, 那么 CC_1 的长度为_____.



三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

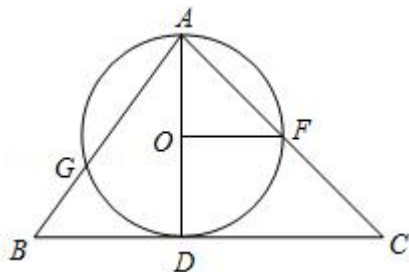
19. (10分) 计算: $27^{\frac{1}{3}} + (\sqrt{3}+1)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \frac{2}{\tan 60^\circ + 1}$.

20. (10分) 解方程组:
$$\begin{cases} x^2 - 3xy - 4y^2 = 0 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$$

21. (10分) 已知 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$, 垂足为 D, 且 $AD=4$, 以 AD 为直径作

圆 O , 交 AB 边于点 G , 交 AC 边于点 F . 如果点 F 恰好是 $\widehat{AD}$ 的中点.

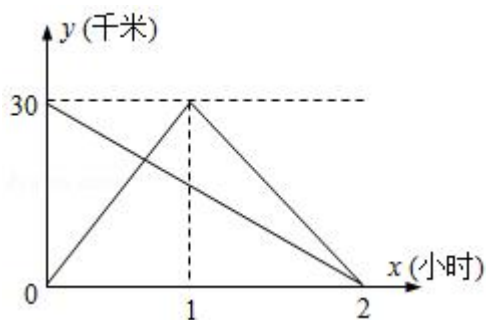
- (1) 求 CD 的长度;
- (2) 当 BD=3 时, 求 BG 的长度.



22. (10 分) 在一条笔直的公路上有 AB 两地, 小明骑自行车从 A 地去 B 地,

小刚骑电动车从 B 地去 A 地然后立即原路返回到 B 地, 如图是两人离 B 地的距离 y (千米) 和行驶时间 x (小时) 之间的函数图象. 请根据图象回答下列问题:

- (1) AB 两地的距离是_____，小明行驶的速度是_____；
- (2) 若两人间的距离不超过 3 千米时，能够用无线对讲机保持联系，那么小刚从 A 地原路返回到 B 地途中，两人能够用无线对讲机保持联系的 x 的取值范围是_____.

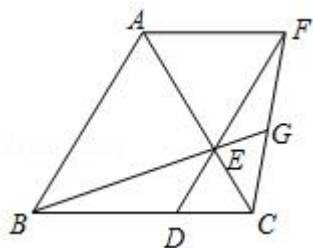


23. (12 分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 点 D、E 分别在边 BC、AC 上,

且 $CD=CE$ ，联结 DE 并延长至点 F ，使 $EF=AE$ ，联结 AF ， CF ，联结 BE 并延长交 CF 于点 G 。

- (1) 求证: $BC=DF$;

(2) 若 $BD=2DC$, 求证: $GF=2EG$.



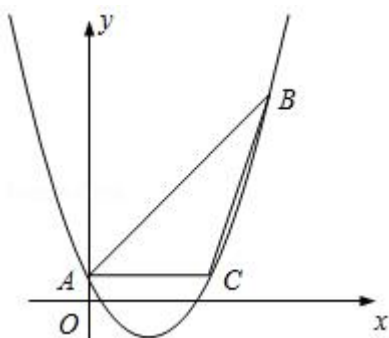
24. (12 分) 如图, 已知抛物线 $y=ax^2-2x+c$ 经过 $\triangle ABC$ 的三个顶点, 其中点

A (0, 1), 点 B (9, 10), $AC \parallel x$ 轴.

(1) 求这条抛物线的解析式;

(2) 求 $\tan \angle ABC$ 的值;

(3) 若点 D 为抛物线的顶点, 点 E 是直线 AC 上一点, 当 $\triangle CDE$ 与 $\triangle ABC$ 相似时, 求点 E 的坐标.



25. (14 分) 如图, 梯形 ABCD 中, $AB \parallel CD$, $\angle ABC=90^\circ$, $AB=6$, $BC=8$, $\tan D=2$,

点 E 是射线 CD 上一动点 (不与点 C 重合), 将 $\triangle BCE$ 沿着 BE 进行翻折,

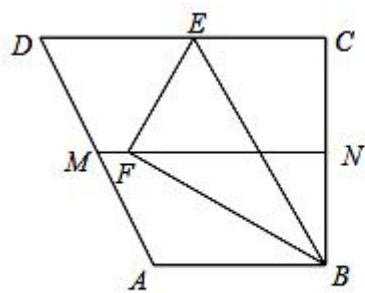
点 C 的对应点记为点 F.

(1) 如图 1, 当点 F 落在梯形 ABCD 的中位线 MN 上时, 求 CE 的长;

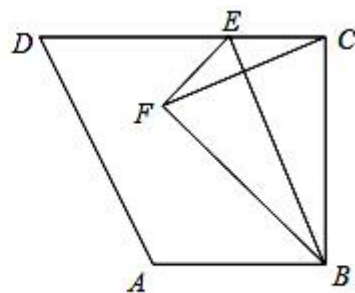
(2) 如图 2, 当点 E 在线段 CD 上时, 设 $CE=x$, $\frac{S_{\triangle BFC}}{S_{\triangle EFC}}=y$, 求 y 与 x 之间的函数关系式, 并写出定义域;

(3) 如图 3, 联结 AC, 线段 BF 与射线 CA 交于点 G, 当 $\triangle CBG$ 是等腰三角形

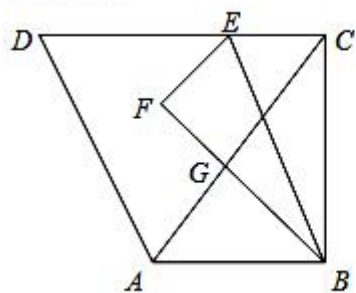
时, 求 CE 的长.



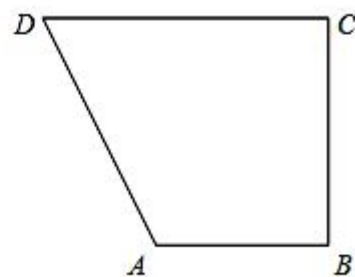
(图 1)



(图 2)



(图 3)



(备用图)

2017 年上海市崇明县中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 下列运算错误的是 ()

A. $x+2x=3x$ B. $(x^3)^2=x^6$ C. $x^2 \cdot x^3=x^5$ D. $x^8 \div x^4=x^2$

【考点】35：合并同类项；46：同底数幂的乘法；47：幂的乘方与积的乘方；

48：同底数幂的除法.

【分析】根据合并同类项的法则、幂的乘方、同底数幂相乘、同底数幂相除逐一判断可得.

【解答】解：A、 $x+2x=3x$ ，正确，不符合题意；

B、 $(x^3)^2=x^6$ ，正确，不符合题意；

C、 $x^2 \cdot x^3=x^5$ ，正确，不符合题意；

D、 $x^8 \div x^4=x^4$ ，原式错误，符合题意；

故选：D.

【点评】本题主要考查幂的运算和合并同类项法则，熟练掌握幂的运算法则和合并同类项的法则是解题的关键.

2. (4 分) 一次函数 $y=-3x+2$ 的图象不经过 ()

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【考点】F7：一次函数图象与系数的关系.

【分析】由于 $k=-3<0$ ， $b=2>0$ ，根据一次函数图象与系数的关系得到一次函数 $y=-3x+2$ 的图象经过第二、四象限，与 y 轴的交点在 x 轴上方，即还要过第一象限.

【解答】解： $\because k=-3<0$,

∴一次函数 $y = -3x + 2$ 的图象经过第二、四象限,

∴ $b = 2 > 0$,

∴一次函数 $y = -3x + 2$ 的图象与 y 轴的交点在 x 轴上方,

∴一次函数 $y = -3x + 2$ 的图象经过第一、二、四象限,

即一次函数 $y = -3x + 2$ 的图象不经过第三象限.

故选: C.

【点评】 本题考查了一次函数图象与系数的关系: 一次函数 $y = kx + b$ (k 、 b 为常数, $k \neq 0$) 是一条直线, 当 $k > 0$, 图象经过第一、三象限, y 随 x 的增大而增大; 当 $k < 0$, 图象经过第二、四象限, y 随 x 的增大而减小; 图象与 y 轴的交点坐标为 $(0, b)$.

3. (4分) 在一次引体向上的测试中, 小强等 5 位同学引体向上的次数分别为:

6, 8, 9, 8, 9, 那么关于这组数据的说法正确的是 ()

A. 平均数是 8.5

B. 中位数是 8.5

C. 众数是 8.5

D. 众数是 8 和 9

【考点】 W1: 算术平均数; W4: 中位数; W5: 众数.

【分析】 根据平均数、中位数、众数的定义判断各选项正误即可.

【解答】 解: A、平均数 $= \frac{6+8+9+8+9}{5} = 8$, 此选项错误;

B、6, 8, 8, 9, 9 中位数是 8, 此选项错误;

C、6, 8, 9, 8, 9 众数是 8 和 9, 此选项错误;

D、正确;

故选: D.

【点评】 本题主要考查了平均数、中位数以及众数的知识, 解答本题的关键是熟练掌握各个知识点的定义以及计算公式, 此题难度不大.

4. (4分) 商场将某种商品按原价的 8 折出售, 仍可获利 20 元. 已知这种商品的进价为 140 元, 那么这种商品的原价是 ()

- A. 160 元 B. 180 元 C. 200 元 D. 220 元

【考点】8A: 一元一次方程的应用.

【分析】利用打折是在标价的基础之上, 利润是在进价的基础上, 进而得出等式求出即可.

【解答】解: 设原价为 x 元, 根据题意可得:

$$80\%x = 140 + 20,$$

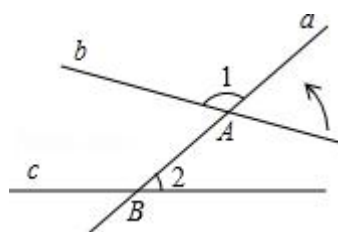
解得: $x = 200$.

所以该商品的原价为 200 元;

故选: C.

【点评】此题主要考查了一元一次方程的应用, 根据题意列出方程是解决问题的关键.

5. (4分) 如图, 直线 a 与直线 b 交于点 A , 与直线 c 交于点 B , $\angle 1 = 120^\circ$, $\angle 2 = 45^\circ$, 若使直线 b 与直线 c 平行, 则可将直线 b 绕点 A 逆时针旋转 ()



- A. 15° B. 30° C. 45° D. 60°

【考点】J9: 平行线的判定.

【专题】121: 几何图形问题.

【分析】先根据邻补角的定义得到 $\angle 3 = 60^\circ$, 根据平行线的判定当 b 与 a 的夹角为 45° 时, $b \parallel c$, 由此得到直线 b 绕点 A 逆时针旋转 $60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$.

【解答】解： $\because \angle 1 = 120^\circ$,

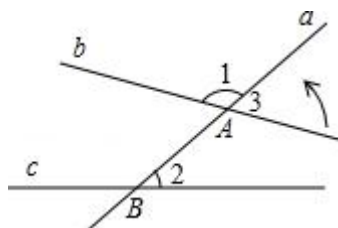
$\therefore \angle 3 = 60^\circ$,

$\therefore \angle 2 = 45^\circ$,

$\therefore$ 当 $\angle 3 = \angle 2 = 45^\circ$ 时, $b \parallel c$,

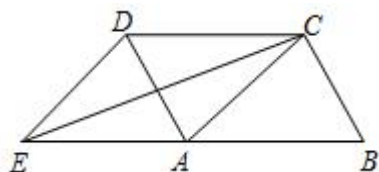
$\therefore$ 直线 b 绕点 A 逆时针旋转 $60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$.

故选: A.



【点评】本题考查了平行线的判定: 同位角相等, 两直线平行; 内错角相等, 两直线平行; 同旁内角互补, 两直线平行; 两条直线都和第三条直线平行, 那么这两条直线平行.

6. (4 分) 如图, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 延长 BA 到点 E , 使 $AE = AB$, 联结 ED 、 EC 、 AC . 添加一个条件, 能使四边形 $ACDE$ 成为菱形的是 ()



- A. $AB = AD$ B. $AB = ED$ C. $CD = AE$ D. $EC = AD$

【考点】L5: 平行四边形的性质; L9: 菱形的判定.

【分析】直接利用平行四边形的判定方法得出四边形 $DEAC$ 是平行四边形, 进而利用菱形的判定方法得出答案.

【解答】解: 添加 $AB = ED$ 能使四边形 $ACDE$ 成为菱形,

理由: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel DC$,

$\therefore AE=AB$,

$\therefore AE \parallel DC$,

$\therefore$ 四边形 DEAC 是平行四边形,

$\therefore AB=DE$, $AE=AB$,

$\therefore AE=DE$,

$\therefore$ 平行四边形 DEAC 是菱形.

故选: B.

【点评】 此题主要考查了平行四边形的判定以及菱形的判定, 正确掌握平行四边形的判定与性质是解题关键.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 16 的平方根是 ± 4 .

【考点】 21: 平方根.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 根据平方根的定义, 求数 a 的平方根, 也就是求一个数 x , 使得 $x^2=a$, 则 x 就是 a 的平方根, 由此即可解决问题.

【解答】 解: $\because (\pm 4)^2=16$,

$\therefore 16$ 的平方根是 ± 4 .

故答案为: ± 4 .

【点评】 本题考查了平方根的定义. 注意一个正数有两个平方根, 它们互为相反数; 0 的平方根是 0; 负数没有平方根.

8. (4 分) 分解因式: $x^2 - 9x =$ $x(x - 9)$.

【考点】 51: 因式分解的意义.

【分析】 首先确定多项式中的两项中的公因式为 x , 然后提取公因式即可.

【解答】解：原式= $x \cdot x - 9 \cdot x = x(x - 9)$,

故答案为： $x(x - 9)$.

【点评】本题考查了提公因式法因式分解的知识，解题的关键是首先确定多项式各项的公因式，然后提取出来.

9. (4分) 方程 $\sqrt{2x+3}=x$ 的解为 3.

【考点】AG: 无理方程.

【分析】首先把方程两边分别平方，然后解一元二次方程即可求出 x 的值.

【解答】解：两边平方得： $2x+3=x^2$

$$\therefore x^2 - 2x - 3 = 0,$$

解方程得： $x_1=3$, $x_2=-1$,

检验：当 $x_1=3$ 时，方程的左边=右边，所以 $x_1=3$ 为原方程的解，

当 $x_2=-1$ 时，原方程的左边 $\neq$ 右边，所以 $x_2=-1$ 不是原方程的解.

故答案为 3.

【点评】本题主要考查解无理方程，关键在于首先把方程的两边平方，注意最后要把 x 的值代入原方程进行检验.

10. (4分) 不等式组 $\begin{cases} 3x-15 < 0 \\ 3-x < 0 \end{cases}$ 的解集是 $3 < x < 5$.

【考点】CB: 解一元一次不等式组.

【分析】分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集.

【解答】解：解不等式 $3x - 15 < 0$ ，得： $x < 5$,

解不等式 $3 - x < 0$ ，得： $x > 3$,

$\therefore$ 不等式组的解集为： $3 < x < 5$,

故答案为： $3 < x < 5$.

【点评】 本题考查的是解一元一次不等式组, 正确求出每一个不等式解集是基础, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

11. (4 分) 已知函数 $f(x) = \frac{x}{2x+3}$, 那么自变量 x 的取值范围是 $x \neq -\frac{3}{2}$.

【考点】 E4: 函数自变量的取值范围.

【分析】 根据分式有意义的条件进行计算即可.

【解答】 解: $\because 2x+3 \neq 0$,

$$\therefore x \neq -\frac{3}{2};$$

故答案为 $x \neq -\frac{3}{2}$.

【点评】 本题考查了函数自变量的取值范围问题, 掌握分式有意义的条件是解题的关键.

12. (4 分) 已知关于 x 的方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 有两个不相等的实数根, 那么 m 的取值范围是 $m < 4$.

【考点】 AA: 根的判别式.

【分析】 由方程有两个不相等的实数根结合根的判别式即可得出 $\Delta = 16 - 4m > 0$, 解之即可得出结论.

【解答】 解: $\because$ 关于 x 的方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 有两个不相等的实数根,

$$\therefore \Delta = (-4)^2 - 4m = 16 - 4m > 0,$$

解得: $m < 4$.

故答案为: $m < 4$.

【点评】 本题考查了根的判别式, 熟练掌握“当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的实数根”是解题的关键.

13. (4 分) 如果将抛物线 $y = 3x^2 + 5$ 向右平移 4 个单位后, 那么所得新抛物线的

顶点坐标是 (4, 5).

【考点】 H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】 根据抛物线的平移规律, 可得答案.

【解答】 解: 由将抛物线 $y=3x^2+5$ 向右平移 4 个单位, 得

$$y=3(x-4)^2+5,$$

顶点坐标为 (4, 5),

故答案为: (4, 5).

【点评】 本题考查了二次函数图象与几何变换, 利用平移规律: 左加右减, 上加下减是解题关键.

14. (4 分) 有一枚材质均匀的正方体骰子, 它的六个面上分别有 1 点、2 点、...、6 点的标记, 掷一次骰子, 向上的一面出现的点数是素数的概率是 $\frac{1}{2}$.

【考点】 X4: 概率公式.

【分析】 由一枚质地均匀的正方体骰子的六个面上分别刻有 1 到 6 的点数, 掷一次这枚骰子, 向上的一面的点数为素数的有 3 种情况, 直接利用概率公式求解即可求得答案.

【解答】 解: $\because$ 一枚质地均匀的正方体骰子的六个面上分别刻有 1 到 6 的点数, 掷一次这枚骰子, 向上的一面的点数为素数的有 3 种情况,

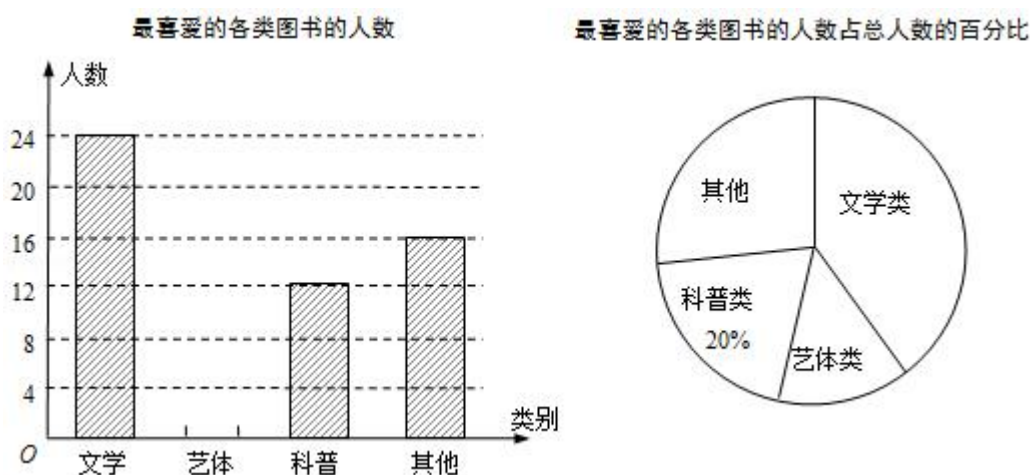
$\therefore$ 掷一次这枚骰子, 向上的一面的点数为素数的概率是: $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

故答案为: $\frac{1}{2}$.

【点评】 此题考查了概率公式的应用. 注意用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

15. (4 分) 某校为了开阔学生的视野, 积极组织学生参加课外读书活动. “放飞梦想”读书小组协助老师随机抽取本校的部分学生, 调查他们最喜爱的图书类

别（图书分为文学类、艺体类、科普类、其他等四类），并将调查结果绘制成如图所示的两幅不完整的统计图，已知该校有 1200 名学生，估计全校最喜爱文学类图书的学生有 480 人.



【考点】 V5：用样本估计总体；VB：扇形统计图；VC：条形统计图.

【分析】 首先求出样本中喜爱文学类图书所占百分比，进而估计全校最喜爱文学类图书的学生数.

【解答】 解：∵被调查的学生人数为： $12 \div 20\% = 60$ （人），喜欢文学类的有 24 人，

∴全校 1200 名学生中喜欢艺体类的有 $1200 \times \frac{24}{60} = 480$ 人，

故答案为：480.

【点评】 此题主要考查了条形统计图的应用以及扇形统计图应用、利用样本估计总体等知识，利用图形得出正确信息求出样本容量是解题关键.

16. (4 分) 一商场内的一座自动扶梯所在的斜边的坡度为 $i=1:2.4$ ，小明站在自动扶梯上，当他沿着斜坡向上方向前进了 13 米时，他在铅垂方向升高了 5 米.

【考点】 T9：解直角三角形的应用－坡度坡角问题.

【分析】 根据坡度，可以求得竖直高度与斜坡的比值，然后根据斜坡的长为 13 米，从而可以解答本题.

【解答】解：∵自动扶梯所在的斜边的坡度为 $i=1:2.4$,

∴竖直高度与斜坡的比值为： $1:2.6$,

设竖直高度为 x 米,

$x:13=1:2.6$,

解得, $x=5$,

故答案为: 5.

【点评】本题考查解直角三角形的应用 – 坡度坡角问题, 解答本题的关键是明确题意, 明确什么是坡度, 找出所求问题需要的条件.

17. (4分) 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle B=90^\circ$, $BC=3$, $\cos A=\frac{4}{5}$, 以点 A 为圆心, $\sqrt{5}$ 为半径作圆, 再以点 C 为圆心, 2 为半径作圆, 那么这两圆的位置关系是 外离.

【考点】 MJ: 圆与圆的位置关系; T7: 解直角三角形.

【专题】 11: 计算题.

【分析】先解直角三角形求出 $BC=5$, 再利用无理数的估算得到 $2+\sqrt{5}<5$, 然后利用圆与圆的位置关系进行判断.

【解答】解: ∵ $\angle B=90^\circ$,

$$\therefore \cos A = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{5},$$

设 $AB=4x$, $BC=5x$,

$$\therefore BC=3x,$$

$$\therefore 3x=3, \text{ 解得 } x=1,$$

$$\therefore BC=5,$$

$$\therefore \sqrt{5}<3,$$

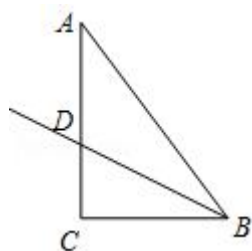
$$\therefore 2+\sqrt{5}<5,$$

∴以点 A 为圆心， $\sqrt{5}$ 为半径作圆和以点 C 为圆心，2 为半径作圆相离.

故答案为外离.

【点评】 本题考查了圆与圆的位置关系：两圆的圆心距为 d 、两圆半径分别为 R 、 r ，若两圆外离 $\Leftrightarrow d > R+r$ ；两圆外切 $\Leftrightarrow d = R+r$ ；两圆相交 $\Leftrightarrow R-r < d < R+r$ ($R \geq r$)；两圆内切 $\Leftrightarrow d = R-r$ ($R > r$)；两圆内含 $\Leftrightarrow d < R-r$ ($R > r$)。也考查了解直角三角形.

18. (4 分) 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $BC=3$ ， $AC=4$ ， BD 平分 $\angle ABC$ ，将 $\triangle ABC$ 绕着点 A 旋转后，点 B、C 的对应点分别记为 B_1 、 C_1 ，如果点 B_1 落在射线 BD 上，那么 CC_1 的长度为 $\frac{16\sqrt{5}}{5}$.



【考点】 KQ：勾股定理；R2：旋转的性质.

【分析】 根据勾股定理得到 $AB=5$ ，根据旋转的性质得到 $AC_1=AC=4$ ， $AB_1=AB=5$ ， $\angle CAC_1=\angle BAB_1$ ，推出 $AB' \parallel BC$ ，根据平行线的性质得到 $\angle B_1AC=\angle ACB=90^\circ$ ，根据相似三角形的性质得到 $AD=\frac{5}{2}$ ， $CD=\frac{3}{2}$ ，根据勾股定理求得 $BB_1=4\sqrt{5}$ ，根据相似三角形的性质即可得到结论.

【解答】 解：∵ $\angle C=90^\circ$ ， $BC=3$ ， $AC=4$ ，

∴ $AB=5$ ，

∴ 将 $\triangle ABC$ 绕着点 A 旋转后得 $\triangle AB_1C_1$ ，

∴ $AC_1=AC=4$ ， $AB_1=AB=5$ ， $\angle CAC_1=\angle BAB_1$ ，

∴ $\angle AB_1B=\angle ABB_1$ ，

$\therefore BD$ 平分 $\angle ABC$,

$\therefore \angle ABB_1 = \angle CBB_1$,

$\therefore \angle AB_1B = \angle CBB_1$,

$\therefore AB_1 \parallel BC$,

$\therefore \angle B_1AC = \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore \triangle AB_1D \sim \triangle CBD$,

$$\therefore \frac{AD}{CD} = \frac{AB_1}{BC} = \frac{5}{3},$$

$$\therefore AD = \frac{5}{2}, \quad CD = \frac{3}{2},$$

$$\therefore B_1D = \sqrt{AB_1^2 + AD^2} = \frac{5\sqrt{5}}{2}, \quad BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = \frac{3\sqrt{5}}{2},$$

$$\therefore BB_1 = 4\sqrt{5},$$

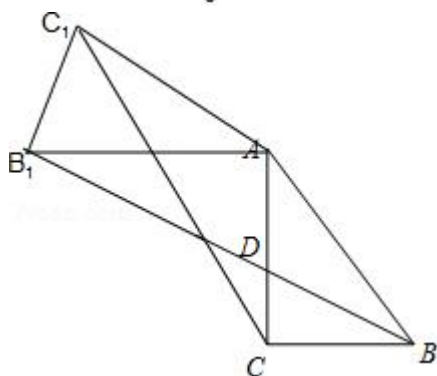
$\therefore \angle C_1AC = \angle B_1AB$, $AC = AC_1$, $AB = AB_1$,

$\therefore \triangle ACC_1 \sim \triangle ABB_1$,

$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{CC_1}{BB_1},$$

$$\therefore CC_1 = \frac{16\sqrt{5}}{5},$$

故答案为: $\frac{16\sqrt{5}}{5}$.



【点评】 本题考查了旋转的性质，等腰三角形的判定和性质，平行线的判定和性质，勾股定理，正确的作出图形是解题的关键.

三、解答题 (本大题共 7 题，满分 78 分)

19. (10 分) 计算: $27^{\frac{1}{3}} + (\sqrt{3}+1)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \frac{2}{\tan 60^\circ + 1}$.

【考点】2C: 实数的运算; 2F: 分数指数幂; 6F: 负整数指数幂; T5: 特殊角的三角函数值.

【专题】11: 计算题; 511: 实数.

【分析】原式利用立方根定义, 完全平方公式, 负整数指数幂法则, 以及特殊角的三角函数值计算即可得到结果.

【解答】解: 原式 $= 3 + 4 + 2\sqrt{3} - 4 + \sqrt{3} - 1 = 3\sqrt{3} + 2$.

【点评】此题考查了实数的运算, 负整数指数幂, 分数指数幂, 以及特殊角的三角函数值, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

20. (10 分) 解方程组:
$$\begin{cases} x^2 - 3xy - 4y^2 = 0 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$$

【考点】AF: 高次方程.

【专题】1: 常规题型.

【分析】组中第一个方程可因式分解为两个一元一次方程, 这两个方程与组中的另一个方程组成新的方程组, 解二元一次方程组得到原方程组的解.

【解答】解:
$$\begin{cases} x^2 - 3xy - 4y^2 = 0 & \text{①} \\ x + 2y = 1 & \text{②} \end{cases}$$

由①得: $(x - 4y)(x + y) = 0$,

$\therefore x - 4y = 0$ 或 $x + y = 0$.

原方程组可化为 $\begin{cases} x - 4y = 0 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$, $\begin{cases} x + y = 0 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$.

解 $\begin{cases} x - 4y = 0 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$, 得 $\begin{cases} x_1 = \frac{2}{3} \\ y_1 = \frac{1}{6} \end{cases}$;

解 $\begin{cases} x + y = 0 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$, 得, $\begin{cases} x_2 = -1 \\ y_2 = 1 \end{cases}$.

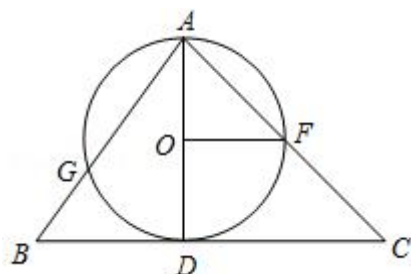
$$\therefore \text{原方程组的解为} \begin{cases} x_1 = \frac{2}{3} \\ y_1 = \frac{1}{6} \end{cases}, \begin{cases} x_2 = -1 \\ y_2 = 1 \end{cases}$$

【点评】 本题考查了二元一次方程组的解法. 解决本题的关键是把方程组中的二元二次方程变形为两个二元一次方程.

21. (10 分) 已知 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$, 垂足为 D , 且 $AD=4$, 以 AD 为直径作圆 O , 交 AB 边于点 G , 交 AC 边于点 F . 如果点 F 恰好是 $\widehat{AD}$ 的中点.

(1) 求 CD 的长度;

(2) 当 $BD=3$ 时, 求 BG 的长度.



【考点】 KQ: 勾股定理; S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 由点 F 恰好是 $\widehat{AD}$ 的中点, 可得出 $FO \perp AD$, 结合 $AD \perp BC$, 可得出 $OF \parallel CD$, 进而可得出 $\frac{OF}{CD} = \frac{AO}{AD} = \frac{1}{2}$. 结合 AD 的长度即可求出 CD 的长度;

(2) 过点 O 作 $OH \perp AG$, 垂足为 H , 则 $\triangle OAH \sim \triangle BAD$, 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中可求出 AB 的长度, 由垂径定理可得出 $AG=2AH$, 再根据相似三角形的性质可求出 AH 的长度, 进而可得出 AG 、 BG 的长度, 此题得解.

【解答】 解: (1) $\because$ 点 F 是 $\widehat{AD}$ 的中点, OF 是半径,

$$\therefore OF \perp AD.$$

$$\because AD \perp BC,$$

$$\therefore OF \parallel CD,$$

$$\therefore \frac{OF}{CD} = \frac{AO}{AD} = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore OF=OA, AD=4,$$

$$\therefore CD=4.$$

(2) 过点 O 作 $OH \perp AG$, 垂足为 H , 如图所示.

$$\therefore \text{在 } \odot O \text{ 中, } OH \perp AG,$$

$$\therefore AG=2AH.$$

$$\therefore \angle ADB=90^\circ,$$

$$\therefore AD^2+BD^2=AB^2.$$

$$\therefore BD=3, AD=4,$$

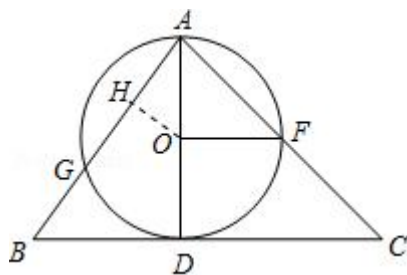
$$\therefore AB=5.$$

$$\therefore \angle OAH=\angle BAD, \angle ADB=\angle AHO,$$

$$\therefore \triangle OAH \sim \triangle BAD,$$

$$\therefore \frac{AH}{AO} = \frac{AD}{AB},$$

$$\therefore AH=\frac{8}{5}, AG=\frac{16}{5}, BG=AB-AG=\frac{9}{5}.$$

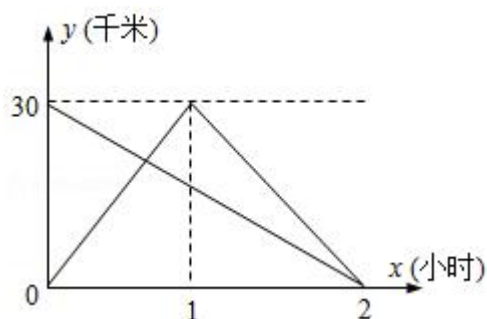


【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质、勾股定理、平行线的判定与性质以及垂径定理，解题的关键是：(1) 根据“垂直于同一条直线的两条直线互相平行”找出 $OF \parallel CD$ ；(2) 利用相似三角形的性质以及勾股定理求出 AH 、 AB 的长度.

22. (10 分) 在一条笔直的公路上有 AB 两地，小明骑自行车从 A 地去 B 地，

小刚骑电动车从 B 地去 A 地后立即原路返回到 B 地, 如图是两人离 B 地的距离 y (千米) 和行驶时间 x (小时) 之间的函数图象. 请根据图象回答下列问题:

- (1) AB 两地的距离是 30km, 小明行驶的速度是 15km/h;
- (2) 若两人间的距离不超过 3 千米时, 能够用无线对讲机保持联系, 那么小刚从 A 地原路返回到 B 地途中, 两人能够用无线对讲机保持联系的 x 的取值范围是 $\frac{9}{5} \leq x \leq 2$.



【考点】 FH: 一次函数的应用.

【分析】 (1) 根据 $x=0$ 时, 甲距离 B 地 30 千米; 小明行驶的速度 $=30 \div 2$, 由此即可解决问题.

(2) 根据两人间的距离不超过 3 千米时, 能够用无线对讲机保持联系, 那么小刚从 A 地原路返回到 B 地途中, 则 $15x - 30(x - 1) = 3$, 解方程即可.

【解答】 解: (1) $x=0$ 时, 小明距离 B 地 30km, 所以, A、B 两地的距离为 30km;
由图可知, 小明行驶的速度: $30 \div 2 = 15$ (km/h),
小刚行驶的速度: $30 \div 1 = 30$ (km/h),

(2) 设 x 小时, 小明、小刚两人相距 3km,
若小刚从 A 地原路返回到 B 地途中,
则 $15x - 30(x - 1) = 3$,

解得 $x = \frac{9}{5}$,

所以, 当 $\frac{9}{5} \leq x \leq 2$ 时, 小刚从 A 地原路返回到 B 地途中, 两人能够用无线对讲机保持联系.

故答案为: (1) 30km; 15km/h;

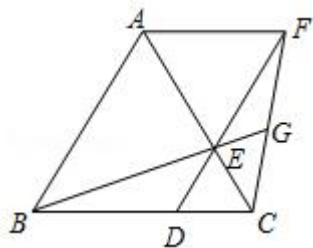
(2) $\frac{9}{5} \leq x \leq 2$.

【点评】 本题考查一次函数的应用、相遇问题等知识, 理解题意是解题的关键, 考虑问题要全面, 不能漏解, 属于中考常考题型.

23. (12 分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 点 D、E 分别在边 BC、AC 上, 且 $CD=CE$, 联结 DE 并延长至点 F, 使 $EF=AE$, 联结 AF, CF, 联结 BE 并延长交 CF 于点 G.

(1) 求证: $BC=DF$;

(2) 若 $BD=2DC$, 求证: $GF=2EG$.



【考点】 KD: 全等三角形的判定与性质; KK: 等边三角形的性质; S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 根据等边三角形的性质得到 $AB=AC=BC$, $\angle ABC=\angle ACB=60^\circ$,

由于 $CD=CE$, 得到 $\triangle CDE$ 是等边三角形, 求得 $\angle CDE=\angle ABC=60^\circ$, $CD=DE$, 推出四边形 ABDF 是平行四边形, 根据平行四边形的性质得到 $AB=DF$, 即可得到结论;

(2) 根据等边三角形的性质得到 $\angle CDE=\angle DCE=60^\circ$, $CE=CD=DE$, 根据全等三角形的性质得到 $\angle CBE=\angle DFC$, 由相似三角形的性质得到 $\frac{BD}{FG}=\frac{DE}{EG}$, 即可

得到结论.

【解答】证明：(1) $\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$$\therefore AB=AC=BC, \quad \angle ABC=\angle ACB=60^\circ,$$

$$\therefore CD=CE,$$

$\therefore \triangle CDE$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle CDE=\angle ABC=60^\circ, \quad CD=DE,$$

$$\therefore DF \parallel AB,$$

$$\therefore EF=AE, \quad CD=DE,$$

$$\therefore \frac{AE}{CE} = \frac{EF}{DE},$$

$$\therefore AF \parallel BC,$$

$\therefore$ 四边形 $ABDF$ 是平行四边形，

$$\therefore AB=DF,$$

$$\text{又} \because AB=BC,$$

$$\therefore BC=DF;$$

(2) $\because \triangle CDE$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle CDE=\angle DCE=60^\circ, \quad CE=CD=DE,$$

$$\text{又} \because BC=DF,$$

在 $\triangle BCE$ 和 $\triangle FDC$ 中，

$$\begin{cases} BC=DF \\ \angle BCE=\angle CDF, \\ CE=CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BCE \cong \triangle FDC,$$

$$\therefore \angle CBE=\angle DFC,$$

$$\text{又} \because \angle BED=\angle FEG,$$

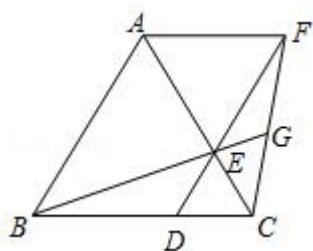
$$\therefore \triangle BDE \sim \triangle FGE,$$

$$\therefore \frac{BD}{FG} = \frac{DE}{EG},$$

$$\text{又} \because CD=DE, \quad BD=2CD,$$

$$\therefore \frac{BD}{CD} = \frac{GF}{EG} = 2,$$

$$\therefore GF=2EG.$$



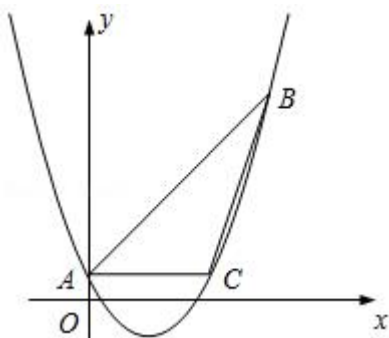
【点评】 本题考查全等三角形的判定和性质、等边三角形的性质、相似三角形的判定和性质、平行四边形的判定和性质等知识，解题的关键是灵活应用这些知识解决问题，需要正确寻找全等三角形，属于中考常考题型.

24. (12 分) 如图，已知抛物线 $y=ax^2-2x+c$ 经过 $\triangle ABC$ 的三个顶点，其中点 A (0, 1)，点 B (9, 10)，AC//x 轴.

(1) 求这条抛物线的解析式;

(2) 求 $\tan \angle ABC$ 的值;

(3) 若点 D 为抛物线的顶点，点 E 是直线 AC 上一点，当 $\triangle CDE$ 与 $\triangle ABC$ 相似时，求点 E 的坐标.



【考点】 HF：二次函数综合题.

【分析】(1) 将点 A 和点 B 的坐标代入抛物线的解析式求得 a、c 的值即可；

(2) 过点 B 作 $BH \perp AC$ ，垂足为 H. 过点 C 作 $CG \perp AB$ ，垂足为点 G. 先证明 $\triangle ABH$ 和 $\triangle ACG$ 均为等腰直角三角形，然后再求得 AC 的长，然后利用特殊锐角三角函数可求得 BG、GC 的长，最后依据锐角三角函数的定义求解即可；

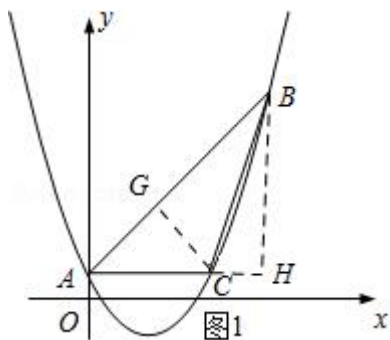
(3) 过点 D 作 $DK \perp AC$ ，垂足为 K，先证明 $\triangle DCK$ 为等腰直角三角形，则 $\angle DCK = \angle BAC$ ，当 $\frac{AC}{AB} = \frac{EC}{CD}$ 或 $\frac{AC}{AB} = \frac{DC}{EC}$ 时， $\triangle CDE$ 与 $\triangle ABC$ 相似，然后可求得 CE 的长.

【解答】解：(1) $\because$ 抛物线 $y = ax^2 - 2x + c$ 经过点 A (0, 1) 和点 B (9, 10),

$$\therefore \begin{cases} c=1 \\ 81a-18+c=10 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a=\frac{1}{3} \\ c=1 \end{cases}.$$

$\therefore$ 这条抛物线的解析式为 $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 1$.

(2) 过点 B 作 $BH \perp AC$ ，垂足为 H.



$\because AC \parallel x$ 轴, A (0, 1), B (9, 10),

$\therefore H$ (9, 1).

$\therefore BH = AH = 9$.

又 $\because \angle BHA = 90^\circ$,

$\therefore \triangle HAB$ 是等腰直角三角形.

$$\therefore \angle HAB = 45^\circ.$$

$\because AC \parallel x$ 轴, A (0, 1), 点 C 也在该抛物线上.

$$\therefore C (6, 1)$$

过点 C 作 $CG \perp AB$, 垂足为点 G.

$$\because \angle GAC = 45^\circ, \angle AGC = 90^\circ,$$

$$\therefore CG = AC \cdot \sin 45^\circ = 3\sqrt{2}.$$

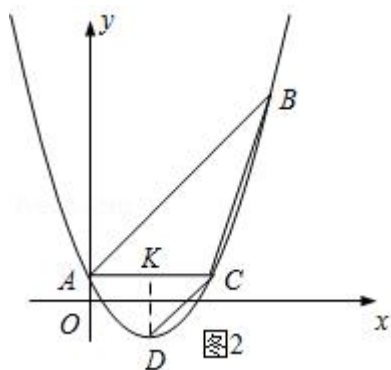
$$\therefore AG = 3\sqrt{2}.$$

$$\text{又} \because \text{在 Rt} \triangle ABH \text{ 中, } AB = \frac{BH}{\sin 45^\circ} = 9\sqrt{2}.$$

$$\therefore BG = 9\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}.$$

$$\therefore \text{在 Rt} \triangle BCG \text{ 中, } \tan \angle ABC = \frac{CG}{BG} = \frac{1}{2}.$$

(3) 如图 2 所示: 过点 D 作 $DK \perp AC$, 垂足为 K.



$\because$ 点 D 是抛物线 $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 1$ 的顶点,

$$\therefore D (3, -2).$$

$$\therefore K (3, 1)$$

$$\therefore CK = DK = 3.$$

又 $\because \angle CKD = 90^\circ$,

$\therefore \triangle CDK$ 是等腰直角三角形

$$\therefore \angle DCK = 45^\circ$$

$$\text{又} \because \angle BAC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DCK = \angle BAC.$$

$\therefore$ 要使 $\triangle CDE$ 与 $\triangle ABC$ 相似时, 则点 E 在点 C 的左侧.

$$\text{当 } \frac{AC}{AB} = \frac{EC}{CD} \text{ 时, 则 } \frac{6}{9\sqrt{2}} = \frac{EC}{3\sqrt{2}},$$

$$\therefore EC = 2,$$

$$\therefore E(4, 1).$$

$$\text{当 } \frac{AC}{AB} = \frac{DC}{EC} \text{ 时, 则 } \frac{6}{9\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{EC},$$

$$\therefore EC = 9.$$

$$\therefore E(-3, 1).$$

综上所述, 当 $\triangle CDE$ 与 $\triangle ABC$ 相似时, 点 E 的坐标为 $E(4, 1)$ 或 $E(-3, 1)$.

【点评】 本题主要考查的是二次函数的综合应用, 解答本题主要应用了待定系数法求二次函数的解析式、等腰直角三角形的性质和判定, 锐角三角函数的定义, 相似三角形的判定, 找出 $\triangle CDE$ 与 $\triangle ABC$ 相似的条件是解题的关键.

25. (14 分) 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 6$, $BC = 8$, $\tan D = 2$,

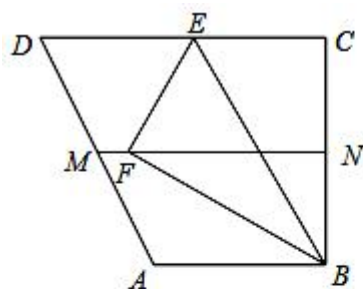
点 E 是射线 CD 上一动点 (不与点 C 重合), 将 $\triangle BCE$ 沿着 BE 进行翻折,

点 C 的对应点记为点 F .

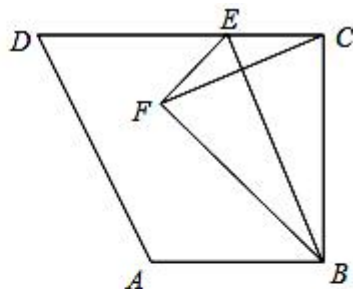
(1) 如图 1, 当点 F 落在梯形 $ABCD$ 的中位线 MN 上时, 求 CE 的长;

(2) 如图 2, 当点 E 在线段 CD 上时, 设 $CE = x$, $\frac{S_{\triangle BFC}}{S_{\triangle EFC}} = y$, 求 y 与 x 之间的函数关系式, 并写出定义域;

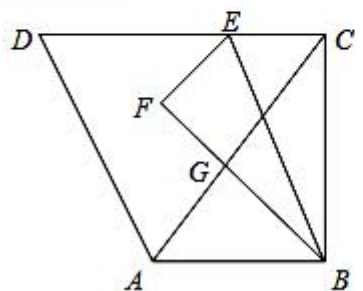
(3) 如图 3, 联结 AC , 线段 BF 与射线 CA 交于点 G , 当 $\triangle CBG$ 是等腰三角形时, 求 CE 的长.



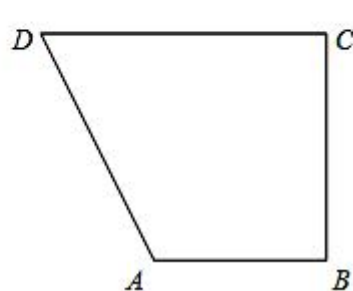
(图1)



(图2)



(图3)



(备用图)

【考点】LO：四边形综合题.

【专题】16：压轴题.

【分析】(1) 把 BE 与 MN 的交点记为点 O，根据折叠的性质以及梯形中位线定理，可判定 $\triangle EFO$ 是等边三角形，即可得出 $\angle FEB = 60^\circ$ ， $\angle CEB = 60^\circ$ ，即可

得出在 $\text{Rt}\triangle ECB$ 中， $EC = \cot 60^\circ \cdot BC = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 8 = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ ；

(2) 把 BE 与 CF 的交点记为点 P，根据 BE 是 CF 的垂直平分线，可得 $S_{\triangle EFC} = 2S_{\triangle EPC}$ ， $S_{\triangle BFC} = 2S_{\triangle BPC}$ ，进而得到 $\frac{S_{\triangle BFC}}{S_{\triangle EFC}} = \frac{S_{\triangle BPC}}{S_{\triangle EPC}}$ ，再判定 $\triangle ECP \sim \triangle CBP$ ，可

得 $\frac{S_{\triangle BPC}}{S_{\triangle EPC}} = \left(\frac{BC}{EC}\right)^2 = \left(\frac{8}{x}\right)^2 = \frac{64}{x^2}$ ，即可得出 $y = \frac{S_{\triangle BFC}}{S_{\triangle EFC}} = \frac{64}{x^2}$ ($0 < x \leq 10$)；

(3) 当 $\triangle CBG$ 是等腰三角形时，分三种情况进行讨论：① $GB = GC$ ；② $CB = CG$ ；

③ $BC = BG$ ，分别根据折叠的性质以及直角三角形的边角关系，求得 CE 的长.

【解答】解：(1) 把 BE 与 MN 的交点记为点 O，

$\therefore$ 梯形 ABCD 中， $AB \parallel CD$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle C=90^{\circ},$$

由翻折得 $\angle CEB=\angle FEB$, $\angle EFB=\angle C=90^{\circ}$,

$\therefore MN$ 是梯形 $ABCD$ 的中位线,

$$\therefore MN \parallel AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle CEB=\angle FOE, \quad \frac{EO}{OB}=\frac{CN}{BN}=1,$$

$$\therefore \angle FEB=\angle FOE,$$

$$\therefore FE=FO,$$

$$\therefore \angle EFB=90^{\circ}, \quad EO=BO,$$

$$\therefore FO=EO,$$

$$\therefore FE=FO=EO,$$

$\therefore \triangle EFO$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle FEB=60^{\circ},$$

$$\therefore \angle CEB=60^{\circ},$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle ECB \text{ 中, } EC=\cot 60^{\circ} \cdot BC=\frac{\sqrt{3}}{3} \times 8=\frac{8\sqrt{3}}{3};$$

(2) 把 BE 与 CF 的交点记为点 P ,

由翻折得, BE 是 CF 的垂直平分线,

$$\text{即 } \angle EPC=\angle BPC=90^{\circ}, \quad FP=CP=\frac{1}{2}FC,$$

$$\therefore S_{\triangle EFC}=2S_{\triangle EPC}, \quad S_{\triangle BFC}=2S_{\triangle BPC},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle BFC}}{S_{\triangle EFC}}=\frac{S_{\triangle BPC}}{S_{\triangle EPC}},$$

$$\therefore \angle ECP+\angle BCP=90^{\circ}, \quad \angle CBP+\angle BCP=90^{\circ},$$

$$\therefore \angle ECP=\angle CBP,$$

又 $\because \angle EPC = \angle BPC = 90^\circ$,

$\therefore \triangle ECP \sim \triangle CBP$,

$$\therefore \frac{S_{\triangle BPC}}{S_{\triangle EPC}} = \left(\frac{BC}{EC}\right)^2 = \left(\frac{8}{x}\right)^2 = \frac{64}{x^2}$$

$$\therefore y = \frac{S_{\triangle BFC}}{S_{\triangle EFC}} = \frac{64}{x^2} \quad (0 < x \leq 10);$$

(3) 当 $\triangle CBG$ 是等腰三角形时, 存在三种情况:

① $GB = GC$,

延长 BF 交 CD 于点 H ,

$\because GB = GC$,

$\therefore \angle GBC = \angle GCB$,

$\because \angle HCB = 90^\circ$,

$\therefore \angle CHB + \angle GBC = 90^\circ$,

$\because \angle ABC = 90^\circ$,

$\therefore \angle CAB + \angle GCB = 90^\circ$,

$\therefore \angle CHB = \angle CAB$,

$$\therefore \sin \angle CHB = \sin \angle CAB = \frac{4}{5},$$

$\because \angle ABC = 90^\circ$,

$\therefore \angle ACB + \angle CAB = 90^\circ, \quad \angle ABG + \angle GBC = 90^\circ$,

$\therefore \angle CAB = \angle GBA$,

$\therefore GA = GB$,

$\therefore GA = GC$,

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \frac{CH}{AB} = \frac{CG}{AG} = 1,$$

$$\therefore CH = AB = 6,$$

$$\therefore CE = x,$$

$$\therefore EF = x, \quad HE = 6 - x,$$

$$\therefore \angle HFE = 90^\circ,$$

$$\therefore \sin \angle CHB = \frac{EF}{HE} = \frac{x}{6-x} = \frac{4}{5},$$

$$\text{解得 } x = \frac{8}{3}, \text{ 即 } CE = \frac{8}{3};$$

$$\textcircled{2} CB = CG,$$

$$\text{当 } CB = CG = 8 \text{ 时, } AG = 10 - 8 = 2,$$

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \frac{CH}{AB} = \frac{CG}{AG} = 4,$$

$$\therefore CH = 4AB = 24,$$

$$\therefore CE = x,$$

$$\therefore EF = x, \quad HE = 24 - x,$$

$$\therefore \angle HFE = \angle HCB = 90^\circ,$$

$$\therefore \sin \angle CHB = \frac{EF}{HE} = \frac{BC}{BH} = \frac{x}{24-x} = \frac{1}{\sqrt{10}},$$

$$\text{解得 } x = \frac{8\sqrt{10}-8}{3}, \text{ 即 } CE = \frac{8\sqrt{10}-8}{3};$$

$$\textcircled{3} BC = BG,$$

$$\text{当 } BC = BG \text{ 时, } F \text{ 点与 } G \text{ 点重合,}$$

$$\text{由翻折可得, } BE \text{ 垂直平分线段 } GC,$$

$$\therefore \angle CBE + \angle BCA = 90^\circ = \angle CAB + \angle BCA,$$

$$\therefore \angle CBE = \angle CAB,$$

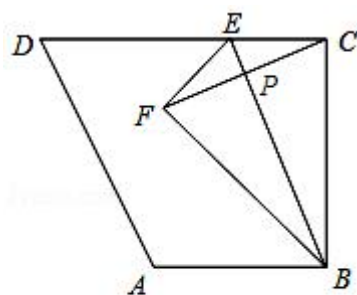
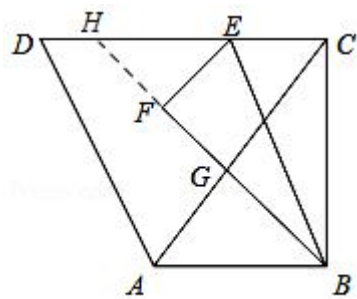
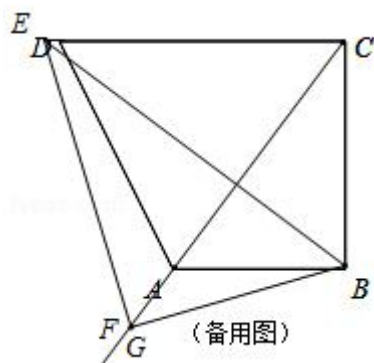
$$\therefore \angle ECB = \angle CBA = 90^\circ,$$

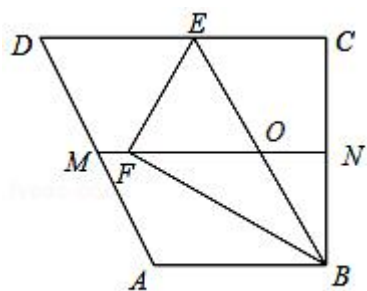
$$\therefore \tan \angle CBE = \tan \angle CAB = \frac{4}{3},$$

$$\therefore \frac{CE}{8} = \frac{4}{3},$$

$$\text{解得 } CE = \frac{32}{3},$$

综上所述，CE 的长为 $\frac{8}{3}$ 、 $\frac{8\sqrt{10}-8}{3}$ 、 $\frac{32}{3}$ 。





(图 1)

【点评】 本题属于四边形综合题，主要考查了梯形的性质，等边三角形的判定与性质，相似三角形的判定与性质，线段垂直平分线的性质以及平行线分线段成比例定理的综合应用，解决问题的关键是画出图形，并进行分类讨论．解题时注意：相似三角形的面积之比等于相似比的平方．