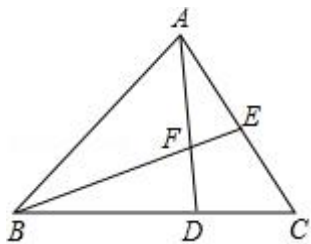


2017 年上海市闵行区中考数学一模试卷

一.选择题 (共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

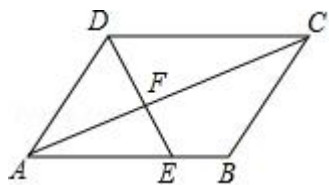
1. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别在边 AB, AC 上, 且 $DE \parallel BC$, 下列结论错误的是 ()
- A. $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$ B. $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ C. $\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{BD}$ D. $\frac{BD}{AB} = \frac{CE}{AC}$
2. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $CD \perp AB$, 垂足为点 D, 下列四个三角比正确的是 ()
- A. $\sin A = \frac{AC}{AB}$ B. $\cos A = \frac{AD}{AC}$ C. $\tan A = \frac{CD}{BD}$ D. $\cot A = \frac{CD}{AD}$
3. (4 分) 将二次函数 $y = 2x^2 - 1$ 的图象向下平移 3 个单位后所得图象的函数解析式为 ()
- A. $y = 2(x - 3)^2 - 1$ B. $y = 2(x + 3)^2 - 1$
- C. $y = 2x^2 + 4$ D. $y = 2x^2 - 4$
4. (4 分) 已知 $\vec{b} = -2\vec{a}$ ($\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 均为非零向量), 那么下列判断错误的是 ()
- A. $|\vec{b}| = 2|\vec{a}|$ B. $2\vec{a} + \vec{b} = 0$ C. $\vec{b} \parallel \vec{a}$ D. $\vec{b} \neq \vec{a}$
5. (4 分) 一位篮球运动员跳起投篮, 篮球运行的高度 y (米) 关于篮球运动的水平距离 x (米) 的函数解析式是 $y = -\frac{1}{5}(x - 2.5)^2 + 3.5$. 已知篮圈中心到地面的距离 3.05 米, 如果篮球运行高度达到最高点之后能准确投入篮圈, 那么篮球运行的水平距离为 ()
- A. 1 米 B. 2 米 C. 4 米 D. 5 米
6. (4 分) 如图, 已知 D 是 $\triangle ABC$ 中的边 BC 上的一点, $\angle BAD = \angle C$, $\angle ABC$ 的平分线交边 AC 于 E, 交 AD 于 F, 那么下列结论中错误的是 ()



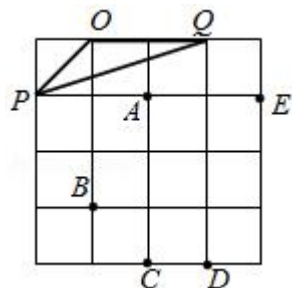
- A. $\triangle BDF \sim \triangle BEC$ B. $\triangle BFA \sim \triangle BEC$ C. $\triangle BAC \sim \triangle BDA$
D. $\triangle BDF \sim \triangle BAE$

二.填空题 (共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 已知: $3a=2b$, 那么 $\frac{2a+3b}{2a-3b} = \underline{\hspace{2cm}}$.
8. (4 分) 计算: $(\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}) - (\frac{7}{2}\vec{a} - 2\vec{b}) = \underline{\hspace{2cm}}$.
9. (4 分) 如果地图上 A, B 两处的图距是 4cm, 表示这两地实际的距离是 20km, 那么实际距离 500km 的两地在地图上的图距是 $\underline{\hspace{2cm}}$ cm.
10. (4 分) 二次函数 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$ 的图象的顶点坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
11. (4 分) 已知抛物线 $y = x^2 - 4x + 3$, 如果点 P (0, 5) 与点 Q 关于该抛物线的对称轴对称, 那么点 Q 的坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
12. (4 分) 已知两个相似三角形的面积之比是 1: 4, 那么这两个三角形的周长之比是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
13. (4 分) 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=6$, $\sin A = \frac{2}{3}$, 那么 $AB = \underline{\hspace{2cm}}$.
14. (4 分) 已知一斜坡的坡度 $i=1: 2$, 高度在 20 米, 那么这一斜坡的坡长约为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 米 (精确到 0.1 米)
15. (4 分) 如图, 在平行四边形 ABCD 中, 点 E 在边 AB 上, 联结 DE, 交对角线 AC 于点 F, 如果 $\frac{S_{\triangle ADF}}{S_{\triangle DFC}} = \frac{2}{3}$, $CD=6$, 那么 $AE = \underline{\hspace{2cm}}$.

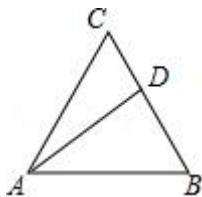


16. (4分) 如图, $\triangle OPQ$ 在边长为 1 个单位的方格纸中, 它们的顶点在小正方形顶点位置, 点 A, B, C, D, E 也是小正方形的顶点, 从点 A, B, C, D, E 中选取三个点所构成的三角形与 $\triangle OPQ$ 相似, 那么这个三角形是_____.



17. (4分) 2016 年 3 月完工的上海中心大厦是一座超高层地标式摩天大楼, 其高度仅次于世界排名第一的阿联酋迪拜大厦, 某人从距离地面高度 263 米的东方明珠球体观光层测得上海中心大厦顶部的仰角是 22.3° . 已知东方明珠与上海中心大厦的水平距离约为 900 米, 那么上海中心大厦的高度约为米 (精确到 1 米). (参考数据: $\sin 22.3^\circ \approx 0.38$, $\cos 22.3^\circ \approx 0.93$, $\tan 22.3^\circ \approx 0.41$)

18. (4分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 是边长为 2 的等边三角形, 点 D 在边 BC 上, 将 $\triangle ABD$ 沿着直线 AD 翻折, 点 B 落在点 B_1 处, 如果 $B_1D \perp AC$, 那么 $BD =$ _____.



三.解答题 (共 7 题, 满分 78 分)

19. (10分) 已知: 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 A (3,

0), B (2, -3), C (0, -3)

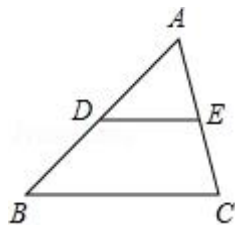
(1) 求抛物线的表达式;

(2) 设点 D 是抛物线上一点, 且点 D 的横坐标为 -2, 求 $\triangle AOD$ 的面积.

20. (10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别是边 AB, AC 的中点, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$.

(1) 填空: 向量 $\overrightarrow{CE} =$ _____. (用向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 的式子表示).

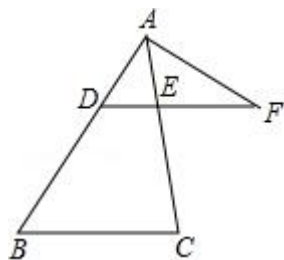
(2) 在图中作出向量 $\overrightarrow{BE}$ 在向量 $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$ 方向上的分向量 (不要求写作法, 但要指出所作图中表示结论的向量).



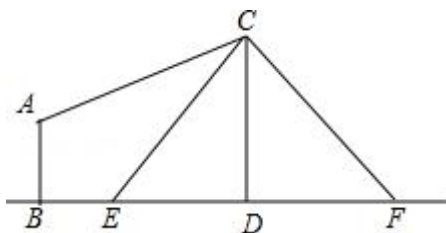
21. (10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是 AB 边上一点, 过点 D 作 $DE \parallel BC$, 交 AC 于 E, 点 F 是 DE 延长线上一点, 联结 AF.

(1) 如果 $\frac{AD}{AB} = \frac{2}{3}$, $DE = 6$, 求边 BC 的长;

(2) 如果 $\angle FAE = \angle B$, $FA = 6$, $FE = 4$, 求 DF 的长.



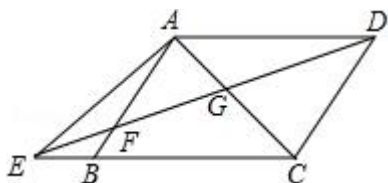
22. (10 分) 如图, 电线杆 CD 上的 C 处引拉线 CE, CF 固定电线杆, 在离电线杆 6 米的 B 处安置测角仪 (点 B, E, D 在同一直线上), 在 A 处测得电线杆上 C 处的仰角为 30° , 已知测角仪的高 $AB = 1.5$ 米, $BE = 2.3$ 米, 求拉线 CE 的长, (精确到 0.1 米) 参考数据 $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$.



23. (12 分) 如图, 已知在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, E 为边 CB 延长线上一点, 联结 DE 交边 AB 于点 F , 联结 AC 交 DE 于点 G , 且 $\frac{FG}{GD} = \frac{AD}{CE}$.

(1) 求证: $AB \parallel CD$;

(2) 如果 $AD^2 = DG \cdot DE$, 求证: $\frac{EG^2}{CE^2} = \frac{AG}{AC}$.

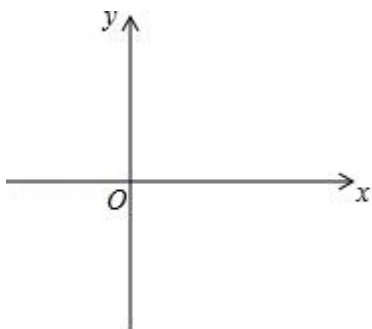


24. (12 分) 如图, 已知在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y = -x^2 + mx + n$ 的图象经过点 $A(3, 0)$, $B(m, m+1)$, 且与 y 轴相交于点 C .

(1) 求这个二次函数的解析式并写出其图象顶点 D 的坐标;

(2) 求 $\angle CAD$ 的正弦值;

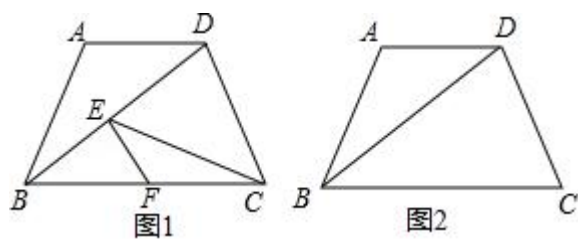
(3) 设点 P 在线段 DC 的延长线上, 且 $\angle PAO = \angle CAD$, 求点 P 的坐标.



25. (14 分) 如图, 已知在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = AD = 5$, $\tan \angle DBC = \frac{3}{4}$. 点

E 为线段 BD 上任意一点 (点 E 与点 B, D 不重合), 过点 E 作 $EF \parallel CD$, 与

BC 相交于点 F , 连接 CE . 设 $BE = x$, $y = \frac{S_{\triangle ECF}}{S_{\triangle BCD}}$.



- (1) 求 BD 的长;
- (2) 如果 $BC=BD$, 当 $\triangle DCE$ 是等腰三角形时, 求 x 的值;
- (3) 如果 $BC=10$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出自变量 x 的取值范围.

2017 年上海市闵行区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一.选择题 (共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

1. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别在边 AB, AC 上, 且 $DE \parallel BC$, 下列结论错误的是 ()

A. $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$ B. $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ C. $\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{BD}$ D. $\frac{BD}{AB} = \frac{CE}{AC}$

【考点】S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】根据平行线分线段成比例定理和相似三角形对应边对应成比例作答.

【解答】解: $\because DE \parallel BC$,

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC, \quad \frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}, \quad \frac{BD}{AB} = \frac{CE}{AC}$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}, \text{ 选项 A、B、D 正确; 选项 C 错误.}$$

故选: C.

【点评】本题主要考查了相似三角形的性质、平行线分线段成比例定理. 找准相似三角形对应边是解题的关键.

2. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $CD \perp AB$, 垂足为点 D, 下列四个三角比正确的是 ()

A. $\sin A = \frac{AC}{AB}$ B. $\cos A = \frac{AD}{AC}$ C. $\tan A = \frac{CD}{BD}$ D. $\cot A = \frac{CD}{AD}$

【考点】T1: 锐角三角函数的定义.

【分析】利用三角函数的定义解答即可.

【解答】解: 因为 $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{CD}{AC}$, $\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC}$, $\tan A = \frac{CD}{AD} = \frac{BC}{AC}$, $\cot A = \frac{AD}{CD} = \frac{AC}{CB}$,

故选: B.

【点评】此题考查三角函数的问题, 关键是利用三角函数的定义解答.

3. (4 分) 将二次函数 $y=2x^2-1$ 的图象向下平移 3 个单位后所得图象的函数解

析式为 ()

A. $y=2(x-3)^2-1$

B. $y=2(x+3)^2-1$

C. $y=2x^2+4$

D. $y=2x^2-4$

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】易得新抛物线的顶点, 根据平移不改变二次函数的系数可得新二次函数解析式.

【解答】解: $\because$ 原抛物线的顶点为 $(0, -1)$, 二次函数 $y=2x^2-1$ 的图象向下平移 3 个单位,

$\therefore$ 新抛物线的解析式为 $(0, -4)$,

$\therefore$ 二次函数 $y=2x^2-1$ 的图象向下平移 3 个单位后所得函数的解析式是 $y=2x^2-4$.

故选: D.

【点评】考查二次函数的平移问题; 用到的知识点为: 抛物线的平移, 看顶点的平移即可; 平移不改变二次函数的系数.

4. (4 分) 已知 $\vec{b} = -2\vec{a}$ ($\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 均为非零向量), 那么下列判断错误的是 ()

A. $|\vec{b}|=2|\vec{a}|$

B. $2\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$

C. $\vec{b} \parallel \vec{a}$

D. $\vec{b} \neq \vec{a}$

【考点】LM: *平面向量.

【分析】根据平行向量以及模的定义的知识求解即可求得答案, 注意掌握排除法在选择题中的应用.

【解答】解: A、 $|\vec{b}|=1$, $2|\vec{a}|=2$, 则 $|\vec{b}|=2|\vec{a}|$, 故该选项判断正确;

B、由 $\vec{b} = -2\vec{a}$ 得到 $\vec{b} \parallel \vec{a}$, 且 $\vec{b}+2\vec{a} = -\vec{a}$, 故该选项判断错误;

C、由 $\vec{b} = -2\vec{a}$ 得到 $\vec{b} \parallel \vec{a}$, 故该选项判断正确;

D、由 $\vec{b} = -2\vec{a}$ 得到 $|\vec{b}|=2|\vec{a}|$, 则 $\vec{b} \neq \vec{a}$, 故该选项判断正确;

故选: B.

【点评】 本题考查了平面向量，注意，平面向量既有大小，又有方向.

5. (4分) 一位篮球运动员跳起投篮，篮球运行的高度 y (米) 关于篮球运动的水平距离 x (米) 的函数解析式是 $y = -\frac{1}{5}(x-2.5)^2 + 3.5$. 已知篮圈中心到地面的距离 3.05 米，如果篮球运行高度达到最高点之后能准确投入篮圈，那么篮球运行的水平距离为 ()

A. 1 米 B. 2 米 C. 4 米 D. 5 米

【考点】 HE: 二次函数的应用.

【分析】 令 $y=3.05$ 得到关于 x 的二元一次方程，然后求得方程的解可得到问题的答案.

【解答】 解： 令 $y=3.05$ 得： $-\frac{1}{5}(x-2.5)^2 + 3.5 = 3.05$,

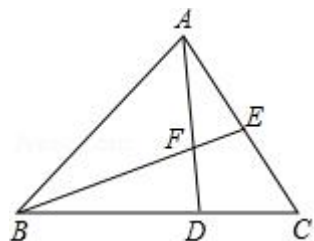
解得： $x=4$ 或 $x=1$ (舍去).

所以运行的水平距离为 4 米.

故选： C.

【点评】 本题主要考查的是二次函数的应用，将函数问题转化为方程问题是解题的关键.

6. (4分) 如图，已知 D 是 $\triangle ABC$ 中的边 BC 上的一点， $\angle BAD = \angle C$ ， $\angle ABC$ 的平分线交边 AC 于 E ， 交 AD 于 F ， 那么下列结论中错误的是 ()



- A. $\triangle BDF \sim \triangle BEC$ B. $\triangle BFA \sim \triangle BEC$ C. $\triangle BAC \sim \triangle BDA$ D. $\triangle BDF \sim \triangle BAE$

【考点】 S8: 相似三角形的判定.

【分析】根据相似三角形的判定，采用排除法，逐项分析判断.

【解答】解： $\because \angle BAD = \angle C$,

$$\angle B = \angle B,$$

$\therefore \triangle BAC \sim \triangle BDA$. 故 C 正确.

$\because BE$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle ABE = \angle CBE,$$

$\therefore \triangle BFA \sim \triangle BEC$. 故 B 正确.

$$\therefore \angle BFA = \angle BEC,$$

$$\therefore \angle BFD = \angle BEA,$$

$\therefore \triangle BDF \sim \triangle BAE$. 故 D 正确.

而不能证明 $\triangle BDF \sim \triangle BEC$, 故 A 错误.

故选: A.

【点评】本题考查相似三角形的判定. 识别两三角形相似, 除了要掌握定义外, 还要注意正确找出两三角形的对应边和对应角.

二. 填空题 (共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 已知: $3a=2b$, 那么 $\frac{2a+3b}{2a-3b} = \underline{-\frac{13}{5}}$.

【考点】S1: 比例的性质.

【分析】由 $3a=2b$, 可得 $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$, 可设 $a=2k$, 那么 $b=3k$, 代入 $\frac{2a+3b}{2a-3b}$, 计算即可求解.

【解答】解: $\because 3a=2b$,

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{2}{3},$$

$\therefore$ 可设 $a=2k$, 那么 $b=3k$,

$$\therefore \frac{2a+3b}{2a-3b} = \frac{2 \times 2k + 3 \times 3k}{2 \times 2k - 3 \times 3k} = -\frac{13}{5}.$$

故答案为 $-\frac{13}{5}$.

【点评】 本题考查了比例的基本性质，是基础题，利用设“k”法比较简单.

8. (4 分) 计算: $(\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}) - (\frac{7}{2}\vec{a}-2\vec{b}) = \underline{-3\vec{a}+3\vec{b}}$.

【考点】 LM: *平面向量.

【分析】 根据平面向量的加法运算律进行计算即可.

【解答】 解: $(\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}) - (\frac{7}{2}\vec{a}-2\vec{b})$
 $= (\frac{1}{2}-\frac{7}{2}) \vec{a} + (1+2) \vec{b},$
 $= -3\vec{a}+3\vec{b}.$

故答案是: $-3\vec{a}+3\vec{b}$.

【点评】 此题考查了平面向量的知识. 此题比较简单, 注意掌握平面向量的加法运算定律的应用.

9. (4 分) 如果地图上 A, B 两处的图距是 4cm, 表示这两地实际的距离是 20km, 那么实际距离 500km 的两地在地图上的图距是 100 cm.

【考点】 S2: 比例线段.

【分析】 先设实际距离 500km 的两地在地图上的图距是 xcm, 根据图上距离比上实际距离等于比例尺, 可得关于 x 的方程, 解即可.

【解答】 解: 设实际距离 500km 的两地在地图上的图距是 xcm, 则

4: 2000000=x: 50000000,

解得 x=100.

故答案是 100.

【点评】 本题考查了比例线段, 解题的关键是根据比例尺不变得出等式.

10. (4 分) 二次函数 $y=-\frac{1}{2}x^2+5$ 的图象的顶点坐标是 (0, 5).

【考点】 H3: 二次函数的性质.

【分析】由抛物线解析式可求得答案.

【解答】解:

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + 5,$$

$\therefore$ 抛物线顶点坐标为 $(0, 5)$,

故答案为: $(0, 5)$.

【点评】本题主要考查二次函数的性质, 掌握抛物线的顶点式是解题的关键, 即在 $y = a(x - h)^2 + k$ 中, 对称轴为 $x = h$, 顶点坐标为 (h, k) .

11. (4 分) 已知抛物线 $y = x^2 - 4x + 3$, 如果点 $P(0, 5)$ 与点 Q 关于该抛物线的对称轴对称, 那么点 Q 的坐标是 $(4, 5)$.

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】首先确定抛物线的对称轴, 然后根据对称点的性质解题即可.

【解答】解: $\therefore y = x^2 - 4x + 3$ 的对称轴为 $x = 2$

$\therefore$ 点 $P(0, 5)$ 关于该抛物线的对称轴对称点 Q 的坐标为 $(4, 5)$,

故答案为: $(4, 5)$

【点评】本题考查了二次函数图象与几何变换, 解题的关键是了解对称点的性质.

12. (4 分) 已知两个相似三角形的面积之比是 $1: 4$, 那么这两个三角形的周长之比是 $1: 2$.

【考点】S7: 相似三角形的性质.

【分析】由两个相似三角形的面积比是 $1: 4$, 根据相似三角形的面积比等于相似比的平方, 即可求得它们的相似比, 又由相似三角形周长的比等于相似比, 即可求得它们的周长比.

【解答】解: $\therefore$ 两个相似三角形的面积比是 $1: 4$,

$\therefore$ 这两个相似三角形的相似比是 $1: 2$,

$\therefore$ 它们的周长比是 $1: 2$.

故答案为：1：2.

【点评】此题考查了相似三角形的性质. 此题比较简单，解题的关键是掌握相似三角形的面积比等于相似比的平方与相似三角形周长的比等于相似比性质的应用.

13. (4分) 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $BC=6$ ， $\sin A=\frac{2}{3}$ ，那么 $AB=\underline{9}$.

【考点】T7：解直角三角形.

【分析】根据锐角三角函数的定义即可求出 AB 的值.

【解答】解： $\because \sin A = \frac{BC}{AB}$,

$$\therefore AB = \frac{BC}{\sin A} = 9,$$

故答案为：9

【点评】本题考查锐角三角函数的定义，属于基础题型.

14. (4分) 已知一斜坡的坡度 $i=1:2$ ，高度在 20 米，那么这一斜坡的坡长约为 44.7 米 (精确到 0.1 米)

【考点】T9：解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【分析】根据题意画出图形，由斜坡的坡度 $i=1:2$ 可设 $BC=x$ ，则 $AC=2x$ ，由勾股定理得出 AB 的长，再由 $BC=20$ 米即可得出结论.

【解答】解：如图， $\because$ 斜坡的坡度 $i=1:2$,

$\therefore$ 设 $BC=x$ ，则 $AC=2x$,

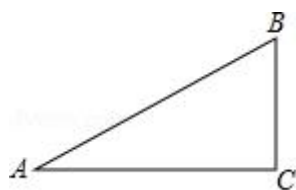
$$\therefore AB = \sqrt{BC^2 + AC^2} = \sqrt{x^2 + 4x^2} = \sqrt{5}x,$$

$$\therefore \frac{BC}{AB} = \frac{x}{\sqrt{5}x}.$$

$\therefore BC=20$ 米,

$$\therefore \frac{x}{\sqrt{5}x} = \frac{20}{AB}, \text{ 解得 } x = 20\sqrt{5} \approx 44.7 \text{ (米).}$$

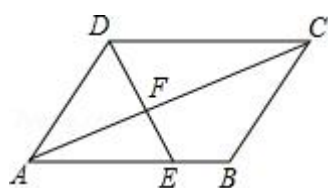
故答案为：44.7.



【点评】 本题考查的是解直角三角形的应用 – 坡度坡脚问题，熟记锐角三角函数的定义是解答此题的关键.

15. (4 分) 如图，在平行四边形 ABCD 中，点 E 在边 AB 上，联结 DE，交对

角线 AC 于点 F，如果 $\frac{S_{\triangle ADF}}{S_{\triangle DFC}} = \frac{2}{3}$ ，CD=6，那么 AE= 4 .



【考点】 L5： 平行四边形的性质； S9： 相似三角形的判定与性质.

【分析】 由 $\frac{S_{\triangle ADF}}{S_{\triangle DFC}} = \frac{2}{3}$ 推出 AF: FC=2: 3，由四边形 ABCD 是平行四边形，推出

CD//AB，推出 $\frac{AE}{CD} = \frac{AF}{CF} = \frac{2}{3}$ ，由此即可解决问题.

【解答】 解： $\because \frac{S_{\triangle ADF}}{S_{\triangle DFC}} = \frac{2}{3}$,

$\therefore$ AF: FC=2: 3,

$\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,

$\therefore$ CD//AB,

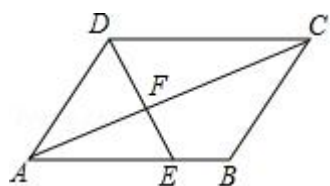
$\therefore \triangle AEF \sim \triangle CDF$,

$\therefore \frac{AE}{CD} = \frac{AF}{CF} = \frac{2}{3}$,

$\because$ CD=6,

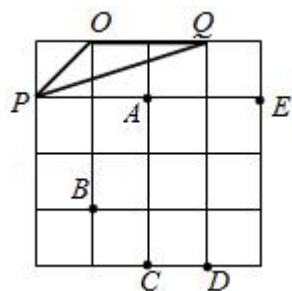
$\therefore$ AE=4,

故答案为 4.



【点评】 本题考查相似三角形的性质、平行四边形的性质等知识，解题的关键是灵活应用所学知识解决问题，求出 $AF:CF$ 的值是关键，属于中考常考题型.

16. (4 分) 如图， $\triangle OPQ$ 在边长为 1 个单位的方格纸中，它们的顶点在小正方形顶点位置，点 A, B, C, D, E 也是小正方形的顶点，从点 A, B, C, D, E 中选取三个点所构成的三角形与 $\triangle OPQ$ 相似，那么这个三角形是 $\triangle CDB$.



【考点】 S8: 相似三角形的判定.

【分析】 连接 BC、BD，由正方形的性质得出 $\angle BCD = \angle QOP$ ，由勾股定理得：

$OP = BC = \sqrt{2}$ ，证出 $\frac{OP}{CD} = \frac{QO}{BC} = \frac{\sqrt{2}}{1}$ ，得出 $\triangle OPQ \sim \triangle CDB$ 即可.

【解答】 解：与 $\triangle OPQ$ 相似的是 $\triangle BCD$ ；理由如下：

连接 BC、BD，如图所示：

则 $\angle BCD = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ = \angle QOP$,

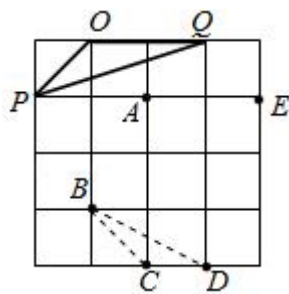
由勾股定理得： $OP = BC = \sqrt{2}$,

$\therefore OQ = 2, CD = 1$,

$$\therefore \frac{OP}{CD} = \frac{QO}{BC} = \frac{\sqrt{2}}{1},$$

$\therefore \triangle OPQ \sim \triangle CDB$;

故答案为：△CDB.



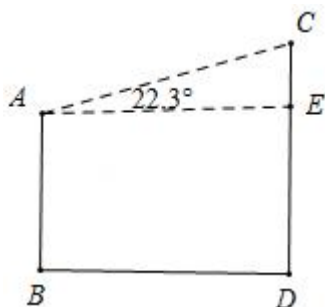
【点评】 本题考查了相似三角形的判定定理、正方形的性质以及勾股定理；熟练掌握相似三角形的判定定理和勾股定理是解决问题的关键.

17. (4 分) 2016 年 3 月完工的上海中心大厦是一座超高层地标式摩天大楼，其高度仅次于世界排名第一的阿联酋迪拜大厦，某人从距离地面高度 263 米的东方明珠球体观光层测得上海中心大厦顶部的仰角是 22.3° . 已知东方明珠与上海中心大厦的水平距离约为 900 米，那么上海中心大厦的高度约为 632 米 (精确到 1 米). (参考数据: $\sin 22.3^\circ \approx 0.38$, $\cos 22.3^\circ \approx 0.93$, $\tan 22.3^\circ \approx 0.41$)

【考点】 TA: 解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题.

【分析】 先根据 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中, $\angle AEC=90^\circ$, $\angle CAE=22.3^\circ$, $AE=900$, 求得 $CE=AE \times \tan 22.3^\circ = 900 \times 0.41 \approx 369$ 米, 再根据 $AB=DE=263$ 米, 求得 $CD=CE+DE=369+263=632$ 米.

【解答】 解: 如图所示, 在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中, $\angle AEC=90^\circ$, $\angle CAE=22.3^\circ$, $AE=900$,



$\therefore CE=AE \times \tan 22.3^\circ = 900 \times 0.41 \approx 369$ 米,

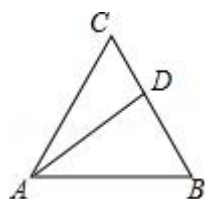
$\therefore AB=DE=263$ 米,

$\therefore CD=CE+DE=369+263=632$ (米).

故答案是: 632.

【点评】 本题主要考查了解直角三角形的运用, 解决问题的关键是作辅助线构造直角三角形, 根据直角三角形中的边角关系矩形计算求解.

18. (4 分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 是边长为 2 的等边三角形, 点 D 在边 BC 上, 将 $\triangle ABD$ 沿着直线 AD 翻折, 点 B 落在点 B_1 处, 如果 $B_1D \perp AC$, 那么 $BD = \underline{2\sqrt{3} - 2}$.



【考点】 KK: 等边三角形的性质; PB: 翻折变换 (折叠问题).

【分析】 作 $DE \perp AB$ 于 E, 根据折叠的性质、三角形内角和定理求出 $\angle B'AC=30^\circ$, 求出 $\angle BAD=45^\circ$, 利用锐角三角函数的概念计算即可.

【解答】 解: 作 $DE \perp AB$ 于 E,

由折叠的性质可知, $\angle B' = \angle B = 60^\circ$,

$\therefore B_1D \perp AC$,

$\therefore \angle B'AC = 30^\circ$,

$\therefore \angle B'AB = 90^\circ$,

由折叠的性质可知, $\angle B'AD = \angle BAD = 45^\circ$,

在 $Rt\triangle DEB$ 中, $DE = BD \times \sin \angle B = \frac{\sqrt{3}}{2}BD$, $BE = \frac{1}{2}BD$,

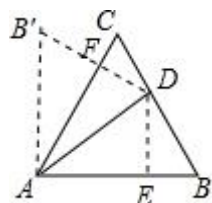
$\therefore \angle BAD = 45^\circ$, $DE \perp AB$,

$\therefore AE = DE = \frac{\sqrt{3}}{2}BD$,

$$\text{则 } \frac{\sqrt{3}}{2}BD + \frac{1}{2}BD = 2,$$

$$\text{解得, } BD = 2\sqrt{3} - 2,$$

故答案为: $2\sqrt{3} - 2$.



【点评】 本题考查的是翻转变换的性质、勾股定理的应用，掌握翻转变换是一种对称变换，折叠前后图形的形状和大小不变，位置变化，对应边和对应角相等是解题的关键.

三.解答题 (共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 已知: 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 $A(3, 0)$, $B(2, -3)$, $C(0, -3)$

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 设点 D 是抛物线上一点, 且点 D 的横坐标为 -2 , 求 $\triangle AOD$ 的面积.

【考点】 H8: 待定系数法求二次函数解析式.

【专题】 11: 计算题; 535: 二次函数图象及其性质.

【分析】 (1) 把 A , B , C 三点坐标代入解析式求出 a , b , c 的值, 即可求出函数解析式;

(2) 把 $x = -2$ 代入抛物线解析式求出 y 的值, 确定出 D 坐标, 由 OA 为底, D 纵坐标绝对值为高, 求出三角形 AOD 面积即可.

【解答】 解: (1) 把 $A(3, 0)$, $B(2, -3)$, $C(0, -3)$ 代入 $y = ax^2 + bx + c$ 得:

$$\begin{cases} 9a + 3b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = -3 \\ c = -3 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a=1 \\ b=-2, \\ c=-3 \end{cases}$$

则抛物线解析式为 $y=x^2-2x-3$;

(2) 把 $x=-2$ 代入抛物线解析式得: $y=5$, 即 $D(-2, 5)$,

$\therefore A(3, 0)$, 即 $OA=3$,

$$\therefore S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 = \frac{15}{2}.$$

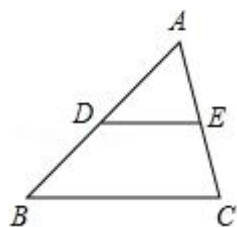
【点评】 此题考查了待定系数法求二次函数解析式, 熟练掌握待定系数法是解本题的关键.

20. (10分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别是边 AB, AC 的中点, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$,

$$\overrightarrow{BC} = \vec{b}.$$

(1) 填空: 向量 $\overrightarrow{CE} = \underline{-\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}}$. (用向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 的式子表示).

(2) 在图中作出向量 $\overrightarrow{BE}$ 在向量 $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}$ 方向上的分向量 (不要求写作法, 但要指出所作图中表示结论的向量).



【考点】 LM: *平面向量.

【分析】 (1) 首先利用平面向量三角形法则求得 $\overrightarrow{AC}$, 然后由“ E 是边 AC 的中点”来求向量 $\overrightarrow{CE}$;

(2) 利用平行四边形法则, 即可求得向量 $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}$ 方向上的分向量.

【解答】 解: (1) $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{BC} = \vec{b}$.

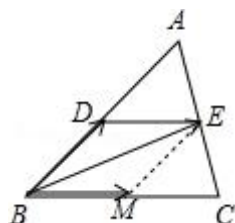
$$\therefore \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \vec{a} - \vec{b}.$$

又 $\because E$ 是边 AC 的中点,

$$\therefore \overrightarrow{CE} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{a} - \frac{1}{2}\overrightarrow{b}.$$

故答案是: $-\frac{1}{2}\overrightarrow{a} - \frac{1}{2}\overrightarrow{b}$;

(2) 如图,



过点 E 作 $EM \parallel AB$ 交 BC 于点 M.

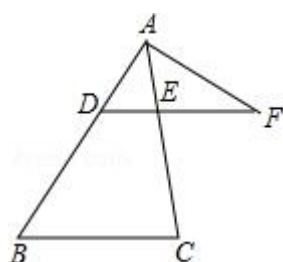
$\overrightarrow{BD}$ 、 $\overrightarrow{BM}$ 即为向量 $\overrightarrow{BE}$ 在向量 $\overrightarrow{BA}$ 、 $\overrightarrow{BC}$ 方向上的分向量.

【点评】 此题考查了平面向量的知识. 此题比较简单, 注意掌握三角形法则与平行四边形法则的应用.

21. (10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是 AB 边上一点, 过点 D 作 $DE \parallel BC$, 交 AC 于 E, 点 F 是 DE 延长线上一点, 联结 AF.

(1) 如果 $\frac{AD}{AB} = \frac{2}{3}$, $DE = 6$, 求边 BC 的长;

(2) 如果 $\angle FAE = \angle B$, $FA = 6$, $FE = 4$, 求 DF 的长.



【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 由 DE 与 BC 平行, 得到两对同位角相等, 进而得到三角形 ADE 与三角形 ABC 相似, 由相似得比例求出 BC 的长即可;

(2) 由两直线平行得到一对同位角相等, 再由已知角相等等量代换得到 $\angle FAE =$

$\angle ADF$ ，根据公共角相等，得到三角形 AEF 与三角形 ADF 相似，由相似得比例求出 DF 的长即可.

【解答】 解：(1) $\because DE \parallel BC$,

$$\therefore \angle ADE = \angle B, \quad \angle AED = \angle C,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore DE = 6,$$

$$\therefore BC = 9;$$

$$(2) \because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle B = \angle ADE,$$

$$\therefore \angle B = \angle FAE,$$

$$\therefore \angle FAE = \angle ADE,$$

$$\therefore \angle F = \angle F,$$

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle DAF,$$

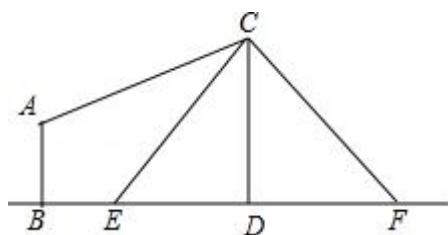
$$\therefore \frac{AF}{DF} = \frac{FE}{AF},$$

$$\therefore FA = 6, \quad FE = 4,$$

$$\therefore DF = 9.$$

【点评】 此题考查了相似三角形的判定与性质，熟练掌握相似三角形的判定与性质是解本题的关键.

22. (10 分) 如图，电线杆 CD 上的 C 处引拉线 CE ， CF 固定电线杆，在离电线杆 6 米的 B 处安置测角仪（点 B ， E ， D 在同一直线上），在 A 处测得电线杆上 C 处的仰角为 30° ，已知测角仪的高 $AB = 1.5$ 米， $BE = 2.3$ 米，求拉线 CE 的长，（精确到 0.1 米）参考数据 $\sqrt{2} \approx 1.41$ ， $\sqrt{3} \approx 1.73$.



【考点】 LB: 矩形的性质; TA: 解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题.

【分析】 过点 A 作 $AM \perp CD$ 于点 M, 可得四边形 ABDM 为矩形, 根据 A 处测得电线杆上 C 处得仰角为 23° , 在 $\triangle ACM$ 中求出 CM 的长度, 然后在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中求出 CE 的长度.

【解答】 解: 过点 A 作 $AM \perp CD$ 于点 M, 则

四边形 ABDM 为矩形, $AM = BD = 6$ 米,

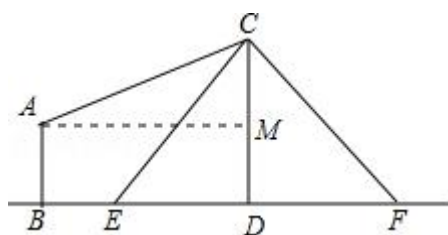
在 $\text{Rt}\triangle ACM$ 中, $\therefore \angle CAM = 30^\circ$, $AM = 6$ 米,

$$\therefore CM = AM \cdot \tan \angle CAM = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3} \text{ (米)},$$

$$\therefore CD = 2\sqrt{3} + 1.5 \approx 4.96 \text{ (米)},$$

在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中, $ED = 6 - 2.3 = 3.7$ (米),

$$\therefore CE = \sqrt{DE^2 + CD^2} \approx 6.2 \text{ (米)}.$$

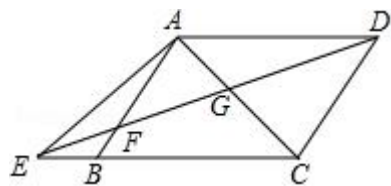


【点评】 本题考查了解直角三角形的应用, 解答本题的关键是根据仰角构造直角三角形, 利用三角函数解直角三角形.

23. (12 分) 如图, 已知在四边形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, E 为边 CB 延长线上一点, 联结 DE 交边 AB 于点 F, 联结 AC 交 DE 于点 G, 且 $\frac{FG}{GD} = \frac{AD}{CE}$.

(1) 求证: $AB \parallel CD$;

(2) 如果 $AD^2 = DG \cdot DE$, 求证: $\frac{EG^2}{CE^2} = \frac{AG}{AC}$.



【考点】S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】(1) 由 $AD \parallel BC$, 得到 $\triangle ADG \sim \triangle CEG$, 根据相似三角形的性质即可得到结论;

(2) 根据平行线的性质得到 $\frac{DG}{EG} = \frac{AD}{CE}$, 根据等式的性质得到 $\frac{EG^2}{DG^2} = \frac{CE^2}{AD^2}$, 等量代换即可得到结论.

【解答】证明: (1) $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \triangle ADG \sim \triangle CEG,$$

$$\therefore \frac{AD}{CE} = \frac{AG}{CG},$$

$$\therefore \frac{FG}{GD} = \frac{AD}{CE},$$

$$\therefore \frac{AG}{CG} = \frac{FG}{GD},$$

$$\therefore AB \parallel CD;$$

(2) $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \triangle ADG \sim \triangle CEG,$$

$$\therefore \frac{DG}{EG} = \frac{AD}{CE},$$

$$\therefore \frac{EG^2}{DG^2} = \frac{CE^2}{AD^2},$$

$$\therefore \frac{EG^2}{CE^2} = \frac{DG^2}{AD^2},$$

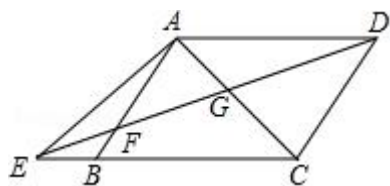
$$\therefore AD^2 = DG \cdot DE,$$

$$\therefore \frac{EG^2}{CE^2} = \frac{DG}{DE},$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{AG}{AC} = \frac{DG}{DE},$$

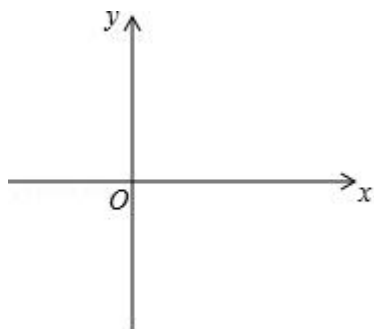
$$\therefore \frac{EG^2}{CE^2} = \frac{AG}{AC}.$$



【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质，熟练掌握相似三角形的判定和性质是解题的关键.

24. (12 分) 如图，已知在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y = -x^2 + mx + n$ 的图象经过点 $A(3, 0)$ ， $B(m, m+1)$ ，且与 y 轴相交于点 C .

- (1) 求这个二次函数的解析式并写出其图象顶点 D 的坐标；
- (2) 求 $\angle CAD$ 的正弦值；
- (3) 设点 P 在线段 DC 的延长线上，且 $\angle PAO = \angle CAD$ ，求点 P 的坐标.



【考点】 HF：二次函数综合题；KS：勾股定理的逆定理；S9：相似三角形的判定与性质.

【专题】 15：综合题.

【分析】(1) 根据二次函数 $y = -x^2 + mx + n$ 的图象经过点 A (3, 0), B (m, m+1), 求得 m 和 n 的值即可;

(2) 根据 A, C, D 三点的坐标, 求得 $CD = \sqrt{2}$, $AC = 3\sqrt{2}$, $AD = 2\sqrt{5}$, 得到 $CD^2 + AC^2 = AD^2$, 根据勾股定理的逆定理得出 $\triangle ACD$ 是直角三角形, 且 $\angle ACD = 90^\circ$, 据此求得 $\angle CAD$ 的正弦值;

(3) 先求得直线 CD 为 $y = x + 3$, 再设点 P 的坐标为 (a, a+3), 然后分两种情况进行讨论: 当点 P 在 x 轴上方时, 过点 P 作 $PE \perp x$ 轴于 E; 当点 P 在 x 轴下方时, 过点 P 作 $PF \perp x$ 轴于 F, 分别判定 $\triangle ACD \sim \triangle AEP$, $\triangle ACD \sim \triangle AFP$, 列出比例式求得 a 的值即可.

【解答】解: (1) $\because$ 二次函数 $y = -x^2 + mx + n$ 的图象经过点 A (3, 0), B (m, m+1),

$$\therefore \begin{cases} 0 = -9 + 3m + n \\ m + 1 = -m^2 + m + n \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} m = 2 \\ n = 3 \end{cases},$$

$\therefore$ 二次函数的解析式为: $y = -x^2 + 2x + 3$, 顶点 D 的坐标为 (1, 4);

(2) 如图所示, 在 $y = -x^2 + 2x + 3$ 中, 当 $x = 0$ 时, $y = 3$,

$\therefore C (0, 3)$

$\therefore A (3, 0), D (1, 4),$

$\therefore CD = \sqrt{2}, AC = 3\sqrt{2}, AD = 2\sqrt{5},$

$\therefore CD^2 + AC^2 = AD^2,$

$\therefore \triangle ACD$ 是直角三角形, 且 $\angle ACD = 90^\circ,$

$$\therefore \sin \angle CAD = \frac{CD}{AD} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{10};$$

(3) $\because$ 直线 CD 经过 C (0, 3), D (1, 4),

$\therefore$ 设可设直线 CD 为 $y=kx+b$, 则

$$\begin{cases} 3=b \\ 4=k+b \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} k=1 \\ b=3 \end{cases},$

$\therefore$ 直线 CD 为 $y=x+3$,

设点 P 的坐标为 (a, a+3),

①如图所示, 当点 P 在 x 轴上方时, 过点 P 作 $PE \perp x$ 轴于 E, 则

$$PE=a+3, AE=3-a,$$

$$\because \angle AEP = \angle ACD = 90^\circ, \angle PAO = \angle CAD,$$

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle AEP,$$

$$\therefore \frac{PE}{DC} = \frac{AE}{AC}, \text{ 即 } \frac{a+3}{\sqrt{2}} = \frac{3-a}{3\sqrt{2}},$$

$$\text{解得 } a = -\frac{3}{2},$$

$$\therefore a+3 = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \text{此时 P 的坐标为 } \left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right);$$

②如图所示, 当点 P 在 x 轴下方时, 过点 P 作 $PF \perp x$ 轴于 F, 则

$$PF = -(a+3), AF = 3-a,$$

$$\because \angle AFP = \angle ACD = 90^\circ, \angle PAO = \angle CAD,$$

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle AFP,$$

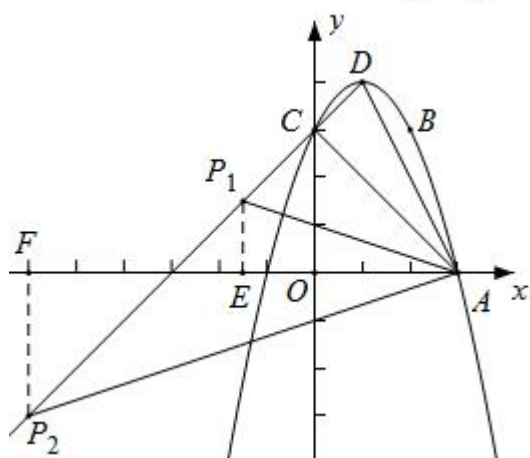
$$\therefore \frac{PF}{DC} = \frac{AF}{AC}, \text{ 即 } \frac{-a-3}{\sqrt{2}} = \frac{3-a}{3\sqrt{2}},$$

$$\text{解得 } a = -6,$$

$$\therefore a+3 = -3,$$

∴此时P的坐标为 $(-6, -3)$;

综上所述, 点P的坐标为 $(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$, $(-6, -3)$.

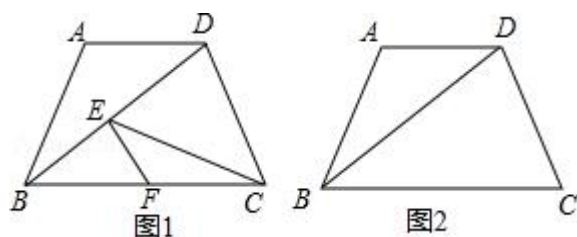


【点评】 本题属于二次函数综合题, 主要考查了待定系数法求函数解析式、勾股定理的逆定理以及相似三角形的判定与性质的综合应用, 解这类问题关键是作辅助线构造相似三角形, 善于利用几何图形的有关性质、定理和二次函数的知识, 并注意挖掘题目中的一些隐含条件.

25. (14 分) 如图, 已知在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB=AD=5$, $\tan \angle DBC = \frac{3}{4}$. 点

E 为线段 BD 上任意一点 (点 E 与点 B , D 不重合), 过点 E 作 $EF \parallel CD$, 与

BC 相交于点 F , 连接 CE . 设 $BE=x$, $y = \frac{S_{\triangle ECF}}{S_{\triangle BCD}}$.



(1) 求 BD 的长;

(2) 如果 $BC=BD$, 当 $\triangle DCE$ 是等腰三角形时, 求 x 的值;

(3) 如果 $BC=10$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出自变量 x 的取值范围.

【考点】 LO: 四边形综合题.

【分析】 (1) 过 A 作 $AH \perp BD$ 于 H , 再根据 $AD \parallel BC$, $AB=AD=5$, 可得 $\angle ABD =$

$\angle ADB = \angle DBC$, $BH = HD$, 再根据 $\tan \angle ABD = \frac{3}{4}$, 计算出 $BH = DH = 4$, 进而得到 $BD = 8$;

(2) 分两种情况用锐角三角函数计算即可得出结论.

(3) 首先利用平行线的性质得出 $\triangle FEB \sim \triangle CDB$, 即可得出 y 与 x 的函数关系式;

【解答】 解: (1) 如图 1, 过 A 作 $AH \perp BD$ 于 H ,

$\therefore AD \parallel BC$, $AB = AD = 5$,

$\therefore \angle ABD = \angle ADB = \angle DBC$, $BH = HD$,

在 $Rt\triangle ABH$ 中,

$\therefore \tan \angle ABD = \tan \angle DBC = \frac{3}{4}$,

$\therefore \cos \angle ABD = \frac{BH}{AB} = \frac{4}{5}$,

$\therefore BH = DH = 4$,

$\therefore BD = 8$;

(2) $\because \triangle DCE$ 是等腰三角形, 且 $BC = BD = 8$,

$\therefore$ ①如图 2, 当 $CD = DE$ 时, 即: $CD = DE = BD - BE = 8 - x$,

过点 D 作 $DG \perp BC$ 于 G ,

在 $Rt\triangle BDG$ 中, $\tan \angle DBC = \frac{3}{4}$, $BD = 8$,

$\therefore DG = \frac{3}{5}BD = \frac{24}{5}$, $BG = \frac{4}{5}BD = \frac{32}{5}$,

$\therefore CG = 8 - BG = \frac{8}{5}$,

在 $Rt\triangle CDG$ 中, 根据勾股定理得, $DG^2 + CG^2 = CD^2$,

$\therefore \left(\frac{24}{5}\right)^2 + \left(\frac{8}{5}\right)^2 = (8 - x)^2$,

$$\therefore x = 8 + \frac{8\sqrt{10}}{5} \text{ (舍) 或 } x = 8 - \frac{8\sqrt{10}}{5},$$

②如图 3, 当 $CE=CD$ 时,

过点 C 作 $CG \perp BD$,

$$\therefore DG=EG=\frac{1}{2}DE,$$

在 $Rt\triangle BCG$ 中, $BC=8$, $\tan \angle DBC = \frac{3}{4}$,

$$\therefore BG = \frac{32}{5},$$

$$\therefore DG = BD - BG = \frac{8}{5},$$

$$\therefore x = BE = BD - DE = BD - 2DG = \frac{24}{5}.$$

(3) 如图 4, 过点 D 作 $DG \perp BC$ 于 G ,

在 $Rt\triangle BDG$ 中, $\tan \angle DBC = \frac{3}{4}$, $BD=8$,

$$\therefore DG = \frac{24}{5}, \quad BG = \frac{32}{5},$$

$$\therefore CG = BC - BG = \frac{18}{5},$$

在 $Rt\triangle CDG$ 中, 根据勾股定理得, $CD=6$,

在 $\triangle BCD$ 中, $BD=8$, $BC=10$, $CD=6$,

$\therefore \triangle BCD$ 是直角三角形,

$\therefore EF \parallel CD$,

$\therefore \angle BEF = \angle BDC = 90^\circ$,

在 $Rt\triangle BEF$ 中, $\tan \angle DBC = \frac{3}{4}$, $BE=x$,

$$\therefore BF = \frac{5}{4}x$$

$\therefore BC=10$,

$$\therefore FC = 10 - \frac{5}{4}x,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle FEC}}{S_{\triangle EFB}} = \frac{FC}{BF} = \frac{10 - \frac{5}{4}x}{\frac{5}{4}x},$$

$\therefore EF \parallel DC,$

$\therefore \triangle FEB \sim \triangle CDB,$

$$\therefore \frac{S_{\triangle FEB}}{S_{\triangle BDC}} = \left(\frac{BF}{BC}\right)^2 = \left(\frac{\frac{5}{4}x}{10}\right)^2,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle FEC}}{S_{\triangle BDC}} = \frac{10 - \frac{5}{4}x}{\frac{5}{4}x} \cdot \left(\frac{\frac{5}{4}x}{10}\right)^2 = -\frac{1}{64}x^2 + \frac{1}{8}x \quad (0 < x < 8)$$

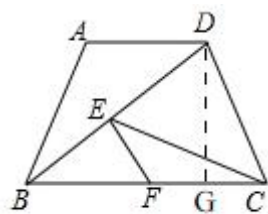


图4

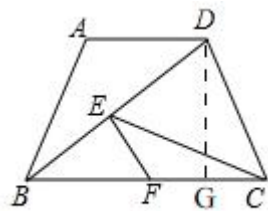


图4

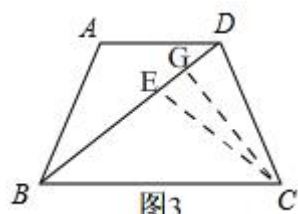


图3

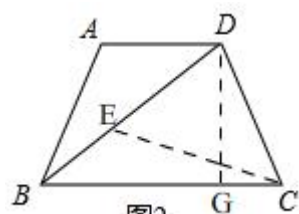
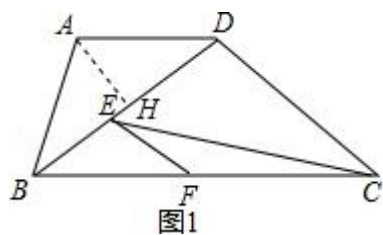


图2



【点评】此题是四边形综合题，主要考查了锐角三角函数的定义，等腰三角形的性质，勾股定理，相似三角形的性质和判定，同高的三角形的面积的比等于底的比，分类讨论是解本题的关键，是一道比较典型的中考常考题.