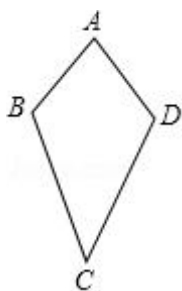


2017 年上海市嘉定区中考数学二模试卷

一、选择题（共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 如果 a 表示不为 0 的任意一个实数，那么下列四个算式中，正确的是 ()
- A. $3a^3 - 2a^2 = 0$ B. $a^3 \cdot a^{\frac{1}{3}} = a$
- C. $a^3 \div a^2 = a$ D. $(a^2)^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{5}{2}}$
2. (4 分) 在解答“一元二次方程 $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + a = 0$ 的根的判别式为”的过程中，某班同学的作业中出现了下面几种答案，其中正确的答案是 ()
- A. $\frac{1}{4} - 2a \geq 0$ B. $\frac{1}{4} - 2a$ C. $1 - 8a \geq 0$ D. $1 - 8a$
3. (4 分) 如果函数 $y = ax^2 + 2x + 1$ 的图象不经过第四象限，那么实数 a 的取值范围为 ()
- A. $a < 0$ B. $a = 0$ C. $a > 0$ D. $a \geq 0$
4. (4 分) 从概率统计的角度解读下列诗词所描述的事件. 其中属于确定事件的是 ()
- A. 黄梅时节家家雨，青草池塘处处蛙
- B. 人间四月芳菲尽，山寺桃花始盛开
- C. 水面上秤锤浮，直待黄河彻底枯
- D. 一夜北风紧，开门雪尚飘
5. (4 分) 已知 $\odot A$ 的半径长为 2， $\odot B$ 的半径长为 5，如果 $\odot A$ 与 $\odot B$ 内含，那么圆心距 AB 的长度可以为 ()
- A. 0 B. 3 C. 6 D. 9
6. (4 分) 将两个底边相等的等腰三角形按照如图所示的方式拼接在一起（隐藏互相重合的底边）的图形俗称为“箏形”. 假如“箏形”下个定义，那么下面四种

说法中, 你认为最能够描述“筝形”特征的是 ()



- A. 有两组邻边相等的四边形称为“筝形”
- B. 有两组对角分别相等的四边形称为“筝形”
- C. 两条对角线互相垂直的四边形称为“筝形”
- D. 以一条对角线所在直线为对称轴的四边形称为“筝形”

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) $(\frac{1}{2})^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. (4 分) 已知 $\sqrt{3} \approx 1.73$, 那么 $\frac{1}{\sqrt{3}} \approx \underline{\hspace{2cm}}$. (保留两个有效数字).

9. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} 2x < 3 \\ x+1 > 0 \end{cases}$ 的解集是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. (4 分) 方程 $\sqrt{x+2} = x$ 的根是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

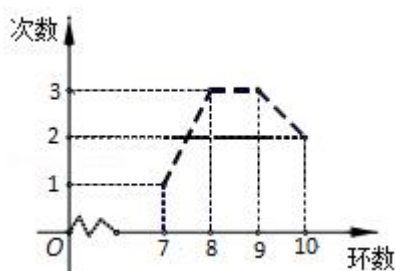
11. (4 分) 已知点 A (x_1 , y_1)、点 B (x_2 , y_2) 在反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象上. 如

果 $x_1 < 0 < x_2$, 那么 y_1 与 y_2 的大小关系为: $y_1 \underline{\hspace{1cm}} y_2$ (从“<”、“=”、“>”中选择).

12. (4 分) 某校学生综合素质评价方案中有这样一段话: “学生自评、同学互评与班级评定小组评价在学生综合素质评价中所占的权重分别为 10%、30%、60%”. 如果甄聪明同学的自评分数、同学互评分数、班级评定小组给出的分数分别为 96 分、95 分、95 分, 那么甄聪明同学的综合素质评价分数为分.

13. (4 分) 一名射击运动员连续打靶 9 次, 假如他打靶命中环数的情况如图所

示，那么该射击运动员本次打靶命中环数的中位数为_____环.



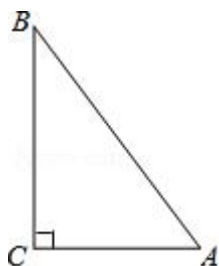
14. (4分) 如果非零向量 $\vec{a}$ 与向量 $\vec{b}$ 的方向相反，且 $2|\vec{a}|=3|\vec{b}|$ ，那么向量 $\vec{a}$ 为_____。(用向量 $\vec{b}$ 表示).

15. (4分) 从山底A点测得位于山顶B点的仰角为 30° ，那么从B点测得A点的俯角为_____度.

16. (4分) 已知扇形的弧长为8，如果该扇形的半径长为2，那么这个扇形的面积为_____.

17. (4分) 命题“相等的角不一定是对顶角”是_____命题 (从“真”或“假”中选择).

18. (4分) 已知在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AB=10$ ， $\cos A=\frac{3}{5}$ (如图)，将 $\triangle ABC$ 绕着点C旋转，点A、B的对应点分别记为A'、B'，A'B'与边AB相交于点E. 如果A'B' $\perp$ AC，那么线段B'E的长为_____.



三、解答题：(本大题共7题，满分78分)

19. (10分) 先化简，再求值： $\frac{4}{x^2-4} + \frac{2}{x+2} - \frac{1}{x-2}$ ，其中 $x=\sqrt{2}$.

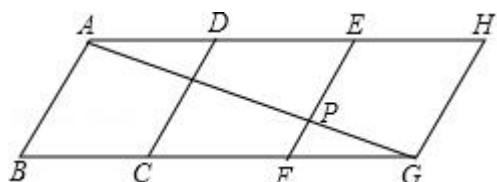
20. (10分) 解方程组：
$$\begin{cases} x-y=2 \\ x^2-2xy-3y^2=0 \end{cases}$$

21. (10分) 将大小相同，形状也相同的三个菱形按照如图的方式拼接在一起 (其

中, 点 B、C、F、G 在同一条直线上), $AB=3$. 联结 AG, AG 与 EF 相交于点 P.

(1) 求线段 EP 的长;

(2) 如果 $\angle B=60^\circ$, 求 $\triangle APE$ 的面积.



22. (10 分) 某种型号的家用车在高速公路上匀速行驶时, 测得部分数据如下表:

行驶路程 x (千米)	...	100	150	...
油箱内剩余油量 y (升)	...	52	48	...

(1) 如果该车的油箱内剩余油量 y (升) 与行驶路程 x (千米) 之间是一次函数关系, 求 y 关于 x 的函数解析式 (不需要写出它的定义域);

(2) 张老师租赁该型号的家用车也在该高速公路的相同路段以相同的速度匀速行驶 300 千米 (不考虑小轿车载客的人数以及堵车等因素). 假如不在高速公路上的服务区加油, 那么在上高速公路之前, 张老师这辆车的油箱内至少需要有多少升汽油? 请根据题目中提供的相关信息简要说明理由.

23. (12 分) 已知: 正方形 ABCD, 点 E 在边 CD 上, 点 F 在线段 BE 的延长线上, 且 $\angle FCE = \angle CBE$.

(1) 如图 1, 当点 E 为 CD 边的中点时, 求证: $CF=2EF$;

(2) 如图 2, 当点 F 位于线段 AD 的延长线上, 求证: $\frac{EF}{BE} = \frac{DE}{DF}$.

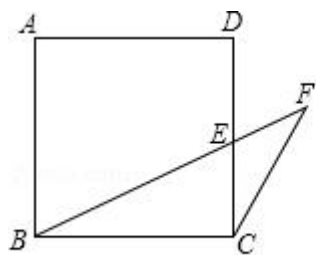


图1

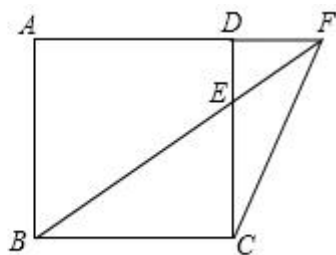
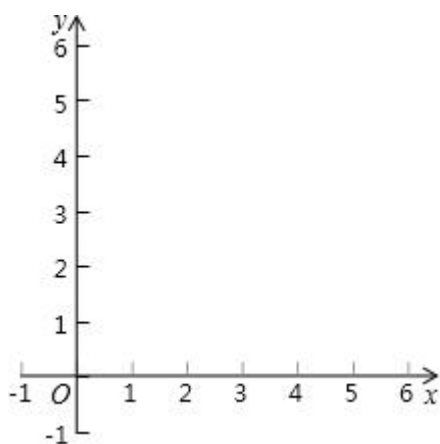


图2

24. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy (如图) 中, 已知点 A 的坐标为 $(3, 1)$, 点 B 的坐标为 $(6, 5)$, 点 C 的坐标为 $(0, 5)$; 某二次函数的图象经过点 A 、点 B 与点 C .

- (1) 求这个二次函数的解析式;
- (2) 假如点 Q 在该函数图象的对称轴上, 且 $\triangle ACQ$ 是等腰三角形, 直接写出点 Q 的坐标;
- (3) 如果第一象限内的点 P 在 (1) 中求出的二次函数的图象上, 且 $\tan \angle PCA = \frac{1}{2}$, 求 $\angle PCB$ 的正弦值.



25. (14 分) 已知: $AB=8$, $\odot O$ 经过点 A 、 B , 以 AB 为一边画平行四边形 $ABCD$, 另一边 CD 经过点 O (如图 1), 一点 B 为圆心, BC 为半径画弧, 交线段 OC 于点 E (点 E 不与点 O , 点 C 重合).

- (1) 求证: $OD=OE$;
- (2) 如果 $\odot O$ 的半径长为 5 (如图 2), 设 $OD=x$, $BC=y$, 求 y 关于 x 的函数解

析式，并写出它的定义域；

(3) 如果 $\odot O$ 的半径长为5，联结AC，当 $BE \perp AC$ 时，求OD的长.

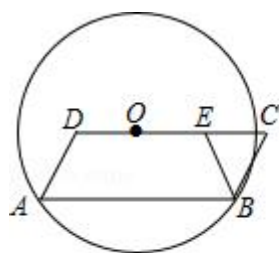


图1

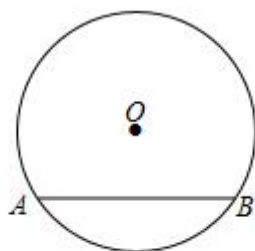
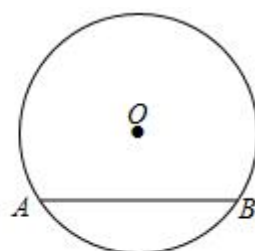


图2



备用图

2017 年上海市嘉定区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 如果 a 表示不为 0 的任意一个实数，那么下列四个算式中，正确的是
()

A. $3a^3 - 2a^2 = 0$

B. $a^3 \cdot a^{\frac{1}{3}} = a$

C. $a^3 \div a^2 = a$

D. $(a^2)^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{5}{2}}$

【考点】2F：分数指数幂；46：同底数幂的乘法；48：同底数幂的除法.

【专题】17：推理填空题.

【分析】根据同底数幂的除法、乘法，以及分数指数幂的运算方法，逐项判断即可.

【解答】解： $\because 3a^3 - 2a^2 = a^2$,

$\therefore$ 选项 A 不符合题意;

$$\because a^3 \cdot a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{10}{3}},$$

$\therefore$ 选项 B 不符合题意;

$$\because a^3 \div a^2 = a,$$

$\therefore$ 选项 C 符合题意;

$$\because (a^2)^{\frac{1}{2}} = a,$$

$\therefore$ 选项 D 不符合题意.

故选：C.

【点评】此题主要考查了同底数幂的除法、乘法，以及分数指数幂的运算方法，要熟练掌握.

2. (4分) 在解答“一元二次方程 $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + a = 0$ 的根的判别式为”的过程中，某班同学的作业中出现了下面几种答案，其中正确的答案是 ()
- A. $\frac{1}{4} - 2a \geq 0$ B. $\frac{1}{4} - 2a$ C. $1 - 8a \geq 0$ D. $1 - 8a$

【考点】AA: 根的判别式.

【专题】11: 计算题.

【分析】直接利用判别式的定义计算.

【解答】解: $\Delta = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \times \frac{1}{2}a = \frac{1}{4} - 2a$.

故选: B.

【点评】本题考查了根的判别式: 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系: 当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$ 时, 方程无实数根.

3. (4分) 如果函数 $y = ax^2 + 2x + 1$ 的图象不经过第四象限, 那么实数 a 的取值范围为 ()
- A. $a < 0$ B. $a = 0$ C. $a > 0$ D. $a \geq 0$

【考点】H4: 二次函数图象与系数的关系.

【分析】由于二次系数是参数, 故需要分两种情况进行讨论.

【解答】解: 当 $a = 0$ 时, 此时 $y = 2x + 1$, 不经过第四象限, 满足题意;

当 $a \neq 0$ 时, 此时抛物线 $y = ax^2 + 2x + 1$ 的对称轴为: $x = -\frac{1}{a}$,

由于抛物线必过 $(0, 1)$ 且不经过第四象限,

$$\text{所以} \begin{cases} -\frac{1}{a} < 0 \\ a > 0 \end{cases},$$

故 $a > 0$,

综上所述： $a \geq 0$,

故选：D.

【点评】 本题考查二次函数的图象与性质，解题的关键是熟练运用二次函数的图象与性质，本题属于基础题型.

4. (4 分) 从概率统计的角度解读下列诗词所描述的事件. 其中属于确定事件的是 ()

A. 黄梅时节家家雨，青草池塘处处蛙

B. 人间四月芳菲尽，山寺桃花始盛开

C. 水面上秤锤浮，直待黄河彻底枯

D. 一夜北风紧，开门雪尚飘

【考点】 X1: 随机事件.

【分析】 根据事件发生的可能性大小判断相应事件的类型即可.

【解答】 解：A、黄梅时节家家雨，青草池塘处处蛙是随机事件，故 A 不符合题意；

B、人间四月芳菲尽，山寺桃花始盛开是随机事件，故 B 不符合题意；

C、水面上秤锤浮，直待黄河彻底枯是不可能事件，故 C 符合题意；

D、一夜北风紧，开门雪尚飘是随机事件，故 D 不符合题意；

故选：C.

【点评】 本题考查了随机事件，解决本题需要正确理解必然事件、不可能事件、随机事件的概念. 必然事件指在一定条件下，一定发生的事件. 不可能事件是指在一定条件下，一定不发生的事件，不确定事件即随机事件是指在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件.

5. (4 分) 已知 $\odot A$ 的半径长为 2， $\odot B$ 的半径长为 5，如果 $\odot A$ 与 $\odot B$ 内含，那么圆心距 AB 的长度可以为 ()

A. 0

B. 3

C. 6

D. 9

【考点】MJ：圆与圆的位置关系.

【分析】利用内含圆心距小于两个半径之和确定正确的答案.

【解答】解：∵⊙A 的半径长为 2，⊙B 的半径长为 5，⊙A 与⊙B 内含，

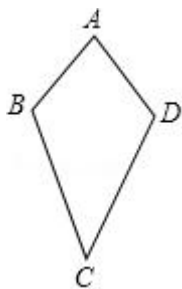
$$\therefore AB < 5 - 2 = 3,$$

A 选项符合，

故选：A.

【点评】本题考查了由数量关系来判断两圆位置关系的方法. 设两圆的半径分别为 R 和 r ，且 $R \geq r$ ，圆心距为 P ：外离 $P > R + r$ ；外切 $P = R + r$ ；相交 $R - r < P < R + r$ ；内切 $P = R - r$ ；内含 $P < R - r$.

6. (4 分) 将两个底边相等的等腰三角形按照如图所示的方式拼接在一起（隐藏互相重合的底边）的图形俗称为“筝形”. 假如“筝形”下个定义，那么下面四种说法中，你认为最能够描述“筝形”特征的是（ ）



- A. 有两组邻边相等的四边形称为“筝形”
- B. 有两组对角分别相等的四边形称为“筝形”
- C. 两条对角线互相垂直的四边形称为“筝形”
- D. 以一条对角线所在直线为对称轴的四边形称为“筝形”

【考点】KH：等腰三角形的性质；P2：轴对称的性质.

【专题】556：矩形 菱形 正方形.

【分析】根据等腰三角形的性质、线段的垂直平分线的性质即可解决问题；

【解答】解：由题意：“筝形”的一条对角线是另一条对角线的垂直平分线，

所以：“筝形”是轴对称图形，对称轴是对角线所在的直线.

故选：D.

【点评】本题考查轴对称的性质、等腰三角形的性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，所以中考常考题型.

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. (4 分) $(\frac{1}{2})^{-1} = \underline{2}$.

【考点】6F：负整数指数幂.

【分析】根据负整指数幂的意义，可得答案.

【解答】解：原式=2，

故答案为：2.

【点评】本题考查了负整指数幂，负整数指数为正整数指数的倒数.

8. (4 分) 已知 $\sqrt{3} \approx 1.73$ ，那么 $\frac{1}{\sqrt{3}} \approx \underline{0.58}$. (保留两个有效数字).

【考点】1H：近似数和有效数字；22：算术平方根.

【分析】根据算术平方根的定义就是即可.

【解答】解： $\because \sqrt{3} \approx 1.73$ ，那么 $\frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0.58$ ，

故答案为：0.58.

【点评】此题考查了算术平方根，实数的计算. 近似数和有效数字，知道算术平方根的意义是解题的关键.

9. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} 2x < 3 \\ x+1 > 0 \end{cases}$ 的解集是 $\underline{-1 < x < \frac{3}{2}}$.

【考点】CB：解一元一次不等式组.

【分析】分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集即可.

【解答】 解:
$$\begin{cases} 2x < 3 \text{ ①} \\ x+1 > 0 \text{ ②} \end{cases},$$

由①得 $x < \frac{3}{2}$,

由②得 $x > -1$,

故不等式组的解集是 $-1 < x < \frac{3}{2}$.

故答案为: $-1 < x < \frac{3}{2}$.

【点评】 此题考查的是解一元一次方程组的方法, 解一元一次方程组应遵循的法则: “同大取较大, 同小取较小, 小大大小中间找, 大大小小解不了”的原则.

10. (4 分) 方程 $\sqrt{x+2}=x$ 的根是 $x=2$.

【考点】 AG: 无理方程.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 先把方程两边平方, 使原方程化为整式方程 $x+2=x^2$, 解此一元二次方程得到 $x_1=2$, $x_2=-1$, 把它们分别代入原方程得到 $x_2=-1$ 是原方程的增根, 由此得到原方程的根为 $x=2$.

【解答】 解: 方程两边平方得, $x+2=x^2$,

解方程 $x^2 - x - 2 = 0$ 得 $x_1=2$, $x_2=-1$,

经检验 $x_2=-1$ 是原方程的增根,

所以原方程的根为 $x=2$.

故答案为 $x=2$.

【点评】 本题考查了无理方程: 根号内含有未知数的方程叫无理方程; 解无理方程的基本思想是把无理方程转化为有理方程来解, 常常采用平方法去根号.

11. (4 分) 已知点 A (x_1 , y_1)、点 B (x_2 , y_2) 在反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象上. 如

果 $x_1 < 0 < x_2$, 那么 y_1 与 y_2 的大小关系为: y_1 $>$ y_2 (从“ $<$ ”、“ $=$ ”、“ $>$ ”

中选择).

【考点】 G6: 反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】 反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 中, 当 $k = -2 < 0$, 双曲线在第二, 四象限, 根据 $x_1 < 0 < x_2$ 即可判断 A 在第二象限, B 在第四象限, 从而判定 $y_1 > y_2$.

【解答】 解: $\because k = -2 < 0$,

$\therefore$ 双曲线在第二, 四象限,

$\therefore x_1 < 0 < x_2$,

$\therefore$ A 在第二象限, B 在第四象限,

$\therefore y_1 > y_2$;

故答案为 $>$.

【点评】 本题主要考查反比例函数的图象和性质, 掌握反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象和

性质是解题的关键, 即当 $k > 0$ 时图象在第一三象限, 且在每个象限内 y 随 x 的增大而减小, 当 $k < 0$ 时图象在第二四象限内, 且在每个象限内 y 随 x 的增大而增大.

12. (4 分) 某校学生综合素质评价方案中有这样一段话: “学生自评、同学互评与班级评定小组评价在学生综合素质评价中所占的权重分别为 10%、30%、60%”. 如果甄聪明同学的自评分数、同学互评分数、班级评定小组给出的分数分别为 96 分、95 分、95 分, 那么甄聪明同学的综合素质评价分数为 95.1 分.

【考点】 W2: 加权平均数.

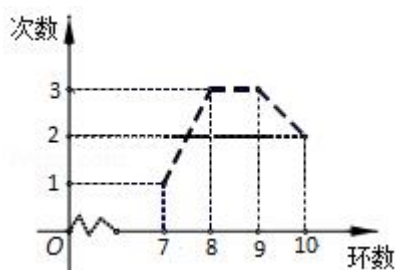
【分析】 根据加权平均数的定义可得.

【解答】 解: 根据题意, 甄聪明同学的综合素质评价分数为 $96 \times 10\% + 95 \times 30\% + 95 \times 60\% = 95.1$ (分),

故答案为: 95.1.

【点评】 本题主要考查加权平均数，熟练掌握加权平均数的定义是解题的关键.

13. (4 分) 一名射击运动员连续打靶 9 次，假如他打靶命中环数的情况如图所示，那么该射击运动员本次打靶命中环数的中位数为 9 环.



【考点】 W4: 中位数.

【分析】 根据中位数的定义求解可得.

【解答】 解：根据题意一共打靶 9 次，

则其中位数为第 5 个数据，即中位数为 9，

故答案为：9.

【点评】 本题主要考查中位数，掌握中位数的定义是解题的关键.

14. (4 分) 如果非零向量 $\vec{a}$ 与向量 $\vec{b}$ 的方向相反，且 $2|\vec{a}|=3|\vec{b}|$ ，那么向量 $\vec{a}$ 为 $-\vec{a}=-\frac{3}{2}\vec{b}$. (用向量 $\vec{b}$ 表示).

【考点】 LM: *平面向量.

【分析】 根据平面向量的定义，以及已知条件即可解决问题.

【解答】 解： $\because$ 非零向量 $\vec{a}$ 与向量 $\vec{b}$ 的方向相反，且 $2|\vec{a}|=3|\vec{b}|$ ，

$$\therefore \vec{a} = -\frac{3}{2}\vec{b},$$

故答案为 $-\frac{3}{2}\vec{b}$.

【点评】 本题考查平面向量的定义，解题的关键是理解题意，灵活运用知识解决问题，属于基础题.

15. (4 分) 从山底 A 点测得位于山顶 B 点的仰角为 30° ，那么从 B 点测得 A 点的俯角为 30 度.

【考点】TA：解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题.

【分析】根据仰角，俯角的概念，平行线的性质可求俯角.

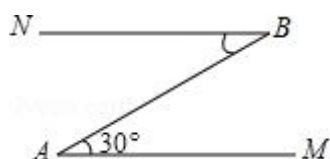
【解答】解：如图，A、B 两点的水平线分别为 AM、BN，

依题意，得 $AM \parallel BN$ ， $\angle BAM = 30^\circ$ ，

由平行线的性质可知， $\angle ABN = \angle BAM = 30^\circ$ ，

即从 B 点测得 A 点的俯角为 30° 。

故答案为 30.



【点评】此题考查了解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题，掌握概念：仰角是向上看的视线与水平线的夹角；俯角是向下看的视线与水平线的夹角，以及正确画出图形是解题关键.

16. (4 分) 已知扇形的弧长为 8，如果该扇形的半径长为 2，那么这个扇形的面积为 8 .

【考点】MN：弧长的计算；MO：扇形面积的计算.

【分析】直接根据扇形的面积公式 $S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2}lR$ 进行计算.

【解答】解：根据扇形的面积公式，得

$$S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2}lR = \frac{1}{2} \times 8 \times 2 = 8.$$

故答案为：8.

【点评】本题考查了扇形面积的计算，比较简单，解答本题的关键是熟练掌握扇形面积的计算公式.

17. (4 分) 命题“相等的角不一定是对顶角”是 真 命题 (从“真”或“假”中选择).

【考点】O1：命题与定理.

【分析】对顶角相等，但相等的角不一定是对顶角，从而可得出答案.

【解答】解：对顶角相等，但相等的角不一定是对顶角，

从而可得命题“相等的角不一定是对顶角”是真命题.

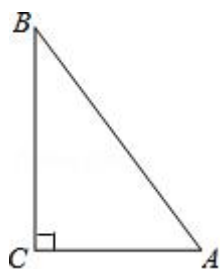
故答案为：真.

【点评】此题考查了命题与定理的知识，属于基础题，在判断的时候要仔细思考.

18. (4分) 已知在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AB=10$ ， $\cos A=\frac{3}{5}$ (如图)，将 $\triangle$

ABC 绕着点 C 旋转，点 A 、 B 的对应点分别记为 A' 、 B' ， $A'B'$ 与边 AB 相交

于点 E . 如果 $A'B' \perp AC$ ，那么线段 $B'E$ 的长为 $\frac{24}{5}$.

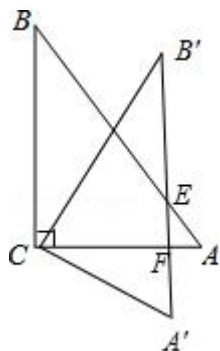


【考点】R2：旋转的性质.

【分析】设 $A'B'$ 交 AC 于 F . 在 $Rt\triangle ABC$ 中，求出 AC 、 BC ，在 $Rt\triangle A'CB'$ 中，

求出 AF 、 $A'F$ ，利用 $EF \parallel CB$ ，推出 $\frac{EF}{BC} = \frac{AF}{AC}$ ，求出 EF 即可解决问题.

【解答】解：设 $A'B'$ 交 AC 于 F .



$$\because \triangle ABC \text{ 中, } \angle ACB=90^\circ, AB=10, \cos A=\frac{3}{5},$$

$$\therefore AC=6, BC=8,$$

$$\because CF \perp A'B',$$

$$\therefore CF = \frac{6 \times 8}{10} = \frac{24}{5}, AF = 6 - \frac{24}{5} = \frac{6}{5},$$

$$A'F = \sqrt{A'C^2 - CF^2} = \frac{18}{5},$$

$$\therefore EF \parallel CB,$$

$$\therefore \frac{EF}{BC} = \frac{AF}{AC},$$

$$\therefore \frac{EF}{8} = \frac{\frac{6}{5}}{6},$$

$$\therefore EF = \frac{8}{5},$$

$$\therefore B'E = 10 - \frac{18}{5} - \frac{8}{5} = \frac{24}{5}.$$

故答案为 $\frac{24}{5}$.

【点评】 本题考查旋转变换、解直角三角形、平行线分线段成比例定理等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (10 分) 先化简，再求值： $\frac{4}{x^2-4} + \frac{2}{x+2} - \frac{1}{x-2}$ ，其中 $x = \sqrt{2}$.

【考点】 6D：分式的化简求值.

【分析】 先化简题目中的式子，然后将 x 的值代入即可解答本题.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：} & \frac{4}{x^2-4} + \frac{2}{x+2} - \frac{1}{x-2} \\ &= \frac{4}{(x+2)(x-2)} + \frac{2}{x+2} - \frac{1}{x-2} \\ &= \frac{4+2(x-2)-(x+2)}{(x+2)(x-2)} \\ &= \frac{4+2x-4-x-2}{(x+2)(x-2)} \\ &= \frac{x-2}{(x+2)(x-2)} \\ &= \frac{1}{x+2}, \end{aligned}$$

$$\text{当 } x = \sqrt{2} \text{ 时, 原式} = \frac{1}{\sqrt{2}+2} = \frac{2-\sqrt{2}}{2}.$$

【点评】 本题考查分式的化简求值，解答本题的关键是明确分式化简求值的方法.

20. (10 分) 解方程组：
$$\begin{cases} x-y=2 \\ x^2-2xy-3y^2=0 \end{cases}$$

【考点】AF：高次方程.

【专题】34：方程思想.

【分析】用代入法即可解答，把①化为 $x=1+y$ ，代入②得 $(1+y)^2+2y+3=0$ 即可.

【解答】解：
$$\begin{cases} x-y=2 \text{①} \\ x^2-2xy-3y^2=0 \text{②} \end{cases}$$

由①得 $y=x-2$ ③

把③代入②，得 $x^2-2x(x-2)-3(x-2)^2=0$,

即 $x^2-4x+3=0$

解这个方程，得 $x_1=3$, $x_2=1$

代入③中，得 $\begin{cases} x_1=3 \\ y_1=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x_2=1 \\ y_2=-1 \end{cases}$.

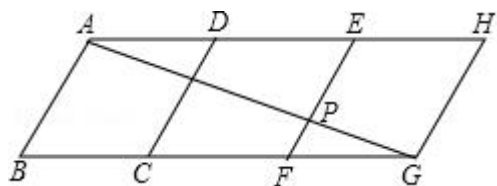
∴原方程组的解为 $\begin{cases} x_1=3 \\ y_1=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x_2=1 \\ y_2=-1 \end{cases}$.

【点评】考查了高次方程，解答此类题目一般用代入法比较简单，先消去一个未知数再解关于另一个未知数的一元二次方程，把求得结果代入一个较简单的方程中即可.

21. (10 分) 将大小相同, 形状也相同的三个菱形按照如图的方式拼接在一起 (其中, 点 B、C、F、G 在同一条直线上), $AB=3$. 联结 AG, AG 与 EF 相交于点 P.

(1) 求线段 EP 的长;

(2) 如果 $\angle B=60^\circ$, 求 $\triangle APE$ 的面积.



【考点】L8：菱形的性质；S9：相似三角形的判定与性质.

【专题】11：计算题.

【分析】(1) 根据相似三角形的判定定理得到 $\triangle APE \sim \triangle GPF$ ，根据相似三角形的性质得到 $\frac{EP}{PF} = \frac{AE}{FG} = 2$ ，代入计算即可；

(2) 过点 P 作 $PH \perp AE$ ，根据平行四边形的性质得到 $\angle PEH = \angle B = 60^\circ$ ，根据正弦的概念求出 PH，根据三角形的面积公式计算即可.

【解答】解：(1) 由题意得四边形 ABGH、ABFE 是平行四边形，

$\therefore AE \parallel FG$ ， $EF = AB = 3$ ，

$\therefore \triangle APE \sim \triangle GPF$ ，

$\therefore \frac{EP}{PF} = \frac{AE}{FG} = 2$ ，即 $\frac{EP}{3-EP} = 2$ ，

解得， $EP = 2$ ；

(2) 过点 P 作 $PH \perp AE$ ，垂足为 H，

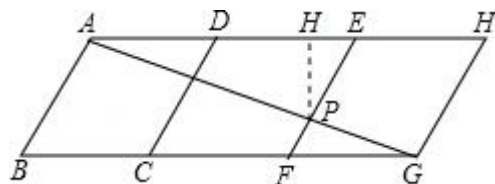
$\therefore$ 四边形 ABFE 是平行四边形， $\angle B = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle PEH = \angle B = 60^\circ$ ，

在 $Rt\triangle PEH$ 中， $\angle PHE = 90^\circ$ ， $\angle PEH = 60^\circ$ ， $EP = 2$ ，

$\therefore PH = EP \times \sin 60^\circ = \sqrt{3}$ ，

$\therefore \triangle APE$ 的面积为： $\frac{1}{2} \times AE \times PH = \frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$.



【点评】本题考查的是相似三角形的判定和性质、菱形的性质以及解直角三角形的知识，掌握相似三角形的判定定理和性质定理是解题的关键.

22. (10 分) 某种型号的家用车在高速公路上匀速行驶时，测得部分数据如下表：

行驶路程 x (千米)	...	100	150	...
-------------	-----	-----	-----	-----

油箱内剩余油量 y (升)	...	52	48	...
-----------------	-----	----	----	-----

(1) 如果该车的油箱内剩余油量 y (升) 与行驶路程 x (千米) 之间是一次函数关系, 求 y 关于 x 的函数解析式 (不需要写出它的定义域);

(2) 张老师租赁该型号的家用车也在该高速公路的相同路段以相同的速度匀速行驶 300 千米 (不考虑小轿车载客的人数以及堵车等因素). 假如不在高速公路上的服务区加油, 那么在上高速公路之前, 张老师这辆车的油箱内至少需要有多少升汽油? 请根据题目中提供的相关信息简要说明理由.

【考点】 C9: 一元一次不等式的应用; FH: 一次函数的应用.

【分析】 (1) 根据题意可以设出 y 与 x 的函数解析式, 然后根据题目中的数据即可求得相应的函数解析式;

(2) 根据表格中的数据可以求得每千米耗油量, 从而可以求得 300 千米的耗油量, 从而可以解答本题.

【解答】 解: (1) 该车的油箱内剩余油量 y (升) 与行驶路程 x (千米) 之间的函数解析式是 $y=kx+b$,

$$\begin{cases} 100k+b=52 \\ 150k+b=48 \end{cases},$$

解得, $\begin{cases} k=-\frac{2}{25}, \\ b=60 \end{cases}$

即 y 关于 x 的函数解析式是 $y=-\frac{2}{25}x+60$;

(2) 张老师这辆车的油箱内至少需要有 24 升汽油,

理由: 由题意可得, 每千米消耗汽油: $4 \div (150 - 100) = 4 \div 50 = 0.08$ 升,

则行驶 300 千米需要消耗的汽油为: $300 \times 0.08 = 24$ (升),

即张老师这辆车的油箱内至少需要有 24 升汽油.

【点评】 本题考查一次函数的应用、一元一次不等式的应用, 解答本题的关键是明确题意, 求出相应的函数解析式, 利用函数的思想解答.

23. (12分) 已知：正方形 $ABCD$ ，点 E 在边 CD 上，点 F 在线段 BE 的延长线上，且 $\angle FCE = \angle CBE$ 。

(1) 如图 1，当点 E 为 CD 边的中点时，求证： $CF = 2EF$ ；

(2) 如图 2，当点 F 位于线段 AD 的延长线上，求证： $\frac{EF}{BE} = \frac{DE}{DF}$ 。

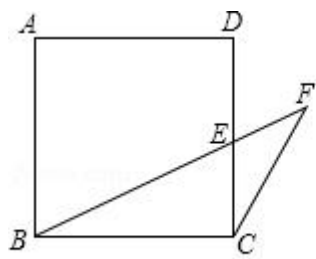


图1

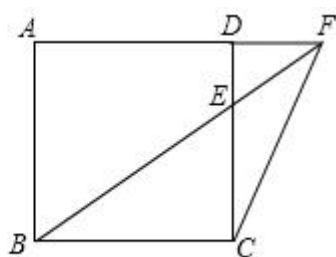


图2

【考点】 LE：正方形的性质； S9：相似三角形的判定与性质。

【分析】 (1) 根据正方形的性质得到 $CD = BC$ ，由点 E 为 CD 边的中点，得到

$CE = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}BC$ ，根据相似三角形的性质即可得到结论；

(2) 根据正方形的性质得到 $DE \parallel AB$ ， $AD \parallel BC$ ， $AD = CD$ ，根据平行线分线段

成比例定理得到 $\frac{EF}{BE} = \frac{DF}{AD}$ ，等量代换得到 $\frac{EF}{BE} = \frac{DF}{CD}$ ，①根据相似三角形的性质得

到 $\frac{DE}{DF} = \frac{DF}{CD}$ ②，于是得到结论。

【解答】 (1) 证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形， $\therefore CD = BC$ ，

$\because$ 点 E 为 CD 边的中点，

$$\therefore CE = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}BC,$$

$\because \angle FCE = \angle CBE$ ， $\angle F = \angle F$ ，

$\therefore \triangle FCE \sim \triangle FBC$ ，

$$\therefore \frac{EF}{CF} = \frac{CE}{BC},$$

又 $\because CE = \frac{1}{2}BC$ ，

$$\therefore \frac{EF}{CF} = \frac{1}{2}.$$

即 $CF=2EF$;

(2) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore DE \parallel AB$, $AD \parallel BC$, $AD=CD$,

$\therefore$ 点 F 位于线段 AD 的延长线上, $DE \parallel AB$,

$$\therefore \frac{EF}{BE} = \frac{DF}{AD},$$

又 $\because AD=CD$,

$$\therefore \frac{EF}{BE} = \frac{DF}{CD}, \quad ①$$

$\therefore AF \parallel BC$,

$\therefore \angle DFE = \angle CBE$.

又 $\because \angle DCF = \angle CBE$,

$\therefore \angle DFE = \angle DCF$,

又 $\because \angle FDE = \angle CDF$,

$\therefore \triangle FDE \sim \triangle CDF$,

$$\therefore \frac{DE}{DF} = \frac{DF}{CD} \quad ②,$$

由①②得, $\frac{EF}{BE} = \frac{DE}{DF}$.

【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质, 正方形的性质, 熟练掌握相似三角形的判定和性质是解题的关键.

24. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy (如图) 中, 已知点 A 的坐标为 $(3, 1)$, 点 B 的坐标为 $(6, 5)$, 点 C 的坐标为 $(0, 5)$; 某二次函数的图象经过点 A 、点 B 与点 C .

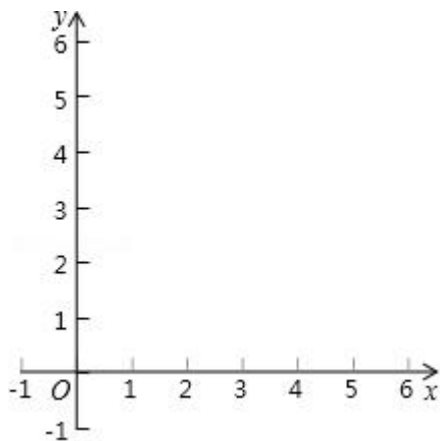
(1) 求这个二次函数的解析式;

(2) 假如点 Q 在该函数图象的对称轴上, 且 $\triangle ACQ$ 是等腰三角形, 直接写出

点 Q 的坐标;

(3) 如果第一象限内的点 P 在 (1) 中求出的二次函数的图象上, 且 $\tan \angle PCA = \frac{1}{2}$,

求 $\angle PCB$ 的正弦值.



【考点】HF: 二次函数综合题.

【专题】15: 综合题.

【分析】(1) 利用待定系数法求抛物线解析式;

(2) 利用抛物线的对称性得到抛物线的对称轴为直线 $x=3$, 再计算出 $AC=5$,

讨论: 当 $AQ=AC=5$ 时, 以 A 为圆心, 5 为半径画弧, 与直线 $x=3$ 的交点即为 Q 点; 当 $CQ=CA=5$ 时, 点 Q 与点 A 关于直线 BC 对称, 利用对称性可确定此时 Q 点的坐标; 当 $QA=QC$ 时, 设 Q (3, t), 利用两点间的距离公式得到 $(t-1)^2 = 3^2 + (t-5)^2$, 然后解方程求出 t 即可得到此时 Q 点坐标;

(3) PC 交直线 $x=3$ 于 M, BC 交直线 $x=3$ 于 H, 作 $MN \perp AC$ 于 N, 如图 2,

先证明 $Rt \triangle AMN \sim Rt \triangle ACH$, 利用相似比得到 $\frac{MN}{3} = \frac{AN}{4} = \frac{AM}{5}$, 则可设 $MN=3k$,

$AN=4k$, $AM=5k$, 再利用 $\tan \angle MCN = \frac{MN}{CN} = \frac{1}{2}$ 得到 $CN=6k$, 所以 $10k=5$, 解

得 $k=\frac{1}{2}$, 则 $AM=\frac{5}{2}$, 所以 $HM=\frac{3}{2}$, 然后在 $Rt \triangle CHM$ 中利用勾股定理计算出

CM 后利用正弦的定义求解即可.

【解答】解: (1) 设所求二次函数的解析式为 $y=ax^2+bx+c$,

把 A (3, 1), B (6, 5), C (0, 5) 代入得
$$\begin{cases} 9a+3b+c=1 \\ 36a+6b+c=5 \\ c=5 \end{cases}$$
 解得
$$\begin{cases} a=\frac{4}{9} \\ b=-\frac{8}{3} \\ c=5 \end{cases}$$

所以抛物线解析式为 $y=\frac{4}{9}x^2-\frac{8}{3}x+5$;

(2) 如图 1,

$\therefore$ 点 B 与点 C 为抛物线上的对应点,

$\therefore$ 抛物线的对称轴为直线 $x=3$, 点 A 为抛物线的顶点,

$\therefore$ C (0, 5), A (3, 1),

$$\therefore AC=\sqrt{3^2+(1-5)^2}=5,$$

当 $AQ=AC=5$ 时, 点 Q 的坐标为 (3, 6) 或 (3, -4);

当 $CQ=CA=5$ 时, 点 Q 与点 A 关于直线 BC 对称, 则 Q 点的坐标为 (3, 9);

当 $QA=QC$ 时, 设 Q (3, t), 则 $(t-1)^2=3^2+(t-5)^2$, 解得 $t=\frac{33}{8}$, 则 Q 点坐标为 $(3, \frac{33}{8})$;

综上所述, 满足条件的 Q 点的坐标为 (3, 6) 或 (3, -4) 或 (3, 9) 或 $(3, \frac{33}{8})$;

(3) PC 交直线 $x=3$ 于 M, BC 交直线 $x=3$ 于 H, 作 $MN \perp AC$ 于 N, 如图 2,

易得 $CH=3$, $AH=4$, $AC=5$,

$\therefore \angle MAN = \angle CAH$,

$\therefore \text{Rt} \triangle AMN \sim \text{Rt} \triangle ACH$,

$$\therefore \frac{MN}{CH} = \frac{AN}{AH} = \frac{AM}{AC}, \text{ 即 } \frac{MN}{3} = \frac{AN}{4} = \frac{AM}{5},$$

设 $MN=3k$, 则 $AN=4k$, $AM=5k$,

在 $\text{Rt}\triangle CMN$ 中, $\therefore \tan \angle MCN = \frac{MN}{CN} = \frac{1}{2}$,

$$\therefore CN = 6k,$$

$$\therefore CA = 6k + 4k = 10k,$$

$$\therefore 10k = 5, \text{ 解得 } k = \frac{1}{2},$$

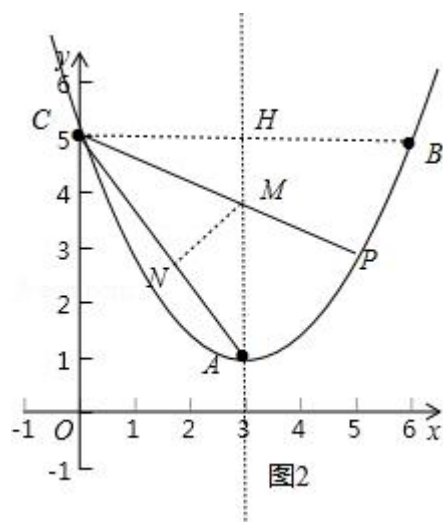
$$\therefore AM = \frac{5}{2},$$

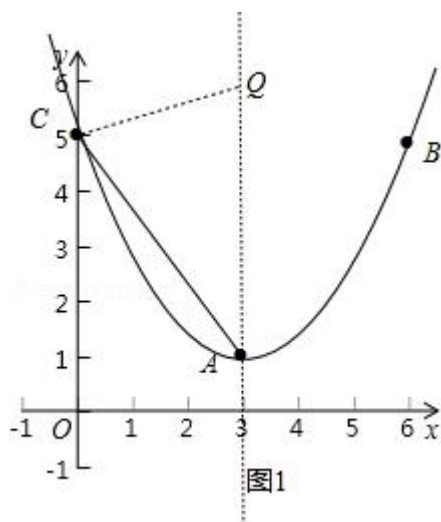
$$\therefore HM = 4 - \frac{5}{2} = \frac{3}{2},$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle CHM \text{ 中, } CM = \sqrt{3^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{5}}{2},$$

$$\therefore \sin \angle HCM = \frac{HM}{CM} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

即 $\angle PCB$ 的正弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$.





【点评】 本题考查了二次函数的综合题：熟练掌握二次函数的性质和等腰三角形的判定；会利用待定系数法求二次函数的解析式；能利用相似比表示线段之间的关系，会解直角三角形；理解坐标与图形性质，记住两点间的距离公式；灵活应用分类讨论的思想解决数学问题.

25. (14 分) 已知: $AB=8$, $\odot O$ 经过点 A 、 B , 以 AB 为一边画平行四边形 $ABCD$, 另一边 CD 经过点 O (如图 1), 一点 B 为圆心, BC 为半径画弧, 交线段 OC 于点 E (点 E 不与点 O , 点 C 重合).

(1) 求证: $OD=OE$;

(2) 如果 $\odot O$ 的半径长为 5 (如图 2), 设 $OD=x$, $BC=y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出它的定义域;

(3) 如果 $\odot O$ 的半径长为 5, 联结 AC , 当 $BE \perp AC$ 时, 求 OD 的长.

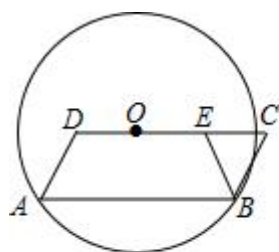


图1

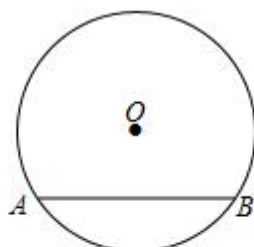
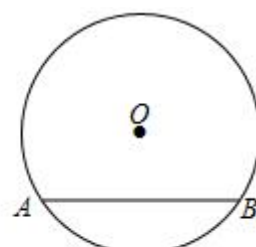


图2



备用图

【考点】 MR: 圆的综合题.

【分析】 (1) 如图 1, 连接 OA , OB , 根据等腰三角形的性质得到 $\angle OAB = \angle OBA$,

根据平行四边形的性质得到 $AD=BC$, $AB \parallel CD$, $\angle DAB = \angle C$, 根据全等三角形的性质即可得到结论;

(2) 如图 2, 过 O 作 $OH \perp AB$ 于 H , 由垂径定理得到 $AH = \frac{1}{2}AB = 4$, 连接 OA , 根据勾股定理得到 $OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = 3$, 过 D 作 $DG \perp AB$ 于 G , 根据矩形的性质得到 $DG = OH = 3$, $GH = x$, 根据勾股定理即可得到结论;

(3) 如图 3, 过 D 作 $DG \perp AB$ 于 G , $CH \perp AB$ 于 H , 根据全等三角形的性质得到 $BH = AE$, 由 (2) 知, $OD = x$, $BC = y$, $AG = 4 - x$, $DG = CH = 3$, 根据相似三角形的性质即可得到结论.

【解答】 解: (1) 如图 1, 连接 OA , OB ,

$$\therefore OA = OB,$$

$$\therefore \angle OAB = \angle OBA,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD = BC, AB \parallel CD, \angle DAB = \angle C,$$

$$\therefore \angle CEB = \angle ABE,$$

$$\therefore BC = BE,$$

$$\therefore AD = BE,$$

$$\therefore \angle C = \angle BEC,$$

$$\therefore \angle DAB = \angle ABE,$$

$$\therefore \angle DAO = \angle EBO,$$

$$\text{在 } \triangle ADO \text{ 与 } \triangle BEO \text{ 中, } \begin{cases} AD = BE \\ \angle DAO = \angle EBO, \\ AO = BO \end{cases}$$

$$\therefore \angle ADO \cong \triangle BEO,$$

$$\therefore OD = OE;$$

(2) 如图 2, 过 O 作 $OH \perp AB$ 于 H,

$$\therefore AH = \frac{1}{2}AB = 4,$$

连接 OA,

$$\therefore OA = 5,$$

$$\therefore OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = 3,$$

过 D 作 $DG \perp AB$ 于 G,

$\therefore$ 四边形 DGHO 是矩形,

$$\therefore DG = OH = 3, \quad GH = x,$$

$$\therefore AG = 4 - x,$$

$$\therefore AD = BC = y,$$

$$\therefore y^2 = 3^2 + (4 - x)^2,$$

$$\therefore y = \sqrt{x^2 - 8x + 25} \quad (0 < x < 4);$$

(3) 如图 3, 过 D 作 $DG \perp AB$ 于 G, $CH \perp AB$ 于 H,

在 $\text{Rt}\triangle ADG$ 与 $\text{Rt}\triangle BCH$ 中, $\begin{cases} AD=BC \\ DG=CH \end{cases}$,

$$\therefore \text{Rt}\triangle ADG \cong \text{Rt}\triangle BCH,$$

$$\therefore BH = AG,$$

由 (2) 知, $OD = x$, $BC = y$, $AG = 4 - x$, $DG = CH = 3$,

$$\therefore BH = 4 - x,$$

$$\therefore AH = 8 + 4 - x = 12 - x,$$

$$\therefore CD \parallel AB,$$

$$\therefore CH \perp CD, \quad AC \perp BE,$$

