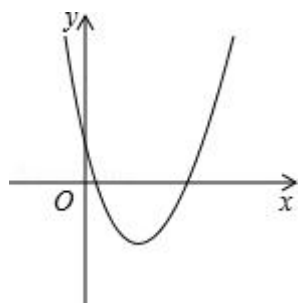


2017 年上海市宝山区中考数学一模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 已知 $\angle A=30^\circ$ ，下列判断正确的是 ()
- A. $\sin A=\frac{1}{2}$ B. $\cos A=\frac{1}{2}$ C. $\tan A=\frac{1}{2}$ D. $\cot A=\frac{1}{2}$
2. (4 分) 如果 C 是线段 AB 的黄金分割点 C，并且 $AC > CB$ ， $AB=1$ ，那么 AC 的长度为 ()
- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ D. $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$
3. (4 分) 二次函数 $y=x^2+2x+3$ 的定义域为 ()
- A. $x > 0$ B. x 为一切实数
C. $y > 2$ D. y 为一切实数
4. (4 分) 已知非零向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 之间满足 $\vec{a} = -3\vec{b}$ ，下列判断正确的是 ()
- A. $\vec{a}$ 的模为 3 B. $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的模之比为 $-3:1$
C. $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 平行且方向相同 D. $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 平行且方向相反
5. (4 分) 如果从甲船看乙船，乙船在甲船的北偏东 30° 方向，那么从乙船看甲船，甲船在乙船的 ()
- A. 南偏西 30° 方向 B. 南偏西 60° 方向
C. 南偏东 30° 方向 D. 南偏东 60° 方向
6. (4 分) 二次函数 $y=a(x+m)^2+n$ 的图象如图，则一次函数 $y=mx+n$ 的图象经过 ()



A. 第一、二、三象限

B. 第一、二、四象限

C. 第二、三、四象限

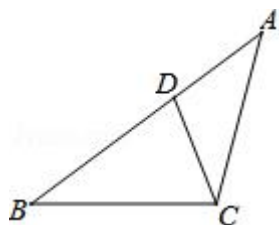
D. 第一、三、四象限

二、填空题: (本大题共 12 小题, 每题 4 分, 满分 48 分)

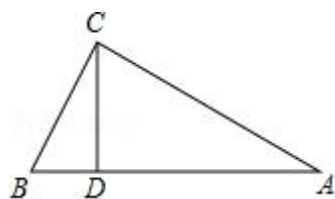
7. (4 分) 已知 $2a=3b$, 则 $\frac{a}{b}=\underline{\hspace{2cm}}$.

8. (4 分) 如果两个相似三角形的相似比为 1: 4, 那么它们的面积比为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

9. (4 分) 如图, D 为 $\triangle ABC$ 的边 AB 上一点, 如果 $\angle ACD = \angle ABC$ 时, 那么图中 $\underline{\hspace{2cm}}$ 是 AD 和 AB 的比例中项.

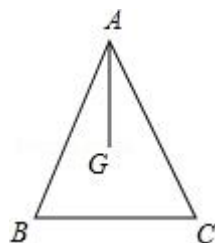


10. (4 分) 如图, $\triangle ABC$ 中 $\angle C=90^\circ$, 若 $CD \perp AB$ 于 D, 且 $BD=4$, $AD=9$, 则 $\tan A = \underline{\hspace{2cm}}$.



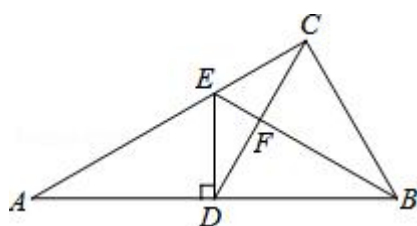
11. (4 分) 计算: $2(\vec{a} + 3\vec{b}) - 5\vec{b} = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. (4 分) 如图, G 为 $\triangle ABC$ 的重心, 如果 $AB=AC=13$, $BC=10$, 那么 AG 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



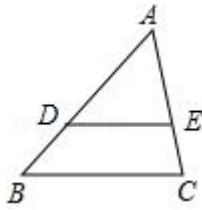
13. (4 分) 二次函数 $y=5(x-4)^2+3$ 向左平移二个单位长度, 再向下平移一个单位长度, 得到的函数解析式是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. (4分) 如果点 A (1, 2) 和点 B (3, 2) 都在抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的图象上, 那么抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴是直线_____.
15. (4分) 已知 A (2, y_1)、B (3, y_2) 是抛物线 $y=-\sqrt{2}(x-1)^2+\sqrt{3}$ 的图象上两点, 则 y_1 _____ y_2 . (填不等号)
16. (4分) 如果在一个斜坡上每向上前进 13 米, 水平高度就升高了 5 米, 则该斜坡的坡度 i =_____.
17. (4分) 数学小组在活动中继承了师兄学姐们的研究成果, 将能够确定形如 $y=ax^2+bx+c$ 的抛物线的形状、大小、开口方向、位置等特征的系数 a 、 b 、 c 称为该抛物线的特征数, 记作: 特征数{ a 、 b 、 c }, (请你求) 在研究活动中被记作特征数为{1、-4、3}的抛物线的顶点坐标为_____.
18. (4分) 如图, D 为直角 $\triangle ABC$ 的斜边 AB 上一点, $DE \perp AB$ 交 AC 于 E, 如果 $\triangle AED$ 沿 DE 翻折, A 恰好与 B 重合, 联结 CD 交 BE 于 F, 如果 $AC=8$, $\tan A = \frac{1}{2}$, 那么 $CF:DF$ =_____.

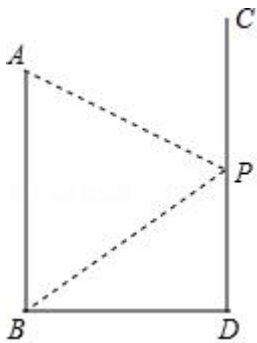


三、解答题: (本大题共 7 小题, 满分 78 分)

19. (10分) 计算: $\frac{\cot 45^\circ}{\tan 60^\circ - 2\sin 45^\circ} - \cos 30^\circ + (2017 - \pi)^0$.
20. (10分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D、E 分别在边 AB、AC 上, 如果 $DE \parallel BC$, 且 $DE = \frac{2}{3}BC$.
- (1) 如果 $AC=6$, 求 CE 的长;
- (2) 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 求向量 $\overrightarrow{DE}$ (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示).



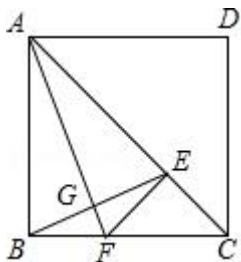
21. (10 分) 如图, AB 、 CD 分别表示两幢相距 36 米的大楼, 高兴同学站在 CD 大楼的 P 处窗口观察 AB 大楼的底部 B 点的俯角为 45° , 观察 AB 大楼的顶部 A 点的仰角为 30° , 求大楼 AB 的高.



22. (12 分) 直线 $l: y = -\frac{3}{4}x + 6$ 交 y 轴于点 A , 与 x 轴交于点 B , 过 A 、 B 两点的抛物线 m 与 x 轴的另一个交点为 C , (C 在 B 的左边), 如果 $BC=5$, 求抛物线 m 的解析式, 并根据函数图象指出当 m 的函数值大于 0 的函数值时 x 的取值范围.

23. (12 分) 如图, 点 E 是正方形 $ABCD$ 的对角线 AC 上的一个动点 (不与 A 、 C 重合), 作 $EF \perp AC$ 交边 BC 于点 F , 联结 AF 、 BE 交于点 G .

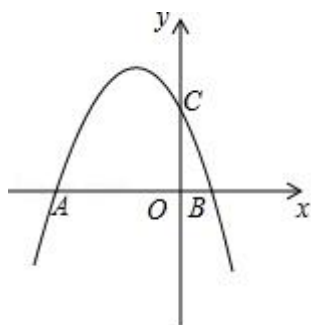
- (1) 求证: $\triangle CAF \sim \triangle CBE$;
- (2) 若 $AE:EC=2:1$, 求 $\tan \angle BEF$ 的值.



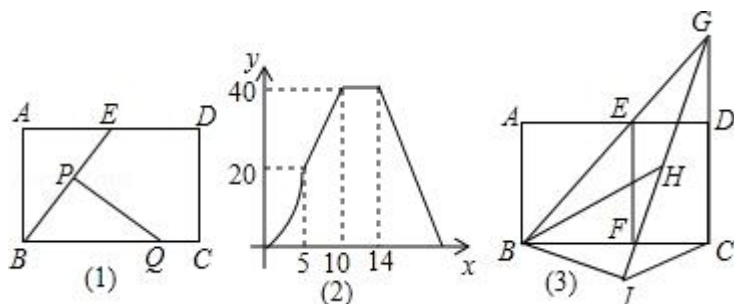
24. (12 分) 如图, 二次函数 $y = ax^2 - \frac{3}{2}x + 2$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴交于 A 、 B

两点，与 y 轴交于点 C ，已知点 $A(-4, 0)$ 。

- (1) 求抛物线与直线 AC 的函数解析式；
- (2) 若点 $D(m, n)$ 是抛物线在第二象限的部分上的一动点，四边形 $OCDA$ 的面积为 S ，求 S 关于 m 的函数关系；
- (3) 若点 E 为抛物线上任意一点，点 F 为 x 轴上任意一点，当以 A 、 C 、 E 、 F 为顶点的四边形是平行四边形时，请直接写出满足条件的所有点 E 的坐标。



25. (12 分) 如图 (1) 所示， E 为矩形 $ABCD$ 的边 AD 上一点，动点 P 、 Q 同时从点 B 出发，点 P 以 1cm/秒 的速度沿折线 $BE - ED - DC$ 运动到点 C 时停止，点 Q 以 2cm/秒 的速度沿 BC 运动到点 C 时停止。设 P 、 Q 同时出发 t 秒时， $\triangle BPQ$ 的面积为 $y\text{cm}^2$ 。已知 y 与 t 的函数关系图象如图 (2) (其中曲线 OG 为抛物线的一部分，其余各部分均为线段)。



- (1) 试根据图 (2) 求 $0 < t \leq 5$ 时， $\triangle BPQ$ 的面积 y 关于 t 的函数解析式；
- (2) 求出线段 BC 、 BE 、 ED 的长度；
- (3) 当 t 为多少秒时，以 B 、 P 、 Q 为顶点的三角形和 $\triangle ABE$ 相似；

(4) 如图 (3) 过 E 作 $EF \perp BC$ 于 F, $\triangle BEF$ 绕点 B 按顺时针方向旋转一定角度, 如果 $\triangle BEF$ 中 E、F 的对应点 H、I 恰好和射线 BE、CD 的交点 G 在一条直线, 求此时 C、I 两点之间的距离.

2017 年上海市宝山区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)

1. (4 分) 已知 $\angle A=30^\circ$ ，下列判断正确的是 ()

A. $\sin A = \frac{1}{2}$ B. $\cos A = \frac{1}{2}$ C. $\tan A = \frac{1}{2}$ D. $\cot A = \frac{1}{2}$

【考点】T5：特殊角的三角函数值.

【分析】根据特殊角的三角函数值进行判断即可

【解答】解： $\because \angle A=30^\circ$,

$$\therefore \sin A = \frac{1}{2}, \cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}, \tan A = \frac{\sqrt{3}}{3}, \cot A = \sqrt{3},$$

故选：A.

【点评】本题考查的是特殊角的三角函数值，熟记 30° 的四个三角函数值是解题的关键.

2. (4 分) 如果 C 是线段 AB 的黄金分割点 C，并且 $AC > CB$ ， $AB=1$ ，那么 AC 的长度为 ()

A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ D. $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$

【考点】S3：黄金分割.

【分析】根据黄金比值是 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 计算即可.

【解答】解： $\because C$ 是线段 AB 的黄金分割点 C， $AC > CB$,

$$\therefore AC = \frac{\sqrt{5}-1}{2} AB = \frac{\sqrt{5}-1}{2},$$

故选：C.

【点评】本题考查的是黄金分割的概念，掌握把线段 AB 分成两条线段 AC 和 BC ($AC > BC$)，且使 AC 是 AB 和 BC 的比例中项，叫做把线段 AB 黄金分

C. 南偏东 30° 方向

D. 南偏东 60° 方向

【考点】IH：方向角.

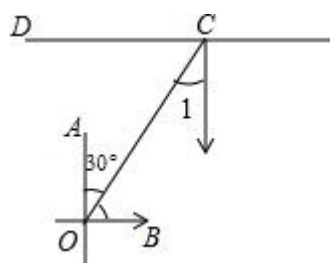
【分析】根据题意正确画出图形进而分析得出从乙船看甲船的方向.

【解答】解：如图所示：可得 $\angle 1 = 30^\circ$,

$\therefore$ 从甲船看乙船，乙船在甲船的北偏东 30° 方向，

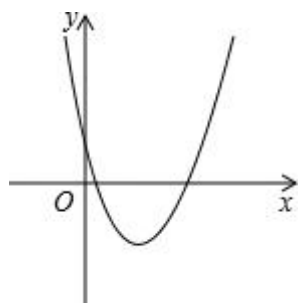
$\therefore$ 从乙船看甲船，甲船在乙船的南偏西 30° 方向.

故选：A.



【点评】此题主要考查了方向角，根据题意画出图形是解题关键.

6. (4分) 二次函数 $y = a(x+m)^2 + n$ 的图象如图，则一次函数 $y = mx + n$ 的图象经过 ()



A. 第一、二、三象限

B. 第一、二、四象限

C. 第二、三、四象限

D. 第一、三、四象限

【考点】F5：一次函数的性质；H2：二次函数的图象.

【分析】根据抛物线的顶点在第四象限，得出 $n < 0$ ， $m < 0$ ，即可得出一次函数

$y = mx + n$ 的图象经过二、三、四象限.

【解答】解：∵抛物线的顶点在第四象限，

∴ $-m > 0$, $n < 0$,

∴ $m < 0$,

∴一次函数 $y=mx+n$ 的图象经过二、三、四象限，

故选：C.

【点评】此题考查了二次函数的图象，用到的知识点是二次函数的图象与性质、一次函数的图象与性质，关键是根据抛物线的顶点在第四象限，得出 n 、 m 的符号.

二、填空题：（本大题共 12 小题，每题 4 分，满分 48 分）

7. (4 分) 已知 $2a=3b$ ，则 $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$.

【考点】S1：比例的性质.

【专题】11：计算题.

【分析】根据比例的基本性质：两外项之积等于两内项之积. 可直接得到 $\frac{a}{b}$ 的结果.

【解答】解：∵ $2a=3b$ ，∴ $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$.

【点评】根据比例的基本性质能够熟练进行比例式和等积式的相互转换.

8. (4 分) 如果两个相似三角形的相似比为 1: 4, 那么它们的面积比为 1: 16.

【考点】S7：相似三角形的性质.

【分析】根据相似三角形的性质：相似三角形的面积比等于相似比的平方即可解得.

【解答】解：∵两个相似三角形的相似比为 1: 4,

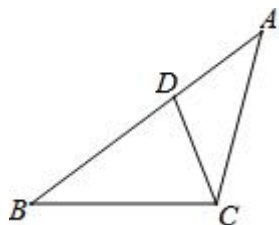
∴它们的面积比为 1: 16.

故答案为 1: 16.

【点评】本题考查对相似三角形性质的理解. (1) 相似三角形周长的比等于相似

比；(2) 相似三角形面积的比等于相似比的平方；(3) 相似三角形对应高的比、对应中线的比、对应角平分线的比都等于相似比.

9. (4 分) 如图, D 为 $\triangle ABC$ 的边 AB 上一点, 如果 $\angle ACD = \angle ABC$ 时, 那么图中 AC 是 AD 和 AB 的比例中项.



【考点】S2: 比例线段.

【分析】根据两角分别相等的两个三角形相似, 可得 $\triangle ACD \sim \triangle ABC$ 的关系, 根据相似三角形的性质, 可得答案.

【解答】解: 在 $\triangle ACD$ 与 $\triangle ABC$ 中,

$$\angle ACD = \angle ABC, \quad \angle A = \angle A,$$

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB},$$

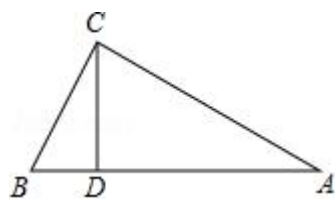
$\therefore AC$ 是 AD 和 AB 的比例中项.

故答案为 AC.

【点评】本题考查了相似三角形的判定与性质, 比例线段, 得出 $\triangle ACD \sim \triangle ABC$ 是解题的关键.

10. (4 分) 如图, $\triangle ABC$ 中 $\angle C = 90^\circ$, 若 $CD \perp AB$ 于 D, 且 $BD = 4$, $AD = 9$, 则

$$\tan A = \frac{2}{3}.$$



【考点】T7：解直角三角形.

【分析】先证明 $\triangle BDC \sim \triangle CDA$ ，利用相似三角形的性质求出 CD 的长度，然后根据锐角三角函数的定义即可求出 $\tan A$ 的值.

【解答】解： $\because \angle BCD + \angle DCA = \angle DCA + \angle A = 90^\circ$,

$$\therefore \angle BCD = \angle A,$$

$$\therefore CD \perp AB,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle CDA = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle BDC \sim \triangle CDA,$$

$$\therefore CD^2 = BD \cdot AD,$$

$$\therefore CD = 6,$$

$$\therefore \tan A = \frac{CD}{AD} = \frac{2}{3}$$

$$\text{故答案为: } \frac{2}{3}$$

【点评】本题考查解直角三角形，涉及锐角三角函数，相似三角形的判定与性质.

$$11. (4 \text{ 分}) \text{ 计算: } 2(\vec{a} + 3\vec{b}) - 5\vec{b} = \underline{2\vec{a} + \vec{b}}.$$

【考点】LM：*平面向量.

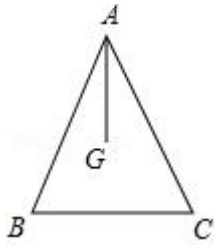
【分析】可根据向量的加法法则进行计算，可得答案.

$$\text{【解答】解: } 2(\vec{a} + 3\vec{b}) - 5\vec{b} = 2\vec{a} + 6\vec{b} - 5\vec{b} = 2\vec{a} + \vec{b},$$

$$\text{故答案为: } 2\vec{a} + \vec{b}.$$

【点评】本题难度中等，考查向量的知识.

$$12. (4 \text{ 分}) \text{ 如图, } G \text{ 为 } \triangle ABC \text{ 的重心, 如果 } AB = AC = 13, BC = 10, \text{ 那么 } AG \text{ 的长为 } \underline{8}.$$



【考点】 K5: 三角形的重心; KH: 等腰三角形的性质; KQ: 勾股定理.

【分析】 延长 AG 交 BC 于 D, 根据重心的概念得到 $\angle BAD = \angle CAD$, 根据等腰三角形的性质求出 BD, 根据勾股定理和重心的性质计算即可.

【解答】 解: 延长 AG 交 BC 于 D,

$\because G$ 为 $\triangle ABC$ 的重心,

$\therefore \angle BAD = \angle CAD$,

$\because AB = AC$,

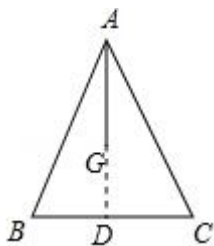
$\therefore BD = \frac{1}{2}BC = 5$, $AD \perp BC$,

由勾股定理得, $AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = 12$,

$\because G$ 为 $\triangle ABC$ 的重心,

$\therefore AG = \frac{2}{3}AD = 8$,

故答案为: 8.



【点评】 本题考查的是三角形的重心的概念和性质, 掌握重心到顶点的距离与重心到对边中点的距离之比为 2: 1 是解题的关键.

13. (4 分) 二次函数 $y = 5(x - 4)^2 + 3$ 向左平移二个单位长度, 再向下平移一个单位长度, 得到的函数解析式是 $y = 5(x - 2)^2 + 2$.

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】按照“左加右减, 上加下减”的规律求解即可.

【解答】解: $y=5(x-4)^2+3$ 向左平移二个单位长度, 再向下平移一个单位长度得 $y=5(x-4+2)^2+3-1$, 即 $y=5(x-2)^2+2$.

故答案为 $y=5(x-2)^2+2$.

【点评】本题考查了抛物线的平移以及抛物线解析式的变化规律: 左加右减, 上加下减.

14. (4 分) 如果点 A (1, 2) 和点 B (3, 2) 都在抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的图象上, 那么抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴是直线 $x=2$.

【考点】H3: 二次函数的性质.

【分析】根据函数值相等的点到抛物线对称轴的距离相等可求得其对称轴.

【解答】解:

$\because$ 点 A (1, 2) 和点 B (3, 2) 都在抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的图象上,

$\therefore$ 其对称轴为 $x=\frac{1+3}{2}=2$

故答案为: $x=2$.

【点评】本题主要考查二次函数的性质, 掌握二次函数中, 函数值相等的点到抛物线对称轴的距离相等是解题的关键.

15. (4 分) 已知 A (2, y_1)、B (3, y_2) 是抛物线 $y=-\sqrt{2}(x-1)^2+\sqrt{3}$ 的图象上两点, 则 y_1 $>$ y_2 . (填不等号)

【考点】H5: 二次函数图象上点的坐标特征.

【分析】先确定其对称轴, 利用增减性进行判断; 也可以将 A、B 两点的坐标分别代入求出纵坐标, 再进行判断.

【解答】解: 由题意得: 抛物线的对称轴是: 直线 $x=1$,

$\therefore -\sqrt{2} < 0$,

∴ 当 $x > 1$ 时, y 随 x 的增大而减小,

∴ $2 < 3$,

∴ $y_1 > y_2$,

故答案为: $>$.

【点评】 本题考查了二次函数的增减性, 二次函数的增减性与二次项系数 a 和对称轴有关: ① $a > 0$ 时, 对称轴的右侧, y 随 x 的增大而增大, 对称轴的左侧, y 随 x 的增大而减小; ② $a < 0$ 时, 对称轴的右侧, y 随 x 的增大而减小, 对称轴的左侧, y 随 x 的增大而增大; 这一性质运用上有难度, 要认真理解.

16. (4 分) 如果在一个斜坡上每向上前进 13 米, 水平高度就升高了 5 米, 则该斜坡的坡度 $i =$ 1: 2.4.

【考点】 T9: 解直角三角形的应用 – 坡度坡角问题.

【分析】 根据在一个斜坡上前进 5 米, 水平高度升高了 1 米, 可以计算出此时的水平距离, 水平高度与水平距离的比值即为坡度, 从而可以解答本题.

【解答】 解: 设在一个斜坡上前进 13 米, 水平高度升高了 5 米, 此时水平距离为 x 米,

根据勾股定理, 得 $x^2 + 5^2 = 13^2$,

解得: $x = 12$,

故该斜坡坡度 $i = 5: 12 = 1: 2.4$.

故答案为: 1: 2.4.

【点评】 本题考查解直角三角形的应用 – 坡度坡角问题, 解题的关键是明确什么是坡度, 难度不大.

17. (4 分) 数学小组在活动中继承了师兄学姐们的研究成果, 将能够确定形如 $y = ax^2 + bx + c$ 的抛物线的形状、大小、开口方向、位置等特征的系数 a 、 b 、 c

称为该抛物线的特征数，记作：特征数{a、b、c}，（请你求）在研究活动中
被记作特征数为{1、-4、3}的抛物线的顶点坐标为 (2, -1)。

【考点】H2：二次函数的图象；H3：二次函数的性质.

【分析】由条件可求得抛物线解析式，化为顶点式可求得答案.

【解答】解：

∵特征数为{1、-4、3}，

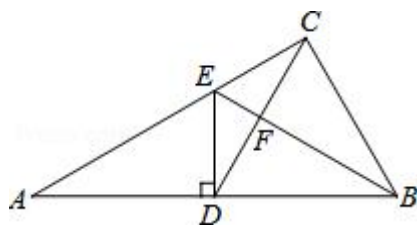
∴抛物线解析式为 $y = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$ ，

∴抛物线顶点坐标为 (2, -1)，

故答案为：(2, -1).

【点评】本题主要考查二次函数的性质，掌握抛物线的顶点式是解题的关键，即在 $y = a(x - h)^2 + k$ 中，对称轴为 $x = h$ ，顶点坐标为 (h, k)。

18. (4分) 如图，D为直角△ABC的斜边AB上一点，DE⊥AB交AC于E，
如果△AED沿DE翻折，A恰好与B重合，联结CD交BE于F，如果AC=8，
 $\tan A = \frac{1}{2}$ ，那么CF：DF= 6：5。



【考点】PB：翻折变换（折叠问题）；T7：解直角三角形.

【专题】16：压轴题；4A：面积法.

【分析】先根据 $DE \perp AB$ ， $\tan A = \frac{1}{2}$ ，AC=8，求得BC=4，CE=3，BD=2√5，

DE=√5，再过点C作CG⊥BE于G，作DH⊥BE于H，根据面积法求得CG

和DH的长，最后根据△CFG∽△DFH，得到 $\frac{CF}{DF} = \frac{CG}{DH} = \frac{\frac{12}{5}}{\frac{6}{5}} = 2$ 即可。

【解答】解： $\because DE \perp AB$, $\tan A = \frac{1}{2}$,

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AD,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ABC \text{ 中, } AC=8, \tan A = \frac{1}{2},$$

$$\therefore BC=4, AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=4\sqrt{5},$$

又 $\because \triangle AED$ 沿 DE 翻折, A 恰好与 B 重合,

$$\therefore AD=BD=2\sqrt{5}, DE=\sqrt{5},$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ADE \text{ 中, } AE=\sqrt{AD^2+DE^2}=5,$$

$$\therefore CE=8-5=3,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle BCE \text{ 中, } BE=\sqrt{3^2+4^2}=5,$$

如图, 过点 C 作 $CG \perp BE$ 于 G , 作 $DH \perp BE$ 于 H , 则

$$\text{Rt}\triangle BDE \text{ 中, } DH = \frac{\sqrt{5} \times 2\sqrt{5}}{5} = 2,$$

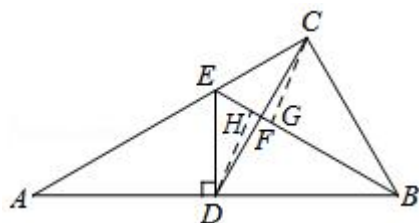
$$\text{Rt}\triangle BCE \text{ 中, } CG = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5},$$

$$\therefore CG \parallel DH,$$

$$\therefore \triangle CFG \sim \triangle DFH,$$

$$\therefore \frac{CF}{DF} = \frac{CG}{DH} = \frac{\frac{12}{5}}{2} = \frac{6}{5}.$$

故答案为: 6: 5.



【点评】 本题主要考查了折叠的性质、勾股定理和解直角三角形的应用, 解决问题的关键是作辅助线构造相似三角形, 解题时注意面积法的灵活运用.

三、解答题: (本大题共 7 小题, 满分 78 分)

19. (10 分) 计算: $\frac{\cot 45^\circ}{\tan 60^\circ - 2\sin 45^\circ} - \cos 30^\circ + (2017 - \pi)^0$.

【考点】2C: 实数的运算; 6E: 零指数幂; T5: 特殊角的三角函数值.

【专题】11: 计算题; 511: 实数.

【分析】原式利用特殊角的三角函数值, 以及零指数幂法则计算即可得到结果.

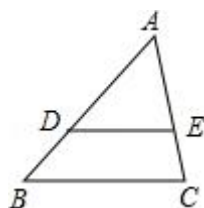
【解答】解: 原式 = $\frac{1}{\sqrt{3} - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}} - \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 = \sqrt{3} + \sqrt{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{2} + 1$.

【点评】此题考查了实数的运算, 熟练掌握运算是解本题的关键.

20. (10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D、E 分别在边 AB、AC 上, 如果 $DE \parallel BC$, 且 $DE = \frac{2}{3}BC$.

(1) 如果 $AC=6$, 求 CE 的长;

(2) 设 $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AC} = \vec{b}$, 求向量 $\vec{DE}$ (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示).



【考点】LM: *平面向量.

【分析】(1) 根据相似三角形的判定与性质, 可得 AE 的长, 根据线段的和差, 可得答案;

(2) 根据相似三角形的判定与性质, 可得 AE, AD 的长, 根据向量的减法运算, 可得答案.

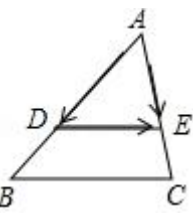
【解答】解: (1) 由 $DE \parallel BC$, 得

$$\triangle ADE \sim \triangle ABC, \quad \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}.$$

又 $DE = \frac{2}{3}BC$ 且 $AC=6$, 得

$$AE = \frac{2}{3}AC = 4,$$

$$CE = AC - AE = 6 - 4 = 2;$$



(2) 如图

由 $DE \parallel BC$, 得

$$\triangle ADE \sim \triangle ABC, \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}.$$

又 $AC=6$ 且 $DE=\frac{2}{3}BC$, 得

$$AE=\frac{2}{3}AC, AD=\frac{2}{3}AB.$$

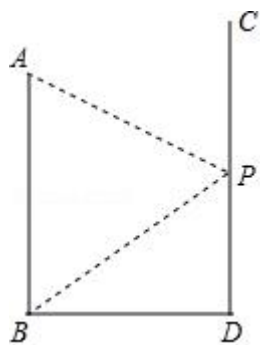
$$\overrightarrow{AE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}=\frac{2}{3}\vec{b}, \quad \overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}=\frac{2}{3}\vec{a}.$$

$$\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\vec{b}-\frac{2}{3}\vec{a}.$$

【点评】 本题考查了向量的运算, 利用向量的减法运算是解题关键.

21. (10 分) 如图, AB 、 CD 分别表示两幢相距 36 米的大楼, 高兴同学站在 CD

大楼的 P 处窗口观察 AB 大楼的底部 B 点的俯角为 45° , 观察 AB 大楼的顶部 A 点的仰角为 30° , 求大楼 AB 的高.



【考点】 TA: 解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题.

【分析】 过点 P 作 AB 的垂线, 垂足为 E , 根据题意可得出四边形 $PDBE$ 是矩形, 再由 $\angle EPB=45^\circ$ 可知 $BE=PE=36m$, 由 $AE=PE \cdot \tan 30^\circ$ 得出 AE 的长, 进而可得出结论.

【解答】 解: 如图, 过点 P 作 AB 的垂线, 垂足为 E ,

$\therefore PD \perp AB, DB \perp AB,$

$\therefore$ 四边形 PDBE 是矩形,

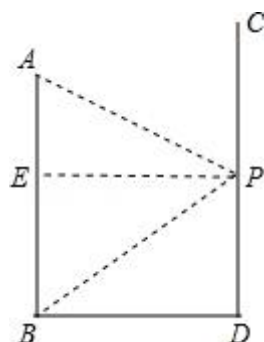
$\therefore BD=36\text{m}, \angle EPB=45^\circ,$

$\therefore BE=PE=36\text{m},$

$\therefore AE=PE \cdot \tan 30^\circ = 36 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 12\sqrt{3} \text{ (m)},$

$\therefore AB=12\sqrt{3}+36 \text{ (m)}.$

答: 建筑物 AB 的高为 $36+12\sqrt{3}$ 米.



【点评】 本题考查的是解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题, 根据题意作出辅助线, 构造出直角三角形是解答此题的关键.

22. (12 分) 直线 $l: y = -\frac{3}{4}x + 6$ 交 y 轴于点 A, 与 x 轴交于点 B, 过 A、B 两点的抛物线 m 与 x 轴的另一个交点为 C, (C 在 B 的左边), 如果 $BC=5$, 求抛物线 m 的解析式, 并根据函数图象指出当 m 的函数值大于 0 的函数值时 x 的取值范围.

【考点】 H8: 待定系数法求二次函数解析式; HA: 抛物线与 x 轴的交点; HC: 二次函数与不等式 (组).

【分析】 先根据函数的解析式求出 A、B 两点的坐标, 再求出点 C 的坐标, 利用待定系数法求出抛物线 m 的解析式, 画出其图象, 利用数形结合即可求解.

【解答】 解: $\because y = -\frac{3}{4}x + 6$ 交 y 轴于点 A, 与 x 轴交于点 B,

$\therefore x=0$ 时, $y=6,$

∴ A (0, 6),

y=0 时, x=8,

∴ B (8, 0),

∴ 过 A、B 两点的抛物线 m 与 x 轴的另一个交点为 C, (C 在 B 的左边), BC=5,

∴ C (3, 0).

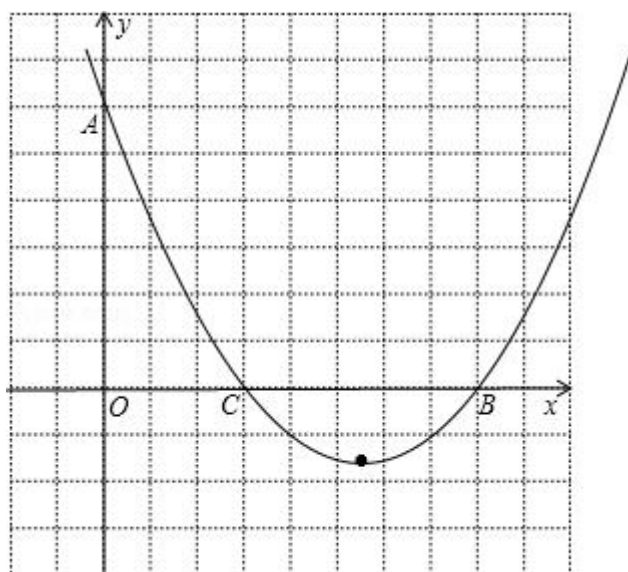
设抛物线 m 的解析式为 $y=a(x-3)(x-8)$,

将 A (0, 6) 代入, 得 $24a=6$, 解得 $a=\frac{1}{4}$,

∴ 抛物线 m 的解析式为 $y=\frac{1}{4}(x-3)(x-8)$, 即 $y=\frac{1}{4}x^2-\frac{11}{4}x+6$;

函数图象如右:

当抛物线 m 的函数值大于 0 时, x 的取值范围是 $x<3$ 或 $x>8$.

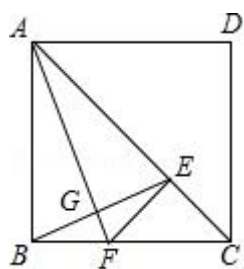


【点评】 本题考查了二次函数与不等式, 待定系数法求二次函数的解析式, 二次函数图象上点的坐标特征, 正确求出二次函数的解析式是解题的关键.

23. (12 分) 如图, 点 E 是正方形 ABCD 的对角线 AC 上的一个动点 (不与 A、C 重合), 作 $EF \perp AC$ 交边 BC 于点 F, 联结 AF、BE 交于点 G.

(1) 求证: $\triangle CAF \sim \triangle CBE$;

(2) 若 $AE:EC=2:1$, 求 $\tan \angle BEF$ 的值.



【考点】 LE: 正方形的性质; S9: 相似三角形的判定与性质; T7: 解直角三角形.

【分析】 (1) 利用 AA 证明 $\triangle CEF \sim \triangle CAB$, 再列出比例式利用 SAS 证明 $\triangle CAF \sim \triangle CBE$

(2) 证出 $\angle BAF = \angle BEF$, 设 $EC=1$, 则 $EF=1$, $FC=\sqrt{2}$, $AC=3$, 由勾股定理得出 $AB=BC=\frac{\sqrt{2}}{2}AC=\frac{3\sqrt{2}}{2}$, 得出 $BF=BC-FC=\frac{\sqrt{2}}{2}$, 由三角函数即可得出结果.

【解答】 (1) 证明: $\because$ 四边形 ABCD 是正方形,

$$\therefore \angle ABC=90^\circ,$$

$$\therefore EF \perp AC,$$

$$\therefore \angle FEC=90^\circ=\angle ABC,$$

$$\text{又} \because \angle FCE=\angle ACB,$$

$$\therefore \triangle CEF \sim \triangle CAB,$$

$$\therefore \frac{CF}{CE} = \frac{CB}{CA},$$

$$\text{又} \because \angle ACF=\angle BCE,$$

$$\therefore \triangle CAF \sim \triangle CBE;$$

$$(2) \because \triangle CAF \sim \triangle CBE,$$

$$\therefore \angle CAF=\angle CBE,$$

$$\because \angle BAC=\angle BCA=45^\circ,$$

$$\therefore \angle BAF=\angle BEF,$$

设 $EC=1$ ，则 $EF=1$ ， $FC=\sqrt{2}$ ，

$\therefore AE: EC=2: 1$ ，

$\therefore AC=3$ ，

$\therefore AB=BC=\frac{\sqrt{2}}{2}AC=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ，

$\therefore BF=BC-FC=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，

$\therefore \tan \angle BEF = \tan \angle BAF = \frac{BF}{AB} = \frac{1}{3}$ 。

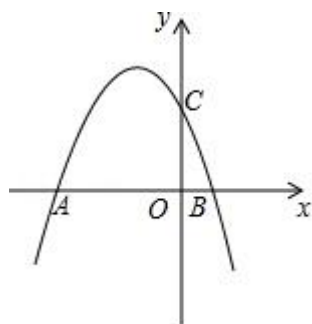
【点评】 本题考查了正方形的性质、相似三角形的判定与性质、勾股定理、三角函数等知识；熟练掌握正方形的性质，证明三角形相似是解决问题的关键。

24. (12 分) 如图，二次函数 $y=ax^2-\frac{3}{2}x+2$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴交于 A 、 B 两点，与 y 轴交于点 C ，已知点 $A(-4, 0)$ 。

(1) 求抛物线与直线 AC 的函数解析式；

(2) 若点 $D(m, n)$ 是抛物线在第二象限的部分上的一动点，四边形 $OCDA$ 的面积为 S ，求 S 关于 m 的函数关系；

(3) 若点 E 为抛物线上任意一点，点 F 为 x 轴上任意一点，当以 A 、 C 、 E 、 F 为顶点的四边形是平行四边形时，请直接写出满足条件的所有点 E 的坐标。



【考点】 A7：解一元二次方程－公式法；HF：二次函数综合题；L5：平行四边形的性质。

【专题】 15：综合题。

【分析】 (1) 把点 A 的坐标代入抛物线的解析式，就可求得抛物线的解析式，

根据 A, C 两点的坐标, 可求得直线 AC 的函数解析式;

(2) 先过点 D 作 $DH \perp x$ 轴于点 H, 运用割补法即可得到: 四边形 OCDA 的面积 = $\triangle ADH$ 的面积 + 四边形 OCDH 的面积, 据此列式计算化简就可求得 S 关于 m 的函数关系;

(3) 由于 AC 确定, 可分 AC 是平行四边形的边和对角线两种情况讨论, 得到点 E 与点 C 的纵坐标之间的关系, 然后代入抛物线的解析式, 就可得到满足条件的所有点 E 的坐标.

【解答】 解: (1) $\because A(-4, 0)$ 在二次函数 $y = ax^2 - \frac{3}{2}x + 2$ ($a \neq 0$) 的图象上,

$$\therefore 0 = 16a + 6 + 2,$$

$$\text{解得 } a = -\frac{1}{2},$$

$$\therefore \text{抛物线的函数解析式为 } y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2;$$

$$\therefore \text{点 C 的坐标为 } (0, 2),$$

设直线 AC 的解析式为 $y = kx + b$, 则

$$\begin{cases} 0 = -4k + b \\ 2 = b \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = 2 \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 AC 的函数解析式为: } y = \frac{1}{2}x + 2;$$

(2) $\because$ 点 D (m, n) 是抛物线在第二象限的部分上的一动点,

$$\therefore D \left(m, -\frac{1}{2}m^2 - \frac{3}{2}m + 2 \right),$$

过点 D 作 $DH \perp x$ 轴于点 H, 则 $DH = -\frac{1}{2}m^2 - \frac{3}{2}m + 2$, $AH = m + 4$, $HO = -m$,

$\therefore$ 四边形 OCDA 的面积 = $\triangle ADH$ 的面积 + 四边形 OCDH 的面积,

$$\therefore S = \frac{1}{2} (m+4) \times \left(-\frac{1}{2}m^2 - \frac{3}{2}m + 2 \right) + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2}m^2 - \frac{3}{2}m + 2 + 2 \right) \times (-m),$$

化简，得 $S = -m^2 - 4m + 4$ ($-4 < m < 0$)；

(3) ①若 AC 为平行四边形的一边，则 C 、 E 到 AF 的距离相等，

$$\therefore |y_E| = |y_C| = 2,$$

$$\therefore y_E = \pm 2.$$

当 $y_E = 2$ 时，解方程 $-\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2 = 2$ 得，

$$x_1 = 0, \quad x_2 = -3,$$

$\therefore$ 点 E 的坐标为 $(-3, 2)$ ；

当 $y_E = -2$ 时，解方程 $-\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2 = -2$ 得，

$$x_1 = \frac{-3 - \sqrt{41}}{2}, \quad x_2 = \frac{-3 + \sqrt{41}}{2},$$

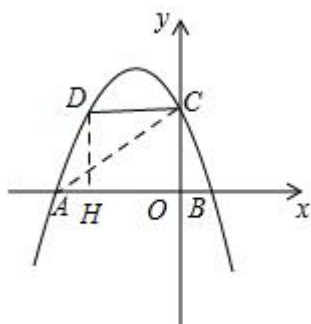
$\therefore$ 点 E 的坐标为 $(\frac{-3 - \sqrt{41}}{2}, -2)$ 或 $(\frac{-3 + \sqrt{41}}{2}, -2)$ ；

②若 AC 为平行四边形的一条对角线，则 $CE \parallel AF$ ，

$$\therefore y_E = y_C = 2,$$

$\therefore$ 点 E 的坐标为 $(-3, 2)$ 。

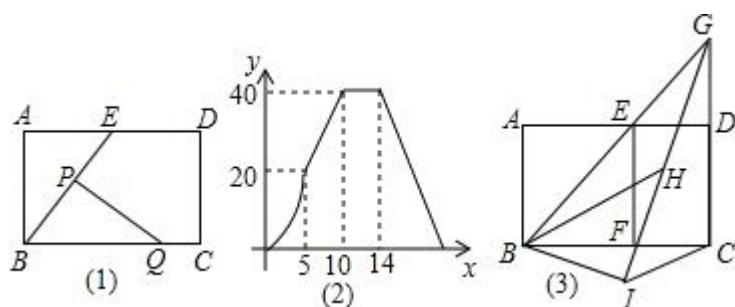
综上所述，满足条件的点 E 的坐标为 $(-3, 2)$ 、 $(\frac{-3 - \sqrt{41}}{2}, -2)$ 、 $(\frac{-3 + \sqrt{41}}{2}, -2)$ 。



【点评】 本题属于二次函数综合题，主要考查了运用待定系数法求出直线及抛物线的解析式、抛物线上点的坐标特征、解一元二次方程、平行四边形的性质、

抛物线的性质等知识的综合应用，运用割补法及配方法是解决问题的关键，解题时注意运用分类讨论的思想.

25. (12 分) 如图 (1) 所示，E 为矩形 ABCD 的边 AD 上一点，动点 P、Q 同时从点 B 出发，点 P 以 1cm/秒的速度沿折线 BE - ED - DC 运动到点 C 时停止，点 Q 以 2cm/秒的速度沿 BC 运动到点 C 时停止. 设 P、Q 同时出发 t 秒时， $\triangle BPQ$ 的面积为 $y\text{cm}^2$. 已知 y 与 t 的函数关系图象如图 (2) (其中曲线 OG 为抛物线的一部分，其余各部分均为线段).



- (1) 试根据图 (2) 求 $0 < t \leq 5$ 时， $\triangle BPQ$ 的面积 y 关于 t 的函数解析式；
- (2) 求出线段 BC、BE、ED 的长度；
- (3) 当 t 为多少秒时，以 B、P、Q 为顶点的三角形和 $\triangle ABE$ 相似；
- (4) 如图 (3) 过 E 作 $EF \perp BC$ 于 F， $\triangle BEF$ 绕点 B 按顺时针方向旋转一定角度，如果 $\triangle BEF$ 中 E、F 的对应点 H、I 恰好和射线 BE、CD 的交点 G 在一条直线，求此时 C、I 两点之间的距离.

【考点】 HF：二次函数综合题.

【分析】 (1) 观察图象可知， $AD=BC=5 \times 2=10$ ， $BE=1 \times 10=10$ ， $ED=4 \times 1=4$ ， $AE=10-4=6$ 在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中， $AB=\sqrt{BE^2-AE^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$ ，如图 1 中，作 $PM \perp BC$ 于 M. 由 $\triangle ABE \sim \triangle MPB$ ，得 $\frac{PB}{BE}=\frac{PM}{AB}$ ，求出 PM，根据 $\triangle BPQ$ 的面积 $y=\frac{1}{2} \cdot BQ \cdot PM$ 计算即可问题.

- (2) 观察图象 (1) (2)，即可解决问题.

(3) 分三种情形讨论①P 在 BE 上, ②P 在 DE 上, ③P 在 CD 上, 分别求解即可.

(4) 由 $\angle BIH = \angle BCG = 90^\circ$, 推出 B、I、C、G 四点共圆, 推出 $\angle BGH = \angle BCI$, 由 $\triangle GBH \sim \triangle CBI$, 可得 $\frac{IC}{GH} = \frac{BI}{BH}$, 由此只要求出 GH 即可解决问题.

【解答】 解: (1) 观察图象可知, $AD = BC = 5 \times 2 = 10$, $BE = 1 \times 10 = 10$, $ED = 4 \times 1 = 4$, $AE = 10 - 4 = 6$

在 $Rt\triangle ABE$ 中, $AB = \sqrt{BE^2 - AE^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$,

如图 1 中, 作 $PM \perp BC$ 于 M.

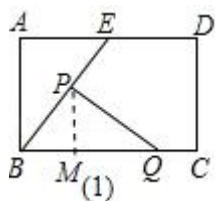
$\therefore \triangle ABE \sim \triangle MPB$,

$$\therefore \frac{PB}{BE} = \frac{PM}{AB},$$

$$\therefore \frac{t}{10} = \frac{PM}{8},$$

$$\therefore PM = \frac{4}{5}t,$$

当 $0 < t \leq 5$ 时, $\triangle BPQ$ 的面积 $y = \frac{1}{2} \cdot BQ \cdot PM = \frac{1}{2} \cdot 2t \cdot \frac{4}{5}t = \frac{4}{5}t^2$.



(2) 由 (1) 可知 $BC = BE = 10$, $ED = 4$.

(3) ①当 P 在 BE 上时, 点 Q 在 C 处时,

$\therefore BE = BC = 10$,

$\therefore$ 当 $AE = AP = 6$ 时, $\triangle PQB$ 与 $\triangle ABE$ 全等 (也相似),

$\therefore t = 6$.

$$\therefore \angle GBH = \angle CBI,$$

$$\therefore \triangle GBH \sim \triangle CBI, \text{ (也可以先证明 } \triangle BFI \sim \triangle GFC, \text{ 想办法推出 } \triangle GFB \sim \triangle CFI,$$

推出 $\angle BGH = \angle BCI)$

$$\therefore \frac{IC}{GH} = \frac{BI}{BH},$$

$$\therefore \frac{IC}{-8 + \frac{8}{3}\sqrt{34}} = \frac{6}{10},$$

$$\therefore IC = \frac{8\sqrt{34}}{5} - \frac{24}{5}.$$

【点评】 本题考查二次函数综合题、矩形的性质、相似三角形的判定和性质、四点共圆、勾股定理等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，学会正确寻找相似三角形，利用相似三角形的性质解决问题，属于中考压轴题.