

2017 年上海市浦东新区中考数学一模试卷

一. 选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 共 24 分)

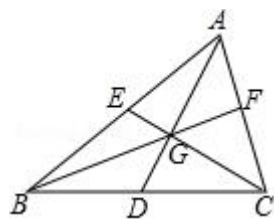
1. (4 分) 在下列 y 关于 x 的函数中, 一定是二次函数的是 ()

A. $y=2x^2$ B. $y=2x-2$ C. $y=ax^2$ D. $y=\frac{a}{x^2}$
2. (4 分) 如果向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{x}$ 满足 $\vec{x}+\vec{a}=\frac{3}{2}(\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b})$, 那么 $\vec{x}$ 用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示正确的是 ()

A. $\vec{a}-2\vec{b}$ B. $\frac{5}{2}\vec{a}-\vec{b}$ C. $\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b}$ D. $\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}$
3. (4 分) 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle A=\alpha$, $BC=2$, 那么 AB 的长等于 ()

A. $\frac{2}{\sin \alpha}$ B. $2\sin \alpha$ C. $\frac{2}{\cos \alpha}$ D. $2\cos \alpha$
4. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, 如果 $AD=2$, $BD=4$, 那么由下列条件能够判断 $DE\parallel BC$ 的是 ()

A. $\frac{AE}{AC}=\frac{1}{2}$ B. $\frac{DE}{BC}=\frac{1}{3}$ C. $\frac{AE}{AC}=\frac{1}{3}$ D. $\frac{DE}{BC}=\frac{1}{2}$
5. (4 分) 如图, $\triangle ABC$ 的两条中线 AD 、 CE 交于点 G , 且 $AD\perp CE$, 联结 BG 并延长与 AC 交于点 F , 如果 $AD=9$, $CE=12$, 那么下列结论不正确的是 ()

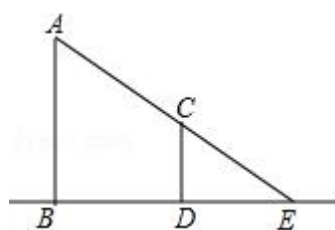


- A. $AC=10$ B. $AB=15$ C. $BG=10$ D. $BF=15$
6. (4 分) 如果抛物线 A: $y=x^2-1$ 通过左右平移得到抛物线 B, 再通过上下平移抛物线 B 得到抛物线 C: $y=x^2-2x+2$, 那么抛物线 B 的表达式为 ()

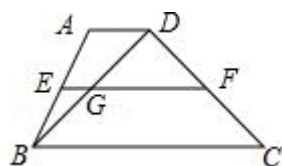
A. $y=x^2+2$ B. $y=x^2-2x-1$ C. $y=x^2-2x$ D. $y=x^2-2x+1$

二. 填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 共 48 分)

7. (4分) 已知线段 $a=3\text{cm}$, $b=4\text{cm}$, 那么线段 a 、 b 的比例中项等于_____cm.
8. (4分) 已知点 P 是线段 AB 上的黄金分割点, $PB > PA$, $PB=2$, 那么 $PA=_____$.
9. (4分) 已知 $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=4$, 且 $\vec{b}$ 和 $\vec{a}$ 反向, 用向量 $\vec{a}$ 表示向量 $\vec{b}=_____$.
10. (4分) 如果抛物线 $y=mx^2+(m-3)x-m+2$ 经过原点, 那么 $m=_____$.
11. (4分) 如果抛物线 $y=(a-3)x^2-2$ 有最低点, 那么 a 的取值范围是_____.
12. (4分) 在一个边长为 2 的正方形中挖去一个边长为 x ($0 < x < 2$) 的小正方形, 如果设剩余部分的面积为 y , 那么 y 关于 x 的函数解析式是_____.
13. (4分) 如果抛物线 $y=ax^2-2ax+1$ 经过点 $A(-1, 7)$ 、 $B(x, 7)$, 那么 $x=_____$.
14. (4分) 二次函数 $y=(x-1)^2$ 的图象上有两个点 $(3, y_1)$ 、 $(\frac{9}{2}, y_2)$, 那么 y_1 _____ y_2 (填“>”、“=”或“<”)
15. (4分) 如图, 已知小鱼同学的身高 (CD) 是 1.6 米, 她与树 (AB) 在同一时刻的影子长分别为 $DE=2$ 米, $BE=5$ 米, 那么树的高度 $AB=_____$ 米.

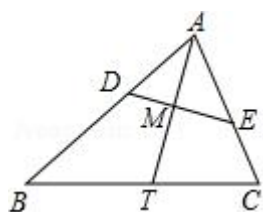


16. (4分) 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 对角线 BD 与中位线 EF 交于点 G , 若 $AD=2$, $EF=5$, 那么 $FG=_____$.

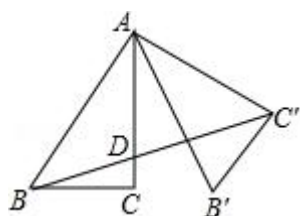


17. (4分) 如图, 点 M 是 $\triangle ABC$ 的角平分线 AT 的中点, 点 D 、 E 分别在 AB 、

AC 边上, 线段 DE 过点 M, 且 $\angle ADE = \angle C$, 那么 $\triangle ADE$ 和 $\triangle ABC$ 的面积比是_____.



18. (4 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 60° , 点 B、C 分别落在点 B' 、 C' 处, 联结 BC' 与 AC 边交于点 D, 那么 $\frac{BD}{DC'} = \underline{\hspace{2cm}}$.

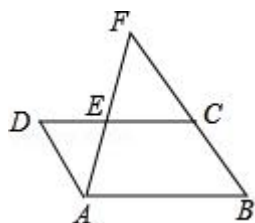


三.解答题 (本大题共 7 题, 共 $10+10+10+10+12+12+14=78$ 分)

19. (10 分) 计算: $2\cos^2 30^\circ - \sin 30^\circ + \frac{1}{\cot 30^\circ - 2\sin 45^\circ}$.

20. (10 分) 如图, 已知在平行四边形 ABCD 中, 点 E 是 CD 上一点, 且 $DE=2$, $CE=3$, 射线 AE 与射线 BC 相交于点 F;

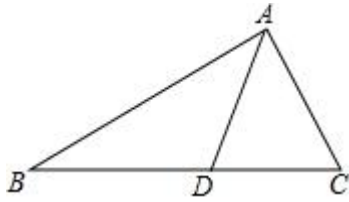
- (1) 求 $\frac{EF}{AF}$ 的值;
- (2) 如果 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 求向量 $\overrightarrow{EF}$; (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示)



21. (10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=4$, D 为 BC 上一点, $CD=2$, 且 $\triangle ADC$ 与 $\triangle ABD$ 的面积比为 1:3;

- (1) 求证: $\triangle ADC \sim \triangle BAC$;

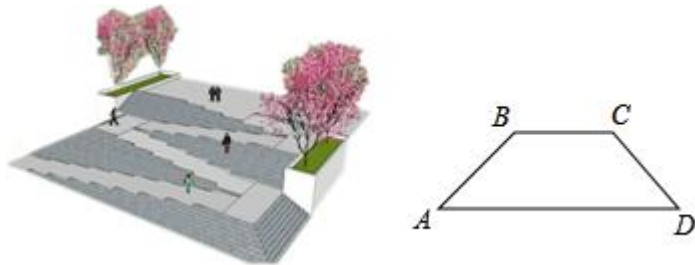
(2) 当 $AB=8$ 时, 求 $\sin B$.



22. (10 分) 如图, 是某广场台阶 (结合轮椅专用坡道) 景观设计的模型, 以及该设计第一层的截面图, 第一层有十级台阶, 每级台阶的高为 0.15 米, 宽为 0.4 米, 轮椅专用坡道 AB 的顶端有一个宽 2 米的水平面 BC ; 《城市道路与建筑物无障碍设计规范》第 17 条, 新建轮椅专用坡道在不同坡度的情况下, 坡道高度应符合以下表中的规定:

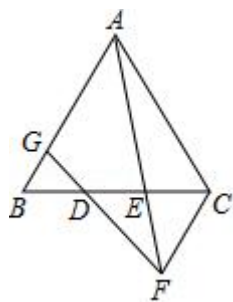
坡度	1: 20	1: 16	1: 12
最大高度 (米)	1.50	1.00	0.75

- (1) 选择哪个坡度建设轮椅专用坡道 AB 是符合要求的? 说明理由;
- (2) 求斜坡底部点 A 与台阶底部点 D 的水平距离 AD .



23. (12 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 D 、 E 是边 BC 上的两个点, 且 $BD=DE=EC$, 过点 C 作 $CF \parallel AB$ 交 AE 延长线于点 F , 连接 FD 并延长与 AB 交于点 G ;

- (1) 求证: $AC=2CF$;
- (2) 连接 AD , 如果 $\angle ADG = \angle B$, 求证: $CD^2 = AC \cdot CF$.



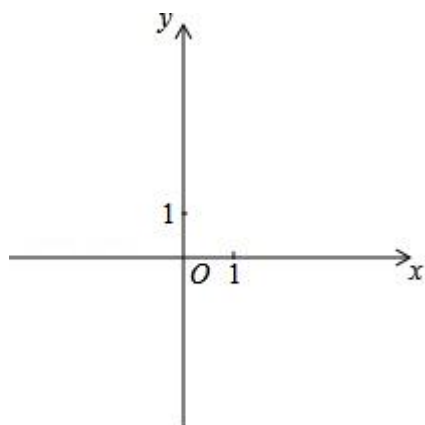
24. (12 分) 已知顶点为 $A(2, -1)$ 的抛物线经过点 $B(0, 3)$, 与 x 轴交于

C 、 D 两点 (点 C 在点 D 的左侧);

(1) 求这条抛物线的表达式;

(2) 联结 AB 、 BD 、 DA , 求 $\triangle ABD$ 的面积;

(3) 点 P 在 x 轴正半轴上, 如果 $\angle APB = 45^\circ$, 求点 P 的坐标.



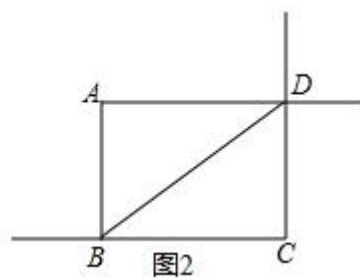
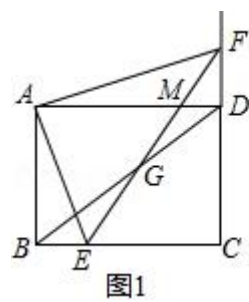
25. (14 分) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=3$, $BC=4$, 点 E 是射线 CB 上的动点,

点 F 是射线 CD 上一点, 且 $AF \perp AE$, 射线 EF 与对角线 BD 交于点 G , 与射线 AD 交于点 M ;

(1) 当点 E 在线段 BC 上时, 求证: $\triangle AEF \sim \triangle ABD$;

(2) 在 (1) 的条件下, 联结 AG , 设 $BE=x$, $\tan \angle MAG=y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出 x 的取值范围;

(3) 当 $\triangle AGM$ 与 $\triangle ADF$ 相似时, 求 BE 的长.



2017 年上海市浦东新区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一.选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 共 24 分)

1. (4 分) 在下列 y 关于 x 的函数中, 一定是二次函数的是 ()

- A. $y=2x^2$ B. $y=2x-2$ C. $y=ax^2$ D. $y=\frac{a}{x^2}$

【考点】H1: 二次函数的定义.

【分析】根据二次函数的定义形如 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 是二次函数.

【解答】解: A、是二次函数, 故 A 符合题意;

B、是一次函数, 故 B 错误;

C、 $a=0$ 时, 不是二次函数, 故 C 错误;

D、 $a \neq 0$ 时是分式方程, 故 D 错误;

故选: A.

【点评】本题考查二次函数的定义, 形如 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 是二次函数.

2. (4 分) 如果向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{x}$ 满足 $\vec{x}+\vec{a}=\frac{3}{2}(\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b})$, 那么 $\vec{x}$ 用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示正确的是 ()

- A. $\vec{a}-2\vec{b}$ B. $\frac{5}{2}\vec{a}-\vec{b}$ C. $\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b}$ D. $\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}$

【考点】LM: *平面向量.

【分析】利用一元一次方程的求解方法, 求解此题即可求得答案.

【解答】解: $\because \vec{x}+\vec{a}=\frac{3}{2}(\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b})$,

$$\therefore 2(\vec{x}+\vec{a})=3(\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b}),$$

$$\therefore 2\vec{x}+2\vec{a}=3\vec{a}-2\vec{b},$$

$$\therefore 2\vec{x}=\vec{a}-2\vec{b},$$

解得: $\vec{x} = \frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$.

故选: D.

【点评】此题考查了平面向量的知识. 此题难度不大, 注意掌握一元一次方程的求解方法是解此题的关键.

3. (4分) 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle A=\alpha$, $BC=2$, 那么 AB 的长等于 ()

- A. $\frac{2}{\sin\alpha}$ B. $2\sin\alpha$ C. $\frac{2}{\cos\alpha}$ D. $2\cos\alpha$

【考点】T1: 锐角三角函数的定义.

【分析】根据锐角三角函数的定义得出 $\sin A = \frac{BC}{AB}$, 代入求出即可.

【解答】解: $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle A=\alpha$, $BC=2$,

$$\therefore \sin A = \frac{BC}{AB},$$

$$\therefore AB = \frac{BC}{\sin A} = \frac{2}{\sin\alpha},$$

故选: A.

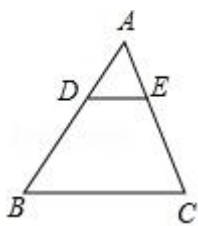
【点评】本题考查了锐角三角函数的定义, 能熟记锐角三角函数的定义是解此题的关键, 注意: 在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 则 $\sin A = \frac{BC}{AB}$, $\cos A = \frac{AC}{AB}$, $\tan A = \frac{BC}{AC}$.

4. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, 如果 $AD=2$, $BD=4$, 那么由下列条件能够判断 $DE \parallel BC$ 的是 ()

- A. $\frac{AE}{AC} = \frac{1}{2}$ B. $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{3}$ C. $\frac{AE}{AC} = \frac{1}{3}$ D. $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{2}$

【考点】J9: 平行线的判定; S4: 平行线分线段成比例; S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】先求出比例式, 再根据相似三角形的判定得出 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 根据相似推出 $\angle ADE = \angle B$, 根据平行线的判定得出即可.



【解答】解：

只有选项 C 正确，

理由是： $\because AD=2, BD=4, \frac{AE}{AC}=\frac{1}{3},$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \angle DAE = \angle BAC,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle B,$$

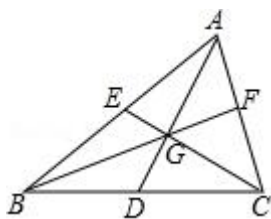
$$\therefore DE \parallel BC,$$

根据选项 A、B、D 的条件都不能推出 $DE \parallel BC$ ，

故选：C.

【点评】本题考查了平行线分线段成比例定理，相似三角形的性质和判定的应用，能灵活运用定理进行推理是解此题的关键.

5. (4 分) 如图， $\triangle ABC$ 的两条中线 AD 、 CE 交于点 G ，且 $AD \perp CE$ ，联结 BG 并延长与 AC 交于点 F ，如果 $AD=9$ ， $CE=12$ ，那么下列结论不正确的是 ()



A. $AC=10$

B. $AB=15$

C. $BG=10$

D. $BF=15$

【考点】K5：三角形的重心.

【分析】根据题意得到点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心，根据重心的性质得到 $AG=\frac{2}{3}AD=6$ ，

$CG = \frac{2}{3}CE = 8$, $EG = \frac{1}{3}CE = 4$, 根据勾股定理求出 AC、AE, 判断即可.

【解答】解: $\because \triangle ABC$ 的两条中线 AD、CE 交于点 G,

$\therefore$ 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心,

$\therefore AG = \frac{2}{3}AD = 6$, $CG = \frac{2}{3}CE = 8$, $EG = \frac{1}{3}CE = 4$,

$\therefore AD \perp CE$,

$\therefore AC = \sqrt{AG^2 + CG^2} = 10$, A 正确;

$AE = \sqrt{AG^2 + EG^2} = 2\sqrt{13}$,

$\therefore AB = 2AE = 4\sqrt{13}$, B 错误;

$\therefore AD \perp CE$, F 是 AC 的中点,

$\therefore GF = \frac{1}{2}AC = 5$,

$\therefore BG = 10$, C 正确;

$BF = 15$, D 正确,

故选: B.

【点评】本题考查的是三角形的重心的概念和性质, 三角形的重心是三角形三条中线的交点, 且重心到顶点的距离是它到对边中点的距离的 2 倍.

6. (4 分) 如果抛物线 A: $y = x^2 - 1$ 通过左右平移得到抛物线 B, 再通过上下平

移抛物线 B 得到抛物线 C: $y = x^2 - 2x + 2$, 那么抛物线 B 的表达式为 ()

A. $y = x^2 + 2$ B. $y = x^2 - 2x - 1$ C. $y = x^2 - 2x$ D. $y = x^2 - 2x + 1$

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】平移不改变抛物线的开口方向与开口大小, 即解析式的二次项系数不变, 根据抛物线的顶点式可求抛物线解析式.

【解答】解: 抛物线 A: $y = x^2 - 1$ 的顶点坐标是 $(0, -1)$, 抛物线 C: $y = x^2 - 2x + 2 = (x - 1)^2 + 1$ 的顶点坐标是 $(1, 1)$.

则将抛物线 A 向右平移 1 个单位，再向上平移 2 个单位得到抛物线 C.

所以抛物线 B 是将抛物线 A 向右平移 1 个单位得到的，其解析式为 $y = (x - 1)^2 - 1 = x^2 - 2x$.

故选：C.

【点评】 本题考查了抛物线的平移与解析式变化的关系. 关键是明确抛物线的平移实质上是顶点的平移，能用顶点式表示平移后的抛物线解析式.

二. 填空题 (本大题共 12 题，每题 4 分，共 48 分)

7. (4 分) 已知线段 $a=3\text{cm}$, $b=4\text{cm}$, 那么线段 a 、 b 的比例中项等于 $2\sqrt{3}$ cm.

【考点】 S2: 比例线段.

【分析】 根据线段的比例中项的定义列式计算即可得解.

【解答】 解: $\because$ 线段 $a=3\text{cm}$, $b=4\text{cm}$,

$\therefore$ 线段 a 、 b 的比例中项 $=\sqrt{3 \times 4} = 2\sqrt{3}\text{cm}$.

故答案为: $2\sqrt{3}$.

【点评】 本题考查了比例线段，熟记线段比例中项的求解方法是解题的关键，要注意线段的比例中项是正数.

8. (4 分) 已知点 P 是线段 AB 上的黄金分割点， $PB > PA$ ， $PB=2$ ，那么 $PA = \sqrt{5} - 1$.

【考点】 S3: 黄金分割.

【分析】 根据黄金分割的概念和黄金比值是 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 计算即可.

【解答】 解: $\because$ 点 P 是线段 AB 上的黄金分割点， $PB > PA$,

$\therefore PB = \frac{\sqrt{5}-1}{2} AB$,

解得， $AB = \sqrt{5} + 1$,

$\therefore PA = AB - PB = \sqrt{5} + 1 - 2 = \sqrt{5} - 1$,

故答案为: $\sqrt{5}-1$.

【点评】 本题考查的是黄金分割的概念和性质, 把线段 AB 分成两条线段 AC 和 BC ($AC > BC$), 且使 AC 是 AB 和 BC 的比例中项, 叫做把线段 AB 黄金分割.

9. (4 分) 已知 $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=4$, 且 $\vec{b}$ 和 $\vec{a}$ 反向, 用向量 $\vec{a}$ 表示向量 $\vec{b} = \underline{-2\vec{a}}$.

【考点】 LM: *平面向量.

【分析】 根据向量 $\vec{b}$ 向量的模是 $\vec{a}$ 向量模的 2 倍, 且 $\vec{b}$ 和 $\vec{a}$ 反向, 即可得出答案.

【解答】 解: $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=4$, 且 $\vec{b}$ 和 $\vec{a}$ 反向,

故可得: $\vec{b} = -2\vec{a}$.

故答案为: $-2\vec{a}$.

【点评】 本题考查了平面向量的知识, 关键是得出向量 $\vec{b}$ 向量的模是 $\vec{a}$ 向量模的 2 倍.

10. (4 分) 如果抛物线 $y=mx^2+(m-3)x-m+2$ 经过原点, 那么 $m = \underline{2}$.

【考点】 H5: 二次函数图象上点的坐标特征.

【分析】 根据图象上的点满足函数解析式, 可得答案.

【解答】 解: 由抛物线 $y=mx^2+(m-3)x-m+2$ 经过原点, 得

$$-m+2=0.$$

解得 $m=2$,

故答案为: 2.

【点评】 本题考查了二次函数图象上点的坐标特征, 把原点代入函数解析式是解题关键.

11. (4 分) 如果抛物线 $y=(a-3)x^2-2$ 有最低点, 那么 a 的取值范围是 $\underline{a > 3}$.

【考点】H7: 二次函数的最值.

【分析】由于原点是抛物线 $y = (a+3)x^2$ 的最低点, 这要求抛物线必须开口向上, 由此可以确定 a 的范围.

【解答】解: $\because$ 原点是抛物线 $y = (a-3)x^2 - 2$ 的最低点,

$$\therefore a-3 > 0,$$

即 $a > 3$.

故答案为 $a > 3$.

【点评】本题主要考查二次函数的最值的知识点, 解答此题要掌握二次函数图象的特点, 本题比较基础.

12. (4 分) 在一个边长为 2 的正方形中挖去一个边长为 x ($0 < x < 2$) 的小正方形, 如果设剩余部分的面积为 y , 那么 y 关于 x 的函数解析式是 $y = -x^2 + 4$
($0 < x < 2$).

【考点】E3: 函数关系式.

【分析】根据剩下部分的面积=大正方形的面积-小正方形的面积得出 y 与 x 的函数关系式即可.

【解答】解: 设剩下部分的面积为 y , 则:

$$y = -x^2 + 4 \quad (0 < x < 2),$$

故答案为: $y = -x^2 + 4$ ($0 < x < 2$).

【点评】此题主要考查了根据实际问题列二次函数关系式, 利用剩下部分的面积=大正方形的面积-小正方形的面积得出是解题关键.

13. (4 分) 如果抛物线 $y = ax^2 - 2ax + 1$ 经过点 A (-1, 7)、B (x , 7), 那么 $x =$ 3.

【考点】H5: 二次函数图象上点的坐标特征.

【分析】 首先求出抛物线的对称轴方程，进而求出 x 的值.

【解答】 解： $\because$ 抛物线的解析式为 $y=ax^2-2ax+1$,

$\therefore$ 抛物线的对称轴方程为 $x=1$,

$\therefore$ 图象经过点 $A(-1, 7)$ 、 $B(x, 7)$,

$$\therefore \frac{-1+x}{2}=1,$$

$$\therefore x=3,$$

故答案为 3.

【点评】 本题主要考查了二次函数图象上点的坐标特征，解题的关键是求出抛物线的对称轴，此题难度不大.

14. (4 分) 二次函数 $y=(x-1)^2$ 的图象上有两个点 $(3, y_1)$ 、 $(\frac{9}{2}, y_2)$ ，那么

y_1 < y_2 (填“>”、“=”或“<”)

【考点】 H5：二次函数图象上点的坐标特征.

【分析】 把两点的横坐标代入函数解析式分别求出函数值即可得解.

【解答】 解：当 $x=3$ 时， $y_1=(3-1)^2=4$,

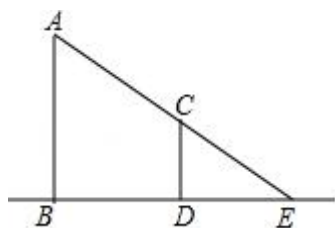
$$\text{当 } x=\frac{9}{2} \text{ 时, } y_2=(\frac{9}{2}-1)^2=\frac{49}{4},$$

$$y_1 < y_2,$$

故答案为 <.

【点评】 本题考查了二次函数图象上点的坐标特征，根据函数图象上的点满足函数解析式求出相应的函数值是解题的关键.

15. (4 分) 如图，已知小鱼同学的身高 (CD) 是 1.6 米，她与树 (AB) 在同一时刻的影子长分别为 $DE=2$ 米， $BE=5$ 米，那么树的高度 AB = 4 米.



【考点】SA：相似三角形的应用.

【分析】由 $CD \perp BE$ 、 $AB \perp BE$ 知 $CD \parallel AB$ ，从而得 $\triangle CDE \sim \triangle ABE$ ，由相似三角形的性质有 $\frac{CD}{AB} = \frac{DE}{BE}$ ，将相关数据代入计算可得.

【解答】解：由题意知 $CD \perp BE$ 、 $AB \perp BE$ ，

$\therefore CD \parallel AB$ ，

$\therefore \triangle CDE \sim \triangle ABE$ ，

$$\therefore \frac{CD}{AB} = \frac{DE}{BE}, \text{ 即 } \frac{1.6}{AB} = \frac{2}{5},$$

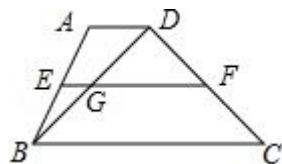
解得： $AB=4$ ，

故答案为： 4.

【点评】本题主要考查相似三角形的应用，熟练掌握相似三角形的判定与性质是解题的关键.

16. (4 分) 如图，梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，对角线 BD 与中位线 EF 交于点 G ，

若 $AD=2$ ， $EF=5$ ，那么 $FG=$ 4 .



【考点】LL：梯形中位线定理.

【分析】根据梯形中位线性质的得出 $EF \parallel AD \parallel BC$ ，推出 $DG=BG$ ，则 EG 是 $\triangle ABD$ 的中位线，即可求得 EG 的长，则 FG 即可求得.

【解答】解： $\because EF$ 是梯形 $ABCD$ 的中位线，

$\therefore EF \parallel AD \parallel BC$ ，

$\therefore DG=BG$ ，

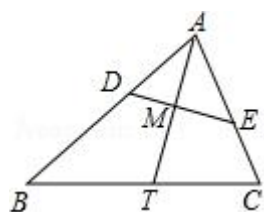
$$\therefore EG = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2} \times 2 = 1,$$

$$\therefore FG = EF - EG = 5 - 1 = 4.$$

故答案是：4.

【点评】本题考查了梯形的中位线，三角形的中位线的应用，主要考查学生的推理能力和计算能力.

17. (4分) 如图，点M是 $\triangle ABC$ 的角平分线AT的中点，点D、E分别在AB、AC边上，线段DE过点M，且 $\angle ADE = \angle C$ ，那么 $\triangle ADE$ 和 $\triangle ABC$ 的面积比是 1: 4.



【考点】S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】根据相似三角形的判定和性质即可得到结论.

【解答】解: $\because$ AT 是 $\triangle ABC$ 的角平分线,

$\therefore$ 点 M 是 $\triangle ABC$ 的角平分线 AT 的中点,

$$\therefore AM = \frac{1}{2}AT,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle C, \quad \angle BAC = \angle BAC,$$

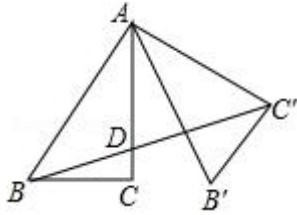
$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ACB,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ACB}} = \left(\frac{AM}{AT}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1: 4,$$

故答案为: 1: 4.

【点评】本题考查了相似三角形的判定和性质，熟练掌握相似三角形的判定和性质是解题的关键.

18. (4分) 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 60° ，点 B、C 分别落在点 B'、C'处，联结 BC'与 AC 边交于点 D，那么 $\frac{BD}{DC'} = \frac{2}{3}$.



【考点】R2: 旋转的性质.

【分析】根据直角三角形的性质得到 $BC = \frac{1}{2}AB$, 根据旋转的性质和平行线的判定得到 $AB \parallel B'C'$, 根据平行线分线段成比例定理计算即可.

【解答】解: $\because \angle C = 90^\circ, \angle B = 60^\circ,$

$$\therefore \angle BAC = 30^\circ,$$

$$\therefore BC = \frac{1}{2}AB,$$

由旋转的性质可知, $\angle CAC' = 60^\circ, AB' = AB, B'C' = BC, \angle C' = \angle C = 90^\circ,$

$$\therefore \angle BAC' = 90^\circ,$$

$$\therefore AB \parallel B'C',$$

$$\therefore \frac{B'E}{EA} = \frac{CE'}{BE} = \frac{B'C'}{AB} = \frac{1}{2},$$

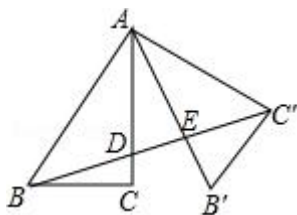
$$\therefore \frac{AB}{AE} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \angle BAC = \angle B'AC,$$

$$\therefore \frac{BD}{DE} = \frac{AB}{AE} = \frac{3}{2}, \text{ 又 } \frac{CE'}{BE} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{BD}{DC'} = \frac{2}{3},$$

故答案为: $\frac{2}{3}$.



【点评】本题考查的是旋转变换的性质, 掌握对应点到旋转中心的距离相等、对

应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角、旋转前、后的图形全等是解题的关键.

三.解答题 (本大题共 7 题, 共 10+10+10+10+12+12+14=78 分)

19. (10 分) 计算: $2\cos^2 30^\circ - \sin 30^\circ + \frac{1}{\cot 30^\circ - 2\sin 45^\circ}$.

【考点】T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】根据特殊角三角函数值, 可得答案.

【解答】解: 原式 $= 2 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{3} - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}$

$= 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}$.

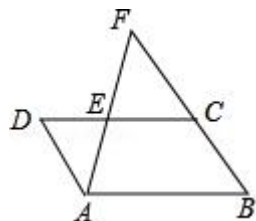
【点评】本题考查了特殊角三角函数值, 熟记特殊角三角函数值是解题关键.

20. (10 分) 如图, 已知在平行四边形 ABCD 中, 点 E 是 CD 上一点, 且 DE=2,

CE=3, 射线 AE 与射线 BC 相交于点 F;

(1) 求 $\frac{EF}{AF}$ 的值;

(2) 如果 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 求向量 $\overrightarrow{EF}$; (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示)



【考点】L5: 平行四边形的性质; LM: *平面向量; S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】(1) 根据平行四边形的性质得出 $AB=5$ 、 $AB \parallel EC$, 证 $\triangle FEC \sim \triangle FAB$

得 $\frac{EF}{AF} = \frac{EC}{AB} = \frac{3}{5}$;

(2) 由 $\triangle FEC \sim \triangle FAB$ 得 $\frac{EC}{AB} = \frac{FC}{FB} = \frac{EC}{AB} = \frac{3}{5}$, 从而知 $FC = \frac{3}{2}BC$, $EC = \frac{3}{5}AB$, 再由

平行四边形性质及向量可得 $\overrightarrow{EC} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} = \frac{3}{5}\vec{a}$, $\overrightarrow{FC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{3}{2}\vec{b}$, 最后根据向量的运算得出答案.

【解答】解：(1) $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形， $DE=2$ ， $CE=3$ ，

$\therefore AB=DC=DE+CE=5$ ，且 $AB \parallel EC$ ，

$\therefore \triangle FEC \sim \triangle FAB$ ，

$$\therefore \frac{EF}{AF} = \frac{EC}{AB} = \frac{3}{5};$$

(2) $\because \triangle FEC \sim \triangle FAB$ ，

$$\therefore \frac{EC}{AB} = \frac{FC}{FB} = \frac{EC}{AB} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore FC = \frac{3}{2}BC, \quad EC = \frac{3}{5}AB,$$

$\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形，

$\therefore AD \parallel BC$ ， $EC \parallel AB$ ，

$$\therefore \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} = \vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{EC} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} = \frac{3}{5}\vec{a}, \quad \overrightarrow{FC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{3}{2}\vec{b},$$

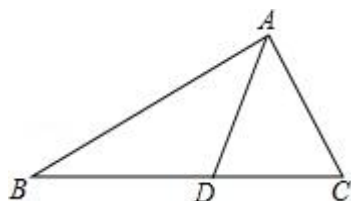
$$\text{则 } \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CF} = \frac{3}{5}\vec{a} + \frac{3}{2}\vec{b}.$$

【点评】本题主要考查相似三角形的判定与性质、平行四边形的性质及向量的运算，熟练掌握相似三角形的判定与性质是解题的关键.

21. (10 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AC=4$ ， D 为 BC 上一点， $CD=2$ ，且 $\triangle ADC$ 与 $\triangle ABD$ 的面积比为 1:3；

(1) 求证： $\triangle ADC \sim \triangle BAC$ ；

(2) 当 $AB=8$ 时，求 $\sin B$.



【考点】S9：相似三角形的判定与性质；T7：解直角三角形.

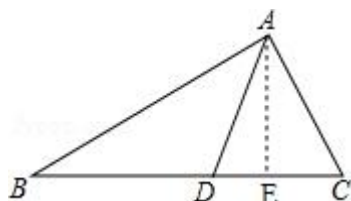
【分析】(1) 作 $AE \perp BC$, 根据 $\triangle ADC$ 与 $\triangle ABD$ 的面积比为 1: 3 且 $CD=2$ 可

得 $BD=6$, 即 $BC=8$, 从而得 $\frac{CA}{CB} = \frac{CD}{CA}$, 结合 $\angle C = \angle C$, 可证得 $\triangle ADC \sim \triangle BAC$;

(2) 由 $\triangle ADC \sim \triangle BAC$ 得 $\frac{AD}{BA} = \frac{AC}{BC}$, 求出 AD 的长, 根据 $AE \perp BC$ 得 $DE = \frac{1}{2}CD = 1$,

由勾股定理求得 AE 的长, 最后根据正弦函数的定义可得.

【解答】解: (1) 如图, 作 $AE \perp BC$ 于点 E ,



$$\therefore \frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABD}} = \frac{\frac{1}{2}CD \cdot AE}{\frac{1}{2}BD \cdot AE} = \frac{CD}{BD} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore BD = 3CD = 6,$$

$$\therefore CB = CD + BD = 8,$$

$$\text{则 } \frac{CA}{CB} = \frac{4-1}{8} = \frac{1}{2}, \quad \frac{CD}{CA} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{CA}{CB} = \frac{CD}{CA},$$

$$\therefore \angle C = \angle C,$$

$$\therefore \triangle ADC \sim \triangle BAC;$$

$$(2) \because \triangle ADC \sim \triangle BAC,$$

$$\therefore \frac{AD}{BA} = \frac{AC}{BC}, \quad \text{即 } \frac{AD}{8} = \frac{4}{8},$$

$$\therefore AD = AC = 4,$$

$$\therefore AE \perp BC,$$

$$\therefore DE = \frac{1}{2}CD = 1,$$

$$\therefore AE = \sqrt{AD^2 - DE^2} = \sqrt{15},$$

$$\therefore \sin B = \frac{AE}{AB} = \frac{\sqrt{15}}{8}.$$

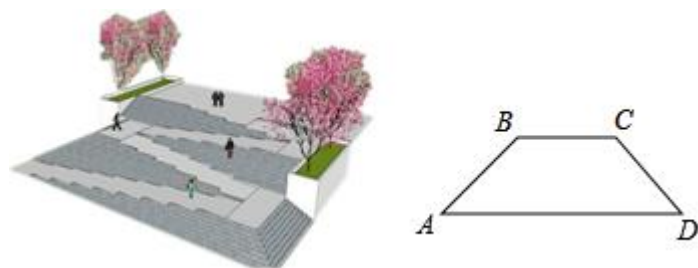
【点评】本题主要考查相似三角形的判定与性质及勾股定理、等腰三角形的性质、三角函数的定义，熟练掌握相似三角形的判定与性质是解题的关键.

22. (10 分) 如图，是某广场台阶（结合轮椅专用坡道）景观设计的模型，以及该设计第一层的截面图，第一层有十级台阶，每级台阶的高为 0.15 米，宽为 0.4 米，轮椅专用坡道 AB 的顶端有一个宽 2 米的水平面 BC；《城市道路与建筑物无障碍设计规范》第 17 条，新建轮椅专用坡道在不同坡度的情况下，坡道高度应符合以下表中的规定：

坡度	1: 20	1: 16	1: 12
最大高度 (米)	1.50	1.00	0.75

(1) 选择哪个坡度建设轮椅专用坡道 AB 是符合要求的？说明理由；

(2) 求斜坡底部点 A 与台阶底部点 D 的水平距离 AD.



【考点】 T9：解直角三角形的应用 – 坡度坡角问题.

【分析】 (1) 计算最大高度为： $0.15 \times 10 = 1.5$ (米)，由表格查对应的坡度为：

1: 20;

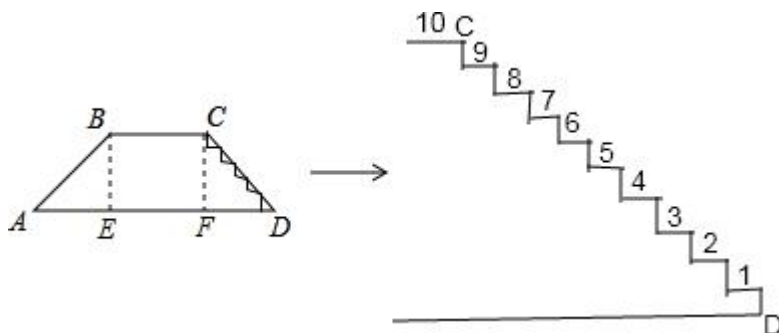
(2) 作梯形的高 BE、CF，由坡度计算 AE 的长，由台阶的宽计算 DF 的长，相加可得 AD 的长.

【解答】 解：(1) $\because$ 第一层有十级台阶，每级台阶的高为 0.15 米，

$\therefore$ 最大高度为 $0.15 \times 10 = 1.5$ (米)，

由表知建设轮椅专用坡道 AB 选择符合要求的坡度是 1: 20;

(2) 如图, 过 B 作 $BE \perp AD$ 于 E, 过 C 作 $CF \perp AD$ 于 F,



$$\therefore BE=CF=1.5, EF=BC=2,$$

$$\therefore \frac{BE}{AE} = \frac{1}{20},$$

$$\therefore \frac{1.5}{AE} = \frac{1}{20},$$

$$\therefore AE=30,$$

$$\therefore DF=9 \times 0.4=3.6$$

$$\therefore AD=AE+EF+DF=30+2+3.6=35.6,$$

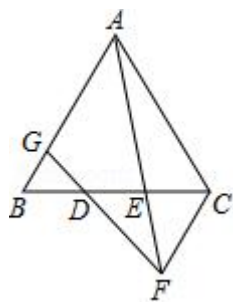
答: 斜坡底部点 A 与台阶底部点 D 的水平距离 AD 为 35.6 米.

【点评】 本题考查了坡度坡角问题, 在解决坡度的有关问题中, 一般通过作高构成直角三角形, 坡角即是一锐角, 坡度实际就是一锐角的正切值, 利用三角函数的定义列等式即可.

23. (12 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 D、E 是边 BC 上的两个点, 且 $BD=DE=EC$, 过点 C 作 $CF \parallel AB$ 交 AE 延长线于点 F, 连接 FD 并延长与 AB 交于点 G;

(1) 求证: $AC=2CF$;

(2) 连接 AD, 如果 $\angle ADG = \angle B$, 求证: $CD^2 = AC \cdot CF$.



【考点】KH：等腰三角形的性质；S9：相似三角形的判定与性质.

【分析】(1) 由 $BD=DE=EC$ 知 $BE=2CE$ ，由 $CF \parallel AB$ 证 $\triangle ABE \sim \triangle FCE$ 得

$$\frac{AB}{FC} = \frac{BE}{CE} = 2, \text{ 即 } AB=2FC, \text{ 根据 } AB=AC \text{ 即可得证;}$$

(2) 由 $\angle 1 = \angle B$ 证 $\triangle DAG \sim \triangle BAD$ 得 $\angle AGD = \angle ADB$ ，即 $\angle B + \angle 2 = \angle 5 + \angle 6$ ，

结合 $\angle B = \angle 5$ 、 $\angle 2 = \angle 3$ 得 $\angle 3 = \angle 6$ ，再由 $CF \parallel AB$ 得 $\angle 4 = \angle B$ ，继而知 $\angle 4 =$

$\angle 5$ ，即可证 $\triangle ACD \sim \triangle DCF$ 得 $CD^2 = AC \cdot CF$.

【解答】证明：(1) $\because BD=DE=EC$,

$$\therefore BE=2CE,$$

$$\because CF \parallel AB,$$

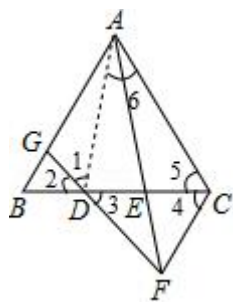
$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle FCE,$$

$$\therefore \frac{AB}{FC} = \frac{BE}{CE} = 2, \text{ 即 } AB=2FC,$$

$$\text{又 } \because AB=AC,$$

$$\therefore AC=2CF;$$

(2) 如图,



$$\therefore \angle 1 = \angle B, \quad \angle DAG = \angle BAD,$$

$$\therefore \triangle DAG \sim \triangle BAD,$$

$$\therefore \angle AGD = \angle ADB,$$

$$\therefore \angle B + \angle 2 = \angle 5 + \angle 6,$$

$$\text{又} \because AB = AC, \quad \angle 2 = \angle 3,$$

$$\therefore \angle B = \angle 5,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 6,$$

$$\therefore CF \parallel AB,$$

$$\therefore \angle 4 = \angle B,$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 5,$$

$$\text{则} \triangle ACD \sim \triangle DCF,$$

$$\therefore \frac{CD}{CF} = \frac{AC}{DC}, \quad \text{即} \quad CD^2 = AC \cdot CF.$$

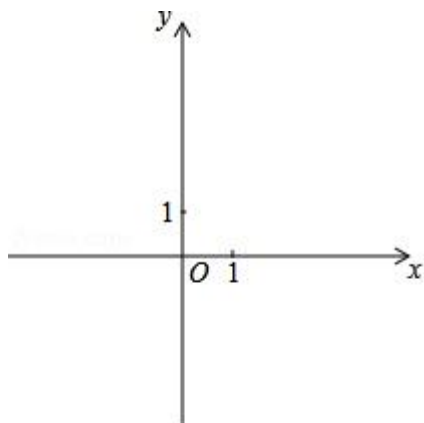
【点评】 本题主要考查相似三角形的判定与性质，熟练掌握三角形外角性质和平行线的性质得出三角形相似所需要的条件是解题的关键.

24. (12 分) 已知顶点为 A (2, -1) 的抛物线经过点 B (0, 3), 与 x 轴交于 C、D 两点 (点 C 在点 D 的左侧);

(1) 求这条抛物线的表达式;

(2) 联结 AB、BD、DA, 求 $\triangle ABD$ 的面积;

(3) 点 P 在 x 轴正半轴上, 如果 $\angle APB = 45^\circ$, 求点 P 的坐标.



【考点】H8：待定系数法求二次函数解析式；HA：抛物线与 x 轴的交点.

【分析】(1) 设抛物线的解析式为 $y=a(x-2)^2-1$ ，把 $(0, 3)$ 代入可得 $a=1$ ，即可解决问题.

(2) 首先证明 $\angle ADB=90^\circ$ ，求出 BD 、 AD 的长即可解决问题.

(3) 由 $\triangle PDB \sim \triangle ADP$ ，推出 $PD^2=BD \cdot AD=3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}=6$ ，由此即可解决问题.

【解答】解：(1) $\because$ 顶点为 $A(2, -1)$ 的抛物线经过点 $B(0, 3)$ ，

$\therefore$ 可以假设抛物线的解析式为 $y=a(x-2)^2-1$ ，

把 $(0, 3)$ 代入可得 $a=1$ ，

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y=x^2-4x+3$.

(2) 令 $y=0$ ， $x^2-4x+3=0$ ，解得 $x=1$ 或 3 ，

$\therefore C(1, 0)$ ， $D(3, 0)$ ，

$\therefore OB=OD=3$ ，

$\therefore \angle BDO=45^\circ$ ，

$\therefore A(2, -1)$ ， $D(3, 0)$ ，作 $AF \perp CD$ ，则 $AF=DF=1$

$\therefore \triangle ADF$ 是等腰直角三角形，

$\therefore \angle ADO=45^\circ$ ，

$$\therefore \angle BDA = 90^\circ,$$

$$\therefore BD=3\sqrt{2}, \quad AD=\sqrt{2},$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \cdot BD \cdot AD = 3.$$

(3) $\because \angle BDO = \angle DPB + \angle DBP = 45^\circ$, $\angle APB = \angle DPB + \angle DPA = 45^\circ$,

$$\therefore \angle DBP = \angle APD,$$

$$\therefore \angle PDB = \angle ADP = 135^\circ,$$

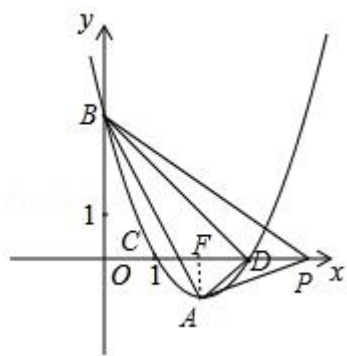
$$\therefore \Delta \text{PDB} \sim \Delta \text{ADP},$$

$$\therefore PD^2 = BD \cdot AD = 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 6,$$

$$\therefore PD = \sqrt{6},$$

$$\therefore OP = 3 + \sqrt{6},$$

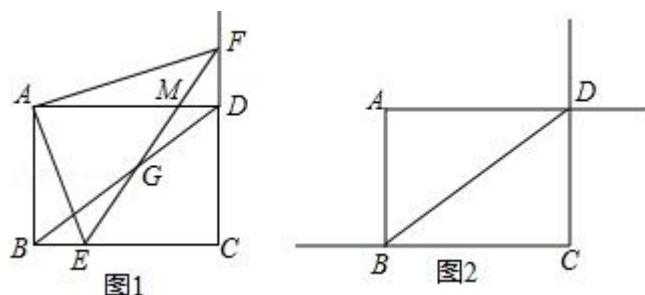
$\therefore$ 点 P $(3+\sqrt{6}, 0)$.



【点评】 本题考查二次函数与 x 轴的交点、待定系数法、三角形的面积、相似三角形的判定和性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识，学会利用相似三角形的性质解决问题，属于中考常考题型。

25. (14 分) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=3$, $BC=4$, 点 E 是射线 CB 上的动点, 点 F 是射线 CD 上一点, 且 $AF \perp AE$, 射线 EF 与对角线 BD 交于点 G , 与射线 AD 交于点 M ;

- (1) 当点 E 在线段 BC 上时, 求证: $\triangle AEF \sim \triangle ABD$;
- (2) 在 (1) 的条件下, 联结 AG, 设 $BE=x$, $\tan \angle MAG=y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出 x 的取值范围;
- (3) 当 $\triangle AGM$ 与 $\triangle ADF$ 相似时, 求 BE 的长.



【考点】SO: 相似形综合题.

【分析】(1) 首先证明 $\triangle ABE \sim \triangle ADF$, 推出 $\frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AF}$, 推出 $\frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AF}$, 因为 $\angle BAD = \angle EAF$, 即可证明 $\triangle AEF \sim \triangle ABD$.

(2) 如图连接 AG. 由 $\triangle AEF \sim \triangle ABD$, 推出 $\angle ABG = \angle AEG$, 推出 A、B、E、G 四点共圆, 推出 $\angle ABE + \angle AGE = 180^\circ$, 由 $\angle ABE = 90^\circ$, 推出 $\angle AGE = 90^\circ$, 推出 $\angle AGM = \angle MDF$, 推出 $\angle AMG = \angle FMD$, 推出 $\angle MAG = \angle EFC$, 推出 $y = \tan \angle MAG = \tan \angle EFC = \frac{EC}{CF}$, 由 $\triangle ABE \sim \triangle ADF$, 得 $\frac{AB}{AD} = \frac{BE}{DF}$, 得 $DF = \frac{4}{3}x$, 由此即可解决问题.

(3) 分两种情形①如图 2 中, 当点 E 在线段 CB 上时, ②如图 3 中, 当点 E 在 CB 的延长线上时, 分别列出方程求解即可.

【解答】(1) 证明: $\because$ 四边形 ABCD 是矩形,

$$\therefore \angle BAD = \angle ADC = \angle ADF = 90^\circ,$$

$$\therefore AF \perp AE,$$

$$\therefore \angle EAF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle EAF,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle DAF, \quad \therefore \angle ABE = \angle ADF = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle ADF,$$

$$\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AF},$$

$$\therefore \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AF}, \quad \therefore \angle BAD = \angle EAF,$$

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle ABD.$$

(2) 解：如图连接 AG.

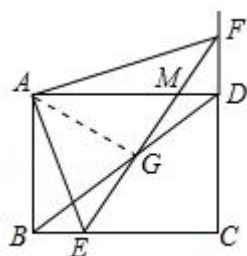


图1

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle ABD,$$

$$\therefore \angle ABG = \angle AEG,$$

$\therefore$ A、B、E、G 四点共圆,

$$\therefore \angle ABE + \angle AGE = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AGE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AGM = \angle MDF,$$

$$\therefore \angle AMG = \angle FMD,$$

$$\therefore \angle MAG = \angle EFC,$$

$$\therefore y = \tan \angle MAG = \tan \angle EFC = \frac{EC}{CF},$$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle ADF,$$

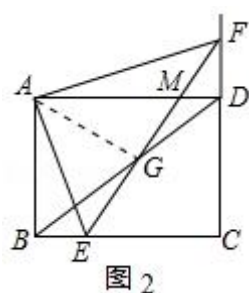
$$\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{BE}{DF},$$

$$\therefore DF = \frac{4}{3}x,$$

$$\therefore y = \frac{4-x}{3+\frac{4}{3}x},$$

$$\text{即 } y = \frac{12-3x}{9+4x} \quad (0 \leq x \leq 4).$$

(3) 解: ①如图 2 中, 当点 E 在线段 CB 上时,



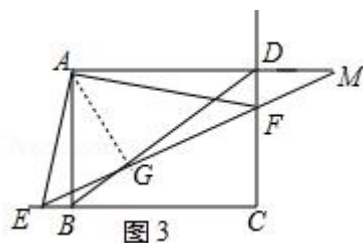
$$\therefore \triangle AGM \sim \triangle ADF,$$

$$\therefore \tan \angle MAG = \frac{GM}{AG} = \frac{DF}{AD},$$

$$\therefore \frac{12-3x}{9+4x} = \frac{\frac{4}{3}x}{4},$$

$$\text{解得 } x = \frac{3}{2}.$$

②如图 3 中, 当点 E 在 CB 的延长线上时,



由 $\triangle MAG \sim \triangle AFD \sim \triangle EFC$,

$$\therefore \frac{AD}{EC} = \frac{DF}{FC},$$

$$\therefore \frac{4}{x+4} = \frac{\frac{4}{3}x}{3-\frac{4}{3}x},$$

解得 $x=1$,

$\therefore$ BE 的长为 $\frac{3}{2}$ 或 1.

【点评】 本题考查相似形综合题、相似三角形的判定和性质、锐角三角函数、四点共圆等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考压轴题.