

2017 年上海市徐汇区中考数学一模试卷

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的】

1. (4 分) 如果 $2x=3y$ (x, y 均不为 0)，那么下列各式中正确的是 ()

A. $\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$ B. $\frac{x}{x-y}=3$ C. $\frac{x+y}{y}=\frac{5}{3}$ D. $\frac{x}{x+y}=\frac{2}{5}$

2. (4 分) 如果一斜坡的坡比是 1: 2.4，那么该斜坡坡角的余弦值是 ()

A. $\frac{12}{5}$ B. $\frac{5}{12}$ C. $\frac{5}{13}$ D. $\frac{12}{13}$

3. (4 分) 如果将某一抛物线向右平移 2 个单位，再向上平移 2 各单位后所得新抛物线的表达式是 $y=2(x-1)^2$ ，那么原抛物线的表达式是 ()

A. $y=2(x-3)^2-2$ B. $y=2(x-3)^2+2$
C. $y=2(x+1)^2-2$ D. $y=2(x+1)^2+2$

4. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中，点 D、E 分别在边 AB、AC 上，联结 DE，那么下列条件中不能判断 $\triangle ADE$ 和 $\triangle ABC$ 相似的是 ()

A. $DE \parallel BC$ B. $\angle AED = \angle B$
C. $AE: AD = AB: AC$ D. $AE: DE = AC: BC$

5. (4 分) 一飞机从距离地面 3000 米的高空测得一地面监测点的俯角是 60° ，那么此时飞机与监测点的距离是 ()

A. 6000 米 B. $1000\sqrt{3}$ 米 C. $2000\sqrt{3}$ 米 D. $3000\sqrt{3}$ 米

6. (4 分) 已知二次函数 $y=-2x^2+4x-3$ ，如果 y 随 x 的增大而减小，那么 x 的取值范围是 ()

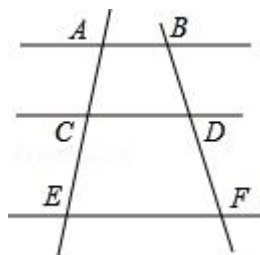
A. $x \geq 1$ B. $x \geq 0$ C. $x \geq -1$ D. $x \geq -2$

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. (4 分) 已知线段 $a=9$, $c=4$ ，如果线段 b 是 a、c 的比例中项，那么 $b=$ _____.

8. (4分) 点 C 是线段 AB 延长线的点, 已知 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AC} =$ _____.

9. (4分) 如图, $AB \parallel CD \parallel EF$, 如果 $AC=2$, $AE=5.5$, $DF=3$, 那么 $BD=$ _____.



10. (4分) 如果两个相似三角形的对应中线比是 $\sqrt{3}:2$, 那么它们的周长比是_____.

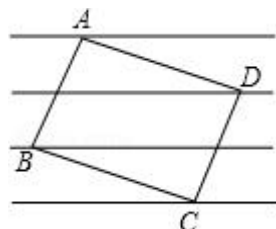
11. (4分) 如果点 P 是线段 AB 的黄金分割点 ($AP > BP$), 那么请你写出一个关于线段 AP 、 BP 、 AB 之间的数量关系的等式, 你的结论是: _____.

12. (4分) 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $CD \perp AB$, 垂足为 D , 如果 $CD=4$, $BD=3$, 那么 $\angle A$ 的正弦值是_____.

13. (4分) 正方形 $ABCD$ 的边长为 3, 点 E 在边 CD 的延长线上, 连接 BE 交边 AD 于 F , 如果 $DE=1$, 那么 $AF=$ _____.

14. (4分) 已知抛物线 $y=ax^2 - 4ax$ 与 x 轴交于点 A 、 B , 顶点 C 的纵坐标是 -2 , 那么 $a=$ _____.

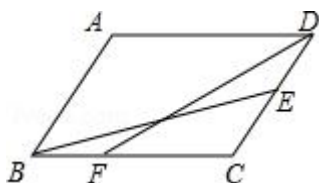
15. (4分) 如图, 矩形 $ABCD$ 的四个顶点正好落在四条平行线上, 并且从上到下每两条平行线间的距离都是 1, 如果 $AB:BC=3:4$, 那么 AB 的长是_____.



16. (4分) 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, AC 、 BD 相交于 O , 如果 $\triangle BOC$ 、 $\triangle ACD$ 的面积分别是 9 和 4, 那么梯形 $ABCD$ 的面积是_____.

17. (4分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, $AC=5$, $BC=3$, CD 是 $\angle ACB$ 的平分线, 将 $\triangle ABC$ 沿直线 CD 翻折, 点 A 落在点 E 处, 那么 AE 的长是_____.

18. (4分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AB:BC=2:3$, 点 E 、 F 分别在边 CD 、 BC 上, 点 E 是边 CD 的中点, $CF=2BF$, $\angle A=120^\circ$, 过点 A 分别作 $AP \perp BE$ 、 $AQ \perp DF$, 垂足分别为 P 、 Q , 那么 $\frac{AP}{AQ}$ 的值为_____.



三、解答题: (本大题共 7 题, 第 19-22 题每题 10 分, 第 23、24 题每题 12 分, 第 25 题 14 分, 满分 78 分)

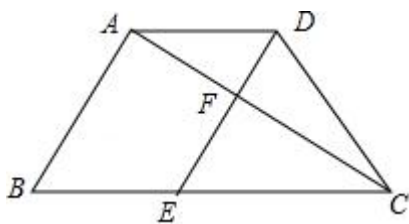
19. (10分) 计算: $2\sin 60^\circ - |\cot 30^\circ - \cot 45^\circ| + \frac{\tan 45^\circ}{\cos 30^\circ - 1}$.

20. (10分) 将抛物线 $y=x^2-4x+4$ 沿 y 轴向下平移 9 个单位, 所得新抛物线与 x 轴正半轴交于点 B , 与 y 轴交于点 C , 顶点为 D . 求: (1) 点 B 、 C 、 D 坐标; (2) $\triangle BCD$ 的面积.

21. (10分) 如图, 已知梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB=4$, $AD=3$, $AB \perp AC$, AC 平分 $\angle DCB$, 过点 D 作 $DE \parallel AB$, 分别交 AC 、 BC 于 F 、 E , 设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$. 求:

(1) 向量 $\overrightarrow{DC}$ (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示);

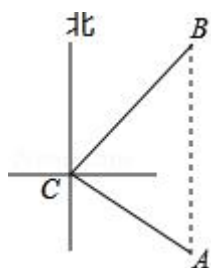
(2) $\tan B$ 的值.



22. (10分) 如图, 一艘海轮位于小岛 C 的南偏东 60° 方向, 距离小岛 120 海里的 A 处, 该海轮从 A 处正北方向航行一段距离后, 到达位于小岛 C 北偏东

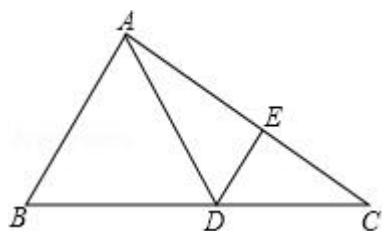
45°方向的 B 处.

- (1) 求该海轮从 A 处到 B 处的航行过程中与小岛 C 之间的最短距离 (记过保留根号);
- (2) 如果该海轮以每小时 20 海里的速度从 B 处沿 BC 方向行驶, 求它从 B 处到达小岛 C 的航行时间 (结果精确到 0.1 小时). (参考数据: $\sqrt{2}=1.41$, $\sqrt{3}=1.73$)



23. (12 分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 BC 上, $\angle DAB = \angle B$, 点 E 在边 AC 上, 满足 $AE \cdot CD = AD \cdot CE$.

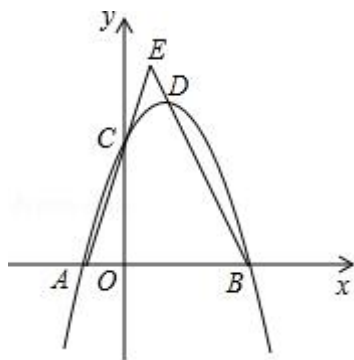
- (1) 求证: $DE \parallel AB$;
- (2) 如果点 F 是 DE 延长线上一点, 且 BD 是 DF 和 AB 的比例中项, 联结 AF. 求证: $DF = AF$.



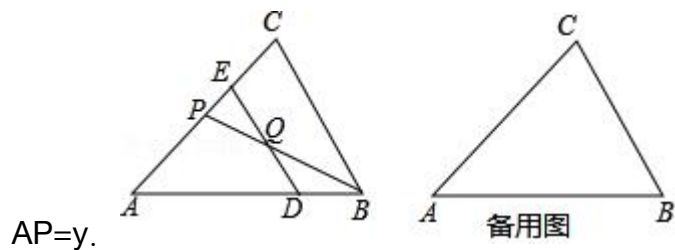
24. (12 分) 如图, 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + 3$ 与 x 轴相交于点 A 和点 B (点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C, 且 $OB = OC$, 点 D 是抛物线的顶点, 直线 AC 和 BD 交于点 E.

- (1) 求点 D 的坐标;
- (2) 连接 CD、BC, 求 $\angle DBC$ 余切值;

- (3) 设点 M 在线段 CA 的延长线上, 如果 $\triangle EBM$ 和 $\triangle ABC$ 相似, 求点 M 的坐标.



25. (14 分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=3$, $BC=2$, 点 D 是边 AB 上的动点, 过点 D 作 $DE \parallel BC$, 交边 AC 于点 E , 点 Q 是线段 DE 上的点, 且 $QE=2DQ$, 连接 BQ 并延长, 交边 AC 于点 P . 设 $BD=x$,



- (1) 求 y 关于 x 的函数解析式及定义域;
- (2) 当 $\triangle PQE$ 是等腰三角形时, 求 BD 的长;
- (3) 连接 CQ , 当 $\angle CQB$ 和 $\angle CBD$ 互补时, 求 x 的值.

2017 年上海市徐汇区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的】

1. (4 分) 如果 $2x=3y$ (x 、 y 均不为 0)，那么下列各式中正确的是 ()

A. $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$

B. $\frac{x}{x-y} = 3$

C. $\frac{x+y}{y} = \frac{5}{3}$

D. $\frac{x}{x+y} = \frac{2}{5}$

【考点】S1：比例的性质.

【专题】17：推理填空题.

【分析】根据比例的性质逐项判断，判断出各式中正确的是哪个即可.

【解答】解： $\because 2x=3y$,

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{3}{2},$$

$\therefore$ 选项 A 不正确;

$$\because 2x=3y,$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \frac{x}{x-y} = \frac{3}{3-2} = 3,$$

$\therefore$ 选项 B 正确;

$$\because 2x=3y,$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \frac{x+y}{y} = \frac{3+2}{2} = \frac{5}{2},$$

$\therefore$ 选项 C 不正确;

$$\therefore 2x=3y,$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \frac{x}{x+y} = \frac{3}{3+2} = \frac{3}{5},$$

$\therefore$ 选项 D 不正确.

故选: B.

【点评】 此题主要考查了比例的性质和应用, 要熟练掌握.

2. (4 分) 如果一斜坡的坡比是 1: 2.4, 那么该斜坡坡角的余弦值是 ()

A. $\frac{12}{5}$

B. $\frac{5}{12}$

C. $\frac{5}{13}$

D. $\frac{12}{13}$

【考点】 T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【分析】 根据坡比=坡角的正切值, 设竖直直角边为 $5x$, 水平直角边为 $12x$, 由勾股定理求出斜边, 进而可求出斜坡坡角的余弦值.

【解答】 解: 如图所示:

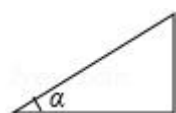
由题意, 得: $\tan\alpha = i = \frac{1}{2.4} = \frac{5}{12},$

设竖直直角边为 $5x$, 水平直角边为 $12x$,

则斜边 = $\sqrt{25x^2 + 144x^2} = 13x,$

则 $\cos\alpha = \frac{12x}{13x} = \frac{12}{13}.$

故选: D.



【点评】 此题主要考查坡比、坡角的关系以及勾股定理; 熟记坡角的正切等于坡比是解决问题的关键.

3. (4 分) 如果将某一抛物线向右平移 2 个单位, 再向上平移 2 各单位后所得新抛物线的表达式是 $y=2(x-1)^2$, 那么原抛物线的表达式是 ()

A. $y=2(x-3)^2-2$

B. $y=2(x-3)^2+2$

C. $y=2(x+1)^2-2$

D. $y=2(x+1)^2+2$

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】根据图象反向平移, 可得原函数图象, 根据图象左加右减, 上加下减, 可得答案.

【解答】解: 一条抛物线向右平移 2 个单位, 再向上平移 2 个单位后所得抛物线的表达式为 $y=2(x-1)^2$,

抛物线的表达式为 $y=2(x-1)^2$, 左移 2 个单位, 下移 2 个单位得原函数解析式 $y=2(x+1)^2-2$,

故选: C.

【点评】本题考查了二次函数图象与几何变换, 利用了图象左加右减, 上加下减的规律.

4. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D、E 分别在边 AB、AC 上, 联结 DE, 那么下列条件中不能判断 $\triangle ADE$ 和 $\triangle ABC$ 相似的是 ()

A. $DE \parallel BC$

B. $\angle AED = \angle B$

C. $AE: AD = AB: AC$

D. $AE: DE = AC: BC$

【考点】S8: 相似三角形的判定.

【分析】根据题意画出图形, 再由相似三角形的判定定理进行解答即可.

【解答】解: 如图,

A、 $\because DE \parallel BC$,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$, 故本选项错误;

B、 $\because \angle AED = \angle B$, $\angle A = \angle A$,

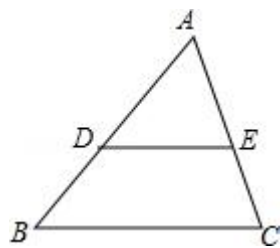
$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ACB$, 故本选项错误;

C、 $\because AE: AD = AB: AC$, $\angle A = \angle A$,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ACB$, 故本选项错误;

D、AE: DE=AC: BC 不能使 $\triangle ADE$ 和 $\triangle ABC$ 相似，故本选项正确.

故选: D.



【点评】此题考查了相似三角形的判定，属于基础题，关键是掌握相似三角形的几种判定定理.

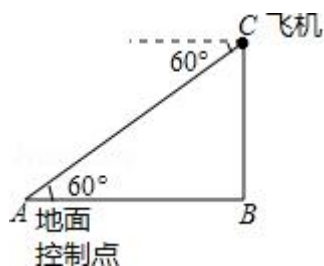
5. (4分) 一飞机从距离地面 3000 米的高空测得一地面监测点的俯角是 60° ，那么此时飞机与监测点的距离是 ()

- A. 6000 米 B. $1000\sqrt{3}$ 米 C. $2000\sqrt{3}$ 米 D. $3000\sqrt{3}$ 米

【考点】TA: 解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题.

【分析】根据题意可构造直角三角形，利用所给角的正弦函数即可求解.

【解答】解: 如图所示:



由题意得, $\angle CAB=60^\circ$, $BC=3000$ 米,

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\therefore \sin \angle A = \frac{BC}{AC}$,

$$\therefore AC = \frac{BC}{\sin A} = \frac{3000}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2000\sqrt{3} \text{米}.$$

故选: C.

【点评】本题考查了解直角三角形的应用，解答本题的关键是借助俯角构造直角三角形，并结合三角函数解直角三角形.

6. (4分) 已知二次函数 $y = -2x^2 + 4x - 3$ ，如果 y 随 x 的增大而减小，那么 x 的

取值范围是 ()

A. $x \geq 1$

B. $x \geq 0$

C. $x \geq -1$

D. $x \geq -2$

【考点】H3: 二次函数的性质.

【分析】把抛物线化为顶点式可求得开口方向及对称轴, 再利用增减性可得到关于 x 的不等式, 可求得答案.

【解答】解:

$$\therefore y = -2x^2 + 4x - 3 = -2(x-1)^2 - 1,$$

$\therefore$ 抛物线开口向下, 对称轴为 $x=1$,

$\therefore$ 当 $x \geq 1$ 时, y 随 x 的增大而减小,

故选: A.

【点评】本题主要考查二次函数的性质, 掌握二次函数的顶点式是解题的关键, 即在 $y=a(x-h)^2+k$ 中, 对称轴为 $x=h$, 顶点坐标为 (h, k) .

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 已知线段 $a=9$, $c=4$, 如果线段 b 是 a 、 c 的比例中项, 那么 $b=$ 6.

【考点】S2: 比例线段.

【分析】根据比例中项的定义, 若 b 是 a 、 c 的比例中项, 即 $b^2=ac$. 即可求解.

【解答】解: 若 b 是 a 、 c 的比例中项,

$$\text{即 } b^2=ac. \text{ 则 } b=\sqrt{ac}=\sqrt{9 \times 4}=6.$$

故答案为: 6.

【点评】本题主要考查了线段的比例中项的定义, 注意线段不能为负.

8. (4 分) 点 C 是线段 AB 延长线的点, 已知 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{CB}=\vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AC}=\underline{\vec{a}-\vec{b}}$.

【考点】LM: *平面向量.

【分析】根据向量 $\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{CB}$ 的方向相反进行解答.

【解答】解：如图，向量 $\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{CB}$ 的方向相反，且 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ ， $\overrightarrow{CB}=\vec{b}$ ，

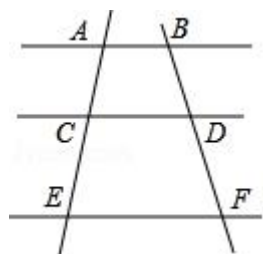
所以 $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\vec{a}-\vec{b}$.

故答案是： $\vec{a}-\vec{b}$.



【点评】本题考查了平面向量，注意向量既有大小，又有方向.

9. (4分) 如图， $AB\parallel CD\parallel EF$ ，如果 $AC=2$ ， $AE=5.5$ ， $DF=3$ ，那么 $BD=\frac{12}{7}$.



【考点】S4：平行线分线段成比例.

【分析】根据平行线分线段成比例定理即可得到结论.

【解答】解： $\because AC=2$ ， $AE=5.5$ ，

$$\therefore CE=3.5,$$

$$AB\parallel CD\parallel EF,$$

$$\therefore \frac{AC}{CE}=\frac{BD}{DF},$$

$$\therefore BD=\frac{12}{7},$$

故答案为： $\frac{12}{7}$.

【点评】本题考查平行线分线段成比例定理，用到的知识点是平行线分线段成比例定理，关键是找准对应关系，列出比例式.

10. (4分) 如果两个相似三角形的对应中线比是 $\sqrt{3}:2$ ，那么它们的周长比是

$$\sqrt{3}:2.$$

【考点】S7：相似三角形的性质.

【分析】 直接根据相似三角形的性质即可得出结论.

【解答】 解: $\because$ 两个相似三角形的对应中线比是 $\sqrt{3}:2$,

$\therefore$ 它们的周长比为 $\sqrt{3}:2$.

故答案为: $\sqrt{3}:2$.

【点评】 本题考查的是相似三角形的性质, 熟知相似三角形的对应线段 (对应中线、对应角平分线、对应边上的高) 的比等于相似比是解答此题的关键.

11. (4分) 如果点 P 是线段 AB 的黄金分割点 ($AP > BP$), 那么请你写出一个关于线段 AP 、 BP 、 AB 之间的数量关系的等式, 你的结论是: $AP^2 = BP \cdot AB$.

【考点】 S3: 黄金分割.

【分析】 根据黄金分割的概念解答即可.

【解答】 解: $\because$ 点 P 是线段 AB 的黄金分割点,

$\therefore AP^2 = BP \cdot AB$,

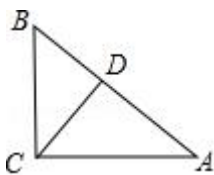
故答案为: $AP^2 = BP \cdot AB$.

【点评】 本题考查的是黄金分割的概念和性质, 把线段 AB 分成两条线段 AC 和 BC ($AC > BC$), 且使 AC 是 AB 和 BC 的比例中项, 叫做把线段 AB 黄金分割.

12. (4分) 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$, 垂足为 D , 如果 $CD = 4$, $BD = 3$, 那么 $\angle A$ 的正弦值是 $\frac{3}{5}$.

【考点】 T1: 锐角三角函数的定义.

【分析】 求出 $\angle A = \angle BCD$, 根据锐角三角函数的定义求出 $\sin \angle BCD$ 即可.



【解答】 解:

$\because CD \perp AB$,

$$\therefore \angle CDB=90^{\circ},$$

由勾股定理得: $BC=5$,

$$\therefore \angle ACB=90^{\circ},$$

$$\therefore \angle A+\angle B=90^{\circ}, \quad \angle BCD+\angle B=90^{\circ},$$

$$\therefore \angle A=\angle BCD,$$

$$\therefore \sin A=\sin \angle BCD=\frac{BD}{BC}=\frac{3}{5},$$

故答案为: $\frac{3}{5}$.

【点评】 本题考查了锐角三角函数的定义, 能熟记锐角三角函数的定义是解此题

的关键, 注意: 在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\angle ACB=90^{\circ}$, 则 $\sin A=\frac{BC}{AB}$, $\cos A=\frac{AC}{AB}$, $\tan A=\frac{BC}{AC}$.

13. (4 分) 正方形 $ABCD$ 的边长为 3, 点 E 在边 CD 的延长线上, 连接 BE 交边 AD 于 F , 如果 $DE=1$, 那么 $AF=\frac{9}{4}$.

【考点】 LE: 正方形的性质; S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 由四边形 $ABCD$ 为正方形即可得出 $\angle A=\angle ADC=90^{\circ}$ 、 $AB\parallel CD$, 根据

平行线的性质以及邻补角即可得出 $\angle EDF=\angle A$ 、 $\angle ABF=\angle DEF$, 从而得出 $\triangle$

$ABF\sim\triangle DEF$, 再根据相似三角形的性质即可得出 $\frac{AF}{DF}=\frac{AB}{DE}=3$, 结合

$AF+DF=AD=3$ 即可求出 AF 的长度, 此题得解.

【解答】 解: 依照题意画出图形, 如图所示.

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为正方形,

$$\therefore \angle A=\angle ADC=90^{\circ}, \quad AB\parallel CD,$$

$$\therefore \angle EDF=180^{\circ}-\angle ADC=90^{\circ}=\angle A, \quad \angle ABF=\angle DEF,$$

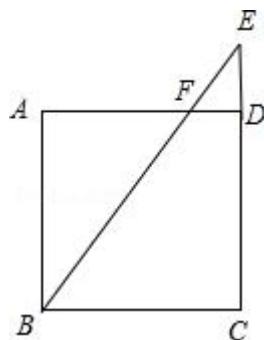
$$\therefore \triangle ABF\sim\triangle DEF,$$

$$\therefore \frac{AF}{DF}=\frac{AB}{DE}=3,$$

$$\therefore AF+DF=AD=3,$$

$$\therefore AF = \frac{3}{4}AD = \frac{9}{4}.$$

故答案为: $\frac{9}{4}$.



【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质、正方形的性质、平行线的性质以及邻补角，通过两组相等的角证出 $\triangle ABF \sim \triangle DEF$ 是解题的关键.

14. (4 分) 已知抛物线 $y = ax^2 - 4ax$ 与 x 轴交于点 A、B，顶点 C 的纵坐标是 -2，那么 $a = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$.

【考点】 HA: 抛物线与 x 轴的交点.

【分析】 首先利用配方法确定函数的顶点坐标，根据顶点 C 的纵坐标是 -2，即可列方程求得 a 的值.

【解答】 解: $y = ax^2 - 4ax = a(x^2 - 4x + 4) - 4a = a(x - 2)^2 - 4a$,

则顶点坐标是 $(2, -4a)$,

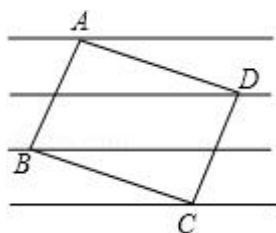
则 $-4a = -2$,

解得 $a = \frac{1}{2}$.

故答案是: $\frac{1}{2}$.

【点评】 本题考查了配方法确定函数的顶点坐标，正确进行配方是关键.

15. (4 分) 如图，矩形 ABCD 的四个顶点正好落在四条平行线上，并且从上到下每两条平行线间的距离都是 1，如果 $AB:BC = 3:4$ ，那么 AB 的长是 $\underline{\underline{\frac{\sqrt{73}}{4}}}$.



【考点】JC：平行线之间的距离；LB：矩形的性质；S9：相似三角形的判定与性质.

【分析】作辅助线，构建相似三角形，证明 $\triangle ABE \sim \triangle BCF$ ，列比例式求 BE 的长，利用勾股定理可以求 AB 的长.

【解答】解：过 A 作 $AE \perp BM$ 于 E，过 C 作 $CF \perp BM$ 于 F，则 $CF=1$ ， $AE=2$ ，

$$\therefore \angle AEB = \angle BFC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE + \angle BAE = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 ABCD 是矩形，

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE + \angle CBE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle CBE,$$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle BCF,$$

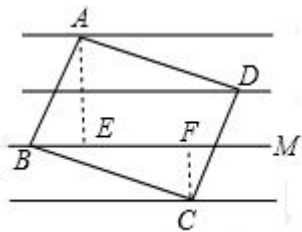
$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{BE}{CF},$$

$$\therefore \frac{3}{4} = \frac{BE}{1},$$

$$\therefore BE = \frac{3}{4},$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABE \text{ 中, } AB = \sqrt{2^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{73}}{4},$$

$$\text{故答案为: } \frac{\sqrt{73}}{4}.$$



【点评】 本题考查了矩形的性质、相似三角形的判定与性质、两平行线的距离以及勾股定理；熟练掌握矩形的性质，证明三角形相似是解决问题的关键.

16. (4 分) 在梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, AC、BD 相交于 O, 如果 $\triangle BOC$ 、 $\triangle ACD$ 的面积分别是 9 和 4, 那么梯形 ABCD 的面积是 16.

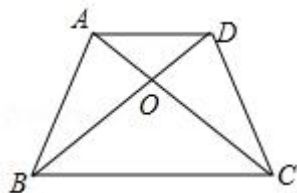
【考点】 LH: 梯形; S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 如图, 设 $\triangle AOD$ 的面积为 x , 则 $\triangle ODC$ 的面积为 $4 - x$. 由 $AD \parallel BC$,

推出 $\triangle AOD \sim \triangle COB$, 可得 $\frac{S_{\triangle AOD}}{S_{\triangle BOC}} = \left(\frac{AO}{OC}\right)^2$, 因为 $\frac{S_{\triangle AOD}}{S_{\triangle ODC}} = \frac{OA}{OC}$, 得到 $\frac{x}{9} = \left(\frac{x}{4-x}\right)^2$,

2 , 解方程即可.

【解答】 解: 如图, 设 $\triangle AOD$ 的面积为 x , 则 $\triangle ODC$ 的面积为 $4 - x$.



$\because AD \parallel BC$,

$\therefore \triangle AOD \sim \triangle COB$,

$$\therefore \frac{S_{\triangle AOD}}{S_{\triangle BOC}} = \left(\frac{AO}{OC}\right)^2,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle AOD}}{S_{\triangle ODC}} = \frac{OA}{OC},$$

$$\therefore \frac{x}{9} = \left(\frac{x}{4-x}\right)^2,$$

解得 $x=1$ 或 16 (舍弃),

$$\therefore S_{\triangle ABD}=S_{\triangle ADC}=1,$$

$$\therefore S_{\triangle AOB}=S_{\triangle DOC}=3,$$

$$\therefore \text{梯形 } ABCD \text{ 的面积}=1+3+3+9=16,$$

故答案为 16.

【点评】 本题考查相似三角形的判定和性质、梯形的性质等知识，解题的关键是熟练掌握相似三角形的性质，学会用方程的思想思考问题，属于中考常考题型.

17. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=90^\circ$ ， $AC=5$ ， $BC=3$ ， CD 是 $\angle ACB$ 的平分线，将 $\triangle ABC$ 沿直线 CD 翻折，点 A 落在点 E 处，那么 AE 的长是 $2\sqrt{5}$.

【考点】 KQ：勾股定理；PB：翻折变换（折叠问题）.

【分析】 由勾股定理求 $AB=4$ ，再根据旋转的性质和角平分线可知：点 A 的对应点 E 在直线 CB 上， $BE=2$ ，利用勾股定理可求 AE 的长.

【解答】 解： $\because CD$ 是 $\angle ACB$ 的平分线，

$\therefore$ 将 $\triangle ABC$ 沿直线 CD 翻折，点 A 的对应点 E 在直线 CB 上，

$$\therefore \angle ABC=90^\circ, AC=5, BC=3,$$

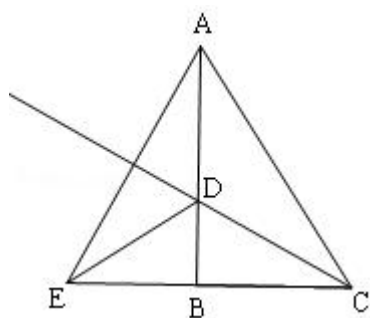
$$\therefore AB=4,$$

由旋转得： $EC=AC=5$,

$$\therefore BE=5-3=2,$$

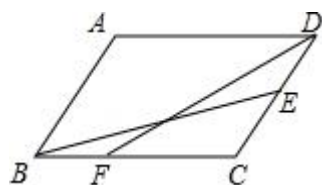
在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中，由勾股定理得： $AE=\sqrt{AB^2+BE^2}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$.

故答案为： $2\sqrt{5}$.



【点评】 本题考查了翻折变换的性质、勾股定理，明确折叠前后的两个角相等，两边相等；在图形中确定直角三角形，如果知道了一个直角三角形的两条边，可以利用勾股定理求第三边.

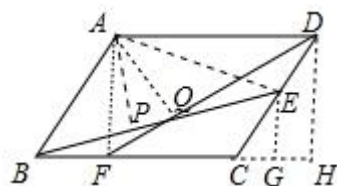
18. (4 分) 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AB:BC=2:3$ ，点 E、F 分别在边 CD、BC 上，点 E 是边 CD 的中点， $CF=2BF$ ， $\angle A=120^\circ$ ，过点 A 分别作 $AP \perp BE$ 、 $AQ \perp DF$ ，垂足分别为 P、Q，那么 $\frac{AP}{AQ}$ 的值为 $\frac{2\sqrt{39}}{13}$.



【考点】 L5: 平行四边形的性质; S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 如图，连接 AE、AF，过点 A 分别作 $AP \perp BE$ 、 $AQ \perp DF$ ，垂足分别为 P、Q，作 $DH \perp BC$ 于 H， $EG \perp BC$ 于 G，设 $AB=2a$ ， $BC=3a$ 。根据 $\frac{1}{2} \cdot AP \cdot BE = \frac{1}{2} \cdot DF \cdot AQ$ ，利用勾股定理求出 BE、DF 即可解决问题.

【解答】 解：如图，连接 AE、AF，过点 A 分别作 $AP \perp BE$ 、 $AQ \perp DF$ ，垂足分别为 P、Q，作 $DH \perp BC$ 于 H， $EG \perp BC$ 于 G，设 $AB=2a$ ， $BC=3a$.



$\therefore$ 四边形 ABCD 是平行四边形，

$\therefore AB \parallel CD$ ， $AD \parallel BC$ ， $\angle BAD = \angle BCD = 120^\circ$ ，

$$\therefore S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ADF} = \frac{1}{2} S_{\text{平行四边形 } ABCD},$$

在 $\text{Rt}\triangle CDH$ 中, $\because \angle H=90^\circ$, $CD=AB=2a$, $\angle DCH=60^\circ$,

$$\therefore CH=a, DH=\sqrt{3}a,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle DFH \text{ 中, } DF=\sqrt{FH^2+DH^2}=\sqrt{(3a)^2+(\sqrt{3}a)^2}=2\sqrt{3}a,$$

在 $\text{Rt}\triangle ECG$ 中, $\therefore CE=a$,

$$\therefore CG=\frac{1}{2}a, GE=\frac{\sqrt{3}}{2}a,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle BEG \text{ 中, } BE=\sqrt{BG^2+EG^2}=\sqrt{\left(\frac{7}{2}a\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2}=\sqrt{13}a,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot AP \cdot BE = \frac{1}{2} \cdot DF \cdot AQ,$$

$$\therefore \frac{AP}{AQ} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}} = \frac{2\sqrt{39}}{13},$$

$$\text{故答案为 } \frac{2\sqrt{39}}{13}.$$

【点评】 本题考查平行四边形的性质、勾股定理, 三角形的面积等知识, 解题的关键是利用面积法求线段的长, 学会添加常用辅助线, 学会利用参数解决问题, 属于中考常考题型.

三、解答题: (本大题共 7 题, 第 19-22 题每题 10 分, 第 23、24 题每题 12 分, 第 25 题 14 分, 满分 78 分)

$$19. (10 \text{ 分}) \text{ 计算: } 2\sin 60^\circ - |\cot 30^\circ - \cot 45^\circ| + \frac{\tan 45^\circ}{\cos 30^\circ - 1}.$$

【考点】 2C: 实数的运算; T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】 首先根据特殊角的三角函数进行代入, 然后再根据绝对值的性质计算绝对值, 然后合并同类二次根式即可.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: 原式} &= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - |\sqrt{3} - 1| + \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2} - 1}, \\ &= \sqrt{3} - \sqrt{3} + 1 + \frac{2}{\sqrt{3} - 2}, \\ &= -2\sqrt{3} - 3. \end{aligned}$$

【点评】 此题主要考查了实数运算, 正确记忆特殊角的三角函数值是解题关键.

20. (10 分) 将抛物线 $y=x^2-4x+4$ 沿 y 轴向下平移 9 个单位, 所得新抛物线与 x 轴正半轴交于点 B, 与 y 轴交于点 C, 顶点为 D. 求: (1) 点 B、C、D 坐标; (2) $\triangle BCD$ 的面积.

【考点】 H6: 二次函数图象与几何变换; HA: 抛物线与 x 轴的交点.

【分析】 (1) 首先求得抛物线 $y=x^2-4x+4$ 沿 y 轴向下平移 9 个单位后解析式, 利用配方法求得 D 的坐标, 令 $y=0$ 求得 C 的横坐标, 令 $y=0$, 解方程求得 B 的横坐标;

(2) 过 D 作 $DA \perp y$ 轴于点 A, 然后根据 $S_{\triangle BCD} = S_{\text{梯形} AOBD} - S_{\triangle BOC} - S_{\triangle ADC}$ 求解.

【解答】 解: (1) 抛物线 $y=x^2-4x+4$ 沿 y 轴向下平移 9 个单位后解析式是 $y=x^2-4x+4-9$, 即 $y=x^2-4x-5$.

$$y=x^2-4x-5=(x-2)^2-9,$$

则 D 的坐标是 (2, -9).

在 $y=x^2-4x-5$ 中令 $x=0$, 则 $y=-5$,

则 C 的坐标是 (0, -5),

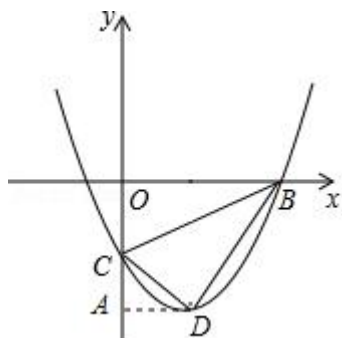
令 $y=0$, 则 $x^2-4x-5=0$,

解得 $x=-1$ 或 5,

则 B 的坐标是 (5, 0);

(2) 过 D 作 $DA \perp y$ 轴于点 A.

$$\text{则 } S_{\triangle BCD} = S_{\text{梯形} AOBD} - S_{\triangle BOC} - S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} (2+5) \times 9 - \frac{1}{2} \times 2 \times 4 - \frac{1}{2} \times 5 \times 5 = 15.$$

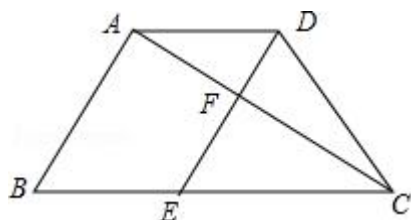


【点评】 本题考查了配方法确定二次函数的顶点坐标，以及函数与 x 轴、 y 轴的交点的求法，正确求得抛物线 $y=x^2-4x+4$ 沿 y 轴向下平移 9 个单位后解析式是关键.

21. (10 分) 如图，已知梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB=4$ ， $AD=3$ ， $AB \perp AC$ ， AC 平分 $\angle DCB$ ，过点 $DE \parallel AB$ ，分别交 AC 、 BC 于 F 、 E ，设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$. 求：

(1) 向量 $\overrightarrow{DC}$ (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示)；

(2) $\tan B$ 的值.



【考点】 LH： 梯形； LM： *平面向量； T7： 解直角三角形.

【分析】 (1) 首先证明四边形 $ABED$ 是平行四边形，推出 $DE=AB$ ，推出 $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ，

$$\overrightarrow{EC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2} \vec{b}, \quad \overrightarrow{DC} = \vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b}.$$

(2) 由 $\triangle DFC \sim \triangle BAC$ ，推出 $\frac{DC}{BC} = \frac{CF}{CA} = \frac{1}{2}$ ，求出 BC ，在 $\text{Rt} \triangle BAC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ，

根据 $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5}$ ，由 $\tan B = \frac{AC}{BC}$ ，即可解决问题.

【解答】 解： $\because AD \parallel BC$ ，

$$\therefore \angle DAC = \angle ACB,$$

$$\therefore AC \text{ 平分 } \angle DCB,$$

$$\begin{aligned}
&\therefore \angle DCA = \angle ACB, \\
&\therefore \angle DAC = \angle DCA, \\
&\therefore AD = DC, \\
&\because DE \parallel AB, \quad AB \perp AC, \\
&\therefore DE \perp AC, \\
&\therefore AF = CF, \\
&\therefore BE = CE, \\
&\because AD \parallel BC, \quad DE \parallel AB, \\
&\therefore \text{四边形 } ABED \text{ 是平行四边形}, \\
&\therefore DE = AB, \\
&\therefore \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AB} = \vec{a}, \quad \overrightarrow{EC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2} \vec{b}, \\
&\therefore \overrightarrow{DC} = \vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b}.
\end{aligned}$$

$$(2) \because \angle DCF = \angle ACB, \quad \angle DFC = \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle DFC \sim \triangle BAC,$$

$$\therefore \frac{DC}{BC} = \frac{CF}{CA} = \frac{1}{2},$$

$$\because CD = AD = 3, \quad \therefore BC = 6,$$

在 $\text{Rt}\triangle BAC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$,

$$\therefore AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5},$$

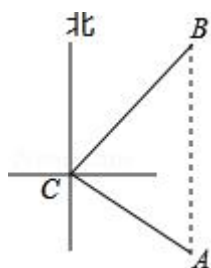
$$\therefore \tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{2\sqrt{5}}{4} = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

【点评】 本题考查平面向量、梯形、解直角三角形、平行四边形的判定和性质、勾股定理等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识, 属于基础题.

22. (10 分) 如图, 一艘海轮位于小岛 C 的南偏东 60° 方向, 距离小岛 120 海

里的 A 处，该海轮从 A 处正北方向航行一段距离后，到达位于小岛 C 北偏东 45° 方向的 B 处.

- (1) 求该海轮从 A 处到 B 处的航行过程中与小岛 C 之间的最短距离 (记过保留根号);
- (2) 如果该海轮以每小时 20 海里的速度从 B 处沿 BC 方向行驶, 求它从 B 处到达小岛 C 的航行时间 (结果精确到 0.1 小时). (参考数据: $\sqrt{2}=1.41$, $\sqrt{3}=1.73$)



【考点】 TB: 解直角三角形的应用 – 方向角问题.

【分析】 (1) 首先过点 C 作 $CD \perp AB$ 于 D, 构建直角 $\triangle ACD$, 通过解该直角三角形得到 CD 的长度即可;

(2) 通过解直角 $\triangle BCD$ 来求 BC 的长度.

【解答】 解: (1) 如图, 过点 C 作 $CD \perp AB$ 于 D,

由题意, 得 $\angle ACD=30^\circ$.

在直角 $\triangle ACD$ 中, $\angle ADC=90^\circ$,

$$\therefore \cos \angle ACD = \frac{CD}{AC},$$

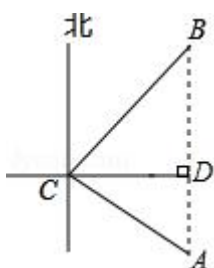
$$\therefore CD = AC \cdot \cos 30^\circ = 120 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 60\sqrt{3} \text{ (海里)};$$

(2) 在直角 $\triangle BCD$ 中, $\angle BDC=90^\circ$, $\angle DCA=45^\circ$,

$$\therefore \cos \angle BCD = \frac{CD}{BC},$$

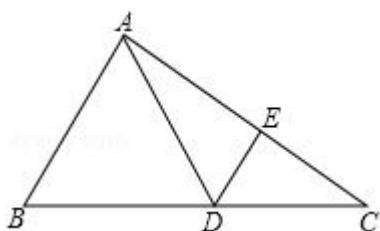
$$\therefore 146.4 \div 20 = 7.32 \approx 7.3 \text{ (小时)}.$$

(2) 如果该海轮以每小时 20 海里的速度从 B 处沿 BC 方向行驶, 求它从 B 处到达小島 C 的航行时间约为 7.3 小时.



23. (12 分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 BC 上, $\angle DAB = \angle B$, 点 E 在边 AC 上, 满足 $AE \cdot CD = AD \cdot CE$.

(2) 如果点 F 是 DE 延长线上一点, 且 BD 是 DF 和 AB 的比例中项, 联结 AF. 求证: $DF=AF$.



【分析】(1) 根据已知条件得到 $\frac{AE}{CE} = \frac{AD}{CD}$, 根据等腰三角形的判定定理得到

第 24 页 (共 32 页)

(2) 由 BD 是 DF 和 AB 的比例中项, 得到 $BD^2=DF \cdot AB$, 等量代换得到 $AD^2=DF \cdot AB$, 推出 $\frac{AD}{DF}=\frac{AB}{AD}$, 根据相似三角形的性质得到 $\frac{AF}{DF}=\frac{AD}{BD}=1$, 于是得到结论.

【解答】 证明: (1) $\because AE \cdot CD=AD \cdot CE$,

$$\therefore \frac{AE}{CE}=\frac{AD}{CD},$$

$$\therefore \angle DAB=\angle B,$$

$$\therefore AD=BD,$$

$$\therefore \frac{AE}{CE}=\frac{BD}{CD},$$

$$\therefore DE \parallel AB;$$

(2) $\because BD$ 是 DF 和 AB 的比例中项,

$$\therefore BD^2=DF \cdot AB,$$

$$\therefore AD=BD,$$

$$\therefore AD^2=DF \cdot AB,$$

$$\therefore \frac{AD}{DF}=\frac{AB}{AD},$$

$$\therefore DE \parallel AB,$$

$$\therefore \angle ADF=\angle BAD,$$

$$\therefore \triangle ADF \sim \triangle DBA,$$

$$\therefore \frac{AF}{DF}=\frac{AD}{BD}=1,$$

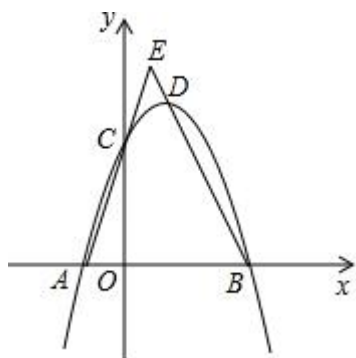
$$\therefore DF=AF.$$

【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质, 熟练掌握相似三角形的判定和性质是解题的关键.

24. (12 分) 如图, 已知抛物线 $y=-x^2+bx+3$ 与 x 轴相交于点 A 和点 B (点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C , 且 $OB=OC$, 点 D 是抛物线的顶点, 直线

AC 和 BD 交于点 E.

- (1) 求点 D 的坐标;
- (2) 连接 CD、BC, 求 $\angle DBC$ 余切值;
- (3) 设点 M 在线段 CA 的延长线上, 如果 $\triangle EBM$ 和 $\triangle ABC$ 相似, 求点 M 的坐标.



【考点】 HF: 二次函数综合题.

- 【分析】** (1) 根据题意求出点 C 的坐标、点 B 的坐标, 利用待定系数法求出抛物线的解析式, 根据二次函数的性质求出顶点坐标;
- (2) 根据等腰直角三角形的性质得到 $\angle DCB=90^\circ$, 根据余切的定义计算即可;
- (3) 运用待定系数法求出直线 CA 的解析式, 设点 M 的坐标为 $(x, 3x+3)$, 根据相似三角形的性质得到 $\angle ACB=\angle BME$, 根据等腰三角形的性质得到 $BM=BC$, 根据勾股定理列出方程, 解方程即可.

【解答】 解: (1) $\because$ 已知抛物线 $y=-x^2+bx+3$ 与 y 轴交于点 C,

$\therefore$ 点 C 的坐标为: $(0, 3)$,

$\therefore OB=OC$,

$\therefore$ 点 B 的坐标为: $(3, 0)$,

$\therefore -9+3b+3=0$,

解得, $b=2$,

∴ 抛物线的解析式为: $y = -x^2 + 2x + 3$,

$$y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4,$$

∴ 顶点 D 的坐标为 (1, 4);

(2) 如图 1, 作 $DH \perp y$ 轴于 H,

则 $CH = DH = 1$,

$$\therefore \angle HCD = \angle HDC = 45^\circ,$$

$$\therefore OB = OC,$$

$$\therefore \angle OCB = \angle OBC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DCB = 90^\circ,$$

$$\therefore \cot \angle DBC = \frac{BC}{DC} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3;$$

$$(3) -x^2 + 2x + 3 = 0,$$

解得, $x_1 = -1$, $x_2 = 3$,

∴ 点 A 的坐标为: (-1, 0),

$$\therefore \frac{OA}{OC} = \frac{1}{3}, \text{ 又 } \frac{DC}{BC} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{OA}{OC} = \frac{DC}{BC},$$

$$\therefore \text{Rt} \triangle AOC \sim \text{Rt} \triangle DCB,$$

$$\therefore \angle ACO = \angle DBC,$$

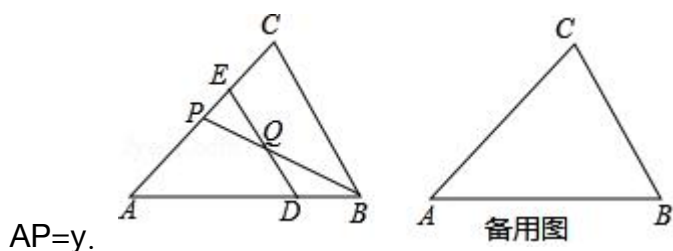
$$\therefore \angle ACB = \angle ACO + 45^\circ = \angle DBC + \angle E,$$

$$\therefore \angle E = 45^\circ,$$

$$\therefore \triangle EBM \text{ 和 } \triangle ABC \text{ 相似, } \angle E = \angle ABC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle BME,$$

$$\therefore BM = BC,$$



- (1) 求 y 关于 x 的函数解析式及定义域;
- (2) 当 $\triangle PQE$ 是等腰三角形时, 求 BD 的长;
- (3) 连接 CQ , 当 $\angle CQB$ 和 $\angle CBD$ 互补时, 求 x 的值.

【考点】KY: 三角形综合题; LJ: 等腰梯形的性质; S4: 平行线分线段成比例;

S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】16: 压轴题.

【分析】(1) 过点 D 作 $DF \parallel AC$, 交 BP 于 F , 根据平行线分线段成比例定理,

可得 $EC=BD=x$, $PE=3-x-y$, $DF=\frac{3-x-y}{2}$, 进而根据 $DF \parallel AC$, 求得 $y=\frac{9-3x}{2x+3}$,

定义域为: $0 < x < 3$;

(2) 当 $\triangle PEQ$ 为等腰三角形时, $\triangle PBC$ 也为等腰三角形, 分三种情况讨论:

①当 $PB=BC$ 时, ②当 $PC=BC=2$ 时, ③当 $PC=PB$ 时, 分别求得 BD 的长即可;

(3) 先根据已知条件判定四边形 $BCED$ 是等腰梯形, 判定 $\triangle BDQ \sim \triangle QEC$, 得

出 $\frac{BD}{QE} = \frac{DQ}{EC}$, 即 $2DQ^2 = x^2$, 再根据 $DE \parallel BC$, 得出 $\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$, 即 $\frac{3x}{2\sqrt{2}} = \frac{3-x}{3}$, 求

得 x 的值即可.

【解答】解: (1) 如图所示, 过点 D 作 $DF \parallel AC$, 交 BP 于 F , 则

根据 $QE=2DQ$, 可得

$$\frac{DF}{PE} = \frac{DQ}{QE} = \frac{1}{2},$$

又 $\because DE \parallel BC$,

$$\therefore \frac{EC}{BD} = \frac{AC}{AB} = 1,$$

$$\therefore EC=BD=x, \quad PE=3-x-y, \quad DF=\frac{3-x-y}{2},$$

$$\therefore DF \parallel AC,$$

$$\therefore \frac{DF}{AP} = \frac{BD}{AB}, \quad \text{即} \frac{3-x-y}{2y} = \frac{x}{3},$$

$$\therefore y = \frac{9-3x}{2x+3}, \quad \text{定义域为: } 0 < x < 3;$$

$$(2) \because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle PEQ \sim \triangle PBC,$$

$\therefore$ 当 $\triangle PEQ$ 为等腰三角形时, $\triangle PBC$ 也为等腰三角形,

① 当 $PB=BC$ 时, $\triangle ABC \sim \triangle BPC$,

$$\therefore BC^2 = CP \cdot AC, \quad \text{即} 4 = 3(3-y),$$

$$\text{解得 } y = \frac{5}{3},$$

$$\therefore \frac{9-3x}{2x+3} = \frac{5}{3},$$

$$\text{解得 } x = \frac{12}{19} = BD;$$

② 当 $PC=BC=2$ 时, $AP=y=1$,

$$\therefore \frac{9-3x}{2x+3} = 1,$$

$$\text{解得 } x = \frac{6}{5} = BD;$$

③ 当 $PC=PB$ 时, 点 P 与点 A 重合, 不合题意;

$$(3) \because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle BDQ + \angle CBD = 180^\circ,$$

又 $\because \angle CQB$ 和 $\angle CBD$ 互补,

$$\therefore \angle CQB + \angle CBD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle CQB = \angle BDQ,$$

$$\therefore BD = CE,$$

$\therefore$ 四边形 BCED 是等腰梯形,

$$\therefore \angle BDE = \angle CED,$$

$$\therefore \angle CQB = \angle CED,$$

$$\text{又} \because \angle DQB + \angle CQB = \angle ECQ + \angle CED,$$

$$\therefore \angle DQB = \angle ECQ,$$

$$\therefore \triangle BDQ \sim \triangle QEC,$$

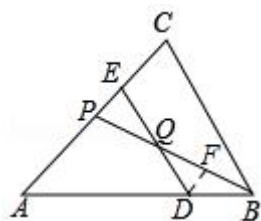
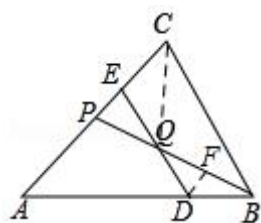
$$\therefore \frac{BD}{QE} = \frac{DQ}{EC}, \text{ 即 } 2DQ^2 = x^2,$$

$$\therefore DQ = \frac{x}{\sqrt{2}}, \quad DE = \frac{3x}{\sqrt{2}},$$

$$\therefore DE \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}, \text{ 即 } \frac{3x}{2\sqrt{2}} = \frac{3-x}{3},$$

$$\text{解得 } x = \frac{54\sqrt{2} - 24}{73}.$$



【点评】 本题属于三角形综合题，主要考查了相似三角形的判定与性质，等腰梯形的判定与性质的综合应用，解决问题的关键是作辅助线构造相似三角形，运用相似三角形的对应边成比例进行求解．在判定两个三角形相似时，应注意利用图形中已有的公共角、公共边等隐含条件，以充分发挥基本图形的作

用.