

一.选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 共 24 分)

- A. $y=4x^2+2x+1$ B. $y=2x^2-4x+1$ C. $y=2x^2-x+4$ D. $y=x^2-4x+2$

-
- A diagram of a triangle with vertices A , B , and C . A line segment DE is drawn parallel to the base BC , with D on side AB and E on side AC .

- A. $AD \cdot DB = AE \cdot EC$ B. $AD \cdot AE = BD \cdot EC$
C. $AD \cdot CE = AE \cdot BD$ D. $AD \cdot BC = AB \cdot DE$

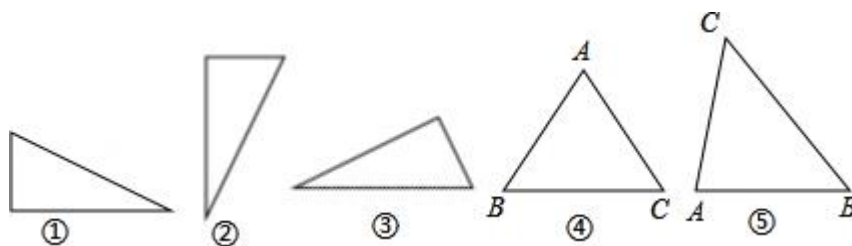
- A. $i=\sin a$ B. $i=\cos a$ C. $i=\tan a$ D. $i=\cot a$

- A. $\vec{a}=\vec{b}$ B. $\vec{a}+\vec{b}=2$ C. $\vec{a}-\vec{b}=0$ D. $|\vec{a}|-|\vec{b}|=0$

- A. $y = (x+2)^2 + 3$ B. $y = (x+2)^2 - 3$ C. $y = (x-2)^2 + 3$ D. $y = (x-2)^2$

- 第 1 页 (共 30 页)

表, 那么当 $\triangle ABC$ 以腰 AB 水平放置时(如图⑤), 它所显示的绝对高度和绝对宽度分别是()



图形	图①	图②	图③	图④	图⑤
绝对高度	1.50	2.00	1.20	2.40	?
绝对宽度	2.00	1.50	2.50	3.60	?

A. 3.60 和 2.40 B. 2.56 和 3.00 C. 2.56 和 2.88 D. 2.88 和 3.00

二.填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 共 48 分)

7. (4 分) 已知线段 a 是线段 b 、 c 的比例中项, 如果 $a=3$, $b=2$, 那么 $c=$ _____.

8. (4 分) 化简: $2(\vec{a}-2\vec{b})-3(\vec{a}+\vec{b})=$ _____.

9. (4 分) 已知点 P 是线段 AB 的黄金分割点 ($AP > BP$), 若 $AB=2$, 则 $AP - BP=$ _____.

10. (4 分) 已知二次函数 $y=f(x)$ 的图象开口向上, 对称轴为直线 $x=4$, 则 $f(1)$ _____ $f(5)$ (填“ $>$ ”或“ $<$ ”)

11. (4 分) 求值: $\sin 60^\circ \cdot \tan 30^\circ =$ _____.

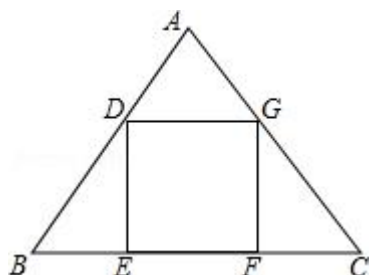
12. (4 分) 已知 G 是等腰直角 $\triangle ABC$ 的重心, 若 $AC=BC=2$, 则线段 CG 的长为_____.

13. (4 分) 两个相似三角形的相似比为 2: 3, 则它们的面积之比为_____.

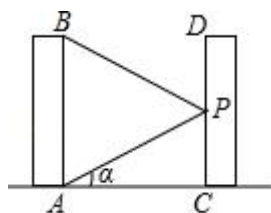
14. (4 分) 等边三角形的周长为 C , 面积为 S , 则面积 S 关于周长 C 的函数解析式为_____.

15. (4 分) 如图, 正方形 $DEFG$ 的边 EF 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上, 顶点 D 、 G 分

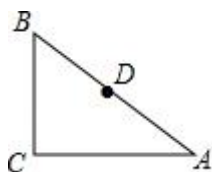
别在边 AB 、 AC 上，已知 $BC=6$ ， $\triangle ABC$ 的面积为 9，则正方形 $DEFG$ 的面积为_____.



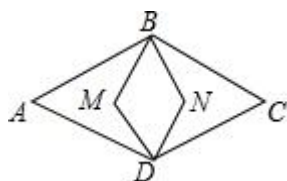
16. (4 分) 如图，小明家所在小区的前后两栋楼 AB 、 CD ，小明在自己所住楼 AB 的底部 A 处，利用对面楼 CD 墙上玻璃（与地面垂直）的反光，测得楼 AB 顶部 B 处的仰角是 α ，若 $\tan \alpha = 0.45$ ，两楼的间距为 30 米，则小明家所住楼 AB 的高度是_____米.



17. (4 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=8$ ， $BC=6$ ， D 是边 AB 的中点，现有一点 P 位于边 AC 上，使得 $\triangle ADP$ 与 $\triangle ABC$ 相似，则线段 AP 的长为_____.



18. (4 分) 如图，菱形 $ABCD$ 内两点 M 、 N ，满足 $MB \perp BC$ ， $MD \perp DC$ ， $NB \perp BA$ ， $ND \perp DA$ ，若四边形 $BMDN$ 的面积是菱形 $ABCD$ 面积的 $\frac{1}{5}$ ，则 $\cos A =$ _____.



三.解答题 (本大题共 7 题, 共 10+10+10+10+12+12+14=78 分)

19. (10 分) 用配方法把二次函数 $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 5$ 化为 $y = a(x+m)^2 + k$ 的形式,

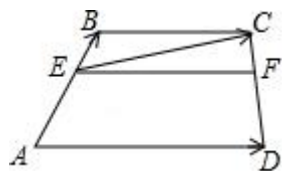
再指出该函数图象的开口方向、对称轴和顶点坐标.

20. (10 分) 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD=3$, $BC=2$, 点 E 、 F 分别在两腰上,

且 $EF \parallel AD$, $AE:EB=2:1$;

(1) 求线段 EF 的长;

(2) 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 试用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{EC}$.

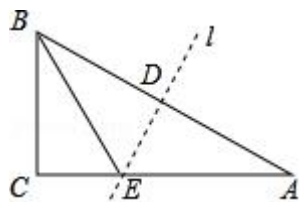


21. (10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AB=5$, $\tan A = \frac{1}{2}$, 将 $\triangle ABC$ 沿

直线 l 翻折, 恰好使点 A 与点 B 重合, 直线 l 分别交边 AB 、 AC 于点 D 、 E ;

(1) 求 $\triangle ABC$ 的面积;

(2) 求 $\sin \angle CBE$ 的值.

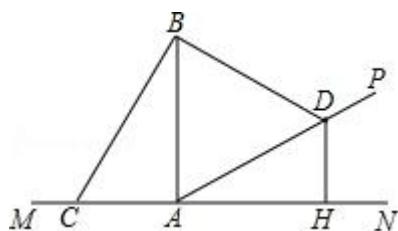


22. (10 分) 如图, 在坡 AP 的坡脚 A 处竖有一根电线杆 AB , 为固定电线杆在

地面 C 处和坡面 D 处各装一根等长的引拉线 BC 和 BD , 过点 D 作地面 MN

的垂线 DH , H 为垂足, 已知点 C 、 A 、 H 在一直线上, 若测得 $AC=7$ 米, $AD=12$

米, 坡角为 30° , 试求电线杆 AB 的高度; (精确到 0.1 米)



23. (12 分) 如图 1, 点 D 位于 $\triangle ABC$ 边 AC 上, 已知 AB 是 AD 与 AC 的比例中项.

(1) 求证: $\angle ACB = \angle ABD$;

(2) 现有点 E、F 分别在边 AB、BC 上如图 2, 满足 $\angle EDF = \angle A + \angle C$, 当 $AB=4$, $BC=5$, $CA=6$ 时, 求证: $DE=DF$.

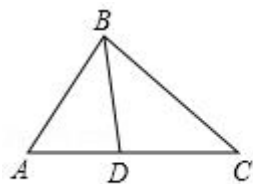


图1

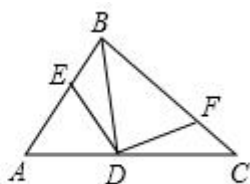
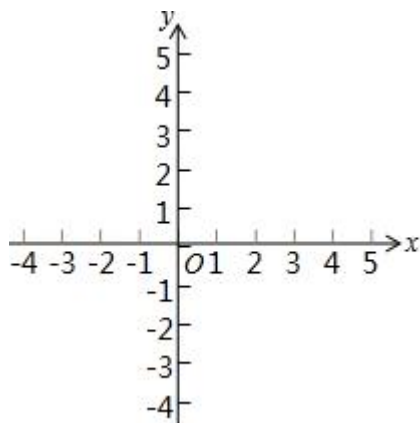


图2

24. (12 分) 平面直角坐标系 xOy 中, 对称轴平行于 y 轴的抛物线过点 A (1, 0)、B (3, 0) 和 C (4, 6);

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 现将此抛物线先沿 x 轴方向向右平移 6 个单位, 再沿 y 轴方向平移 k 个单位, 若所得抛物线与 x 轴交于点 D、E (点 D 在点 E 的左边), 且使 $\triangle ACD \sim \triangle AEC$ (顶点 A、C、D 依次对应顶点 A、E、C), 试求 k 的值, 并注明方向.

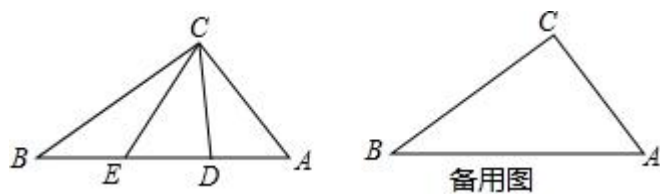


25. (14 分) 如图, $\triangle ABC$ 边 AB 上点 D 、 E (不与点 A 、 B 重合), 满足 $\angle DCE = \angle ABC$, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$;

(1) 当 $CD \perp AB$ 时, 求线段 BE 的长;

(2) 当 $\triangle CDE$ 是等腰三角形时, 求线段 AD 的长;

(3) 设 $AD = x$, $BE = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域.



2017 年上海市黄浦区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一.选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，共 24 分）

1. (4 分) 下列抛物线中，与抛物线 $y=x^2-2x+4$ 具有相同对称轴的是 ()

A. $y=4x^2+2x+1$ B. $y=2x^2-4x+1$ C. $y=2x^2-x+4$ D. $y=x^2-4x+2$

【考点】H3: 二次函数的性质.

【分析】根据对称轴方程分别确定各个抛物线的对称轴后即可作出判断.

【解答】解：抛物线 $y=x^2-2x+4$ 的对称轴为 $x=1$ ；

A、 $y=4x^2+2x+1$ 的对称轴为 $x=-\frac{1}{4}$ ，不符合题意；

B、 $y=2x^2-4x+1$ 的对称轴为 $x=1$ ，符合题意；

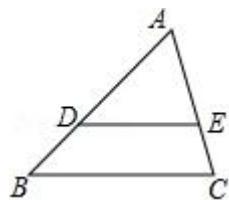
C、 $y=2x^2-x+4$ 的对称轴为 $x=\frac{1}{4}$ ，不符合题意；

D、 $y=x^2-4x+2$ 的对称轴为 $x=2$ ，不符合题意，

故选：B.

【点评】此题考查了二次函数的性质，牢记对称轴方程公式是解答本题的关键，难度不大.

2. (4 分) 如图，点 D、E 位于 $\triangle ABC$ 的两边上，下列条件能判定 $DE \parallel BC$ 的是 ()



A. $AD \cdot DB = AE \cdot EC$

B. $AD \cdot AE = BD \cdot EC$

C. $AD \cdot CE = AE \cdot BD$

D. $AD \cdot BC = AB \cdot DE$

【考点】S4: 平行线分线段成比例.

【分析】根据选项选出能推出对应线段成比例的即可.

【解答】解: $\because AD \cdot CE = AE \cdot BD$,

$$\therefore \frac{AD}{AE} = \frac{BD}{CE},$$

$$\therefore DE \parallel BC,$$

故选: C.

【点评】本题考查了平行线分线段成比例定理, 熟练掌握平行线分线段成比例定理是解题的关键.

3. (4分) 已知一个坡的坡比为 i , 坡角为 α , 则下列等式成立的是 ()

A. $i = \sin \alpha$

B. $i = \cos \alpha$

C. $i = \tan \alpha$

D. $i = \cot \alpha$

【考点】T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【分析】根据坡比的定义: 斜坡垂直高度与水平宽度的比值, 即坡角的正弦值, 据此即可判断.

【解答】解: $i = \tan \alpha$.

故选: C.

【点评】本题考查了坡比的定义, 理解坡比是斜坡垂直高度与水平宽度的比值, 即坡角的正弦值, 是关键.

4. (4分) 已知向量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 都是单位向量, 则下列等式成立的是 ()

A. $\vec{a} = \vec{b}$

B. $\vec{a} + \vec{b} = 2$

C. $\vec{a} - \vec{b} = 0$

D. $|\vec{a}| - |\vec{b}| = 0$

【考点】LM: *平面向量.

【专题】17: 推理填空题.

【分析】根据向量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 都是单位向量, 可知 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$, 由此即可判断.

【解答】解: $\because$ 已知向量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 都是单位向量,

$$\therefore |\vec{a}| = |\vec{b}| = 1,$$

$$\therefore |\vec{a}| - |\vec{b}| = 0,$$

故选：D.

【点评】本题考查平面向量、单位向量，属于概念题目，记住概念是解题的关键.

5. (4分) 已知二次函数 $y=x^2$ ，将它的图象向左平移 2 个单位，再向上平移 3 个单位，则所得图象的表达式为 ()

A. $y=(x+2)^2+3$ B. $y=(x+2)^2-3$ C. $y=(x-2)^2+3$ D. $y=(x-2)^2$

- 3

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】直接根据“上加下减、左加右减”的原则进行解答即可.

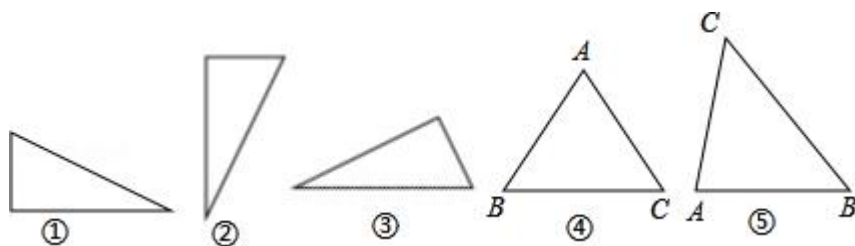
【解答】解：由“左加右减”的原则可知，二次函数 $y=x^2$ 的图象向左平移 2 个单位得到 $y=(x+2)^2$,

由“上加下减”的原则可知，将二次函数 $y=(x+2)^2$ 的图象向上平移 3 个单位可得到函数 $y=(x+2)^2+3$,

故选：A.

【点评】本题考查的是二次函数的图象与几何变换，熟知“上加下减、左加右减”的原则是解答此题的关键.

6. (4分) Word 文本中的图形，在图形格式中大小菜单下显示有图形的绝对高度和绝对宽度，同一个图形随其放置方向的变化，所显示的绝对高度和绝对宽度也随之变化. 如图①、②、③是同一个三角形以三条不同的边水平放置时，它们所显示的绝对高度和绝对宽度如下表，现有 $\triangle ABC$ ，已知 $AB=AC$ ，当它以底边 BC 水平放置时 (如图④)，它所显示的绝对高度和绝对宽度如下表，那么当 $\triangle ABC$ 以腰 AB 水平放置时 (如图⑤)，它所显示的绝对高度和绝对宽度分别是 ()



图形	图①	图②	图③	图④	图⑤
绝对高度	1.50	2.00	1.20	2.40	?
绝对宽度	2.00	1.50	2.50	3.60	?

A. 3.60 和 2.40 B. 2.56 和 3.00 C. 2.56 和 2.88 D. 2.88 和 3.00

【考点】KH：等腰三角形的性质；KQ：勾股定理.

【分析】根据等腰三角形的性质，勾股定理可求 AB，即图⑤绝对宽度，再根据三角形面积公式可求图⑤绝对高度.

【解答】解：图④，过 A 点作 $AD \perp BC$ 于 D，

$$BD = 3.60 \div 2 = 1.80,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABD \text{ 中, } AB = \sqrt{1.80^2 + 2.40^2} = 3,$$

图⑤绝对宽度为 3;

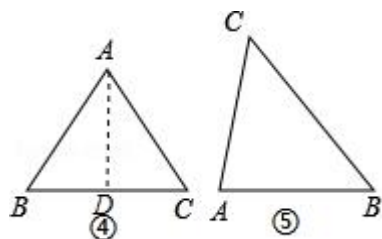
图⑤绝对高度为:

$$2.40 \times 3.60 \div 2 \times 2 \div 3$$

$$= 4.32 \times 2 \div 3$$

$$= 2.88.$$

故选：D.



【点评】此题考查了勾股定理，等腰三角形的性质，解题的关键是熟练掌握图形

的绝对高度和绝对宽度的定义.

二.填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 共 48 分)

7. (4 分) 已知线段 a 是线段 b 、 c 的比例中项, 如果 $a=3$, $b=2$, 那么 $c=\frac{9}{2}$.

【考点】S2: 比例线段.

【分析】根据比例中项的定义可得 $b^2=ac$, 从而易求 c .

【解答】解: $\because$ 线段 a 是线段 b 、 c 的比例中项,

$$\therefore a^2=bc,$$

$$\text{即 } 3^2=2 \times c,$$

$$\therefore c=\frac{9}{2}.$$

故答案是: $\frac{9}{2}$.

【点评】本题考查了比例线段, 解题的关键是理解比例中项的定义.

8. (4 分) 化简: $2(\vec{a}-2\vec{b})-3(\vec{a}+\vec{b})=-\vec{a}-7\vec{b}$.

【考点】LM: *平面向量.

【分析】直接利用平面向量的加减运算法则求解即可求得答案.

【解答】解: $2(\vec{a}-2\vec{b})-3(\vec{a}+\vec{b})=2\vec{a}-4\vec{b}-3\vec{a}-3\vec{b}=-\vec{a}-7\vec{b}$.

故答案为: $-\vec{a}-7\vec{b}$.

【点评】此题考查了平面向量的运算法则. 注意掌握去括号时的符号变化是解此题的关键.

9. (4 分) 已知点 P 是线段 AB 的黄金分割点 ($AP > BP$), 若 $AB=2$, 则 $AP - BP = 2\sqrt{5} - 4$.

【考点】S3: 黄金分割.

【分析】根据黄金分割的概念、黄金比值计算即可.

【解答】解: $\because$ 点 P 是线段 AB 的黄金分割点, $AP > BP$,

$$\therefore AP = \frac{\sqrt{5}-1}{2}AB = \sqrt{5}-1,$$

$$\text{则 } BP = 2 - AP = 3 - \sqrt{5},$$

$$\therefore AP - BP = (\sqrt{5}-1) - (3-\sqrt{5}) = 2\sqrt{5}-4,$$

故答案为: $2\sqrt{5}-4$.

【点评】 本题考查的是黄金分割的概念和性质, 把线段 AB 分成两条线段 AC 和 BC ($AC > BC$), 且使 AC 是 AB 和 BC 的比例中项, 叫做把线段 AB 黄金分割.

10. (4 分) 已知二次函数 $y=f(x)$ 的图象开口向上, 对称轴为直线 $x=4$, 则 f

$$(1) \underline{\quad > \quad} f(5) \text{ (填“>”或“<”)}$$

【考点】 H3: 二次函数的性质.

【分析】 根据对称轴及开口方向确定其增减性即可确定答案.

【解答】 解: $\because$ 二次函数 $y=f(x)$ 的图象开口向上, 对称轴为直线 $x=4$,

$\therefore$ 当 x 的取值越靠近 4 函数值就越小, 反之越大,

$$\therefore f(1) > f(5),$$

故答案为: $>$.

【点评】 考查了二次函数的性质, 解题的关键是根据对称轴及开口方向确定其增减性, 难度不大.

$$11. (4 \text{ 分}) \text{ 求值: } \sin 60^\circ \cdot \tan 30^\circ = \underline{\frac{1}{2}}.$$

【考点】 T5: 特殊角的三角函数值.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 先根据特殊角的三角函数值计算出各数, 再根据二次根式的乘法进行计算即可.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: 原式} &= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} \\ &= \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

故答案为: $\frac{1}{2}$.

【点评】本题考查的是特殊角的三角函数值, 熟记各特殊角度的三角函数值是解答此题的关键.

12. (4 分) 已知 G 是等腰直角 $\triangle ABC$ 的重心, 若 $AC=BC=2$, 则线段 CG 的长为 $\frac{2}{3}\sqrt{2}$.

【考点】K5: 三角形的重心; KW: 等腰直角三角形.

【分析】根据三角形的重心到顶点的距离等于到对边中点的距离的 2 倍解答即可.

【解答】解: $\because G$ 是等腰直角 $\triangle ABC$ 的重心, $AC=BC=2$,

$$\therefore CG = \frac{2}{3} \times \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2}{3}\sqrt{2},$$

故答案为: $\frac{2}{3}\sqrt{2}$

【点评】本题考查了三角形的重心, 熟记三角形的重心到顶点的距离等于到对边中点的距离的 2 倍是解题的关键.

13. (4 分) 两个相似三角形的相似比为 2: 3, 则它们的面积之比为 4: 9.

【考点】S7: 相似三角形的性质.

【专题】2B: 探究型.

【分析】直接根据相似三角形的性质进行解答即可.

【解答】解: $\because$ 两个相似三角形的相似比为 2: 3,

$\therefore$ 它们的面积之比为 4: 9.

故答案为: 4: 9

【点评】本题考查的是相似三角形的性质, 即相似三角形面积的比等于相似比的平方.

14. (4 分) 等边三角形的周长为 C , 面积为 S , 则面积 S 关于周长 C 的函数解析式为 $S = \frac{\sqrt{3}}{36}C^2$.

【考点】HD：根据实际问题列二次函数关系式.

【分析】直接利用等边三角形的性质得出 AD 的长，再利用三角形面积求法得出答案.

【解答】解：如图所示：过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D,

$\therefore$ 等边三角形的周长为 C,

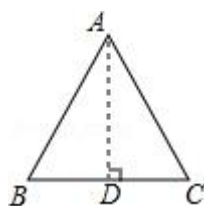
$$\therefore AB=BC=AC=\frac{C}{3},$$

$$\therefore DC=BD=\frac{C}{6},$$

$$\therefore AD=\sqrt{\left(\frac{C}{3}\right)^2-\left(\frac{C}{6}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{6}C,$$

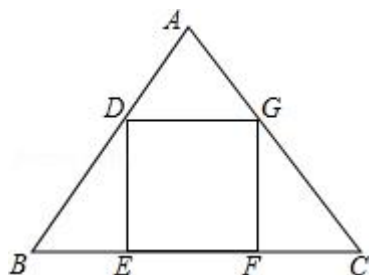
$$\therefore S=\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{6}C \times \frac{C}{3}=\frac{\sqrt{3}}{36}C^2.$$

故答案为： $S=\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{6}C \times \frac{C}{3}=\frac{\sqrt{3}}{36}C^2$.



【点评】此题主要考查了等边三角形的性质以及三角形面积求法，正确表示出三角形的高是解题关键.

15. (4 分) 如图，正方形 DEFG 的边 EF 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上，顶点 D、G 分别在边 AB、AC 上，已知 $BC=6$ ， $\triangle ABC$ 的面积为 9，则正方形 DEFG 的面积为 4.



【考点】LE：正方形的性质；S9：相似三角形的判定与性质.

【分析】由 $DG \parallel BC$ 得 $\triangle ADG \sim \triangle ABC$ ，利用相似三角形对应边上高的比等于

相似比，列方程求解.

【解答】解：作 $AH \perp BC$ 于 H ，交 DG 于 P ，如图所示：

$$\because \triangle ABC \text{ 的面积} = \frac{1}{2}BC \cdot AH = 9, \quad BC = 6,$$

$$\therefore AH = 3,$$

设正方形 $DEFG$ 的边长为 x .

由正方形 $DEFG$ 得， $DG \parallel EF$ ，即 $DG \parallel BC$ ，

$$\therefore AH \perp BC,$$

$$\therefore AP \perp DG.$$

由 $DG \parallel BC$ 得 $\triangle ADG \sim \triangle ABC$

$$\therefore \frac{DG}{BC} = \frac{AP}{AH}.$$

$$\therefore PH \perp BC, \quad DE \perp BC$$

$$\therefore PH = ED, \quad AP = AH - PH,$$

$$\text{即 } \frac{DG}{BC} = \frac{AH - PH}{AH},$$

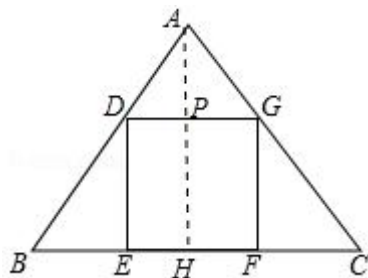
由 $BC = 6$ ， $AH = 3$ ， $DE = DG = x$ ，

$$\text{得 } \frac{x}{6} = \frac{3-x}{3},$$

解得 $x = 2$.

故正方形 $DEFG$ 的面积 $= 2^2 = 4$ ；

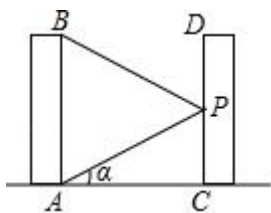
故答案为：4.



【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质、正方形的性质. 关键是由平行线

得到相似三角形，利用相似三角形的性质列方程.

16. (4分) 如图，小明家所在小区的前后两栋楼 AB 、 CD ，小明在自己所住楼 AB 的底部 A 处，利用对面楼 CD 墙上玻璃（与地面垂直）的反光，测得楼 AB 顶部 B 处的仰角是 α ，若 $\tan\alpha=0.45$ ，两楼的间距为 30 米，则小明家所住楼 AB 的高度是 27 米.



【考点】TA: 解直角三角形的应用－仰角俯角问题.

【分析】作 $PE \perp AB$ 于点 E ，在直角 $\triangle AEP$ 中，利用三角函数求得 AE 的长，根据 $AB=2AE$ 即可求解.

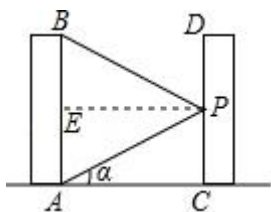
【解答】解：作 $PE \perp AB$ 于点 E ,

在直角 $\triangle AEP$ 中， $\angle APE = \angle \alpha$,

则 $AE = PE \cdot \tan \angle APE = 30 \times 0.45 = 13.5$ (米),

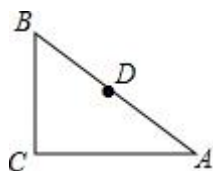
则 $AB = 2AE = 27$ (米).

故答案是：27.



【点评】本题考查解直角三角形、仰角、俯角的定义，解题的关键是记住特殊三角形的边之间关系，学会把问题转化为方程解决，属于中考常考题型.

17. (4分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=8$ ， $BC=6$ ， D 是边 AB 的中点，现有一点 P 位于边 AC 上，使得 $\triangle ADP$ 与 $\triangle ABC$ 相似，则线段 AP 的长为 4 或 $\frac{25}{4}$.



【考点】S8：相似三角形的判定.

【分析】先根据勾股定理求出 AB 的长，再分 $\triangle ADP \sim \triangle ABC$ 与 $\triangle ADP \sim \triangle ACB$ 两种情况进行讨论即可.

【解答】解： $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=8$ ， $BC=6$ ，

$$\therefore AB = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10.$$

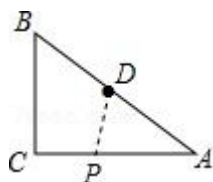
$\because D$ 是边 AB 的中点，

$$\therefore AD = 5.$$

当 $\triangle ADP \sim \triangle ABC$ 时， $\frac{AD}{AB} = \frac{AP}{AC}$ ，即 $\frac{5}{10} = \frac{AP}{8}$ ，解得 $AP=4$ ；

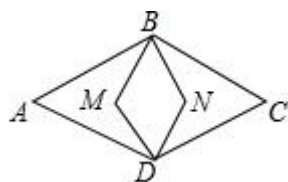
当 $\triangle ADP \sim \triangle ACB$ 时， $\frac{AD}{AC} = \frac{AP}{AB}$ ，即 $\frac{5}{8} = \frac{AP}{10}$ ，解得 $AP = \frac{25}{4}$.

故答案为：4 或 $\frac{25}{4}$.



【点评】本题考查的是相似三角形的判定，在解答此题时要注意进行分类讨论，不要漏解.

18. (4 分) 如图，菱形 $ABCD$ 内两点 M 、 N ，满足 $MB \perp BC$ ， $MD \perp DC$ ， $NB \perp BA$ ， $ND \perp DA$ ，若四边形 $BMDN$ 的面积是菱形 $ABCD$ 面积的 $\frac{1}{5}$ ，则 $\cos A =$ $\frac{2}{3}$.

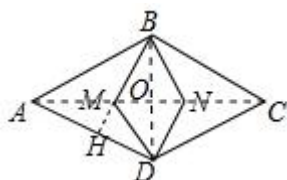


【考点】L8：菱形的性质；T7：解直角三角形.

【分析】如图，连接 AN、CM，延长 BM 交 AD 于 H. AN 是菱形 ABCD 的角平分线，同理 CM 也是菱形 ABCD 的角平分线，设 BD 与 AC 交于点 O，

易知四边形 BMDN 是菱形，设 $S_{\triangle OMB}=S_{\triangle ONB}=S_{\triangle OMD}=S_{\triangle OND}=a$ ，因为四边形 BMDN 的面积是菱形 ABCD 面积的 $\frac{1}{5}$ ，所以 $S_{\triangle AMB}=S_{\triangle AMD}=S_{\triangle CNB}=S_{\triangle CND}=4a$ ，推出 $AM=4OM$ ， $CN=4ON$ ，设 $ON=OM=k$ ，则 $AM=CN=4k$ ，由 $\triangle ABO \sim \triangle BNO$ ，推出 $OB^2=OA \cdot ON=5k^2$ ，推出 $OB=\sqrt{5}k$ ， $AB=AD=\sqrt{AO^2+OB^2}=\sqrt{30}k$ ，由 $\frac{1}{2}AD \cdot BH=\frac{1}{2}BD \cdot AO$ ，推出 $BH=\frac{AO \cdot BD}{AD}=\frac{5}{3}\sqrt{6}k$ ，再利用勾股定理求出 AH 即可解决问题.

【解答】解：如图，连接 AN、CM，延长 BM 交 AD 于 H.



$\therefore AB \perp BN$ ， $AD \perp DN$ ，

$\therefore \angle ABN = \angle ADN = 90^\circ$ ，

在 $Rt\triangle ANB$ 和 $Rt\triangle AND$ 中，

$$\begin{cases} AN=AN \\ AB=AD \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABN \cong \triangle ADN$ ，

$\therefore \angle BAN = \angle DAN$ ，

$\therefore AN$ 是菱形 ABCD 的角平分线，同理 CM 也是菱形 ABCD 的角平分线，设 BD 与 AC 交于点 O，

易知四边形 BMDN 是菱形，设 $S_{\triangle OMB}=S_{\triangle ONB}=S_{\triangle OMD}=S_{\triangle OND}=a$ ，

$\therefore$ 四边形 BMDN 的面积是菱形 ABCD 面积的 $\frac{1}{5}$ ，

$\therefore S_{\triangle AMB}=S_{\triangle AMD}=S_{\triangle CNB}=S_{\triangle CND}=4a$ ，

∴ AM=4OM, CN=4ON, 设 ON=OM=k, 则 AM=CN=4k,

∴ $\triangle ABO \sim \triangle BNO$,

∴ $OB^2 = OA \cdot ON = 5k^2$,

∴ $OB = \sqrt{5}k$, $AB = AD = \sqrt{AO^2 + OB^2} = \sqrt{30}k$,

∴ $\frac{1}{2}AD \cdot BH = \frac{1}{2}BD \cdot AO$,

∴ $BH = \frac{AO \cdot BD}{AD} = \frac{5}{3}\sqrt{6}k$,

∴ $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{30k^2 - \frac{25 \times 6}{9}k^2} = \frac{2}{3}\sqrt{30}k$,

∴ $\cos A = \frac{AH}{AB} = \frac{\frac{2}{3}\sqrt{30}k}{\sqrt{30}k} = \frac{2}{3}$.

故答案为 $\frac{2}{3}$

【点评】 本题考查菱形的性质、全等三角形的判定和性质、勾股定理、相似三角形的判定和性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识，学会利用参数解决问题，学会利用面积法求线段，所以中考常考题型.

三.解答题 (本大题共 7 题, 共 10+10+10+10+12+12+14=78 分)

19. (10 分) 用配方法把二次函数 $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 5$ 化为 $y = a(x+m)^2 + k$ 的形式, 再指出该函数图象的开口方向、对称轴和顶点坐标.

【考点】 H9: 二次函数的三种形式.

【分析】 利用配方法把一般式化为顶点式, 根据二次函数的性质解答即可.

【解答】 解: $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 5 = \frac{1}{2}(x-4)^2 - 3$,

∴ 抛物线开口向上, 对称轴为直线 $x=4$, 顶点 $(4, -3)$.

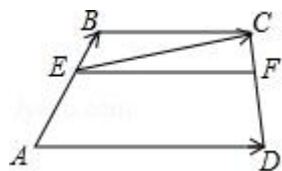
【点评】 本题考查的是二次根式的三种形式, 正确利用配方法把一般式化为顶点式是解题的关键.

20. (10 分) 如图, 在梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $AD=3$, $BC=2$, 点 E、F 分别在两腰上,

且 $EF \parallel AD$, $AE:EB=2:1$;

(1) 求线段 EF 的长;

(2) 设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$, 试用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{EC}$.



【考点】LH: 梯形; LM: *平面向量.

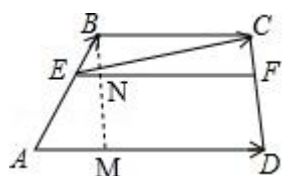
【专题】11: 计算题.

【分析】(1) 作 $BM \parallel CD$ 交 AD 、 EF 于 M 、 N 两点, 将问题转化到 $\triangle ABM$ 中,

利用相似三角形的判定与性质求 EN , 由 $EF=EN+NF=EN+AD$ 进行求解;

(2) 由 $\frac{BC}{AD}=\frac{2}{3}$ 、 $\frac{EB}{AB}=\frac{1}{3}$ 得 $BC=\frac{2}{3}AD$, $EB=\frac{1}{3}AB$, 根据 $\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{BC}$ 可得答案.

【解答】解: (1) 作 $BM \parallel CD$ 交 AD 、 EF 于 M 、 N 两点,



又 $AD \parallel BC$, $EF \parallel AD$,

$\therefore$ 四边形 $BCFN$ 与 $MNFD$ 均为平行四边形.

$\therefore BC=NF=MD=2$,

$\therefore AM=AD-MD=1$.

又 $\frac{AE}{EB}=2$,

$\therefore \frac{BE}{BA}=\frac{1}{3}$,

$\therefore EF \parallel AD$,

$\therefore \triangle BEN \sim \triangle BAM$,

$$\therefore \frac{BE}{BA} = \frac{EN}{AM}, \text{ 即 } \frac{1}{3} = \frac{EN}{1},$$

$$\therefore EN = \frac{1}{3},$$

$$\text{则 } EF = EN + NF = \frac{7}{3};$$

$$(2) \therefore \frac{BC}{AD} = \frac{2}{3}, \frac{EB}{AB} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore BC = \frac{2}{3}AD, EB = \frac{1}{3}AB,$$

$$\therefore \overrightarrow{EB} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\vec{b}, \overrightarrow{EB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\vec{a},$$

$$\text{则 } \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BC} = -\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}.$$

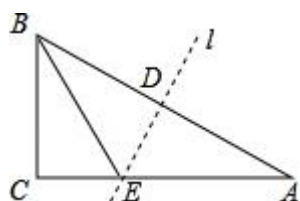
【点评】 本题主要考查了平行四边形的判定与性质、相似三角形的判定与性质及向量的运算，熟练掌握相似三角形的判定与性质得出对应边的长度之比和向量的基本运算是解题的关键.

21. (10 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AB = 5$ ， $\tan A = \frac{1}{2}$ ，将 $\triangle ABC$ 沿

直线 l 翻折，恰好使点 A 与点 B 重合，直线 l 分别交边 AB 、 AC 于点 D 、 E ；

(1) 求 $\triangle ABC$ 的面积；

(2) 求 $\sin \angle CBE$ 的值.



【考点】 PB: 翻折变换 (折叠问题).

【分析】 (1) 根据 $\angle A$ 的正切用 BC 表示出 AC ，再利用勾股定理列方程求出 BC ，再求出 AC ，然后根据直角三角形的面积公式列式计算即可得解；

(2) 设 $CE = x$ ，表示出 AE ，再根据翻折变换的性质可得 $BE = AE$ ，然后列方程求出 x ，再利用锐角的正弦等于对边比斜边列式计算即可得解.

【解答】解：(1) $\because \angle ACB=90^\circ$, $\tan A=\frac{1}{2}$,

$$\therefore \frac{BC}{AC}=\frac{1}{2},$$

$$\therefore AC=2BC,$$

在 $Rt\triangle ABC$ 中, $BC^2+AC^2=AB^2$,

$$\text{即 } BC^2+4BC^2=25,$$

$$\text{解得 } BC=\sqrt{5},$$

$$\text{所以, } AC=2\sqrt{5},$$

$$\triangle ABC \text{ 的面积}=\frac{1}{2}AC\cdot BC=\frac{1}{2}\times\sqrt{5}\times 2\sqrt{5}=5;$$

$$(2) \text{ 设 } CE=x, \text{ 则 } AE=AC-CE=2\sqrt{5}-x,$$

$\because \triangle ABC$ 沿直线 l 翻折点 A 与点 B 重合,

$$\therefore BE=AE=2\sqrt{5}-x,$$

在 $Rt\triangle BCE$ 中, $BC^2+CE^2=BE^2$,

$$\text{即 } \sqrt{5}^2+x^2=(2\sqrt{5}-x)^2,$$

$$\text{解得 } x=\frac{3\sqrt{5}}{4},$$

$$\text{所以, } CE=\frac{3\sqrt{5}}{4},$$

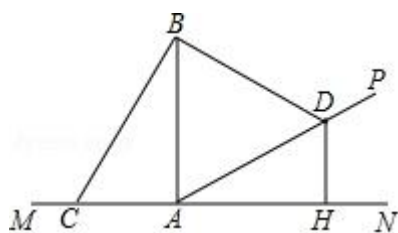
$$BE=2\sqrt{5}-x=2\sqrt{5}-\frac{3\sqrt{5}}{4}=\frac{5\sqrt{5}}{4},$$

$$\text{所以, } \sin \angle CBE=\frac{CE}{BE}=\frac{\frac{3\sqrt{5}}{4}}{\frac{5\sqrt{5}}{4}}=\frac{3}{5}.$$

【点评】本题考查了翻折变换的性质, 锐角三角函数的定义, 此类题目, 利用勾股定理列出方程求出相关的线段的长度是解题的关键.

22. (10 分) 如图, 在坡 AP 的坡脚 A 处竖有一根电线杆 AB , 为固定电线杆在地面 C 处和坡面 D 处各装一根等长的引拉线 BC 和 BD , 过点 D 作地面 MN

的垂线 DH , H 为垂足, 已知点 C 、 A 、 H 在一直线上, 若测得 $AC=7$ 米, $AD=12$ 米, 坡角为 30° , 试求电线杆 AB 的高度; (精确到 0.1 米)



【考点】 T9: 解直角三角形的应用 – 坡度坡角问题.

【分析】 作 $BE \perp AD$ 于点 E , 设 $AB=x$ 米, 在直角 $\triangle ABE$ 中, 根据三角函数, 利用 x 表示出 AE 和 BE 的长, 则在直角 $\triangle BED$ 中, 利用勾股定理表示出 BD 的长, 在直角 $\triangle ABC$ 中利用勾股定理表示出 BC , 根据 $BC=BD$ 即可列方程求解.

【解答】 解: 作 $BE \perp AD$ 于点 E , 设 $AB=x$ 米,

在直角 $\triangle ABE$ 中, $\angle BAE=90^\circ - \angle DAH=90^\circ - 30^\circ=60^\circ$,

则 $AE=AB \cdot \cos \angle BAE=x \cos 60^\circ=\frac{1}{2}x$ (米),

$BE=AB \cdot \sin \angle BAE=x \sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}x$ (米).

则 $DE=AD - AE=12 - \frac{1}{2}x$,

在直角 $\triangle BED$ 中, $BD^2=BE^2+DE^2=(\frac{\sqrt{3}}{2}x)^2+(12 - \frac{1}{2}x)^2=144+x^2 - 12x$,

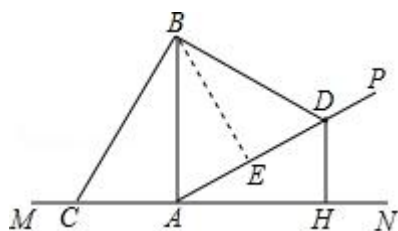
在直角 $\triangle ABC$ 中, $BC^2=AC^2+AB^2=7^2+x^2=49+x^2$.

$\therefore BC=BD$,

$\therefore 144+x^2 - 12x=49+x^2$.

解得 $x=\frac{95}{12} \approx 7.9$

答: 电线杆 AB 的高度约是 7.9 米.

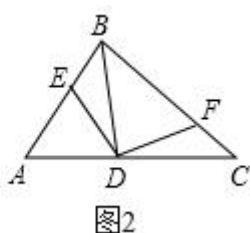
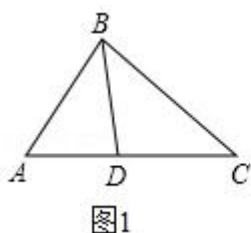


【点评】 本题考查了解直角三角形的应用，坡度坡角问题，正确作出辅助线，利用 AB 的长表示抽 BD 和 BC 是关键.

23. (12 分) 如图 1，点 D 位于 $\triangle ABC$ 边 AC 上，已知 AB 是 AD 与 AC 的比例中项.

(1) 求证: $\angle ACB = \angle ABD$;

(2) 现有点 E 、 F 分别在边 AB 、 BC 上如图 2，满足 $\angle EDF = \angle A + \angle C$ ，当 $AB=4$ ， $BC=5$ ， $CA=6$ 时，求证: $DE=DF$.



【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 证出 $\triangle ABD \sim \triangle ACB$ ，得出对应角相等即可；

(2) 由相似三角形的性质得出对应边成比例求出 $AD = \frac{8}{3}$ ， $BD = \frac{10}{3}$ ，得出 $BD = CD$ ，由等腰三角形的性质得出 $\angle DBC = \angle ACB$ ，证出 $\angle ABD = \angle BDC$ ，再证明点 B 、 E 、 D 、 F 四点共圆，由圆周角定理得出 $\widehat{DE} = \widehat{DF}$ ，即可得出结论.

【解答】 (1) 证明: $\because AB$ 是 AD 与 AC 的比例中项.

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AB},$$

又 $\because \angle A = \angle A$,

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle ACB,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle ABD;$$

(2) 证明: $\because \triangle ABD \sim \triangle ACB$,

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{BD}{BC} = \frac{AB}{AC}, \text{ 即 } \frac{AD}{4} = \frac{BD}{5} = \frac{4}{6},$$

$$\text{解得: } AD = \frac{8}{3}, \quad BD = \frac{10}{3},$$

$$\therefore CD = AC - AD = 6 - \frac{8}{3} = \frac{10}{3},$$

$$\therefore BD = CD,$$

$$\therefore \angle DBC = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle ABD,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle BDC,$$

$$\therefore \angle EDF = \angle A + \angle C, \quad \angle A + \angle C = 180^\circ - \angle ABC,$$

$$\therefore \angle EDF + \angle ABC = 180^\circ,$$

$\therefore$ 点 B、E、D、F 四点共圆,

$$\therefore \widehat{DE} = \widehat{DF},$$

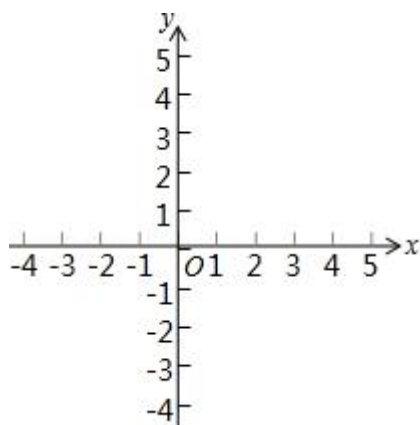
$$\therefore DE = DF.$$

【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质、等腰三角形的判定与性质、四点共圆、圆周角定理等知识; 熟练掌握相似三角形的判定与性质, 证明四点共圆是解决问题 (2) 的关键.

24. (12 分) 平面直角坐标系 xOy 中, 对称轴平行于 y 轴的抛物线过点 A (1, 0)、B (3, 0) 和 C (4, 6);

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 现将此抛物线先沿 x 轴方向向右平移 6 个单位, 再沿 y 轴方向平移 k 个单位, 若所得抛物线与 x 轴交于点 D、E (点 D 在点 E 的左边), 且使 $\triangle ACD \sim \triangle AEC$ (顶点 A、C、D 依次对应顶点 A、E、C), 试求 k 的值, 并注明方向.



【考点】HF：二次函数综合题.

【分析】(1) 利用待定系数法直接求出抛物线的解析式；

(2) 设出 D, E 坐标, 根据平移, 用 k 表示出平移后的抛物线解析式, 利用坐标轴上点的特点得出 $m+n=16$, $mn=63-\frac{k}{2}$, 进而利用相似三角形得出比例式建立方程即可求出 k

【解答】解: (1) $\because$ 抛物线过点 A (1, 0)、B (3, 0),

$\therefore$ 设抛物线的解析式为 $y=a(x-1)(x-3)$,

$\because$ C (4, 6),

$\therefore 6=a(4-1)(4-3)$,

$\therefore a=2$,

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y=2(x-1)(x-3)=2x^2-8x+6$;

(2) 如图, 设点 D (m, 0), E (n, 0),

$\because$ A (1, 0),

$\therefore AD=m-1$, $AE=n-1$

由 (1) 知, 抛物线的解析式为 $y=2x^2-8x+6=2(x-2)^2-2$;

$\therefore$ 将此抛物线先沿 x 轴方向向右平移 6 个单位, 得到抛物线的解析式为 $y=2(x-8)^2-2$;

∴再沿 y 轴方向平移 k 个单位，得到的抛物线的解析式为 $y=2(x-8)^2-2-k$;

令 $y=0$ ，则 $2(x-8)^2-2-k=0$,

$$\therefore 2x^2-32x+126-k=0,$$

根据根与系数的关系得,

$$\therefore m+n=16, mn=63-\frac{k}{2},$$

$$\therefore A(1, 0), C(4, 6),$$

$$\therefore AC^2=(4-1)^2+6^2=45,$$

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle AEC,$$

$$\therefore \frac{AC}{AE} = \frac{AD}{AC},$$

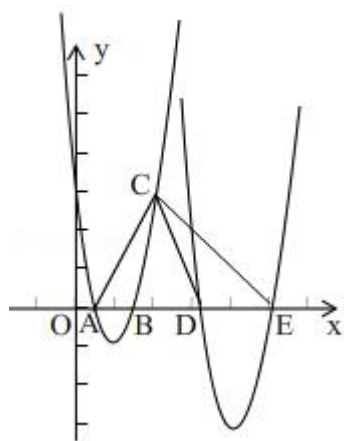
$$\therefore AC^2=AD \cdot AE,$$

$$\therefore 45=(m-1)(n-1)=mn-(m+n)+1,$$

$$\therefore 45=63-\frac{k}{2}-16+1,$$

$$\therefore k=6,$$

即: $k=6$ ，向下平移 6 个单位.



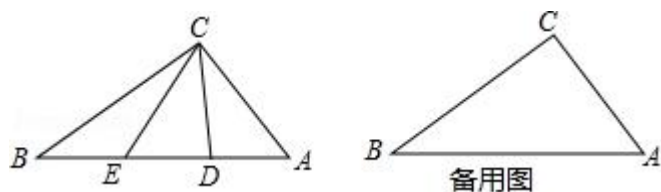
【点评】此题是二次函数综合题，主要考查了待定系数法，平移的性质，相似三角形的性质，根与系数的关系，解本题的关键是设出了点 D ， E 的坐标，借助韦达定理直接求出 k .

25. (14 分) 如图, $\triangle ABC$ 边 AB 上点 D 、 E (不与点 A 、 B 重合), 满足 $\angle DCE = \angle ABC$, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$;

(1) 当 $CD \perp AB$ 时, 求线段 BE 的长;

(2) 当 $\triangle CDE$ 是等腰三角形时, 求线段 AD 的长;

(3) 设 $AD = x$, $BE = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域.



【考点】KH: 等腰三角形的性质; KQ: 勾股定理; KY: 三角形综合题; S9:

相似三角形的判定与性质; T7: 解直角三角形.

【专题】16: 压轴题; 4A: 面积法.

【分析】(1) 先根据 $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$, 求得 $AB = 5$, $\sin A = \frac{4}{5}$, $\tan B = \frac{3}{4}$,

再根据 $\triangle ACD$ 为直角三角形, 求得 AD , 在 $Rt\triangle CDE$ 中, 求得 DE , 最后根据 $BE = AB - AD - DE$ 进行计算即可;

(2) 当 $\triangle CDE$ 是等腰三角形时, 可知 $\angle CDE > \angle A > \angle B = \angle DCE$, $\angle CED > \angle B = \angle DCE$, 进而得出 $\angle CED = \angle CDE$, 再根据 $\angle B = \angle DCE$, $\angle CDE = \angle BDC$, 得到 $\angle BCD = \angle CED = \angle CDE = \angle BDC$, 最后求得 AD 的长;

(3) 先作 $CH \perp AB$ 于 H , $Rt\triangle ACH$ 中, 求得 CH 和 AH 的长, 在 $Rt\triangle CDH$ 中, 根据勾股定理得出: $CD^2 = x^2 - \frac{18}{5}x + 9$, 再判定 $\triangle BDC \sim \triangle CDE$, 得出 $CD^2 = DE \cdot DB$, 即 $x^2 - \frac{18}{5}x + 9 = (5 - x - y)(5 - x)$, 最后求得 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域.

【解答】(1) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$,

$$\therefore AB = 5, \sin A = \frac{4}{5}, \tan B = \frac{3}{4},$$

如图，当 $CD \perp AB$ 时， $\triangle ACD$ 为直角三角形，

$$\therefore CD = AC \cdot \sin A = \frac{12}{5},$$

$$\therefore AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \frac{9}{5},$$

又 $\because \angle DCE = \angle ABC$,

$$\therefore \text{在 Rt} \triangle CDE \text{ 中, } DE = CD \cdot \tan \angle DCE = \frac{12}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{5},$$

$$\therefore BE = AB - AD - DE = 5 - \frac{9}{5} - \frac{9}{5} = \frac{7}{5};$$

(2) 当 $\triangle CDE$ 为等腰三角形时，可知 $\angle CDE > \angle A > \angle B = \angle DCE$, $\angle CED > \angle$

$B = \angle DCE$,

$\therefore$ 唯有 $\angle CED = \angle CDE$,

又 $\because \angle B = \angle DCE$, $\angle CDE = \angle BDC$,

$\therefore \angle BCD = \angle CED = \angle CDE = \angle BDC$,

$\therefore BD = BC = 4$,

$\therefore AD = 5 - 4 = 1$;

(3) 如图所示，作 $CH \perp AB$ 于 H ,

$$\therefore \frac{1}{2} \times BC \times AC = \frac{1}{2} AB \times CH,$$

$$\therefore CH = \frac{12}{5},$$

$$\therefore \text{在 Rt} \triangle ACH \text{ 中, } AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \frac{9}{5},$$

$$\therefore \text{在 Rt} \triangle CDH \text{ 中, } CD^2 = CH^2 + DH^2 = \left(\frac{12}{5}\right)^2 + \left(\frac{9}{5} - x\right)^2 = x^2 - \frac{18}{5}x + 9,$$

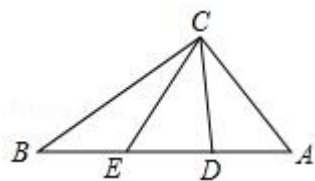
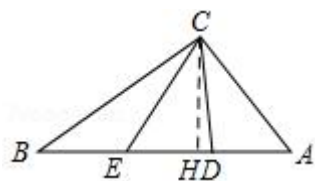
又 $\because \angle CDE = \angle BDC$, $\angle DCE = \angle B$,

$\therefore \triangle BDC \sim \triangle CDE$,

$$\therefore CD^2 = DE \cdot DB,$$

$$\text{即 } x^2 - \frac{18}{5}x + 9 = (5 - x - y)(5 - x),$$

$$\text{解得 } y = \frac{32x - 80}{5x - 25} \quad (0 < x < \frac{5}{2}).$$



【点评】本题属于三角形综合题，主要考查了相似三角形的判定与性质，等腰三角形的性质，勾股定理以及解直角三角形的综合应用，解决问题的关键是中辅助线构造直角三角形，根据勾股定理以及面积法进行求解.