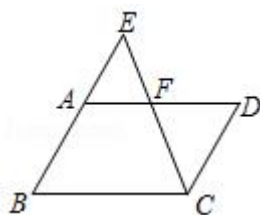


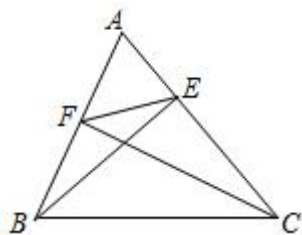
2017 年上海市松江区中考数学一模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，如果 $BC=2$ ， $\angle A=\alpha$ ，则 AC 的长为
()
A. $2\sin\alpha$ B. $2\cos\alpha$ C. $2\tan\alpha$ D. $2\cot\alpha$
2. (4 分) 下列抛物线中，过原点的抛物线是 ()
A. $y=x^2-1$ B. $y=(x+1)^2$ C. $y=x^2+x$ D. $y=x^2-x-1$
3. (4 分) 小明身高 1.5 米，在操场的影长为 2 米，同时测得教学大楼在操场的影长为 60 米，则教学大楼的高度应为 ()
A. 45 米 B. 40 米 C. 90 米 D. 80 米
4. (4 分) 已知非零向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ ，下列条件中，不能判定 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ 的是 ()
A. $\vec{a} \parallel \vec{c}$, $\vec{b} \parallel \vec{c}$ B. $|\vec{a}|=2|\vec{b}|$ C. $\vec{a}=-2\vec{b}$ D. $\vec{a}=2\vec{c}$, $\vec{b}=\vec{c}$
5. (4 分) 如图，在 $\square ABCD$ 中，点 E 是边 BA 延长线上的一点， CE 交 AD 于点 F 。下列各式中，错误的是 ()



- A. $\frac{AE}{AB} = \frac{FE}{FC}$ B. $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{DF}$ C. $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{BC}$ D. $\frac{AE}{BE} = \frac{AF}{BC}$
6. (4 分) 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $\cos A = \frac{1}{3}$ ， BE 、 CF 分别是 AC 、 AB 边上的高，联结 EF ，那么 $\triangle AEF$ 和 $\triangle ABC$ 的周长比为 ()



- A. 1: 2 B. 1: 3 C. 1: 4 D. 1: 9

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 已知 $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$, 则 $\frac{2a}{a+b}$ 的值为_____.

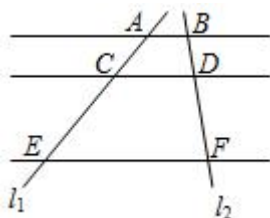
8. (4 分) 计算: $(\vec{m} - 3\vec{n}) - \frac{1}{2}(\vec{m} + 2\vec{n}) =$ _____.

9. (4 分) 已知抛物线 $y = (k - 1)x^2 + 3x$ 的开口向下, 那么 k 的取值范围是_____.

10. (4 分) 把抛物线 $y = x^2$ 向右平移 4 个单位, 所得抛物线的解析式为_____.

11. (4 分) 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\sin A = \frac{3}{4}$, $BC = 6$, 则 AB 的长是_____.

12. (4 分) 如图, 已知 $AB \parallel CD \parallel EF$, 它们依次交直线 l_1 、 l_2 于点 A、C、E 和点 B、D、F, 如果 $AC: CE = 3: 5$, $BF = 9$, 那么 $DF =$ _____.



13. (4 分) 已知点 $A(2, y_1)$ 、 $B(5, y_2)$ 在抛物线 $y = -x^2 + 1$ 上, 那么 y_1 _____ y_2 . (填“>”、“=”或“<”)

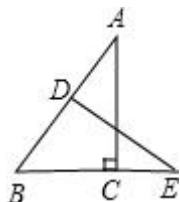
14. (4 分) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 过 $(-1, 1)$ 和 $(5, 1)$ 两点, 那么该抛物线的对称轴是直线_____.

15. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 5$, $BC = 8$, $AD \perp BC$, 垂足为 D, BE 是 $\triangle ABC$ 的中线, AD 与 BE 相交于点 G, 那么 AG 的长为_____.

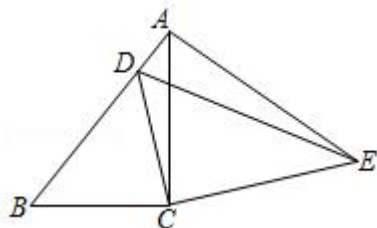
16. (4 分) 在一个距离地面 5 米高的平台上测得一旗杆底部的俯角为 30° , 旗

杆顶部的仰角为 45° ，则该旗杆的高度为_____米. (结果保留根号)

17. (4分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $BC=3$ ， $AC=4$ ， AB 的垂直平分线 DE 交 BC 的延长线于点 E ，则 CE 的长为_____.



18. (4分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AB=9$ ， $\cos B=\frac{2}{3}$ ，把 $\triangle ABC$ 绕着点 C 旋转，使点 B 与 AB 边上的点 D 重合，点 A 落在点 E ，则点 A 、 E 之间的距离为_____.



三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

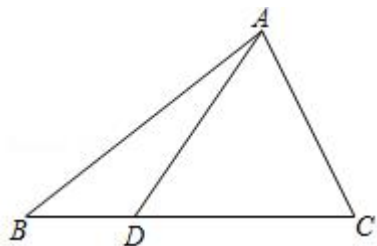
19. (10分) 计算: $\frac{\sin 60^\circ + 3 \tan 30^\circ \cdot \cos 60^\circ}{(2 \cos 45^\circ - 1) \cdot \cot 30^\circ}$.

20. (10分) 如图，已知点 D 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上一点，且 $BD=\frac{1}{2}CD$ ，设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$.

(1) 求向量 $\overrightarrow{AD}$ (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示);

(2) 求作向量 $\overrightarrow{AC}$ 在 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 方向上的分向量.

(不要求写作法，但要指出所作图中表示结论的向量)

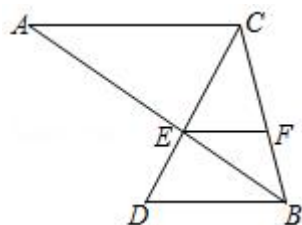


21. (10分) 如图，已知 $AC \parallel BD$ ， AB 和 CD 相交于点 E ， $AC=6$ ， $BD=4$ ， F

是 BC 上一点, $S_{\triangle BEF} : S_{\triangle EFC} = 2 : 3$.

(1) 求 EF 的长;

(2) 如果 $\triangle BEF$ 的面积为 4, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

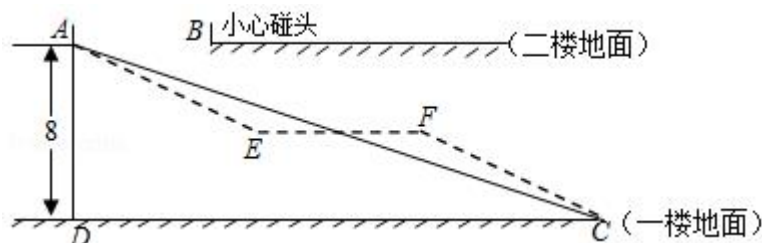


22. (10 分) 某大型购物商场在一楼和二楼之间安装自动扶梯 AC , 截面如图所示, 一楼和二楼地面平行 (即 AB 所在的直线与 CD 平行), 层高 AD 为 8 米, $\angle ACD = 20^\circ$, 为使得顾客乘坐自动扶梯时不至于碰头, A 、 B 之间必须达到一定的距离.

(1) 要使身高 2.26 米的姚明乘坐自动扶梯时不碰头, 那么 A 、 B 之间的距离至少要多少米? (精确到 0.1 米)

(2) 如果自动扶梯改为由 AE 、 EF 、 FC 三段组成 (如图中虚线所示), 中间段 EF 为平台 (即 $EF \parallel DC$), AE 段和 FC 段的坡度 $i = 1 : 2$, 求平台 EF 的长度. (精确到 0.1 米)

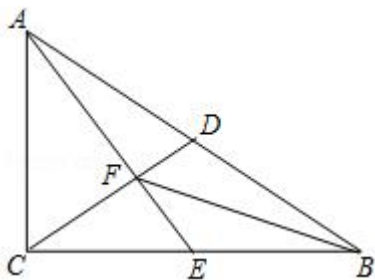
(参考数据: $\sin 20^\circ \approx 0.34$, $\cos 20^\circ \approx 0.94$, $\tan 20^\circ \approx 0.36$)



23. (12 分) 如图, $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D 是斜边 AB 上的中点, E 是边 BC 上的点, AE 与 CD 交于点 F , 且 $AC^2 = CE \cdot CB$.

(1) 求证: $AE \perp CD$;

(2) 连接 BF ，如果点 E 是 BC 中点，求证： $\angle EBF = \angle EAB$ 。

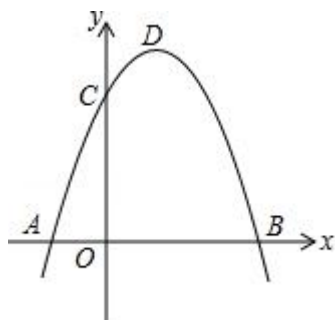


24. (12 分) 如图，抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 过点 $B(3, 0)$ ， $C(0, 3)$ ， D 为抛物线的顶点。

(1) 求抛物线的解析式以及顶点坐标；

(2) 点 C 关于抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 对称轴的对称点为 E 点，联结 BC ， BE ，求 $\angle CBE$ 的正切值；

(3) 点 M 是抛物线对称轴上一点，且 $\triangle DMB$ 和 $\triangle BCE$ 相似，求点 M 坐标。



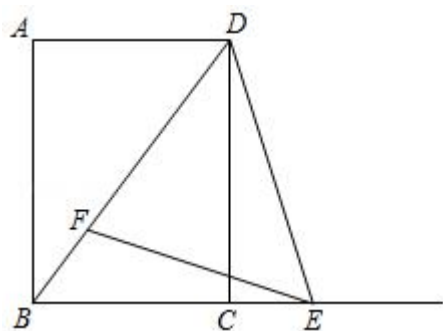
25. (14 分) 如图，已知四边形 $ABCD$ 是矩形， $\cot \angle ADB = \frac{3}{4}$ ， $AB = 16$ 。点 E

在射线 BC 上，点 F 在线段 BD 上，且 $\angle DEF = \angle ADB$ 。

(1) 求线段 BD 的长；

(2) 设 $BE = x$ ， $\triangle DEF$ 的面积为 y ，求 y 关于 x 的函数关系式，并写出函数定义域；

(3) 当 $\triangle DEF$ 为等腰三角形时，求线段 BE 的长。



2017 年上海市松江区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)

1. (4 分) 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，如果 $BC=2$ ， $\angle A=\alpha$ ，则 AC 的长为 ()

- A. $2\sin\alpha$ B. $2\cos\alpha$ C. $2\tan\alpha$ D. $2\cot\alpha$

【考点】T1：锐角三角函数的定义.

【分析】根据锐角三角函数的定义得出 $\cot A = \frac{AC}{BC}$ ，代入求出即可.

【解答】解： $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，

$$\therefore \cot A = \frac{AC}{BC},$$

$$\because BC=2, \angle A=\alpha,$$

$$\therefore AC=2\cot\alpha,$$

故选：D.

【点评】本题考查了锐角三角函数的定义，能熟记锐角三角函数的定义是解此题的关键，注意：在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，则 $\sin A = \frac{BC}{AB}$ ， $\cos A = \frac{AC}{AB}$ ， $\tan A = \frac{BC}{AC}$ ， $\cot A = \frac{AC}{BC}$.

2. (4 分) 下列抛物线中，过原点的抛物线是 ()

- A. $y=x^2-1$ B. $y=(x+1)^2$ C. $y=x^2+x$ D. $y=x^2-x-1$

【考点】H5：二次函数图象上点的坐标特征.

【分析】分别求出 $x=0$ 时 y 的值，即可判断是否过原点.

【解答】解：A、 $y=x^2-1$ 中，当 $x=0$ 时， $y=-1$ ，不过原点；

B、 $y=(x+1)^2$ 中，当 $x=0$ 时， $y=1$ ，不过原点；

C、 $y=x^2+x$ 中，当 $x=0$ 时， $y=0$ ，过原点；

D、 $y=x^2-x-1$ 中，当 $x=0$ 时， $y=-1$ ，不过原点；

故选：C.

【点评】 本题主要考查二次函数图象上点的坐标特点，熟练掌握抛物线上特殊点的坐标及一般点的坐标的求法是解题的关键.

3. (4 分) 小明身高 1.5 米，在操场的影长为 2 米，同时测得教学大楼在操场的影长为 60 米，则教学大楼的高度应为 ()

- A. 45 米 B. 40 米 C. 90 米 D. 80 米

【考点】 SA: 相似三角形的应用.

【专题】 12: 应用题.

【分析】 在相同时刻，物高与影长组成的直角三角形相似，利用对应边成比例可得所求的高度.

【解答】 解：∵ 在相同时刻，物高与影长组成的直角三角形相似，

∴ $1.5:2 = \text{教学大楼的高度}:60$,

解得教学大楼的高度为 45 米.

故选：A.

【点评】 考查相似三角形的应用；用到的知识点为：在相同时刻，物高与影长的比相同.

4. (4 分) 已知非零向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, 下列条件中, 不能判定 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ 的是 ()

- A. $\vec{a} \parallel \vec{c}$, $\vec{b} \parallel \vec{c}$ B. $|\vec{a}|=2|\vec{b}|$ C. $\vec{a}=-2\vec{b}$ D. $\vec{a}=2\vec{c}$, $\vec{b}=\vec{c}$

【考点】 LM: *平面向量.

【分析】 根据向量的定义对各选项分析判断后利用排除法求解.

【解答】 解：A、 $\vec{a} \parallel \vec{c}$, $\vec{b} \parallel \vec{c}$, 则 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 都与 $\vec{c}$ 平行，三个向量都互相平行，故本选项错误；

B、 $|\vec{a}|=2|\vec{b}|$ 表示两个向量的模的数量关系，方向不一定相同，故不一定平行，故本选项正确；

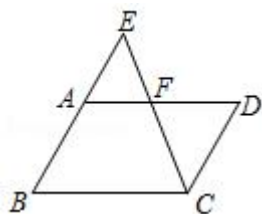
C、 $\vec{a}=-2\vec{b}$ ，说明两个向量方向相反，互相平行，故本选项错误；

D、 $\vec{a}=2\vec{c}$ ， $\vec{b}=\vec{c}$ ，则 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 都与 $\vec{c}$ 平行，三个向量都互相平行，故本选项错误；

故选：B.

【点评】本题考查了平面向量，主要利用了向量平行的判定，是基础题.

5. (4分) 如图，在 $\square ABCD$ 中，点E是边BA延长线上的一点，CE交AD于点F. 下列各式中，错误的是 ()



A. $\frac{AE}{AB} = \frac{FE}{FC}$

B. $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{DF}$

C. $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{BC}$

D. $\frac{AE}{BE} = \frac{AF}{BC}$

【考点】L5：平行四边形的性质；S9：相似三角形的判定与性质.

【分析】根据平行四边形的性质和相似三角形的性质求解.

【解答】解： $\because AD \parallel BC$

$$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{EF}{FC}, \text{ 故 A 正确;}$$

$$\because CD \parallel BE, AB=CD,$$

$$\therefore \triangle CDF \sim \triangle EBC$$

$$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{DF}, \text{ 故 B 正确;}$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle EBC$$

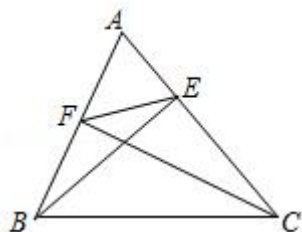
$$\therefore \frac{AE}{BE} = \frac{AF}{BC}, \text{ 故 D 正确.}$$

$\therefore$ C 错误.

故选：C.

【点评】 本题考查的是相似三角形的判定与性质，熟知相似三角形的判定定理是解答此题的关键.

6. (4分) 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $\cos A = \frac{1}{3}$ ，BE、CF分别是AC、AB边上的高，联结EF，那么 $\triangle AEF$ 和 $\triangle ABC$ 的周长比为 ()



- A. 1: 2 B. 1: 3 C. 1: 4 D. 1: 9

【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 由 $\triangle AEF \sim \triangle ABC$ ，可知 $\triangle AEF$ 与 $\triangle ABC$ 的周长比=AE: AB，根据

$$\cos A = \frac{AE}{AB} = \frac{1}{3}, \text{ 即可解决问题.}$$

【解答】 解: $\because$ BE、CF 分别是 AC、AB 边上的高,

$$\therefore \angle AEB = \angle AFC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle A,$$

$$\therefore \triangle AEB \sim \triangle AFC,$$

$$\therefore \frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AC},$$

$$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}, \quad \because \angle A = \angle A,$$

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \triangle AEF \text{ 与 } \triangle ABC \text{ 的周长比} = AE: AB,$$

$$\therefore \cos A = \frac{AE}{AB} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \triangle AEF \text{ 与 } \triangle ABC \text{ 的周长比} = AE: AB = 1: 3,$$

故选：B.

【点评】 本题考查相似三角形的判定和性质，解题的关键是灵活运用相似三角形的性质解决问题，属于中考常考题型.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. (4 分) 已知 $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$ ，则 $\frac{2a}{a+b}$ 的值为 $\frac{6}{7}$.

【考点】 S1: 比例的性质.

【分析】 用 a 表示出 b ，然后代入比例式进行计算即可得解.

【解答】 解： $\because \frac{a}{b} = \frac{3}{4}$,

$$\therefore b = \frac{4}{3}a,$$

$$\therefore \frac{2a}{a+b} = \frac{2a}{a+\frac{4}{3}a} = \frac{6}{7}.$$

故答案为： $\frac{6}{7}$.

【点评】 本题考查了比例的性质，用 a 表示出 b 是解题的关键.

8. (4 分) 计算： $(\vec{m} - 3\vec{n}) - \frac{1}{2}(\vec{m} + 2\vec{n}) = \frac{1}{2}\vec{m} - 4\vec{n}$.

【考点】 LM: *平面向量.

【分析】 根据平面向量的加法计算法则和向量数乘的结合律进行计算.

【解答】 解： $(\vec{m} - 3\vec{n}) - \frac{1}{2}(\vec{m} + 2\vec{n}) = \vec{m} - 3\vec{n} - \frac{1}{2}\vec{m} - \frac{1}{2} \times 2\vec{n} = \frac{1}{2}\vec{m} - 4\vec{n}$.

故答案是： $\frac{1}{2}\vec{m} - 4\vec{n}$.

【点评】 本题考查了平面向量，熟记计算法则即可解题，属于基础题型.

9. (4 分) 已知抛物线 $y = (k - 1)x^2 + 3x$ 的开口向下，那么 k 的取值范围是 $k < 1$.

【考点】 H3: 二次函数的性质.

【分析】 由开口向下可得到关于 k 的不等式，可求得 k 的取值范围.

【解答】 解：

$\because y = (k - 1)x^2 + 3x$ 的开口向下，

$\therefore k - 1 < 0$, 解得 $k < 1$,

故答案为: $k < 1$.

【点评】 本题主要考查二次函数的性质, 掌握二次函数的开口方向与二次项系数有关是解题的关键.

10. (4 分) 把抛物线 $y = x^2$ 向右平移 4 个单位, 所得抛物线的解析式为 $y = (x - 4)^2$.

【考点】 H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】 直接根据“左加右减”的原则进行解答即可.

【解答】 解: 由“左加右减”的原则可知, 将 $y = x^2$ 向右平移 4 个单位, 所得函数解析式为: $y = (x - 4)^2$.

故答案为: $y = (x - 4)^2$.

【点评】 本题考查的是函数图象平移的法则, 根据“上加下减, 左加右减”得出是解题关键.

11. (4 分) 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\sin A = \frac{3}{4}$, $BC = 6$, 则 AB 的长是 8.

【考点】 T7: 解直角三角形.

【专题】 11: 计算题; 554: 等腰三角形与直角三角形.

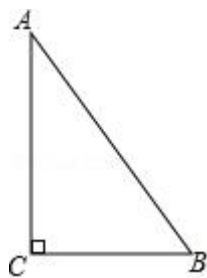
【分析】 利用锐角三角函数定义求出所求即可.

【解答】 解: $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\sin A = \frac{3}{4}$, $BC = 6$,

$$\therefore \sin A = \frac{BC}{AB}, \text{ 即 } \frac{6}{AB} = \frac{3}{4},$$

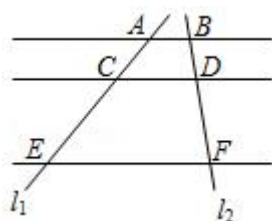
解得: $AB = 8$,

故答案为: 8



【点评】此题考查了解直角三角形，熟练掌握锐角三角函数定义是解本题的关键.

12. (4分) 如图，已知 $AB \parallel CD \parallel EF$ ，它们依次交直线 l_1 、 l_2 于点 A、C、E 和点 B、D、F，如果 $AC:CE=3:5$ ， $BF=9$ ，那么 $DF=\frac{45}{8}$.



【考点】S4: 平行线分线段成比例.

【分析】根据平行线分线段成比例定理即可得到结论.

【解答】解: $\because AC:CE=3:5$,

$$\therefore AC:AE=3:8,$$

$$\because AB \parallel CD \parallel EF,$$

$$\therefore \frac{AC}{AE} = \frac{BD}{BF},$$

$$\therefore BD = \frac{27}{8},$$

$$\therefore DF = \frac{45}{8},$$

故答案为: $\frac{45}{8}$.

【点评】本题考查平行线分线段成比例定理，关键是找出对应的比例线段，写出比例式，用到的知识点是平行线分线段成比例定理.

13. (4分) 已知点 A (2, y_1)、B (5, y_2) 在抛物线 $y = -x^2 + 1$ 上，那么 y_1 > y_2 . (填“>”、“=”或“<”)

【考点】H5: 二次函数图象上点的坐标特征.

【分析】 分别计算自变量为 2、5 时的函数值，然后比较函数值的大小即可.

【解答】 解：当 $x=2$ 时， $y_1 = -x^2 + 1 = -3$;

当 $x=5$ 时， $y_2 = -x^2 + 1 = -24$;

$\therefore -3 > -24$,

$\therefore y_1 > y_2$.

故答案为：>

【点评】 本题考查了二次函数图象上点的坐标特征：二次函数图象上点的坐标满足其解析式. 也考查了二次函数的性质.

14. (4 分) 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 过 $(-1, 1)$ 和 $(5, 1)$ 两点，那么该抛物线的对称轴是直线 $x=2$.

【考点】 H3: 二次函数的性质.

【分析】 根据函数值相等的点到对称轴的距离相等可求得答案.

【解答】 解：

$\therefore$ 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 过 $(-1, 1)$ 和 $(5, 1)$ 两点，

$\therefore$ 对称轴为 $x = \frac{-1+5}{2} = 2$,

故答案为： $x=2$.

【点评】 本题主要考查二次函数的性质，掌握二次函数值相等的点到对称轴的距离相等是解题的关键.

15. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=5$ ， $BC=8$ ， $AD \perp BC$ ，垂足为 D，BE 是 $\triangle ABC$ 的中线，AD 与 BE 相交于点 G，那么 AG 的长为 2.

【考点】 K5: 三角形的重心；KH: 等腰三角形的性质；KQ: 勾股定理.

【分析】 先根据等腰三角形的性质和勾股定理求出 AD，再判断点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心，然后根据三角形重心的性质来求 AG 的长.

【解答】 解： $\therefore$ 在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $AD \perp BC$,

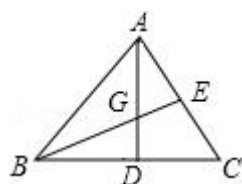
$$\therefore AD = \sqrt{5^2 - (8 \div 2)^2} = 3,$$

$\therefore$ 中线 BE 与高 AD 相交于点 G,

$\therefore$ 点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心,

$$\therefore AG = 3 \times \frac{2}{3} = 2,$$

故答案为: 2



【点评】 本题考查了等腰三角形的性质和勾股定理以及三角形的重心的性质, 判断点 G 为三角形的重心是解题的关键.

16. (4 分) 在一个距离地面 5 米高的平台上测得一旗杆底部的俯角为 30° , 旗杆顶部的仰角为 45° , 则该旗杆的高度为 $5+5\sqrt{3}$ 米. (结果保留根号)

【考点】 TA: 解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题.

【分析】 $CF \perp AB$ 于点 F, 构成两个直角三角形. 运用三角函数定义分别求出 AF 和 BF, 即可解答.

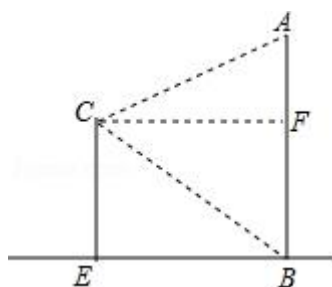
【解答】 解: 作 $CF \perp AB$ 于点 F.

根据题意可得: 在 $\triangle FBC$ 中, 有 $BF = CE = 5$ 米.

在 $\triangle AFC$ 中, 有 $AF = FC \times \tan 30^\circ = 5\sqrt{3}$ 米.

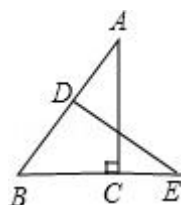
则 $AB = AF + BF = 5 + 5\sqrt{3}$ 米

故答案为: $5 + 5\sqrt{3}$.



【点评】 本题考查俯角、仰角的定义，要求学生能借助其关系构造直角三角形并解直角三角形.

17. (4 分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $BC=3$ ， $AC=4$ ， AB 的垂直平分线 DE 交 BC 的延长线于点 E ，则 CE 的长为 $\frac{7}{6}$.



【考点】 KG: 线段垂直平分线的性质.

【专题】 2B: 探究型.

【分析】 设 $CE=x$ ，连接 AE ，由线段垂直平分线的性质可知 $AE=BE=BC+CE$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中，利用勾股定理即可求出 CE 的长度.

【解答】 解：设 $CE=x$ ，连接 AE ，

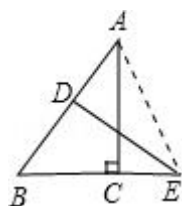
$\because DE$ 是线段 AB 的垂直平分线，

$\therefore AE=BE=BC+CE=3+x$ ，

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中， $AE^2=AC^2+CE^2$ ，即 $(3+x)^2=4^2+x^2$ ，

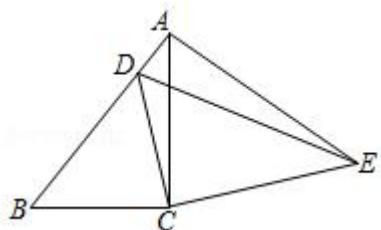
解得 $x=\frac{7}{6}$.

故答案为： $\frac{7}{6}$.



【点评】 本题考查的是线段垂直平分线的性质，即线段垂直平分线上的点到线段两端的距离相等.

18. (4分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AB=9$ ， $\cos B=\frac{2}{3}$ ，把 $\triangle ABC$ 绕着点 C 旋转，使点 B 与 AB 边上的点 D 重合，点 A 落在点 E ，则点 A 、 E 之间的距离为 $4\sqrt{5}$.



【考点】 R2： 旋转的性质； T7： 解直角三角形.

【分析】 先解直角 $\triangle ABC$ ，得出 $BC=AB\cdot\cos B=9\times\frac{2}{3}=6$ ， $AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=3\sqrt{5}$. 再根据旋转的性质得出 $BC=DC=6$ ， $AC=EC=3\sqrt{5}$ ， $\angle BCD=\angle ACE$ ，利用等边对等角以及三角形内角和定理得出 $\angle B=\angle CAE$. 作 $CM\perp BD$ 于 M ，作 $CN\perp AE$ 于 N ，则 $\angle BCM=\frac{1}{2}\angle BCD$ ， $\angle ACN=\frac{1}{2}\angle ACE$ ， $\angle BCM=\angle ACN$. 解直角 $\triangle ANC$ 求出 $AN=AC\cdot\cos\angle CAN=3\sqrt{5}\times\frac{2}{3}=2\sqrt{5}$ ，根据等腰三角形三线合一的性质得出 $AE=2AN=4\sqrt{5}$.

【解答】 解： $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AB=9$ ， $\cos B=\frac{2}{3}$ ，

$$\therefore BC=AB\cdot\cos B=9\times\frac{2}{3}=6, AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=3\sqrt{5}.$$

$\therefore$ 把 $\triangle ABC$ 绕着点 C 旋转，使点 B 与 AB 边上的点 D 重合，点 A 落在点 E ，

$$\therefore \triangle ABC\cong\triangle EDC, BC=DC=6, AC=EC=3\sqrt{5}, \angle BCD=\angle ACE,$$

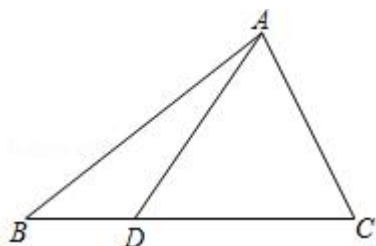
$$\therefore \angle B=\angle CAE.$$

作 $CM\perp BD$ 于 M ，作 $CN\perp AE$ 于 N ，则 $\angle BCM=\frac{1}{2}\angle BCD$ ， $\angle ACN=\frac{1}{2}\angle ACE$ ，

$$\therefore \angle BCM=\angle ACN.$$

(2) 求作向量 $\overrightarrow{AC}$ 在 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 方向上的分向量.

(不要求写作法, 但要指出所作图中表示结论的向量)



【考点】 LM: *平面向量.

【分析】 (1) 在 $\triangle ABD$ 中, 利用平面向量的三角形加法则进行计算;

(2) 根据向量加法的平行四边形法则, 过向量 $\vec{a}$ 的起点作 BC 的平行线, 即可得出向量 $\overrightarrow{AC}$ 在 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 方向上的分向量.

【解答】 解: (1) $\because BD = \frac{1}{2}CD$,

$$\therefore BD = \frac{1}{3}BC$$

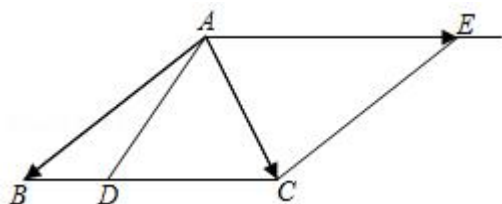
$$\therefore \overrightarrow{BC} = \vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{BD} = \frac{1}{3}\vec{b}$$

$$\therefore \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}, \text{ 且 } \overrightarrow{AB} = \vec{a}$$

$$\therefore \overrightarrow{AD} = \vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b};$$

(2) 解: 如图,



所以, 向量 $\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{AE}$ 即为所求的分向量.

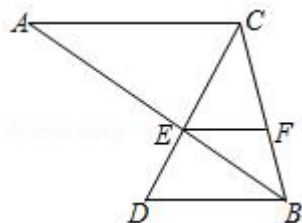
【点评】 本题考查平面向量, 需要掌握一向量在另一向量方向上的分量的定义, 以及向量加法的平行四边形法则.

21. (10 分) 如图, 已知 $AC \parallel BD$, AB 和 CD 相交于点 E , $AC=6$, $BD=4$, F

是 BC 上一点, $S_{\triangle BEF} : S_{\triangle EFC} = 2 : 3$.

(1) 求 EF 的长;

(2) 如果 $\triangle BEF$ 的面积为 4, 求 $\triangle ABC$ 的面积.



【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 先根据 $S_{\triangle BEF} : S_{\triangle EFC} = 2 : 3$ 得出 $CF : BF$ 的值, 再由平行线分线段成比例定理即可得出结论;

(2) 先根据 $AC \parallel BD$, $EF \parallel BD$ 得出 $EF \parallel AC$, 故 $\triangle BEF \sim \triangle ABC$, 再由相似三角形的性质即可得出结论.

【解答】 解: (1) $\because AC \parallel BD$,

$$\therefore \frac{CE}{DE} = \frac{AC}{DB}$$

$$\because AC = 6, BD = 4,$$

$$\therefore \frac{CE}{DE} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\because \triangle BEF \text{ 和 } \triangle CEF \text{ 同高, 且 } S_{\triangle BEF} : S_{\triangle CEF} = 2 : 3,$$

$$\therefore \frac{CF}{BF} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \frac{CE}{DE} = \frac{CF}{BF}.$$

$$\therefore EF \parallel BD,$$

$$\therefore \frac{EF}{BD} = \frac{CF}{BC},$$

$$\therefore \frac{EF}{4} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore EF = \frac{12}{5}$$

(2) $\because AC \parallel BD, EF \parallel BD,$

$\therefore EF \parallel AC,$

$\therefore \triangle BEF \sim \triangle ABC,$

$$\therefore \frac{S_{\triangle BEF}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{BF}{BC}\right)^2.$$

$$\therefore \frac{BF}{CF} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{BF}{BC} = \frac{2}{5}.$$

$$\therefore S_{\triangle BEF} = 4,$$

$$\therefore \frac{4}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{2}{5}\right)^2,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = 25.$$

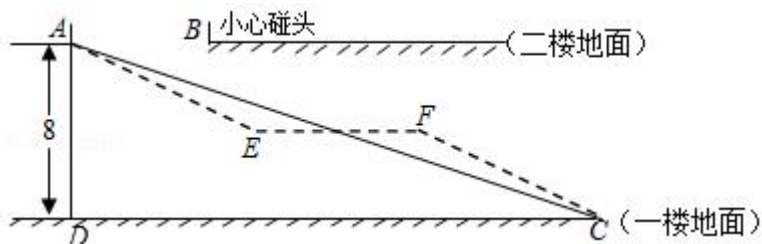
【点评】 本题考查的是相似三角形的判定与性质，熟知相似三角形的判定定理是解答此题的关键.

22. (10 分) 某大型购物商场在一楼和二楼之间安装自动扶梯 AC，截面如图所示，一楼和二楼地面平行（即 AB 所在的直线与 CD 平行），层高 AD 为 8 米， $\angle ACD = 20^\circ$ ，为使得顾客乘坐自动扶梯时不至于碰头，A、B 之间必须达到一定的距离.

(1) 要使身高 2.26 米的姚明乘坐自动扶梯时不碰头，那么 A、B 之间的距离至少要多少米？（精确到 0.1 米）

(2) 如果自动扶梯改为由 AE、EF、FC 三段组成（如图中虚线所示），中间段 EF 为平台（即 $EF \parallel DC$ ），AE 段和 FC 段的坡度 $i = 1:2$ ，求平台 EF 的长度.（精确到 0.1 米）

（参考数据： $\sin 20^\circ \approx 0.34$ ， $\cos 20^\circ \approx 0.94$ ， $\tan 20^\circ \approx 0.36$ ）



【考点】 T9: 解直角三角形的应用 – 坡度坡角问题.

【分析】 (1) 连接 AB, 作 $BG \perp AB$ 交 AC 于点 G, 在 $\text{Rt}\triangle ABG$ 中, 利用已知条件求出 AB 的长即可;

(2) 设直线 EF 交 AD 于点 P, 作 $CQ \perp EF$ 于点 Q, 设 $AP=x$, 则 $PE=2x$, $PD=8-x$, 在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中利用已知数据可求出 CD 的长, 进而可求出 EF 的长度.

【解答】 解: (1) 连接 AB, 作 $BG \perp AB$ 交 AC 于点 G, 则 $\angle ABG=90^\circ$

$\because AB \parallel CD, \therefore \angle BAG = \angle ACD = 20^\circ,$

在 $\text{Rt}\triangle ABG$ 中, $\tan \angle BAG = \frac{BG}{AB},$

$\therefore BG = 2.26, \tan 20^\circ \approx 0.36,$

$\therefore 0.36 = \frac{2.26}{AB},$

$\therefore AB \approx 6.3,$

答: A、B 之间的距离至少要 6.3 米.

(2) 设直线 EF 交 AD 于点 P, 作 $CQ \perp EF$ 于点 Q,

$\because AE$ 和 FC 的坡度为 1: 2,

$\therefore \frac{AP}{PE} = \frac{CQ}{FQ} = \frac{1}{2},$

设 $AP=x$, 则 $PE=2x$, $PD=8-x$,

$\therefore EF \parallel DC,$

$\therefore CQ = PD = 8 - x,$

$\therefore FQ = 2(8 - x) = 16 - 2x,$

$$\angle AFC=90^\circ;$$

(2) 根据 $AE \perp CD$ 可得出 $\angle EFC=90^\circ$, $\angle ACE=\angle EFC$, 故可得出 $\triangle ECF \sim \triangle EAC$, 再由点 E 是 BC 的中点可知 $CE=BE$, 故 $\frac{BE}{EA}=\frac{EF}{BE}$, 根据 $\angle BEF=\angle AEB$ 得出 $\triangle BEF \sim \triangle AEB$, 进而可得出结论.

【解答】证明: (1) $\because AC^2=CE \cdot CB$,

$$\therefore \frac{AC}{CE}=\frac{CB}{AC}.$$

$$\text{又} \because \angle ACB=\angle ECA=90^\circ$$

$$\therefore \triangle ACB \sim \triangle ECA,$$

$$\therefore \angle ABC=\angle EAC.$$

$\because$ 点 D 是 AB 的中点,

$$\therefore CD=AD,$$

$$\therefore \angle ACD=\angle CAD$$

$$\because \angle CAD+\angle ABC=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD+\angle EAC=90^\circ$$

$$\therefore \angle AFC=90^\circ,$$

$$\therefore AE \perp CD$$

$$(2) \because AE \perp CD,$$

$$\therefore \angle EFC=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACE=\angle EFC$$

$$\text{又} \because \angle AEC=\angle CEF,$$

$$\therefore \triangle ECF \sim \triangle EAC$$

$$\therefore \frac{EC}{EA} = \frac{EF}{EC}$$

$\therefore$ 点 E 是 BC 的中点,

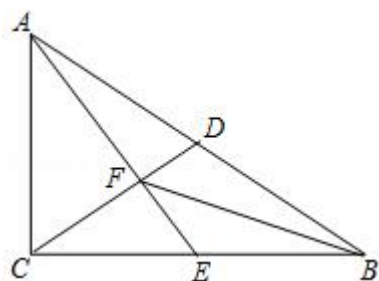
$$\therefore CE = BE,$$

$$\therefore \frac{BE}{EA} = \frac{EF}{BE}$$

$$\therefore \angle BEF = \angle AEB,$$

$$\therefore \triangle BEF \sim \triangle AEB$$

$$\therefore \angle EBF = \angle EAB.$$



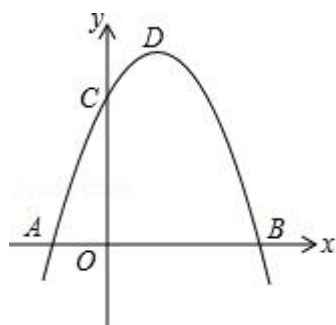
【点评】 本题考查的是相似三角形的判定与性质，熟知相似三角形的判定定理是解答此题的关键.

24. (12 分) 如图，抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 过点 B (3, 0)，C (0, 3)，D 为抛物线的顶点.

(1) 求抛物线的解析式以及顶点坐标;

(2) 点 C 关于抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 对称轴的对称点为 E 点，联结 BC，BE，求 $\angle CBE$ 的正切值;

(3) 点 M 是抛物线对称轴上一点，且 $\triangle DMB$ 和 $\triangle BCE$ 相似，求点 M 坐标.



【考点】HF：二次函数综合题.

【分析】(1) 利用待定系数法求出二次函数的解析式，根据二次函数的性质解答即可；

(2) 过点 E 作 $EH \perp BC$ 于点 H，根据轴对称的性质求出点 E 的坐标，根据三角形的面积公式求出 EH、BH，根据正切的定义计算即可；

(3) 分 $\frac{DM}{DB} = \frac{BE}{BC}$ 和 $\frac{DM}{DB} = \frac{BC}{BE}$ 两种情况，计算即可.

【解答】解：(1) $\because$ 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过点 B (3, 0) 和点 C (0, 3)

$$\therefore \begin{cases} -9 + 3b + c = 0 \\ c = 3 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} b = 2 \\ c = 3 \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = -x^2 + 2x + 3$,

$$y = -x^2 + 2x + 3 = -(x - 1)^2 + 4,$$

$\therefore$ 抛物线顶点 D 的坐标为 (1, 4),

(2) 由 (1) 可知抛物线对称轴为直线 $x = 1$,

$\therefore$ 点 E 与点 C (0, 3) 关于直线 $x = 1$ 对称,

$\therefore$ 点 E (2, 3),

过点 E 作 $EH \perp BC$ 于点 H,

$$\because OC = OB = 3,$$

$$\therefore BC = 3\sqrt{2},$$

$$\because S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2}BC \cdot EH = \frac{1}{2}CE \cdot OC, \quad CE = 2,$$

$$\therefore 3\sqrt{2} \cdot EH = 2 \times 3,$$

$$\text{解得 } EH = \sqrt{2},$$

$$\because \angle ECH = \angle CBO = 45^\circ,$$

$$\therefore CH = EH = \sqrt{2},$$

$$\therefore BH=2\sqrt{2},$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle BEH \text{ 中, } \tan\angle CBE=\frac{EH}{BH}=\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=\frac{1}{2};$$

(3) 当点 M 在点 D 的下方时

设 M (1, m), 对称轴交 x 轴于点 P, 则 P (1, 0),

$$\therefore BP=2, DP=4,$$

$$\therefore \tan\angle BDP=\frac{1}{2},$$

$$\therefore \tan\angle CBE=\frac{1}{2}, \angle CBE、\angle BDP \text{ 均为锐角},$$

$$\therefore \angle CBE=\angle BDP,$$

$\therefore \triangle DMB$ 与 $\triangle BEC$ 相似,

$$\therefore \frac{DM}{DB}=\frac{BE}{BC} \text{ 或 } \frac{DM}{DB}=\frac{BC}{BE},$$

$$\textcircled{1} \frac{DM}{DB}=\frac{BE}{BC},$$

$$\therefore DM=4-m, DB=2\sqrt{5}, BC=3\sqrt{2}, BE=\sqrt{10}$$

$$\therefore \frac{4-m}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10}}{3\sqrt{2}},$$

$$\text{解得, } m=\frac{2}{3},$$

$$\therefore \text{点 M } (1, \frac{2}{3})$$

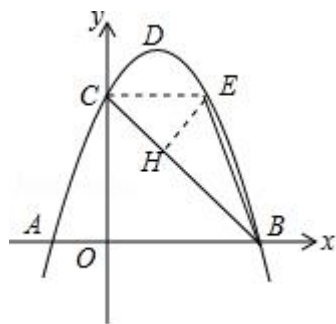
$$\textcircled{2} \frac{DM}{DB}=\frac{BC}{BE}, \text{ 则 } \frac{4-m}{2\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{10}},$$

$$\text{解得 } m=-2,$$

$$\therefore \text{点 M } (1, -2),$$

当点 M 在点 D 的上方时, 根据题意知点 M 不存在.

综上所述, 点 M 的坐标为 $(1, \frac{2}{3})$ 或 $(1, -2)$.



【点评】 本题考查的是二次函数知识的综合运用、相似三角形的判定和性质，掌握待定系数法求二次函数解析式的一般步骤、熟记相似三角形的判定定理和性质定理、掌握二次函数的性质、灵活运用数形结合思想是解题的关键.

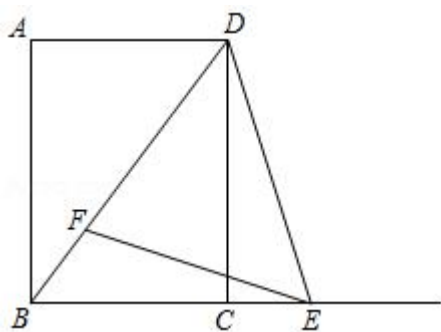
25. (14 分) 如图，已知四边形 $ABCD$ 是矩形， $\cot \angle ADB = \frac{3}{4}$ ， $AB=16$. 点 E

在射线 BC 上，点 F 在线段 BD 上，且 $\angle DEF = \angle ADB$.

(1) 求线段 BD 的长；

(2) 设 $BE=x$ ， $\triangle DEF$ 的面积为 y ，求 y 关于 x 的函数关系式，并写出函数定义域；

(3) 当 $\triangle DEF$ 为等腰三角形时，求线段 BE 的长.



【考点】 LO: 四边形综合题.

【分析】 (1) 由矩形的性质和三角函数定义求出 AD ，由勾股定理求出 BD 即可；

(2) 证明 $\triangle EDF \sim \triangle BDE$ ，得出 $\frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle BDE}} = (\frac{DE}{BD})^2$ ，求出 $CE = |x - 12|$ ，由勾股定理求出 DE ，即可得出结果；

(3) 当 $\triangle DEF$ 是等腰三角形时， $\triangle BDE$ 也是等腰三角形，分情况讨论：

①当 $BE=BD$ 时；②当 $DE=DB$ 时；③当 $EB=ED$ 时；分别求出 BE 即可.

【解答】解：(1) $\because$ 四边形 ABCD 是矩形，

$$\therefore \angle A = 90^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle BAD$ 中， $\cot \angle ADB = \frac{AD}{AB} = \frac{3}{4}$ ， $AB = 16$ ，

$$\therefore AD = 12 \therefore BD = \sqrt{AD^2 + AB^2} = 20;$$

$$(2) \because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle DBC,$$

$$\because \angle DEF = \angle ADB,$$

$$\therefore \angle DEF = \angle DBC,$$

$$\because \angle EDF = \angle BDE,$$

$$\therefore \triangle EDF \sim \triangle BDE,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle BDE}} = \left(\frac{DE}{BD}\right)^2,$$

$$\because BC = AD = 12, BE = x,$$

$$\therefore CE = |x - 12|,$$

$$\because CD = AB = 16$$

$$\therefore \text{在 } \text{Rt}\triangle CDE \text{ 中, } DE = \sqrt{16^2 + (x-12)^2} = \sqrt{x^2 - 24x + 400},$$

$$\because S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2} \times BE \times CD = \frac{1}{2} \cdot x \cdot 16 = 8x,$$

$$\therefore \frac{y}{8x} = \left(\frac{\sqrt{x^2 - 24x + 400}}{20}\right)^2,$$

$$\therefore y = \frac{x^3 - 24x^2 + 400x}{50}, \text{ 定义域为 } 0 < x \leq 24$$

$$(3) \because \triangle EDF \sim \triangle BDE,$$

$\therefore$ 当 $\triangle DEF$ 是等腰三角形时， $\triangle BDE$ 也是等腰三角形，

①当 $BE = BD$ 时

$$\therefore BD=20,$$

$$\therefore BE=20$$

②当 $DE=DB$ 时,

$$\therefore DC \perp BE,$$

$$\therefore BC=CE=12,$$

$$\therefore BE=24;$$

③当 $EB=ED$ 时,

作 $EH \perp BD$ 于 H , 则 $BH=\frac{1}{2}BD=10$, $\cos \angle HBE=\cos \angle ADB$,

$$\text{即 } \frac{AD}{BD} = \frac{BH}{BE}$$

$$\therefore \frac{12}{20} = \frac{10}{BE},$$

$$\text{解得: } BE=\frac{50}{3};$$

综上所述, 当 $\triangle DEF$ 为等腰三角形时, 线段 BE 的长为 20 或 24 或 $\frac{50}{3}$.

【点评】 本题是四边形综合题目, 考查了矩形的性质、三角函数定义、勾股定理、相似三角形的判定与性质、等腰三角形的性质等知识; 本题综合性强, 有一定难度, 证明三角形相似是解决问题的关键.