

2017 年上海市静安区中考数学一模试卷

一、选择题 (每小题 4 分, 共 24 分)

1. (4 分) $a^{-\frac{1}{2}}$ ($a > 0$) 等于 ()
A. $\sqrt{a}$ B. $-\sqrt{a}$ C. $\frac{\sqrt{a}}{a}$ D. $-\frac{\sqrt{a}}{a}$
2. (4 分) 下列多项式中, 在实数范围不能分解因式的是 ()
A. $x^2+y^2+2x+2y$ B. $x^2+y^2+2xy-2$
C. $x^2-y^2+4x+4y$ D. x^2-y^2+4y-4
3. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别在边 AB, AC 上, $\frac{AD}{BD} = \frac{1}{2}$, 要使 $DE \parallel BC$, 还需满足下列条件中的 ()
A. $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{2}$ B. $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{3}$ C. $\frac{AE}{AC} = \frac{1}{2}$ D. $\frac{AE}{AC} = \frac{1}{3}$
4. (4 分) 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 如果 $AB = m$, $\angle A = \alpha$, 那么 AC 的长为 ()
A. $m \cdot \sin \alpha$ B. $m \cdot \cos \alpha$ C. $m \cdot \tan \alpha$ D. $m \cdot \cot \alpha$
5. (4 分) 如果锐角 α 的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 那么下列结论中正确的是 ()
A. $\alpha = 30^\circ$ B. $\alpha = 45^\circ$ C. $30^\circ < \alpha < 45^\circ$ D. $45^\circ < \alpha < 60^\circ$
6. (4 分) 将抛物线 $y = ax^2 - 1$ 平移后与抛物线 $y = a(x-1)^2$ 重合, 抛物线 $y = ax^2 - 1$ 上的点 A (2, 3) 同时平移到 A', 那么点 A' 的坐标为 ()
A. (3, 4) B. (1, 2) C. (3, 2) D. (1, 4)

二、填空题 (每个小题 4 分, 共 48 分)

7. (4 分) 16 的平方根是_____.
8. (4 分) 如果代数式 $\frac{x-3}{\sqrt{x+2}}$ 有意义, 那么 x 的取值范围为_____.
9. (4 分) 方程 $\frac{x-5}{x^2-1} + \frac{2}{x-1} = 1$ 的根为_____.
10. (4 分) 如果一次函数 $y = (m-3)x + m - 2$ 的图象一定经过第三、第四象限,

那么常数 m 的取值范围为_____.

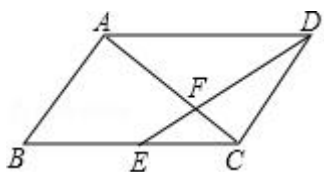
11. (4分) 二次函数 $y=x^2-8x+10$ 的图象的顶点坐标是_____.

12. (4分) 如果点 $A(-1, 4)$ 、 $B(m, 4)$ 在抛物线 $y=a(x-1)^2+h$ 上, 那么 m 的值为_____.

13. (4分) 如果 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, 且 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似比为 $1:4$, 那么 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的面积比为_____.

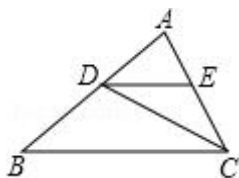
14. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中, 如果 $AB=AC=10$, $\cos B=\frac{4}{5}$, 那么 $\triangle ABC$ 的重心到底边的距离为_____.

15. (4分) 已知平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 是边 BC 的中点, DE 与 AC 相交于点 F , 设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{FD}=\rule{1cm}{0.4pt}$ (用 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 的式子表示)

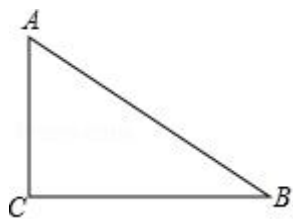


16. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D , E 分别在边 AB , AC 上, $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 如果 $AB=4$, $BC=5$, $AC=6$, $AD=3$, 那么 $\triangle ADE$ 的周长为_____.

17. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D , E 分别在边 AB , AC 上, $DE \parallel BC$, $\angle BDC = \angle CED$, 如果 $DE=4$, $CD=6$, 那么 $AD:AE$ 等于_____.



18. (4分) 一张直角三角形纸片 ABC , $\angle C=90^\circ$, $AB=24$, $\tan B=\frac{2}{3}$ (如图), 将它折叠使直角顶点 C 与斜边 AB 的中点重合, 那么折痕的长为_____.



三、解答题 (共 78 分)

19. (10 分) 计算: $\frac{\cos 30^\circ + \sin 45^\circ}{\tan 60^\circ - \cot 45^\circ}$.

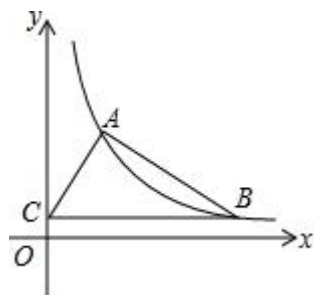
20. (10 分) 解方程组:
$$\begin{cases} x^2 - xy + 2x = 0 \\ x^2 - 6xy + 9y^2 = 4 \end{cases}$$

21. (10 分) 已知: 如图, 第一象限内的点 A, B 在反比例函数的图象上, 点 C 在 y 轴上, $BC \parallel x$ 轴, 点 A 的坐标为 (2, 4), 且 $\cot \angle ACB = \frac{2}{3}$

求: (1) 反比例函数的解析式;

(2) 点 C 的坐标;

(3) $\angle ABC$ 的余弦值.



22. (10 分) 将笔记本电脑放置在水平桌面上, 显示屏 OB 与底板 OA 夹角为 115° (如图 1), 侧面示意图为图 2; 使用时为了散热, 在底板下面垫入散热架 $O'AC$ 后, 电脑转到 $AO'B'$ 的位置 (如图 3), 侧面示意图为图 4, 已知 $OA = OB = 20\text{cm}$, $B'O' \perp OA$, 垂足为 C.

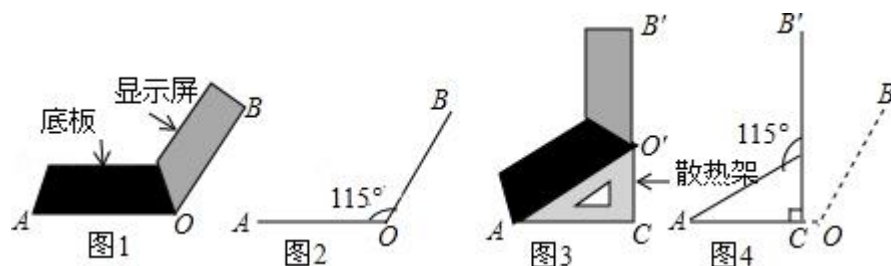
(1) 求点 O' 的高度 $O'C$; (精确到 0.1cm)

(2) 显示屏的顶部 B' 比原来升高了多少? (精确到 0.1cm)

(3) 如图 4, 要使显示屏 $O'B'$ 与原来的位置 OB 平行, 显示屏 $O'B'$ 应绕点 O'

按顺时针方向旋转多少度？

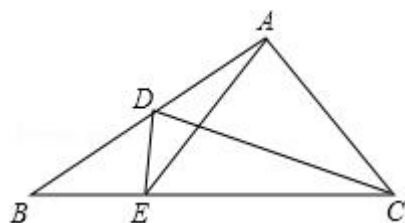
参考数据：($\sin 65^\circ=0.906$, $\cos 65^\circ=0.423$, $\tan 65^\circ=2.146$, $\cot 65^\circ=0.446$)



23. (12分) 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点D, E分别在边AB, BC上, $BA \cdot BD = BC \cdot BE$

(1) 求证: $DE \cdot AB = AC \cdot BE$;

(2) 如果 $AC^2 = AD \cdot AB$, 求证: $AE = AC$.



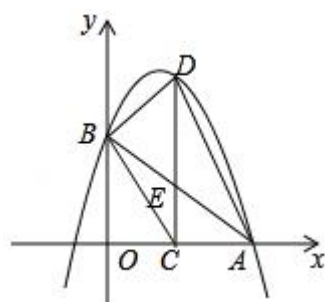
24. (12分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 4$ 与 x 轴的正半轴相交于点A, 与 y 轴相交于点B, 点C在线段OA上, 点D在此抛物线上, $CD \perp x$ 轴, 且 $\angle DCB = \angle DAB$, AB与CD相交于点E.

半轴相交于点A, 与 y 轴相交于点B, 点C在线段OA上, 点D在此抛物线上, $CD \perp x$ 轴, 且 $\angle DCB = \angle DAB$, AB与CD相交于点E.

上, $CD \perp x$ 轴, 且 $\angle DCB = \angle DAB$, AB与CD相交于点E.

(1) 求证: $\triangle BDE \sim \triangle CAE$;

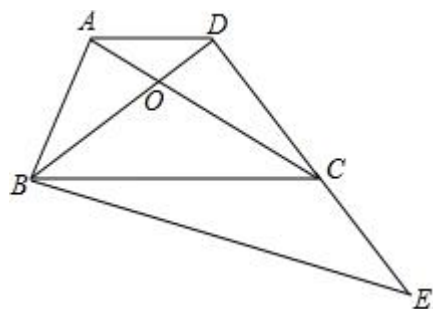
(2) 已知 $OC=2$, $\tan \angle DAC=3$, 求此抛物线的表达式.



25. (14分) 如图, 在梯形ABCD中, $AD \parallel BC$, AC与BD相交于点O, $AC=BC$,

点E在DC的延长线上, $\angle BEC = \angle ACB$, 已知 $BC=9$, $\cos \angle ABC = \frac{1}{3}$.

- (1) 求证: $BC^2 = CD \cdot BE$;
- (2) 设 $AD = x$, $CE = y$, 求 y 与 x 之间的函数解析式, 并写出定义域;
- (3) 如果 $\triangle DBC \sim \triangle DEB$, 求 CE 的长.



2017 年上海市静安区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 4 分，共 24 分）

1. (4 分) $a^{-\frac{1}{2}}$ ($a > 0$) 等于 ()

A. $\sqrt{a}$

B. $-\sqrt{a}$

C. $\frac{\sqrt{a}}{a}$

D. $-\frac{\sqrt{a}}{a}$

【考点】2F：分数指数幂；6F：负整数指数幂.

【分析】根据负整数指数幂与正整数指数幂互为倒数，分数指数幂，可得答案.

【解答】解： $a^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{a^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$,

故选：C.

【点评】本题考查了负整数指数幂，利用负整数指数幂、分数指数幂是解题关键.

2. (4 分) 下列多项式中，在实数范围不能分解因式的是 ()

A. $x^2 + y^2 + 2x + 2y$

B. $x^2 + y^2 + 2xy - 2$

C. $x^2 - y^2 + 4x + 4y$

D. $x^2 - y^2 + 4y - 4$

【考点】58：实数范围内分解因式.

【专题】11：计算题；44：因式分解.

【分析】各项利用平方差公式及完全平方公式判断即可.

【解答】解：A、原式不能分解；

B、原式 = $(x+y)^2 - 2 = (x+y+\sqrt{2})(x+y-\sqrt{2})$;

C、原式 = $(x+y)(x-y) + 4(x+y) = (x+y)(x-y+4)$;

D、原式 = $x^2 - (y-2)^2 = (x+y-2)(x-y+2)$,

故选：A.

【点评】此题考查了实数范围内分解因式，熟练掌握因式分解的方法是解本题的

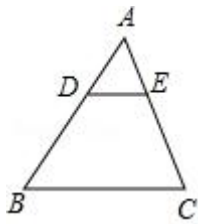
关键.

3. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中, 点D, E分别在边AB, AC上, $\frac{AD}{BD} = \frac{1}{2}$, 要使 $DE \parallel BC$, 还需满足下列条件中的 ()

A. $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{2}$ B. $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{3}$ C. $\frac{AE}{AC} = \frac{1}{2}$ D. $\frac{AE}{AC} = \frac{1}{3}$

【考点】S4: 平行线分线段成比例.

【分析】先求出比例式, 再根据相似三角形的判定得出 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 根据相似推出 $\angle ADE = \angle B$, 根据平行线的判定得出即可



【解答】解:

只有选项D正确,

理由是: $\because AD=2, BD=4, \frac{AE}{AC} = \frac{1}{3},$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \angle DAE = \angle BAC,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle B,$$

$$\therefore DE \parallel BC,$$

根据选项A、B、C的条件都不能推出 $DE \parallel BC$,

故选: D.

【点评】本题考查了平行线分线段成比例定理, 相似三角形的性质和判定的应用, 能灵活运用定理进行推理是解此题的关键.

4. (4分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 如果 $AB=m, \angle A=\alpha$, 那么AC的长为 ()

A. $m \cdot \sin \alpha$ B. $m \cdot \cos \alpha$ C. $m \cdot \tan \alpha$ D. $m \cdot \cot \alpha$

【考点】T1: 锐角三角函数的定义.

【分析】根据余角函数是邻边比斜边, 可得答案.

【解答】解: 由题意, 得

$$\cos A = \frac{AC}{AB},$$

$$AC = AB \cdot \cos A = m \cdot \cos \alpha,$$

故选: B.

【点评】本题考查了锐角三角函数的定义, 利用余角函数的定义是解题关键.

5. (4分) 如果锐角 α 的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 那么下列结论中正确的是 ()

- A. $\alpha = 30^\circ$ B. $\alpha = 45^\circ$ C. $30^\circ < \alpha < 45^\circ$ D. $45^\circ < \alpha < 60^\circ$

【考点】T2: 锐角三角函数的增减性.

【分析】正弦值随着角度的增大 (或减小) 而增大 (或减小), 可得答案.

【解答】解: 由 $\frac{1}{2} < \frac{\sqrt{3}}{3} < \frac{\sqrt{2}}{2}$, 得

$$30^\circ < \alpha < 45^\circ,$$

故选: C.

【点评】本题考查了锐角三角形的增减性, 当角度在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 间变化时, ①正弦值随着角度的增大 (或减小) 而增大 (或减小); ②余弦值随着角度的增大 (或减小) 而减小 (或增大); ③正切值随着角度的增大 (或减小) 而增大 (或减小). 也考查了互余两角的三角函数之间的关系.

6. (4分) 将抛物线 $y = ax^2 - 1$ 平移后与抛物线 $y = a(x - 1)^2$ 重合, 抛物线 $y = ax^2 - 1$ 上的点A (2, 3) 同时平移到 A' , 那么点 A' 的坐标为 ()

- A. (3, 4) B. (1, 2) C. (3, 2) D. (1, 4)

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】根据两个抛物线的平移规律得到点A的平移规律, 易得点 A' 的坐标.

【解答】解: $\because$ 抛物线 $y = ax^2 - 1$ 的顶点坐标是 (0, -1), 抛物线 $y = a(x - 1)^2$

2 的顶点坐标是 $(1, 0)$,

$\therefore$ 将抛物线 $y=ax^2-1$ 向右平移 1 个单位, 再向上平移 1 个单位得到抛物线 $y=a$
 $(x-1)^2$,

$\therefore$ 将点 A $(2, 3)$ 向右平移 1 个单位, 再向上平移 1 个单位得到点 A' 的坐标为
 $(3, 4)$,

故选: A.

【点评】 此题主要考查了函数图象的平移, 要求熟练掌握平移的规律: 左加右减, 上加下减. 并用规律求函数解析式.

二. 填空题 (每个小题 4 分, 共 48 分)

7. (4 分) 16 的平方根是 ± 4 .

【考点】 21: 平方根.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 根据平方根的定义, 求数 a 的平方根, 也就是求一个数 x , 使得 $x^2=a$, 则 x 就是 a 的平方根, 由此即可解决问题.

【解答】 解: $\because (\pm 4)^2=16$,

$\therefore 16$ 的平方根是 ± 4 .

故答案为: ± 4 .

【点评】 本题考查了平方根的定义. 注意一个正数有两个平方根, 它们互为相反数; 0 的平方根是 0; 负数没有平方根.

8. (4 分) 如果代数式 $\frac{x-3}{\sqrt{x+2}}$ 有意义, 那么 x 的取值范围为 $x > -2$.

【考点】 72: 二次根式有意义的条件.

【分析】 根据二次根式有意义的条件、分式有意义的条件列出不等式, 解不等式即可.

【解答】解：由题意得， $x+2>0$ ，

解得， $x>-2$ ，

故答案为： $x>-2$ ．

【点评】本题考查的是二次根式有意义的条件，掌握二次根式中的被开方数必须是非负数是解题的关键．

9. (4分) 方程 $\frac{x-5}{x^2-1} + \frac{2}{x-1} = 1$ 的根为 $x=2$ ．

【考点】B3：解分式方程．

【专题】11：计算题；522：分式方程及应用．

【分析】分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解．

【解答】解：去分母得： $x-5+2x+2=x^2-1$ ，

整理得： $x^2-3x+2=0$ ，即 $(x-2)(x-1)=0$ ，

解得： $x=1$ 或 $x=2$ ，

经检验 $x=1$ 是增根，分式方程的解为 $x=2$ ，

故答案为： $x=2$

【点评】此题考查了解分式方程，利用了转化的思想，解分式方程注意要检验．

10. (4分) 如果一次函数 $y=(m-3)x+m-2$ 的图象一定经过第三、第四象限，那么常数 m 的取值范围为 $m<2$ ．

【考点】F7：一次函数图象与系数的关系．

【分析】根据一次函数的性质，一次函数 $y=(m-3)x+m-2$ 的图象一定经过第三、第四象限，那么图象一定与 y 轴的负半轴有交点，即可解答．

【解答】解： $\because$ 一次函数 $y=(m-3)x+m-2$ 的图象一定经过第三、第四象限，
 $\therefore$ 图象一定与 y 轴的负半轴有交点，

$$\therefore m - 2 < 0,$$

$$\therefore m < 2,$$

故答案为: $m < 2$.

【点评】 本题考查的是一次函数的图象与系数的关系, 熟知一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 中, 当 $k > 0$, $b < 0$ 时, 函数的图象经过一、三、四象限是解答此题的关键.

11. (4 分) 二次函数 $y=x^2 - 8x+10$ 的图象的顶点坐标是 (4, -6).

【考点】 H3: 二次函数的性质.

【分析】 将二次函数化为顶点式后即可确定其顶点坐标.

【解答】 解: $\because y=x^2 - 8x+10=2(x-4)^2 - 6$,

$\therefore$ 顶点坐标为 (4, -6),

故答案为: (4, -6).

【点评】 此题考查二次函数的性质, 将解析式化为顶点式 $y=a(x-h)^2+k$, 顶点坐标是 (h, k), 对称轴是 $x=h$.

12. (4 分) 如果点 A (-1, 4)、B (m, 4) 在抛物线 $y=a(x-1)^2+h$ 上, 那么 m 的值为 3.

【考点】 H5: 二次函数图象上点的坐标特征.

【分析】 根据函数值相等两点关于对称轴对称, 可得答案.

【解答】 解: 由点 A (-1, 4)、B (m, 4) 在抛物线 $y=a(x-1)^2+h$ 上, 得 (-1, 4) 与 (m, 4) 关于对称轴 $x=1$ 对称,

$$m - 1 = 1 - (-1),$$

解得 $m=3$,

故答案为: 3.

【点评】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征，利用函数值相等两点关于对称轴对称得出 $m - 1 = 1 - (-1)$ 是解题关键.

13. (4 分) 如果 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，且 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似比为 1: 4，那么 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的面积比为 1: 16.

【考点】S7: 相似三角形的性质.

【分析】直接根据相似三角形的性质即可得出结论.

【解答】解: $\because \triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，且 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似比为 1: 4,

$\therefore \triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的面积比 $= \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 1: 16$.

故答案为: 1: 16.

【点评】本题考查的是相似三角形的性质，熟知相似三角形的面积的比等于相似比的平方是解答此题的关键.

14. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中，如果 $AB=AC=10$ ， $\cos B = \frac{4}{5}$ ，那么 $\triangle ABC$ 的重心到底边的距离为 2.

【考点】K5: 三角形的重心; KH: 等腰三角形的性质; T7: 解直角三角形.

【分析】根据等腰三角形的三线合一，知三角形的重心在 BC 边的高上. 根据勾股定理求得该高，再根据三角形的重心到顶点的距离是它到对边中点的距离的 2 倍，求得 G 到 BC 的距离.

【解答】解: $\because AB=AC=10$,

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形

$\therefore$ 三角形的重心 G 在 BC 边的高

$\because \cos B = \frac{4}{5}$,

$\therefore$ 在 BC 边的高 $= 6$,

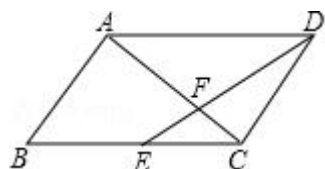
根据三角形的重心性质

$\therefore G$ 到 BC 的距离是 2.

故答案为：2

【点评】本题考查了三角形的重心，熟记三角形的重心到顶点的距离等于到对边中点的距离的2倍是解题的关键.

15. (4分) 已知平行四边形ABCD中，点E是边BC的中点，DE与AC相交于点F，设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$ ，那么 $\overrightarrow{FD}=\underline{\underline{-\frac{1}{3}\vec{b}-\frac{2}{3}\vec{a}}}$ (用 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ 的式子表示)



【考点】L5：平行四边形的性质；LM：*平面向量.

【专题】17：推理填空题.

【分析】根据平行四边形的性质及中点的定义得 $BC\parallel AD$ 、 $BC=AD=2EC$ ，再证

$\triangle ADF\sim\triangle CEF$ 得 $\frac{AF}{AC}=\frac{2}{3}$ ，根据 $\overrightarrow{FD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AD}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}-\frac{2}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})$ 可得

答案.

【解答】解： $\because$ 四边形ABCD是平行四边形，点E是边BC的中点，

$\therefore BC\parallel AD$ ， $BC=AD=2EC$ ，

$\therefore \triangle ADF\sim\triangle CEF$ ， $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}=\vec{b}$ ，

$\therefore \frac{AF}{CF}=\frac{AD}{EC}=2$ ，

则 $\frac{AF}{AC}=\frac{2}{3}$ ，

$\therefore \overrightarrow{FD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AF}$

$=\overrightarrow{AD}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

$=\overrightarrow{AD}-\frac{2}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})$

$=\vec{b}-\frac{2}{3}(\vec{a}+\vec{b})$

$=\frac{1}{3}\vec{b}-\frac{2}{3}\vec{a}$ ，

故答案为: $\frac{1}{3}\vec{b} - \frac{2}{3}\vec{a}$.

【点评】 本题主要考查平行四边形的性质、相似三角形的判定与性质及向量的基本运算, 熟练掌握向量的运算法则是解题的关键.

16. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中, 点D, E分别在边AB, AC上, $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 如果 $AB=4$, $BC=5$, $AC=6$, $AD=3$, 那么 $\triangle ADE$ 的周长为 $\frac{45}{4}$.

【考点】 S7: 相似三角形的性质.

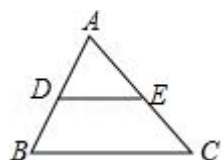
【分析】 根据题意画出图形, 根据相似三角形的性质求出DE及AE的长, 进而可得出结论.

【解答】 解: 如图, $\because \triangle ADE \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}, \text{ 即 } \frac{3}{4} = \frac{DE}{5} = \frac{AE}{6}, \text{ 解得 } DE = \frac{15}{4}, AE = \frac{9}{2},$$

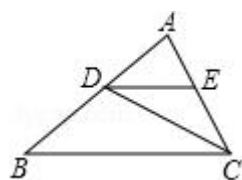
$$\therefore \triangle ADE \text{ 的周长} = AD + AE + DE = 3 + \frac{9}{2} + \frac{15}{4} = \frac{45}{4};$$

故答案为: $\frac{45}{4}$.



【点评】 本题考查的是相似三角形的性质, 熟知相似三角形的对应边成比例是解答此题的关键.

17. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点D, E分别在边AB, AC上, $DE \parallel BC$, $\angle BDC = \angle CED$, 如果 $DE=4$, $CD=6$, 那么 $AD:AE$ 等于 $3:2$.



【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 由 $DE \parallel BC$, 推出 $\angle EDC = \angle BCD$, $\frac{AD}{AE} = \frac{BD}{EC}$, 由 $\triangle BDC \sim \triangle CED$, 推出

$$\frac{BD}{CE} = \frac{DC}{DE} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}, \text{ 由此即可解决问题.}$$

【解答】解： $\because DE \parallel BC$,

$$\therefore \angle EDC = \angle BCD, \quad \frac{AD}{AE} = \frac{BD}{EC}$$

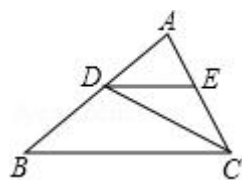
$$\therefore \angle BDC = \angle DEC,$$

$$\therefore \triangle BDC \sim \triangle CED,$$

$$\therefore \frac{BD}{CE} = \frac{DC}{DE} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \frac{AD}{AE} = \frac{3}{2}.$$

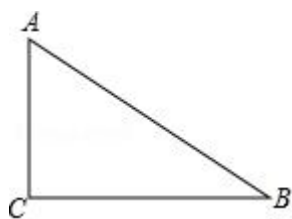
故答案为 3: 2.



【点评】 本题考查相似三角形的判定和性质、平行线分线段成比例定理等知识，解题的关键是灵活运用相似三角形的性质，属于中考常考题型.

18. (4 分) 一张直角三角形纸片 ABC , $\angle C=90^\circ$, $AB=24$, $\tan B=\frac{2}{3}$ (如图),

将它折叠使直角顶点 C 与斜边 AB 的中点重合, 那么折痕的长为 13.



【考点】 PB: 翻折变换 (折叠问题).

【分析】 根据直角三角形的性质求出 CD , 得到 $\angle DCB = \angle B$, 根据垂直的定义、等量代换得到 $\angle OEC = \angle B$, 根据正切的定义、勾股定理计算即可.

【解答】 解: $\because CD$ 是斜边 AB 上的中线,

$$\therefore DC = DB = \frac{1}{2}AB = 12,$$

$$\therefore \angle DCB = \angle B,$$

由题意得，EF 是 CD 的垂直平分线，

$\therefore \angle OEC + \angle OCE = 90^\circ$ ，又 $\angle DCB + \angle OCE = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle OEC = \angle B$ ，

设 $CF = 2x$ ，则 $CE = 3x$ ，

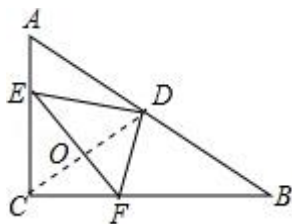
由勾股定理得， $EF = \sqrt{13}x$ ，

$$\frac{1}{2} \times 2x \times 3x = \frac{1}{2} \times \sqrt{13}x \times 6,$$

解得， $x = \sqrt{13}$ ，

$\therefore EF = \sqrt{13} \times \sqrt{13} = 13$ ，

故答案为：13.



【点评】 本题考查的是翻转变换的性质，掌握翻转变换是一种对称变换，折叠前后图形的形状和大小不变，位置变化，对应边和对应角相等是解题的关键.

三、解答题 (共 78 分)

19. (10 分) 计算: $\frac{\cos 30^\circ + \sin 45^\circ}{\tan 60^\circ - \cot 45^\circ}$.

【考点】 T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】 根据特殊角三角函数值，可得答案.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: 原式} &= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{3} - 1} \\ &= \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} + 1)}{2(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} \\ &= \frac{3 + \sqrt{6} + \sqrt{3} + \sqrt{2}}{4}. \end{aligned}$$

【点评】 本题考查了特殊角三角函数值，熟记特殊角三角函数值是解题关键.

20. (10 分) 解方程组:
$$\begin{cases} x^2 - xy + 2x = 0 \\ x^2 - 6xy + 9y^2 = 4 \end{cases}.$$

【考点】AF: 高次方程.

【分析】由②得出 $x - 3y = \pm 2$, 由①得出 $x(x - y + 2) = 0$, 组成四个方程组, 求出方程组的解即可.

【解答】解:
$$\begin{cases} x^2 - xy + 2x = 0 \text{ ①} \\ x^2 - 6xy + 9y^2 = 4 \text{ ②} \end{cases}$$

由②得: $(x - 3y)^2 = 4$,

$x - 3y = \pm 2$,

由①得: $x(x - y + 2) = 0$,

$x = 0$, $x - y + 2 = 0$,

原方程组可以化为: $\begin{cases} x=0 \\ x-3y=2 \end{cases}$, $\begin{cases} x=0 \\ x-3y=-2 \end{cases}$, $\begin{cases} x-y+2=0 \\ x-3y=2 \end{cases}$, $\begin{cases} x-y+2=0 \\ x-3y=-2 \end{cases}$,

解得, 原方程组的解为: $\begin{cases} x_1=0 \\ y_1=-\frac{2}{3} \end{cases}$, $\begin{cases} x_2=0 \\ y_2=\frac{2}{3} \end{cases}$, $\begin{cases} x_3=-4 \\ y_3=-2 \end{cases}$, $\begin{cases} x_4=-2 \\ y_4=0 \end{cases}$.

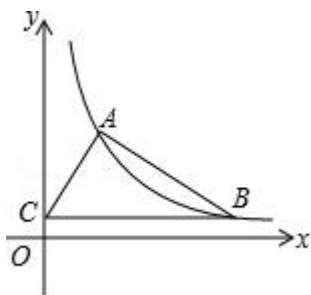
【点评】本题考查了解高次方程组, 能把高次方程组转化二元一次方程组是解此题的关键.

21. (10 分) 已知: 如图, 第一象限内的点 A, B 在反比例函数的图象上, 点 C 在 y 轴上, BC // x 轴, 点 A 的坐标为 (2, 4), 且 $\cot \angle ACB = \frac{2}{3}$

求: (1) 反比例函数的解析式;

(2) 点 C 的坐标;

(3) $\angle ABC$ 的余弦值.



【考点】G7：待定系数法求反比例函数解析式；T7：解直角三角形.

【分析】(1) 待定系数法求解可得；

(2) 作 $AE \perp x$ 轴于点 E, AE 与 BC 交于点 F, 则 $CF=2$, 根据 $\cot \angle ACB = \frac{2-CF}{3-AF}$

得 $AF=3$, 即可知 EF, 从而得出答案；

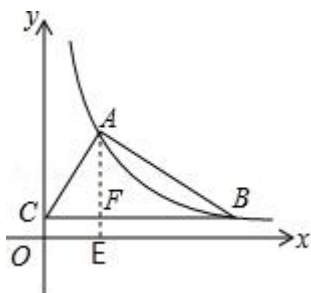
(3) 先求出点 B 的坐标. 继而由勾股定理得出 AB 的长, 最后由三角函数可得答案.

【解答】解：(1) 设反比例函数解析式为 $y = \frac{k}{x}$,

将点 A (2, 4) 代入, 得: $k=8$,

$\therefore$ 反比例函数的解析式 $y = \frac{8}{x}$;

(2) 过点 A 作 $AE \perp x$ 轴于点 E, AE 与 BC 交于点 F, 则 $CF=2$,



$$\therefore \cot \angle ACB = \frac{2-CF}{3-AF},$$

$$\therefore AF=3,$$

$$\therefore EF=1,$$

$\therefore$ 点 C 的坐标为 (0, 1);

(3) 当 $y=1$ 时, 由 $1=\frac{8}{x}$ 可得 $x=8$,

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(8, 1)$,

$\therefore BF=BC-CF=6$,

$\therefore AB=\sqrt{BF^2+AF^2}=3\sqrt{5}$,

$\therefore \cos \angle ABC=\frac{BF}{AB}=\frac{6}{3\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

【点评】 本题主要考查反比例函数的应用, 熟练掌握待定系数法求函数解析式是解题的关键.

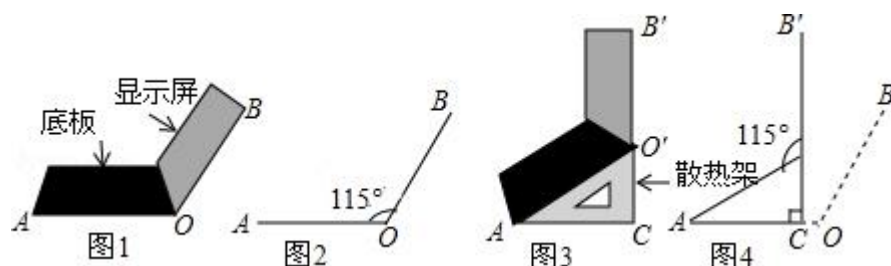
22. (10 分) 将笔记本电脑放置在水平桌面上, 显示屏 OB 与底板 OA 夹角为 115° (如图 1), 侧面示意图为图 2; 使用时为了散热, 在底板下面垫入散热架 O'AC 后, 电脑转到 AO'B' 的位置 (如图 3), 侧面示意图为图 4, 已知 $OA=OB=20\text{cm}$, $B'O' \perp OA$, 垂足为 C.

(1) 求点 O' 的高度 O'C; (精确到 0.1cm)

(2) 显示屏的顶部 B' 比原来升高了多少? (精确到 0.1cm)

(3) 如图 4, 要使显示屏 O'B' 与原来的位置 OB 平行, 显示屏 O'B' 应绕点 O' 按顺时针方向旋转多少度?

参考数据: ($\sin 65^\circ=0.906$, $\cos 65^\circ=0.423$, $\tan 65^\circ=2.146$, $\cot 65^\circ=0.446$)



【考点】 T8: 解直角三角形的应用.

【分析】 (1) 解直角三角形即可得到结论;

(2) 如图 2, 过 B 作 $BD \perp AO$ 交 AO 的延长线于 D, 根据三角函数的定义即可

得到结论；

(3) 如图 4，过 O' 作 $EF \parallel OB$ 交 AC 于 E ，根据平行线的性质得到 $\angle FEA = \angle BOA = 115^\circ$ ，于是得到结论.

【解答】 解：(1) $\because B'O' \perp OA$ ，垂足为 C ， $\angle AO'B = 115^\circ$ ，

$$\therefore \angle AO'C = 65^\circ,$$

$$\therefore \cos \angle CO'A = \frac{O'C}{O'A},$$

$$\therefore O'C = O'A \cdot \cos \angle CO'A = 20 \cdot \cos 65^\circ = 8.46 \approx 8.5 \text{ (cm)};$$

(2) 如图 2，过 B 作 $BD \perp AO$ 交 AO 的延长线于 D ，

$$\therefore \angle AOB = 115^\circ,$$

$$\therefore \angle BOD = 65^\circ,$$

$$\therefore \sin \angle BOD = \frac{BD}{OB},$$

$$\therefore BD = OB \cdot \sin \angle BOD = 20 \times \sin 65^\circ = 18.12,$$

$$\therefore O'B' + O'C - BD = 20 + 8.46 - 18.12 = 10.34 \approx 10.3 \text{ (cm)},$$

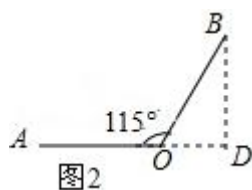
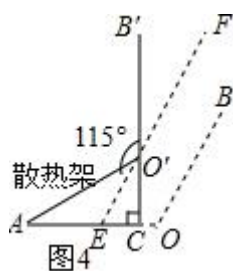
$\therefore$ 显示屏的顶部 B' 比原来升高了 10.3cm；

(3) 如图 4，过 O' 作 $EF \parallel OB$ 交 AC 于 E ，

$$\therefore \angle FEA = \angle BOA = 115^\circ,$$

$$\angle FO'B' = \angle EO'C = \angle FEA - \angle O'CA = 115^\circ - 90^\circ = 25^\circ,$$

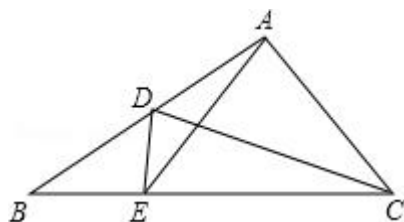
$\therefore$ 显示屏 $O'B'$ 应绕点 O' 按顺时针方向旋转 25 度.



【点评】 本题考查了解直角三角形的应用，平行线的性质，正确的作出辅助线是解题的关键.

23. (12分) 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点D, E分别在边AB, BC上, $BA \cdot BD = BC \cdot BE$

- (1) 求证: $DE \cdot AB = AC \cdot BE$;
- (2) 如果 $AC^2 = AD \cdot AB$, 求证: $AE = AC$.



【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 由 $BA \cdot BD = BC \cdot BE$ 得 $\frac{AB}{BC} = \frac{BE}{BD}$, 结合 $\angle B = \angle B$, 证 $\triangle ABC \sim \triangle EBD$

得 $\frac{AB}{BE} = \frac{AC}{ED}$, 即可得证;

(2) 先根据 $AC^2 = AD \cdot AB$ 证 $\triangle ADC \sim \triangle ACB$ 得 $\angle ACD = \angle B$, 再由 $\frac{AB}{BC} = \frac{BE}{BD}$ 证 $\triangle$

$BAE \sim \triangle BCD$ 得 $\angle BAE = \angle BCD$, 根据 $\angle AEC = \angle B + \angle BAE$, $\angle ACE = \angle ACD + \angle BCD$ 可得 $\angle AEC = \angle ACE$, 即可得证.

【解答】 证明: (1) $\because BA \cdot BD = BC \cdot BE$,

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{BE}{BD},$$

又 $\because \angle B = \angle B$,

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle EBD,$$

$$\therefore \frac{AB}{BE} = \frac{AC}{ED},$$

$$\therefore DE \cdot AB = AC \cdot BE;$$

$$(2) \because AC^2 = AD \cdot AB,$$

$$\therefore \frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AC},$$

$$\therefore \angle DAC = \angle CAB,$$

$$\therefore \triangle ADC \sim \triangle ACB,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle B,$$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{BE}{BD}, \quad \angle B = \angle B,$$

$$\therefore \triangle BAE \sim \triangle BCD,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle BCD,$$

$$\therefore \angle AEC = \angle B + \angle BAE, \quad \angle ACE = \angle ACD + \angle BCD,$$

$$\therefore \angle AEC = \angle ACE,$$

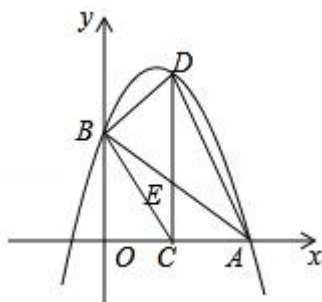
$$\therefore AE = AC.$$

【点评】 本题主要考查相似三角形的判定与性质，熟练掌握两边对应成比例且夹角相等的两三角形相似是解题的关键。

24. (12 分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 + bx + 4$ 与 x 轴的正半轴相交于点 A ，与 y 轴相交于点 B ，点 C 在线段 OA 上，点 D 在此抛物线上， $CD \perp x$ 轴，且 $\angle DCB = \angle DAB$ ， AB 与 CD 相交于点 E 。

(1) 求证： $\triangle BDE \sim \triangle CAE$ ；

(2) 已知 $OC = 2$ ， $\tan \angle DAC = 3$ ，求此抛物线的表达式。



【考点】HF：二次函数综合题.

【分析】(1) 根据相似三角形的判定定理得到 $\triangle BEC \sim \triangle DEA$ ，根据相似三角形的性质定理得到 $\frac{BE}{EC} = \frac{DE}{EA}$ ，根据相似三角形的判定定理证明即可；

(2) 设 $AC=m$ ，根据正切的定义得到 $DC=3m$ ，根据相似三角形的性质得到 $\angle DBA = \angle DCA = 90^\circ$ ，根据勾股定理列出算式，求出 m 的值，利用待定系数法求出抛物线的解析式.

【解答】(1) 证明： $\because \angle DCB = \angle DAB$ ， $\angle BEC = \angle DEA$ ，

$\therefore \triangle BEC \sim \triangle DEA$ ，

$\therefore \frac{BE}{EC} = \frac{DE}{EA}$ ， 又 $\angle BED = \angle CEA$ ，

$\therefore \triangle BDE \sim \triangle CAE$ ；

(2) 解： $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + 4$ 与 y 轴相交于点 B ，

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(0, 4)$ ， 即 $OB=4$ ，

$\because \tan \angle DAC = 3$ ，

$\therefore \frac{DC}{AC} = 3$ ，

设 $AC=m$ ， 则 $DC=3m$ ， $OA=m+2$ ，

则点 A 的坐标为 $(m+2, 0)$ ， 点 D 的坐标为 $(2, 3m)$ ，

$\therefore \triangle BDE \sim \triangle CAE$ ，

$\therefore \angle DBA = \angle DCA = 90^\circ$ ，

$$\therefore BD^2 + BA^2 = AD^2, \text{ 即 } 2^2 + (3m - 4)^2 + (m + 2)^2 + 4^2 = m^2 + (3m)^2,$$

解得, $m = 2$,

则点 A 的坐标为 $(4, 0)$, 点 D 的坐标为 $(2, 6)$,

$$\therefore \begin{cases} 16a + 4b + 4 = 0 \\ 4a + 2b + 4 = 6 \end{cases},$$

$$\text{解得, } \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线的表达式为 $y = -x^2 + 3x + 4$.

【点评】 本题考查的是二次函数的应用, 掌握二次函数的性质、待定系数法求函数解析式的一般步骤、掌握相似三角形的判定定理和性质定理是解题的关键.

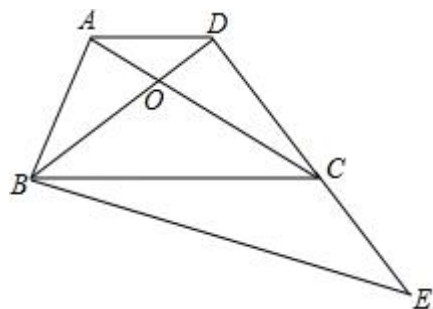
25. (14 分) 如图, 在梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, AC 与 BD 相交于点 O, $AC = BC$,

点 E 在 DC 的延长线上, $\angle BEC = \angle ACB$, 已知 $BC = 9$, $\cos \angle ABC = \frac{1}{3}$.

(1) 求证: $BC^2 = CD \cdot BE$;

(2) 设 $AD = x$, $CE = y$, 求 y 与 x 之间的函数解析式, 并写出定义域;

(3) 如果 $\triangle DBC \sim \triangle DEB$, 求 CE 的长.



【考点】 SO: 相似形综合题.

【分析】 (1) 只要证明 $\triangle DAC \sim \triangle CEB$, 得到 $\frac{DC}{CB} = \frac{AC}{BE}$, 再根据题意 $AC = BC$, 即可证明.

(2) 过点 C 作 $CF \perp AB$ 于 F, $AG \perp BC$ 于 G, $DH \perp BC$ 于 H. 由 $\triangle CEB \sim \triangle DAC$,

得 $\frac{CE}{AD} = \frac{BC}{CD}$, 由此即可解决问题.

(3) 首先证明四边形 ABCD 是等腰梯形, 再证明 $\triangle ABG \cong \triangle DCH$, 推出

CH=BG=2, 推出 $x=GH=BC-BG-CH=9-2-2=5$, 再利用 (2) 中即可即可解决问题.

【解答】解: (1) $\because \angle DCB = \angle ACD + \angle ACB$, $\angle DCB = \angle EBC + \angle BEC$, $\angle ACB = \angle BEC$,

$$\therefore \angle ACD = \angle EBC,$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle ACB = \angle CEB,$$

$$\therefore \triangle DAC \sim \triangle CEB,$$

$$\therefore \frac{DC}{CB} = \frac{AC}{BE},$$

$$\therefore BC \cdot AC = CD \cdot BE,$$

$$\therefore AC = BC,$$

$$\therefore BC^2 = CD \cdot BE.$$

(2) 过点 C 作 $CF \perp AB$ 于 F, $AG \perp BC$ 于 G, $DH \perp BC$ 于 H.

$$\text{在 Rt} \triangle CBF \text{ 中, } BF = BC \cdot \cos \angle ABC = 9 \times \frac{1}{3} = 3,$$

$$\therefore AB = 6,$$

$$\text{在 Rt} \triangle ABG \text{ 中, } BG = AB \cdot \cos \angle ABC = 6 \times \frac{1}{3} = 2,$$

$$\therefore AD \parallel BC, \quad DH = AG,$$

$$\therefore DH^2 = AG^2 = AB^2 - BG^2 = 6^2 - 2^2 = 32,$$

$$\therefore AG \parallel DH,$$

$$\therefore GH = AD = x,$$

$$\therefore CH = BC - BG - GH = 7 - x,$$

$$\therefore CD = \sqrt{CH^2 + DH^2} = \sqrt{(7-x)^2 + 32} = \sqrt{x^2 - 14x + 81},$$

$$\therefore \triangle CEB \sim \triangle DAC,$$

$$\therefore \frac{CE}{AD} = \frac{BC}{CD},$$

$$\therefore \frac{y}{x} = \frac{9}{\sqrt{x^2 - 14x + 81}},$$

$$\therefore y = \frac{9x}{\sqrt{x^2 - 14x + 81}},$$

$$\therefore y = \frac{9x\sqrt{x^2 - 14x + 81}}{x^2 - 14x + 81} \quad (x > 0 \text{ 且 } x \neq 9).$$

$$(3) \quad \therefore \triangle DBC \sim \triangle DEB, \quad \therefore \angle DBC = \angle DEB,$$

$$\therefore \angle DEB = \angle BEC = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle DBC = \angle ACB,$$

$$\therefore OB = OC,$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{AC}{OC} = \frac{BD}{OB},$$

$$\therefore AC = BD,$$

$$\therefore \text{四边形 } ABCD \text{ 是等腰梯形},$$

$$\therefore AB = CD, \quad \angle ABC = \angle DCB,$$

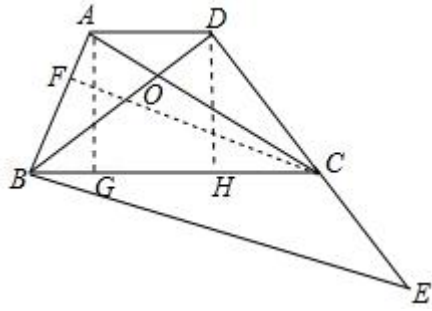
$$\therefore \angle AGB = \angle DHC = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABG \cong \triangle DCH,$$

$$\therefore CH = BG = 2,$$

$$\therefore x = GH = BC - BG - CH = 9 - 2 - 2 = 5.$$

$$\therefore CE = y = \frac{15}{2}.$$



【点评】 本题考查相似三角形综合题、锐角三角函数、勾股定理、等腰梯形的判定和性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，学会添加常用辅助线，属于中考压轴题．