

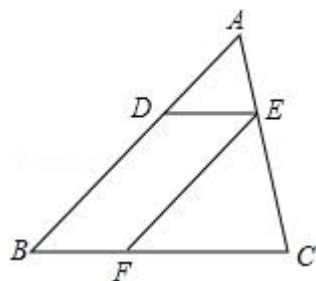
## 2017 年上海市杨浦区中考数学一模试卷

### 一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

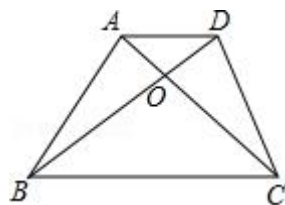
1. (4 分) 如果延长线段  $AB$  到  $C$ , 使得  $BC = \frac{1}{2}AB$ , 那么  $AC: AB$  等于 ( )
- A. 2: 1                  B. 2: 3                  C. 3: 1                  D. 3: 2
2. (4 分) 在高为 100 米的楼顶测得地面上某目标的俯角为  $\alpha$ , 那么楼底到该目标的水平距离是 ( )
- A.  $100\tan\alpha$               B.  $100\cot\alpha$               C.  $100\sin\alpha$               D.  $100\cos\alpha$
3. (4 分) 将抛物线  $y=2(x-1)^2+3$  向右平移 2 个单位后所得抛物线的表达式为 ( )
- A.  $y=2(x-1)^2+5$                                   B.  $y=2(x-1)^2+1$
- C.  $y=2(x+1)^2+3$                                   D.  $y=2(x-3)^2+3$
4. (4 分) 在二次函数  $y=ax^2+bx+c$  中, 如果  $a>0$ ,  $b<0$ ,  $c>0$ , 那么它的图象一定不经过 ( )
- A. 第一象限              B. 第二象限              C. 第三象限              D. 第四象限
5. (4 分) 下列命题不一定成立的是 ( )
- A. 斜边与一条直角边对应成比例的两个直角三角形相似
- B. 两个等腰直角三角形相似
- C. 两边对应成比例且有一个角相等的两个三角形相似
- D. 各有一个角等于  $100^\circ$  的两个等腰三角形相似
6. (4 分) 在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中,  $\angle A=40^\circ$ ,  $\angle D=60^\circ$ ,  $\angle E=80^\circ$ ,  $\frac{AB}{AC}=\frac{FD}{FE}$ , 那么  $\angle B$  的度数是 ( )
- A.  $40^\circ$                   B.  $60^\circ$                   C.  $80^\circ$                   D.  $100^\circ$

### 二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

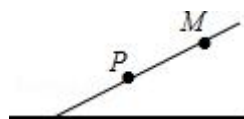
7. (4分) 线段 3cm 和 4cm 的比例中项是\_\_\_\_\_cm.
8. (4分) 抛物线  $y=2(x+4)^2$  的顶点坐标是\_\_\_\_\_.
9. (4分) 函数  $y=ax^2$  ( $a>0$ ) 中, 当  $x<0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而\_\_\_\_\_.
10. (4分) 如果抛物线  $y=ax^2+bx+c$  ( $a\neq 0$ ) 经过点  $(-1, 2)$  和  $(4, 2)$ , 那么它的对称轴是直线\_\_\_\_\_.
11. (4分) 如图,  $\triangle ABC$  中, 点 D、E、F 分别在边 AB、AC、BC 上, 且  $DE \parallel BC$ ,  $EF \parallel AB$ ,  $DE:BC=1:3$ , 那么  $EF:AB$  的值为\_\_\_\_\_.



12. (4分) 如图, 在梯形 ABCD 中,  $AD \parallel BC$ , AC 与 BD 相交于点 O, 如果  $BC=2AD$ , 那么  $S_{\triangle ADC}:S_{\triangle ABC}$  的值为\_\_\_\_\_.



13. (4分) 如果两个相似三角形的面积之比是 9:25, 其中小三角形一边上的中线长是 12cm, 那么大三角形对应边上的中线长是\_\_\_\_\_cm.
14. (4分) 如果  $\vec{a}+\vec{b}=3\vec{c}$ ,  $2\vec{a}-\vec{b}=\vec{c}$ , 那么  $\vec{a}=\rule{1cm}{0.4pt}$  (用  $\vec{b}$  表示).
15. (4分) 已知  $\alpha$  是锐角,  $\tan\alpha=2\cos 30^\circ$ , 那么  $\alpha=\rule{1cm}{0.4pt}$  度.
16. (4分) 如图是一斜坡的横截面, 某人沿着斜坡从 P 处出发, 走了 13 米到达 M 处, 此时在铅垂方向上上升了 5 米, 那么该斜坡的坡度是  $i=1:\rule{1cm}{0.4pt}$ .

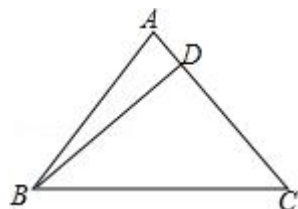


17. (4分) 用“描点法”画二次函数  $y=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ) 的图象时, 列出了如下表格:

|               |     |   |    |   |   |     |
|---------------|-----|---|----|---|---|-----|
| $x$           | ... | 1 | 2  | 3 | 4 | ... |
| $y=ax^2+bx+c$ | ... | 0 | -1 | 0 | 3 | ... |

那么该二次函数在  $x=0$  时,  $y=$ \_\_\_\_\_.

18. (4分) 如图,  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC=5$ ,  $BC=6$ ,  $BD \perp AC$  于点  $D$ , 将  $\triangle BCD$  绕点  $B$  逆时针旋转, 旋转角的大小与  $\angle CBA$  相等, 如果点  $C$ 、 $D$  旋转后分别落在点  $E$ 、 $F$  的位置, 那么  $\angle EFD$  的正切值是\_\_\_\_\_.



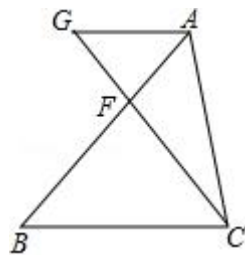
三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10分) 如图, 已知  $\triangle ABC$  中, 点  $F$  在边  $AB$  上, 且  $AF=\frac{2}{5}AB$ 、过  $A$  作  $AG \parallel BC$  交  $CF$  的延长线于点  $G$ .

(1) 设  $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$ , 试用向量  $\vec{a}$  和  $\vec{b}$  表示向量  $\overrightarrow{AG}$ ;

(2) 在图中求作向量  $\overrightarrow{AG}$  与  $\overrightarrow{AB}$  的和向量.

(不要求写作法, 但要指出所作图中表示结论的向量)



20. (10分) 已知抛物线  $y=-x^2+bx+c$  经过点  $B(-1, 0)$  和点  $C(2, 3)$ .

(1) 求此抛物线的表达式;

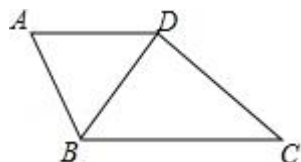
(2) 如果此抛物线上下平移后过点  $(-2, -1)$ , 试确定平移的方向和平移的

距离.

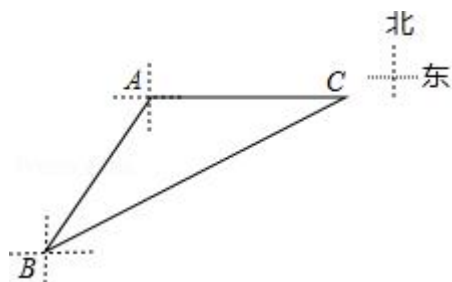
21. (10 分) 已知: 如图, 梯形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ ,  $\angle ABD = \angle C$ ,  $AD = 4$ ,  $BC = 9$ , 锐角  $\angle DBC$  的正弦值为  $\frac{2}{3}$ .

求: (1) 对角线  $BD$  的长;

(2) 梯形  $ABCD$  的面积.



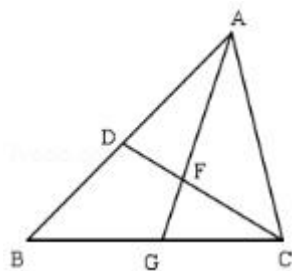
22. (10 分) 如图, 某客轮以每小时 10 海里的速度向正东方向航行, 到  $A$  处时向位于南偏西  $30^\circ$  方向且相距 12 海里的  $B$  处发出送货请求, 货轮接到请求后即刻沿着北偏东某一方向以每小时 14 海里的速度出发, 在  $C$  处恰好与客轮相逢, 试求货轮从出发到客轮相逢所用的时间.



23. (12 分) 已知: 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 点  $D$ 、 $G$  分别在边  $AB$ 、 $BC$  上,  $\angle ACD = \angle B$ ,  $AG$  与  $CD$  相交于点  $F$ .

(1) 求证:  $AC^2 = AD \cdot AB$ ;

(2) 若  $\frac{AD}{AC} = \frac{DF}{CG}$ , 求证:  $CG^2 = DF \cdot BG$ .

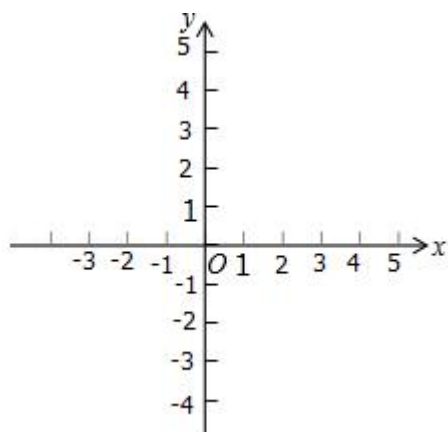


24. (12 分) 在直角坐标系  $xOy$  中 (如图), 抛物线  $y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$  ( $a < 0$ )

的顶点为  $D$ ，它的对称轴与  $x$  轴交点为  $M$ 。

(1) 求点  $D$ 、点  $M$  的坐标；

(2) 如果该抛物线与  $y$  轴的交点为  $A$ ，点  $P$  在抛物线上且  $AM \parallel DP$ ， $AM = 2DP$ ，求  $a$  的值。

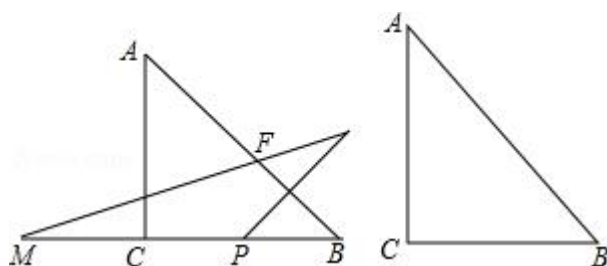


25. (14 分) 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC = 2$ ，点  $P$  为边  $BC$  上的一动点（不与  $B$ 、 $C$  重合），点  $P$  关于直线  $AC$ 、 $AB$  的对称点分别为  $M$ 、 $N$ ，连接  $MN$  交边  $AB$  于点  $F$ ，交边  $AC$  于点  $E$ 。

(1) 如图 1，当点  $P$  为边  $BC$  的中点时，求  $\angle M$  的正切值；

(2) 连接  $FP$ ，设  $CP = x$ ， $S_{\triangle MPF} = y$ ，求  $y$  关于  $x$  的函数关系式，并写出定义域；

(3) 连接  $AM$ ，当点  $P$  在边  $BC$  上运动时， $\triangle AEF$  与  $\triangle ABM$  是否一定相似？若是，请证明；若不是，请求出当  $\triangle AEF$  与  $\triangle ABM$  相似时  $CP$  的长。



## 2017 年上海市杨浦区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 如果延长线段 AB 到 C，使得  $BC = \frac{1}{2}AB$ ，那么 AC: AB 等于 ( )

- A. 2: 1                  B. 2: 3                  C. 3: 1                  D. 3: 2

【考点】ID: 两点间的距离.

【分析】作出图形，用 AB 表示出 AC，然后求比值即可.

【解答】解：如图， $\because BC = \frac{1}{2}AB$ ,

$$\therefore AC = AB + BC = AB + \frac{1}{2}AB = \frac{3}{2}AB,$$

$$\therefore AC: AB = 3: 2.$$

故选：D.



【点评】本题考查了两点间的距离，用 AB 表示出 AC 是解题的关键，作出图形更形象直观.

2. (4 分) 在高为 100 米的楼顶测得地面上某目标的俯角为  $\alpha$ ，那么楼底到该目标的水平距离是 ( )

- A.  $100\tan\alpha$                   B.  $100\cot\alpha$                   C.  $100\sin\alpha$                   D.  $100\cos\alpha$

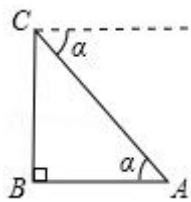
【考点】TA: 解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题.

【分析】根据题意画出图形，利用锐角三角函数的定义直接进行解答即可.

【解答】解： $\because \angle BAC = \alpha$ ,  $BC = 100\text{m}$ ,

$$\therefore AB = BC \cdot \cot\alpha = 100\cot\alpha.$$

故选：B.



**【点评】** 本题考查的是解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题, 根据题意画出图形, 利用数形结合求解是解答此题的关键.

3. (4 分) 将抛物线  $y=2(x-1)^2+3$  向右平移 2 个单位后所得抛物线的表达式为 ( )

A.  $y=2(x-1)^2+5$

B.  $y=2(x-1)^2+1$

C.  $y=2(x+1)^2+3$

D.  $y=2(x-3)^2+3$

**【考点】** H6: 二次函数图象与几何变换.

**【分析】** 根据二次函数图象左加右减, 上加下减的平移规律进行求解.

**【解答】** 解: 抛物线  $y=2(x-1)^2+3$  向右平移 2 个单位, 可得  $y=2(x-1-2)^2+3$ , 即  $y=2(x-3)^2+3$ ,

故选: D.

**【点评】** 本题主要考查的是函数图象的平移, 用平移规律“左加右减, 上加下减”直接代入函数解析式求得平移后的函数解析式.

4. (4 分) 在二次函数  $y=ax^2+bx+c$  中, 如果  $a>0$ ,  $b<0$ ,  $c>0$ , 那么它的图象一定不经过 ( )

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

**【考点】** H4: 二次函数图象与系数的关系.

**【分析】** 根据已知条件“ $a>0$ ,  $b<0$ ,  $c>0$ ”判断出该函数图象的开口方向、与  $x$  和  $y$  轴的交点、对称轴所在的位置, 然后据此来判断它的图象一定不经过第三象限.

**【解答】** 解: ①  $\because a>0$ ,  $c>0$ ,

∴该抛物线开口方向向上，且与  $y$  轴交于正半轴；

②∵  $a > 0$ ,  $b < 0$ ,

∴二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的函数图象的对称轴是  $x = -\frac{b}{a} > 0$ ,

∴二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的函数图象的对称轴在第一象限；

综合①②，二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图象一定不经过第三象限.

故选：C.

**【点评】** 本题考查了二次函数图象与系数的关系. 根据二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  系数符号判断抛物线开口方向、对称轴、抛物线与  $y$  轴的交点、抛物线与  $x$  轴交点的个数.

5. (4 分) 下列命题不一定成立的是 ( )

- A. 斜边与一条直角边对应成比例的两个直角三角形相似
- B. 两个等腰直角三角形相似
- C. 两边对应成比例且有一个角相等的两个三角形相似
- D. 各有一个角等于  $100^\circ$  的两个等腰三角形相似

**【考点】** O1: 命题与定理.

**【分析】** 根据相似三角形的判定定理进行判定即可.

**【解答】** 解：斜边与一条直角边对应成比例的两个直角三角形相似一定成立；  
两个等腰直角三角形相似一定成立；  
两边对应成比例且有一个角相等的两个三角形相似不一定成立；  
各有一个角等于  $100^\circ$  的两个等腰三角形相似一定成立，

故选：C.

**【点评】** 本题考查的是命题的真假判断，正确的命题叫真命题，错误的命题叫做假命题. 判断命题的真假关键是要熟悉课本中的性质定理.

6. (4 分) 在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中， $\angle A = 40^\circ$ ， $\angle D = 60^\circ$ ， $\angle E = 80^\circ$ ， $\frac{AB}{AC} = \frac{FD}{FE}$ ，那

么 $\angle B$ 的度数是 ( )

A.  $40^\circ$

B.  $60^\circ$

C.  $80^\circ$

D.  $100^\circ$

【考点】S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】11: 计算题.

【分析】根据 $\frac{AB}{AC} = \frac{FD}{FE}$ 可以确定对应角, 根据对应角相等的性质即可求得 $\angle B$ 的大小, 即可解题.

【解答】解:  $\because \frac{AB}{AC} = \frac{FD}{FE},$

$\therefore \angle B$ 与 $\angle D$ 是对应角,

故 $\angle B = \angle D = 60^\circ$ .

故选: B.

【点评】本题考查了相似三角形对应角相等的性质, 考查了对应边比值相等的性质, 本题中求 $\angle B$ 和 $\angle D$ 是对应角是解题的关键.

## 二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 线段 3cm 和 4cm 的比例中项是  $2\sqrt{3}$  cm.

【考点】S2: 比例线段.

【分析】根据比例中项的概念,  $a:b=b:c$ , 设比例中项是  $x$ cm, 则列比例式可求.

【解答】解: 设比例中项是  $x$ cm, 则:

$$3:x=x:4,$$

$$x^2=12,$$

$$x=\pm 2\sqrt{3},$$

$\therefore$  线段是正值,

$\therefore$  负值舍去,

故答案为:  $2\sqrt{3}$ .

**【点评】** 本题主要考查了比例线段, 理解比例中项的概念, 求两条线段的比例中项的时候, 应舍去负数是解答此题的关键.

8. (4 分) 抛物线  $y=2(x+4)^2$  的顶点坐标是  $(-4, 0)$ .

**【考点】** H3: 二次函数的性质.

**【分析】** 由抛物线的解析式可求得答案.

**【解答】** 解:

$$\because y=2(x+4)^2,$$

$$\therefore \text{抛物线顶点坐标为 } (-4, 0),$$

故答案为:  $(-4, 0)$ .

**【点评】** 本题主要考查二次函数的性质, 掌握二次函数的顶点式是解题的关键, 即在  $y=a(x-h)^2+k$  中, 对称轴为  $x=h$ , 顶点坐标为  $(h, k)$ .

9. (4 分) 函数  $y=ax^2$  ( $a>0$ ) 中, 当  $x<0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而 减小.

**【考点】** H3: 二次函数的性质.

**【分析】** 由解析式可确定其开口方向, 再根据增减性可求得答案.

**【解答】** 解:

$$\because y=ax^2 \ (a>0),$$

$$\therefore \text{抛物线开口向上, 对称轴为 } y \text{ 轴},$$

$$\therefore \text{当 } x<0 \text{ 时, } y \text{ 随 } x \text{ 的增大而减小},$$

故答案为: 减小.

**【点评】** 本题主要考查二次函数的性质, 掌握二次函数的增减性是解题的关键.

10. (4 分) 如果抛物线  $y=ax^2+bx+c$  ( $a\neq 0$ ) 经过点  $(-1, 2)$  和  $(4, 2)$ , 那么它的对称轴是直线  $x=\frac{3}{2}$ .

**【考点】** H3: 二次函数的性质.

【分析】根据抛物线上函数值相等的点离对称轴的距离相等可求得答案.

【解答】解:

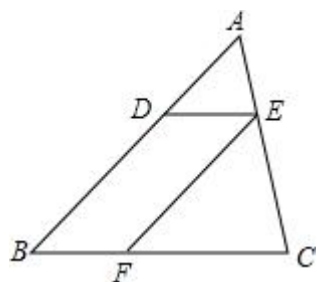
$\because$  抛物线  $y=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ) 经过点  $(-1, 2)$  和  $(4, 2)$ ,

$\therefore$  对称轴为  $x=\frac{-1+4}{2}=\frac{3}{2}$ ,

故答案为:  $x=\frac{3}{2}$ .

【点评】本题主要考查二次函数的性质, 掌握抛物线上函数值相等的点离对称轴的距离相等是解题的关键.

11. (4分) 如图,  $\triangle ABC$  中, 点 D、E、F 分别在边 AB、AC、BC 上, 且  $DE \parallel BC$ ,  $EF \parallel AB$ ,  $DE:BC=1:3$ , 那么  $EF:AB$  的值为  $\frac{2}{3}$ .



【考点】S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】11: 计算题.

【分析】利用  $DE \parallel BC$  可判断  $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ , 利用相似的性质的得  $\frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} = \frac{1}{3}$ ,

再利用比例性质得  $\frac{CE}{AC} = \frac{2}{3}$ , 然后证明  $\triangle CEF \sim \triangle CAB$ , 然后利用相似比可得到

$\frac{EF}{AB}$  的值.

【解答】解:  $\because DE \parallel BC$ ,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$ ,

$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} = \frac{1}{3}$ ,

$\therefore \frac{CE}{AC} = \frac{2}{3}$ ,

$\therefore EF \parallel AB$ ,

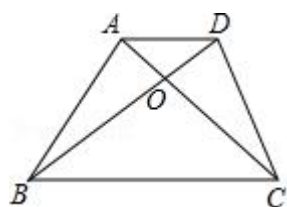
$\therefore \triangle CEF \sim \triangle CAB$ ,

$$\therefore \frac{EF}{AB} = \frac{CE}{CA} = \frac{2}{3}.$$

故答案为  $\frac{2}{3}$ .

**【点评】** 本题考查了三角形相似的判定与性质：在判定两个三角形相似时，应注意利用图形中已有的公共角、公共边等隐含条件，以充分发挥基本图形的作用，寻找相似三角形的一般方法是通过作平行线构造相似三角形；在运用相似三角形的性质时，主要利用相似进行几何计算.

12. (4 分) 如图，在梯形  $ABCD$  中， $AD \parallel BC$ ， $AC$  与  $BD$  相交于点  $O$ ，如果  $BC=2AD$ ，那么  $S_{\triangle ADC} : S_{\triangle ABC}$  的值为  $\frac{1}{2}$ .



**【考点】** LH：梯形；S9：相似三角形的判定与性质.

**【分析】** 根据梯形的性质和三角形的面积计算公式，可以解答本题.

**【解答】** 解： $\because$  在梯形  $ABCD$  中， $AD \parallel BC$ ， $BC=2AD$ ，设  $AD$  与  $BC$  间的距离为  $h$ ,

$$\text{则 } \frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{1}{2}AD \cdot h}{\frac{1}{2}BC \cdot h} = \frac{1}{2},$$

故答案为：  $\frac{1}{2}$ .

**【点评】** 本题考查梯形、三角形的面积，解题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件.

13. (4 分) 如果两个相似三角形的面积之比是 9: 25，其中小三角形一边上的中线长是 12cm，那么大三角形对应边上的中线长是 20 cm.

**【考点】** S7：相似三角形的性质.

**【分析】** 因为两个三角形的面积之比 9: 25，根据相似三角形面积比等于相似比

的平方，即可求出周长的比，又因为对应中线的比等于相似比即可求出大三角形的中线.

**【解答】**解：∵两个相似三角形的面积之比是 9：25，

∴大三角形的周长：小三角形的周长是 5：3，

∴小三角形一边上的中线长是 12cm，

$$\therefore 12 \div \frac{3}{5} = 20\text{cm},$$

∴大三角形对应边上的中线长是 20cm.

**【点评】**本题考查对相似三角形性质的理解. (1) 相似三角形面积的比等于相似比的平方；(3) 相似三角形对应中线的比等于相似比.

14. (4 分) 如果  $\vec{a} + \vec{b} = 3\vec{c}$ ,  $2\vec{a} - \vec{b} = \vec{c}$ , 那么  $\vec{a} = \underline{\frac{4}{5}\vec{b}}$  (用  $\vec{b}$  表示).

**【考点】**LM: \*平面向量.

**【分析】**根据平面向量的运算法则进行计算即可.

**【解答】**解：∵  $2\vec{a} - \vec{b} = \vec{c}$ ,

$$\therefore 6\vec{a} - 3\vec{b} = 3\vec{c},$$

$$\therefore \vec{a} + \vec{b} = 3\vec{c},$$

$$\therefore \vec{a} + \vec{b} = 6\vec{a} - 3\vec{b},$$

$$\therefore \vec{a} = \frac{4}{5}\vec{b}.$$

故答案是:  $\frac{4}{5}\vec{b}$ .

**【点评】**本题考查了平面向量的运算，类似于解一元一次方程进行计算即可，比较简单，要注意移项要变号.

15. (4 分) 已知  $\alpha$  是锐角， $\tan\alpha = 2\cos 30^\circ$ ，那么  $\alpha = \underline{60}$  度.

**【考点】**T5: 特殊角的三角函数值.

**【专题】**11: 计算题.

【分析】根据  $30^\circ$  角的余弦值等于  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，正切值是  $\sqrt{3}$  的锐角为  $60^\circ$  解答即可.

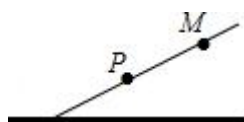
【解答】解：  $\because \tan \alpha = 2 \cos 30^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ ,

$\therefore \alpha = 60^\circ$ .

故答案为：60.

【点评】本题考查了特殊角的三角函数值，熟记  $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$  角的正弦值、余弦值、正切值是解此类题目的关键.

16. (4 分) 如图是一斜坡的横截面，某人沿着斜坡从 P 处出发，走了 13 米到达 M 处，此时在铅垂方向上上升了 5 米，那么该斜坡的坡度是  $i=1$ ： 2.4 .



【考点】T9：解直角三角形的应用－坡度坡角问题.

【分析】垂直高度、水平距离和坡面距离正好构成一个直角三角形，先根据勾股定理，求出水平距离，然后根据定义解答.

【解答】解：由题意得，水平距离  $= \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ ,

$\therefore$  坡比  $i=5$ ：  $12=1$ ： 2.4.

故答案为 2.4

【点评】本题考查的知识点为：坡度=垂直距离：水平距离，通常写成 1： n 的形式，属于基础题.

17. (4 分) 用“描点法”画二次函数  $y=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ) 的图象时，列出了如下表格：

|               |     |   |    |   |   |     |
|---------------|-----|---|----|---|---|-----|
| x             | ... | 1 | 2  | 3 | 4 | ... |
| $y=ax^2+bx+c$ | ... | 0 | -1 | 0 | 3 | ... |

那么该二次函数在  $x=0$  时，  $y=$  3 .

【考点】H2：二次函数的图象.

**【分析】** 根据题目提供的满足二次函数解析式的  $x$ 、 $y$  的值，确定二次函数的对称轴，利用抛物线的对称性找到当  $x=0$  时， $y$  的值即可.

**【解答】** 解：由上表可知函数图象经过点  $(1, 0)$  和点  $(3, 0)$ ,

$\therefore$  对称轴为  $x=2$ ,

$\therefore$  当  $x=4$  时的函数值等于当  $x=0$  时的函数值,

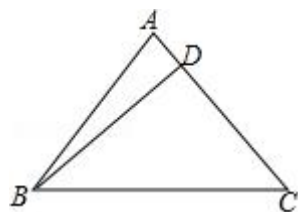
$\therefore$  当  $x=4$  时,  $y=3$ ,

$\therefore$  当  $x=0$  时,  $y=3$ .

故答案是: 3.

**【点评】** 本题考查了二次函数的图象的性质，利用表格找到二次函数的对称点是解决此题的关键.

18. (4 分) 如图,  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC=5$ ,  $BC=6$ ,  $BD \perp AC$  于点  $D$ , 将  $\triangle BCD$  绕点  $B$  逆时针旋转, 旋转角的大小与  $\angle CBA$  相等, 如果点  $C$ 、 $D$  旋转后分别落在点  $E$ 、 $F$  的位置, 那么  $\angle EFD$  的正切值是  $\frac{1}{2}$ .



**【考点】** KH: 等腰三角形的性质; R2: 旋转的性质; T7: 解直角三角形.

**【分析】** 作  $AH \perp BC$  于  $H$ , 延长  $CD$  交  $EF$  于  $G$ , 根据等腰三角形的性质和勾股定理求出  $AH$ 、 $BD$ 、 $CD$ 、 $AD$ , 根据旋转变换的性质得到  $\angle FBD = \angle CBA$ , 证明  $FB \parallel AH$ , 根据四点共圆得到  $\angle EFD = \angle GBD$ , 求出  $\tan \angle GBD$  即可.

**【解答】** 解: 作  $AH \perp BC$  于  $H$ , 延长  $CD$  交  $EF$  于  $G$ ,

$\therefore AB=AC$ ,

$\therefore BH=CH=\frac{1}{2}BC=3$ ,

由勾股定理得,  $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = 4$ ,

$$\frac{1}{2} \times BC \times AH = \frac{1}{2} \times AC \times BD, \text{ 即 } 6 \times 4 = 5 \times BD,$$

$$\text{解得, } BD = \frac{24}{5},$$

$$\therefore CD = \sqrt{BC^2 - BD^2} = \frac{18}{5}, \quad AD = \frac{7}{5},$$

$$\therefore \angle FBD = \angle CBA,$$

$$\therefore \angle FBE = \angle DBC,$$

$$\therefore \angle DBC + \angle C = 90^\circ, \quad \angle HAC + \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FBE = \angle BAH,$$

$$\therefore FB \parallel AH,$$

$$\therefore \angle FBC = \angle AHC = 90^\circ,$$

$$\therefore EF \parallel BC,$$

$$\therefore \angle E = \angle ABC = \angle C = \angle EGA,$$

$$\therefore AG = AE = BE - AB = BC - AB = 1,$$

$$\therefore DG = \frac{12}{5},$$

$$\therefore \angle F = \angle BDC = 90^\circ,$$

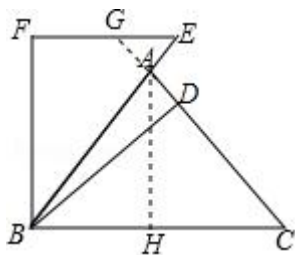
$$\therefore F、B、D、G \text{ 四点共圆},$$

$$\therefore \angle EFD = \angle GBD,$$

$$\tan \angle GBD = \frac{GD}{BD} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \angle EFD \text{ 的正切值是 } \frac{1}{2},$$

$$\text{故答案为: } \frac{1}{2}.$$



**【点评】** 本题考查的是旋转变换的性质、等腰三角形的性质、锐角三角函数的应用，掌握旋转变换的性质、熟记锐角三角函数的概念是解题的关键。

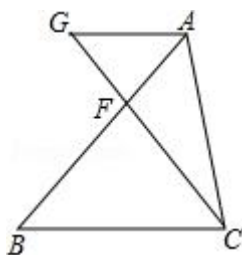
### 三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (10 分) 如图，已知  $\triangle ABC$  中，点 F 在边 AB 上，且  $AF = \frac{2}{5}AB$ 、过 A 作  $AG \parallel BC$  交 CF 的延长线于点 G.

(1) 设  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ , 试用向量  $\vec{a}$  和  $\vec{b}$  表示向量  $\overrightarrow{AG}$ ;

(2) 在图中求作向量  $\overrightarrow{AG}$  与  $\overrightarrow{AB}$  的和向量.

(不要求写作法，但要指出所作图中表示结论的向量)



**【考点】** LM: \*平面向量; N3: 作图—复杂作图.

**【分析】** (1) 证  $\triangle AGF \sim \triangle BCF$  得  $\frac{AG}{BC} = \frac{AF}{BF} = \frac{2}{3}$ , 即  $AG = \frac{2}{3}CB$ , 由  $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB} = \frac{2}{3}$

$(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC})$  可得答案;

(2) 延长 CB 到 E, 使  $BE = AG$ , 连接 AE, 则  $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{AB}$ .

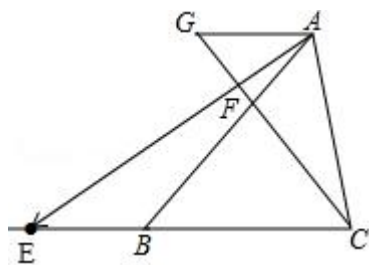
**【解答】** 解: (1)  $\because AG \parallel BC$ ,  $AF = \frac{2}{5}AB$ ,

$$\therefore \triangle AGF \sim \triangle BCF, \frac{AF}{BF} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{AG}{BC} = \frac{AF}{BF} = \frac{2}{3}, \text{ 即 } AG = \frac{2}{3}CB,$$

$$\therefore \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) = \frac{2}{3}\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b};$$

(2) 如图所示,



$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{AB}.$$

**【点评】** 本题主要考查相似三角形的判定与性质及向量的运算、作图, 熟练掌握向量的基本运算法则是解题的关键.

20. (10 分) 已知抛物线  $y = -x^2 + bx + c$  经过点 B (-1, 0) 和点 C (2, 3).

(1) 求此抛物线的表达式;

(2) 如果此抛物线上下平移后过点 (-2, -1), 试确定平移的方向和平移的距离.

**【考点】** H6: 二次函数图象与几何变换; H8: 待定系数法求二次函数解析式.

**【分析】** (1) 待定系数法求解可得;

(2) 求出原抛物线上  $x = -2$  时,  $y$  的值, 若点 (-2, -5) 平移后的对应点为 (-2, -1), 根据纵坐标的变化可得其中的一种平移方式.

**【解答】** 解: (1) 将点 B (-1, 0)、C (2, 3) 代入  $y = -x^2 + bx + c$ ,

$$\text{得: } \begin{cases} -1 - b + c = 0 \\ -4 + 2b + c = 3 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} b = 2 \\ c = 3 \end{cases},$$

$\therefore$  此抛物线的表达式为  $y = -x^2 + 2x + 3$ ;

(2) 在  $y = -x^2 + 2x + 3$  中, 当  $x = -2$  时,  $y = -4 - 4 + 3 = -5$ ,

若点  $(-2, -5)$  平移后的对应点为  $(-2, -1)$ ,

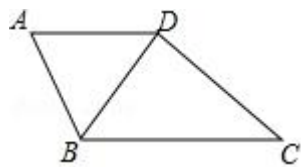
则需将抛物线向上平移 4 个单位.

**【点评】** 本题主要考查待定系数法求二次函数的解析式及抛物线的平移, 熟练掌握待定系数法求二次函数的解析式是解题的关键.

21. (10 分) 已知: 如图, 梯形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ ,  $\angle ABD = \angle C$ ,  $AD = 4$ ,  $BC = 9$ ,  
锐角  $\angle DBC$  的正弦值为  $\frac{2}{3}$ .

求: (1) 对角线  $BD$  的长;

(2) 梯形  $ABCD$  的面积.



**【考点】** LH: 梯形; T7: 解直角三角形.

**【分析】** (1) 求出  $\triangle ABD \sim \triangle DCB$ , 得出比例式, 即可得出答案;

(2) 过  $D$  作  $DE \perp BC$  于  $E$ , 解直角三角形求出  $DE$ , 根据面积公式求出即可.

**【解答】** 解: (1)  $\because AD \parallel BC$ ,

$$\therefore \angle ADB = \angle DBC,$$

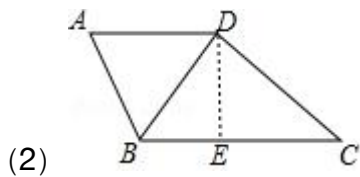
$$\because \angle ABD = \angle C,$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle DCB,$$

$$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{BD}{BC},$$

$$\because AD = 4, BC = 9,$$

$$\therefore BD = 6;$$



过 D 作  $DE \perp BC$  于 E,

则  $\angle DEB = 90^\circ$ ,

$\therefore$  锐角  $\angle DBC$  的正弦值为  $\frac{2}{3}$ ,

$$\therefore \sin \angle DBC = \frac{DE}{BD} = \frac{2}{3},$$

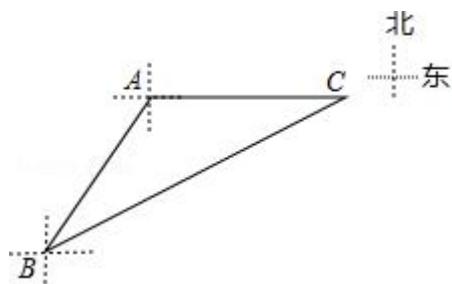
$$\therefore BD = 6,$$

$$\therefore DE = 4,$$

$$\therefore \text{梯形 } ABCD \text{ 的面积为 } \frac{1}{2} \times (AD + BC) \times DE = \frac{1}{2} \times (4 + 9) \times 4 = 26.$$

**【点评】** 本题考查了相似三角形的性质和判定，梯形的性质，解直角三角形等知识点，能求出 BD 的长是解此题的关键.

22. (10 分) 如图，某客轮以每小时 10 海里的速度向正东方向航行，到 A 处时向位于南偏西  $30^\circ$  方向且相距 12 海里的 B 处发出送货请求，货轮接到请求后即刻沿着北偏东某一方向以每小时 14 海里的速度出发，在 C 处恰好与客轮相逢，试求货轮从出发到客轮相逢所用的时间.



**【考点】** TB: 解直角三角形的应用 – 方向角问题.

**【分析】** 如图，由题意， $\angle ABF = 30^\circ$ ， $AB = 12$  海里，推出  $AF = 6$  海里， $BF = 6\sqrt{3}$

海里，设货轮从出发到客轮相逢所用的时间为  $t$ ，则  $AC = 10t$  海里， $BC = 14t$

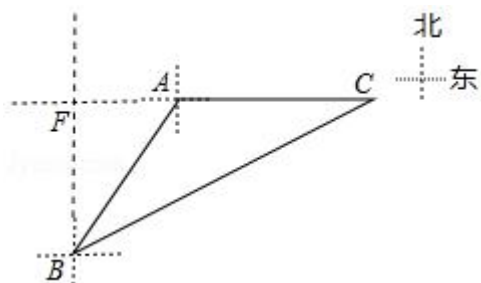
海里，在  $Rt\triangle BFC$  中，根据  $BF^2 + CF^2 = BC^2$ ，列出方程即可解决问题.

$$\therefore AF=6 \text{ 海里}, BF=6\sqrt{3} \text{ 海里},$$

在  $\text{Rt}\triangle BFC$  中,  $\therefore BF^2 + CF^2 = BC^2$ ,

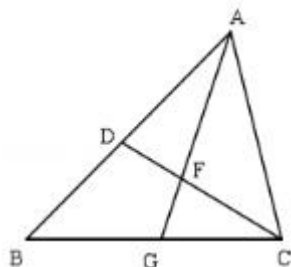
$$\therefore (6\sqrt{3})^2 + (6+10t)^2 = (14t)^2,$$

答: 货轮从出发到客轮相逢所用的时间 2 小时.



23. (12 分) 已知: 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 点 D、G 分别在边 AB、BC 上,  $\angle ACD = \angle B$ , AG 与 CD 相交于点 F.

(2) 若  $\frac{AD}{AC} = \frac{DF}{CG}$ , 求证:  $CG^2 = DF \cdot BG$ .



**【分析】** (1) 证明  $\triangle ACD \sim \triangle ABC$ , 得出对应边成比例  $AC: AB=AD: AC$ , 即

可得出结论；

(2) 由相似三角形的性质得出  $\angle ADF = \angle ACG$ ，由已知证出  $\triangle ADF \sim \triangle ACG$ ，

得出  $\angle DAF = \angle CAF$ ，AG 是  $\angle BAC$  的平分线，由角平分线得出  $\frac{AC}{AB} = \frac{CG}{BG}$ ，即可得出结论.

**【解答】** (1) 证明：  $\because \angle ACD = \angle B$ ，  $\angle CAD = \angle BAC$ ，

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore AC: AB = AD: AC,$$

$$\therefore AC^2 = AD \cdot AB;$$

(2) 证明：  $\because \triangle ACD \sim \triangle ABC$ ，

$$\therefore \angle ADF = \angle ACG,$$

$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{DF}{CG},$$

$$\therefore \triangle ADF \sim \triangle ACG,$$

$$\therefore \angle DAF = \angle CAF,$$

即  $\angle BAG = \angle CAG$ ，AG 是  $\angle BAC$  的平分线，

$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{CG}{BG},$$

$$\therefore \frac{DF}{CG} = \frac{CG}{BG},$$

$$\therefore CG^2 = DF \cdot BG.$$

**【点评】** 本题考查了相似三角形的判定与性质以及角平分线的性质；熟练掌握相似三角形的判定与性质是解决问题的关键.

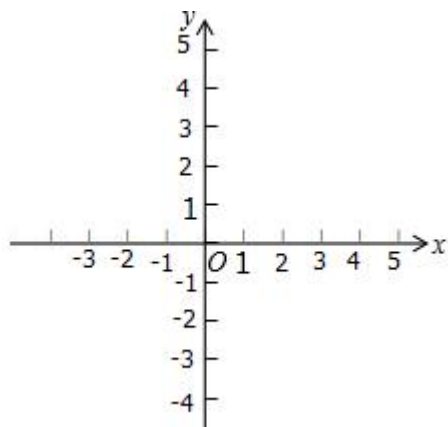
24. (12 分) 在直角坐标系  $xOy$  中 (如图)，抛物线  $y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$  ( $a < 0$ )

的顶点为 D，它的对称轴与  $x$  轴交点为 M.

(1) 求点 D、点 M 的坐标；

(2) 如果该抛物线与  $y$  轴的交点为 A，点 P 在抛物线上且  $AM \parallel DP$ ， $AM = 2DP$ ，

求  $a$  的值.



**【考点】** HA: 抛物线与  $x$  轴的交点.

**【分析】** (1) 由  $y = ax^2 - 4ax + 4a + 3 = a(x - 2)^2 + 3$ , 可得顶点  $D(2, 3)$ ,  $M(2, 0)$ .

(2) 作  $PN \perp DM$  于  $N$ . 由  $\triangle PDN \sim \triangle MAO$ , 得  $\frac{PN}{OM} = \frac{DN}{OA} = \frac{PD}{AM} = \frac{1}{2}$ , 因为  $OM = 2$ ,  $OA = -4a - 3$ ,  $PN = 1$ , 所以  $P(1, a + 3)$ ,  $DN = -a$ , 根据  $OA = 2DN$ , 可得方程  $-4a - 3 = -2a$ , 由此即可解决问题.

**【解答】** 解: (1)  $\because y = ax^2 - 4ax + 4a + 3 = a(x - 2)^2 + 3$ ,  
 $\therefore$  顶点  $D(2, 3)$ ,  $M(2, 0)$ .

(2) 作  $PN \perp DM$  于  $N$ .

$\therefore AM \parallel DP$ ,

$\therefore \angle PDN = \angle AMG$ ,

$\therefore DG \parallel OA$ ,

$\therefore \angle OAM = \angle AMG = \angle PDN$ ,

$\therefore \angle PND = \angle AOM = 90^\circ$ ,

$\therefore \triangle PDN \sim \triangle MAO$ ,

$$\therefore \frac{PN}{OM} = \frac{DN}{OA} = \frac{PD}{AM} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore OM=2, \quad OA=-4a-3, \quad PN=1,$$

$$\therefore P(1, a+3),$$

$$\therefore DN=-a,$$

$$\therefore OA=2DN,$$

$$\therefore -4a-3=-2a,$$

$$\therefore a=-\frac{3}{2}.$$

当点 A 在 y 的正半轴上时，如图，

$$\therefore \triangle PDN \sim \triangle MAO,$$

$$\therefore \frac{PN}{OM} = \frac{DN}{OA} = \frac{PD}{AM} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore OM=2, \quad OA=4a+3, \quad PN=1,$$

$$\therefore P(3, a+3),$$

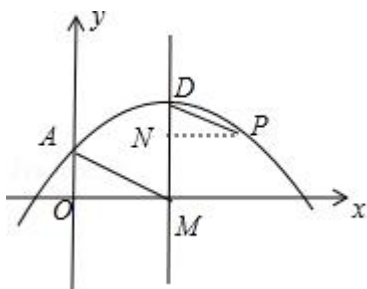
$$\therefore DN=-a,$$

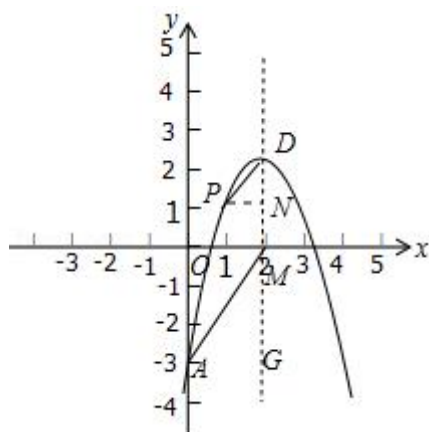
$$\therefore OA=2DN,$$

$$\therefore 4a+3=-2a,$$

$$\therefore a=-\frac{1}{2},$$

综上所述，满足条件的 a 的值为  $-\frac{1}{2}$  或  $-\frac{3}{2}$ .

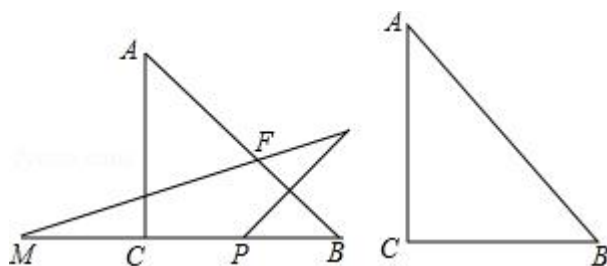




**【点评】** 本题考查抛物线与  $x$  轴的交点、相似三角形的判定和性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，学会利用相似三角形的性质解决问题，用方程的思想思考问题，属于中考常考题型.

25. (14 分) 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=BC=2$ ，点  $P$  为边  $BC$  上的一动点 (不与  $B$ 、 $C$  重合)，点  $P$  关于直线  $AC$ 、 $AB$  的对称点分别为  $M$ 、 $N$ ，连接  $MN$  交边  $AB$  于点  $F$ ，交边  $AC$  于点  $E$ .

- (1) 如图 1，当点  $P$  为边  $BC$  的中点时，求  $\angle M$  的正切值；
- (2) 连接  $FP$ ，设  $CP=x$ ， $S_{\triangle MPF}=y$ ，求  $y$  关于  $x$  的函数关系式，并写出定义域；
- (3) 连接  $AM$ ，当点  $P$  在边  $BC$  上运动时， $\triangle AEF$  与  $\triangle ABM$  是否一定相似？若是，请证明；若不是，请求出当  $\triangle AEF$  与  $\triangle ABM$  相似时  $CP$  的长.



**【考点】** SO: 相似形综合题.

**【专题】** 15: 综合题.

**【分析】** (1) 先求出  $CP=1$ ，利用对称得出  $\angle MBN=90^\circ$ ， $BP=BP=3$ ，最后用锐角三角函数的定义即可；

(2) 先求出  $FG$ ，再利用同角的三角函数相等，得出  $PG$ ，再用三角形的面积公式求解即可；

(3) 利用对称先判断出  $AM=AP=AN$ ，进而得出三角形  $AMN$  是等腰直角三角形，即可得出  $\angle AMN=45^\circ$ ，得出  $\angle AFE=\angle AMB$ ，即可判断出  $\triangle AEF \sim \triangle BAM$ 。

**【解答】** 解：(1) 如图 1，连接  $BN$ ，

$\because$  点  $P$  为边  $BC$  的中点，

$$\therefore CP=BP=\frac{1}{2}BC=1,$$

$\because$  点  $P$  与点  $M$  关于  $AC$  对称，

$$\therefore CM=CP=1$$

$\because \angle ACB=90^\circ$ ， $AC=BC=2$ ，

$$\therefore \angle BAC=\angle ABC=45^\circ,$$

$\because$  点  $P$  与点  $N$  关于  $AB$  对称，

$$\therefore BP=BN=1, \quad \angle ABN=\angle ABC=45^\circ,$$

$$\therefore \angle CBN=90^\circ, \quad BM=CM+BC=3$$

$$\text{在 Rt}\triangle MBN \text{ 中, } \tan M = \frac{BN}{BM} = \frac{1}{3};$$

(2) 如图 2，过点  $F$  作  $FG \perp BC$ ，

设  $PG=m$ ，

$$\therefore BG=BP-PG=2-x-m, \quad MG=MP+PG=2x+m,$$

在  $\text{Rt}\triangle BFG$  中， $\angle FBG=45^\circ$ ，

$$\therefore FG=BG=2-x-m,$$

$$\text{在 Rt}\triangle FMG \text{ 中, } \tan M = \frac{FG}{MG} = \frac{2-x-m}{2x+m},$$

在  $\text{Rt}\triangle MNB$  中,  $\tan M = \frac{BN}{BM} = \frac{2-x}{2+x}$ ,

$$\therefore \frac{2-x-m}{2x+m} = \frac{2-x}{2+x},$$

$$\therefore m = \frac{(x-2)^2}{4},$$

$$\therefore FG = 2 - x - \frac{(x-2)^2}{4}$$

$$\therefore y = S_{\triangle MPF} = \frac{1}{2} MP \cdot FG = \frac{1}{2} \times 2x \times \left[ 2 - x - \frac{(x-2)^2}{4} \right] = \frac{x(2-x)(2+x)}{4} \quad (0 < x < 2);$$

(3)  $\triangle AEF \sim \triangle BAM$

理由: 如图 3, 连接  $AM$ ,  $AP$ ,  $AN$ ,  $BN$ ,

$\therefore$  点  $P$  关于直线  $AC$ 、 $AB$  的对称点分别为  $M$ 、 $N$ ,

$\therefore AM = AP = AN$ .  $\angle MAC = \angle PAC$ ,  $\angle PAB = \angle NAB$ ,

$\therefore \angle BAC = \angle PAC + \angle PAB = 45^\circ$ ,

$\therefore \angle MAN = \angle MAC + \angle PAC + \angle BAP + \angle NAB = 2(\angle PAC + \angle PAB) = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle AMN = 45^\circ = \angle ABC$ ,

$\therefore \angle AFE = \angle ABC + \angle BMF$ ,  $\angle AMB = \angle AMN + \angle BMF$ ,

$\therefore \angle AFE = \angle AMB$ ,

$\therefore \angle EAF = \angle ABM = 45^\circ$ ,

$\therefore \triangle AEF \sim \triangle BAM$ .

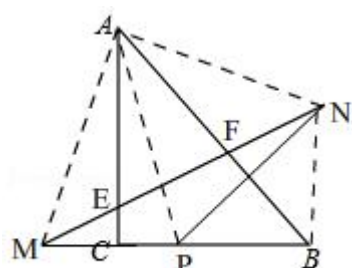
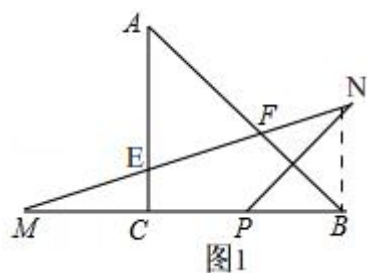
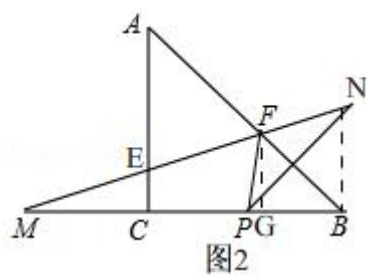


图3



【点评】此题是相似形综合题，主要考查了锐角三角函数，勾股定理，对称的性质，三角形的面积公式，相似三角形的判定和性质，解本题的关键是得出 $\triangle PFM$ 的边 $PM$ 上高和 $\triangle MAN$ 是等腰直角三角形，是一道很好的中考常考题.