

2017 年上海市奉贤区中考数学一模试卷

一、选择题

1. 下列抛物线中, 顶点坐标是 $(-2, 0)$ 的是 ()
- A. $y=x^2+2$ B. $y=x^2-2$ C. $y=(x+2)^2$ D. $y=(x-2)^2$
2. 如果在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=2$, $BC=3$, 那么下列各式正确的是 ()
- A. $\tan B = \frac{2}{3}$ B. $\cot B = \frac{2}{3}$ C. $\sin B = \frac{2}{3}$ D. $\cos B = \frac{2}{3}$
3. 如果把一个锐角 $\triangle ABC$ 的三边的长都扩大为原来的 3 倍, 那么锐角 A 的余切值 ()
- A. 扩大为原来的 3 倍 B. 缩小为原来的 $\frac{1}{3}$
- C. 没有变化 D. 不能确定
4. 对于非零向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 下列条件中, 不能判定 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 是平行向量的是 ()
- A. $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \parallel \vec{b}$ B. $\vec{a} + 3\vec{c} = \vec{0}$, $\vec{b} = 3\vec{c}$ C. $\vec{a} = -3\vec{b}$ D. $|\vec{a}| = 3|\vec{b}|$
5. 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中, $AB=AC$, $DE=DF$, 根据下列条件, 能判断 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 相似的是 ()
- A. $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$ B. $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$ C. $\angle A = \angle E$ D. $\angle B = \angle D$
6. 一个网球发射器向空中发射网球, 网球飞行的路线呈一条抛物线, 如果网球距离地面的高度 h (米) 关于运行时间 t (秒) 的函数解析式为 $h = -\frac{1}{80}t^2 + \frac{1}{5}t + 1$ ($0 \leq t \leq 20$), 那么网球到达最高点时距离地面的高度是 ()
- A. 1 米 B. 1.5 米 C. 1.6 米 D. 1.8 米

二、填空题

7. 如果线段 a 、 b 、 c 、 d 满足 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{1}{3}$, 那么 $\frac{a+c}{b+d} = \underline{\hspace{2cm}}$.
8. 计算: $\frac{1}{2}(2\vec{a} + 6\vec{b}) - 3\vec{a} = \underline{\hspace{2cm}}$.
9. 已知线段 $a=3$, $b=6$, 那么线段 a 、 b 的比例中项等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.
10. 用一根长为 8 米的木条, 做一个矩形的窗框. 如果这个矩形窗框宽为 x 米, 那么这个窗户的面积 y (米²) 与 x (米) 之间的函数关系式为 $\underline{\hspace{2cm}}$ (不写定义域).

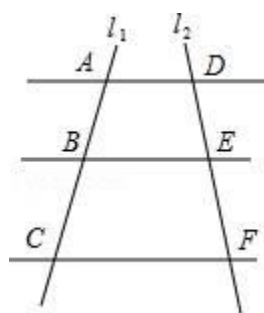
11. 如果二次函数 $y=ax^2$ ($a \neq 0$) 的图象开口向下, 那么 a 的值可能是____ (只需写一个).

12. 如果二次函数 $y=x^2-mx+m+1$ 的图象经过原点, 那么 m 的值是____.

13. 如果两个相似三角形对应角平分线的比是 4: 9, 那么它们的周长比是____.

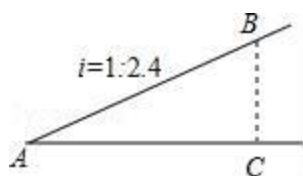
14. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, 如果 $\frac{AD}{AB}=\frac{2}{3}$, $AE=4$, 那么当 EC 的长是____时, $DE \parallel BC$.

15. 如图, 已知 $AD \parallel BE \parallel CF$, 它们依次交直线 l_1 、 l_2 于点 A 、 B 、 C 和点 D 、 E 、 F . 如果 $AB=6$, $BC=10$, 那么 $\frac{DE}{DF}$ 的值是____.

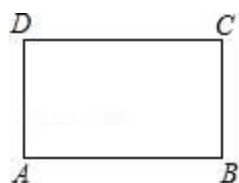


16. 边长为 2 的等边三角形的重心到边的距离是____.

17. 如图, 如果在坡度 $i=1: 2.4$ 的斜坡上两棵树间的水平距离 AC 为 3 米, 那么两树间的坡面距离 AB 是____米.



18. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=6$, $AD=3$, 点 P 是边 AD 上的一点, 联结 BP , 将 $\triangle ABP$ 沿着 BP 所在直线翻折得到 $\triangle EBP$, 点 A 落在点 E 处, 边 BE 与边 CD 相交于点 G , 如果 $CG=2DG$, 那么 DP 的长是____.



三、解答题

19. 计算: $\frac{4\cos^2 30^\circ - \cot 45^\circ}{\tan 60^\circ + 2\sin 45^\circ}$.

20. 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 上部分点的横坐标 x 与纵坐标 y 的对应值如下表:

x	...	-1	0	2	3	4	...
y	...	5	2	2	5	10	...

(1) 根据上表填空:

①这个抛物线的对称轴是____, 抛物线一定会经过点 $(-2, \quad)$;

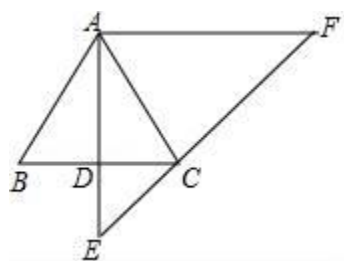
②抛物线在对称轴右侧部分是____ (填“上升”或“下降”);

(2) 如果将这个抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 向上平移使它经过点 $(0, 5)$, 求平移后的抛物线表达式.

21. 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 过点 A 作 $AD \perp BC$, 垂足为点 D , 延长 AD 至点 E , 使 $DE=\frac{1}{2}AD$, 过点 A 作 $AF \parallel BC$, 交 EC 的延长线于点 F .

(1) 设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$, 用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的线性组合表示 $\overrightarrow{AE}$;

(2) 求 $\frac{S_{\triangle DEC}}{S_{\triangle AFC}}$ 的值.



22. 如图 1 是一种折叠椅, 忽略其支架等的宽度, 得到他的侧面简化结构图 (图 2), 支架与坐板均用线段表示, 若座板 DF 平行于地面 MN , 前支撑架 AB 与后支撑架 AC 分别与座板 DF 交于点 E 、 D , 现测得 $DE=20$ 厘米, $DC=40$ 厘米, $\angle AED=58^\circ$, $\angle ADE=76^\circ$.

(1) 求椅子的高度 (即椅子的座板 DF 与地面 MN 之间的距离) (精确到 1 厘米)

(2) 求椅子两脚 B 、 C 之间的距离 (精确到 1 厘米) (参考数据: $\sin 58^\circ \approx 0.85$, $\cos 58^\circ \approx 0.53$, $\tan 58^\circ \approx 1.60$, $\sin 76^\circ \approx 0.97$, $\cos 76^\circ \approx 0.24$, $\tan 76^\circ \approx 4.00$)



图1

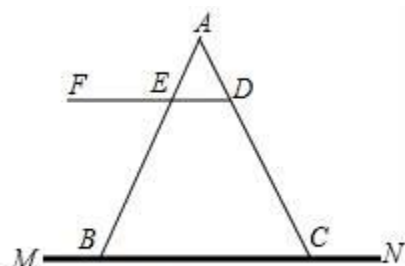
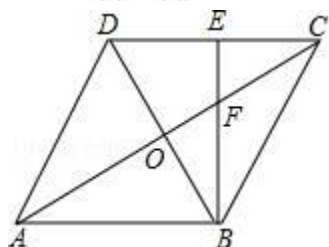


图2

23. 已知：如图，菱形 $ABCD$ ，对角线 AC 、 BD 交于点 O ， $BE \perp DC$ ，垂足为点 E ，交 AC 于点 F 。求证：

(1) $\triangle ABF \sim \triangle BED$;

(2) $\frac{AC}{BE} = \frac{BD}{DE}$ 。

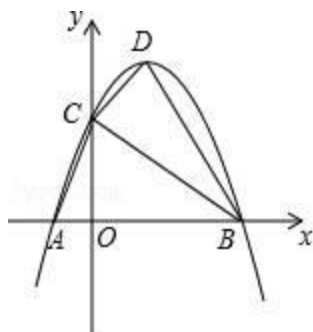


24. 如图，在平面直角坐标系中 xOy 中，抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴相交于点 $A(-1, 0)$ 和点 B ，与 y 轴相交于点 $C(0, 3)$ ，抛物线的顶点为点 D ，联结 AC 、 BC 、 DB 、 DC 。

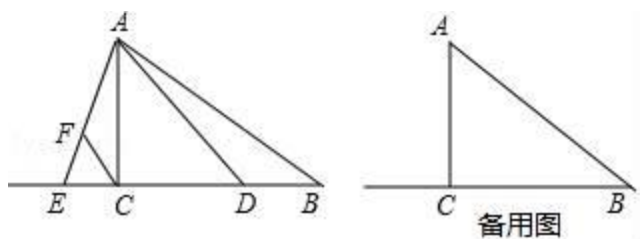
(1) 求这条抛物线的表达式及顶点 D 的坐标；

(2) 求证： $\triangle ACO \sim \triangle DBC$ ；

(3) 如果点 E 在 x 轴上，且在点 B 的右侧， $\angle BCE = \angle ACO$ ，求点 E 的坐标。



25. 已知，如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $BC = 8$ ， $\cot \angle BAC = \frac{3}{4}$ ，点 D 在边 BC 上（不与点 B 、 C 重合），点 E 在边 BC 的延长线上， $\angle DAE = \angle BAC$ ，点 F 在线段 AE 上， $\angle ACF = \angle B$ 。设 $BD = x$ 。



- (1) 若点 F 恰好是 AE 的中点，求线段 BD 的长；
- (2) 若 $y = \frac{AF}{EF}$ ，求 y 关于 x 的函数关系式，并写出它的定义域；
- (3) 当 $\triangle ADE$ 是以 AD 为腰的等腰三角形时，求线段 BD 的长.

2017 年上海市奉贤区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题

1. 下列抛物线中，顶点坐标是 $(-2, 0)$ 的是 ()

A. $y=x^2+2$ B. $y=x^2-2$ C. $y=(x+2)^2$ D. $y=(x-2)^2$

【考点】二次函数的性质.

【分析】可设其顶点式，结合选项可求得答案.

【解答】解：

$\because$ 抛物线顶点坐标是 $(-2, 0)$,

$\therefore$ 可设其解析式为 $y=a(x+2)^2$,

$\therefore$ 只有选项 C 符合,

故选 C.

2. 如果在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=2$, $BC=3$, 那么下列各式正确的是 ()

A. $\tan B = \frac{2}{3}$ B. $\cot B = \frac{2}{3}$ C. $\sin B = \frac{2}{3}$ D. $\cos B = \frac{2}{3}$

【考点】锐角三角函数的定义.

【分析】根据勾股定理求出 AB, 根据锐角三角函数的定义计算即可判断.

【解答】解: $\because \angle C=90^\circ$, $AC=2$, $BC=3$,

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{13},$$

$$\therefore \tan B = \frac{AC}{BC} = \frac{2}{3},$$

$$\cot B = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{2},$$

$$\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{2\sqrt{13}}{13},$$

$$\cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{3\sqrt{13}}{13},$$

故选: A/.

3. 如果把一个锐角 $\triangle ABC$ 的三边的长都扩大为原来的3倍,那么锐角A的余切值()

A. 扩大为原来的3倍 B. 缩小为原来的 $\frac{1}{3}$

C. 没有变化 D. 不能确定

【考点】锐角三角函数的定义.

【分析】根据 $\triangle ABC$ 三边的长度都扩大为原来的3倍所得的三角形与原三角形相似,得到锐角A的大小没改变和余切的概念解答.

【解答】解: 因为 $\triangle ABC$ 三边的长度都扩大为原来的3倍所得的三角形与原三角形相似,

所以锐角A的大小没改变,所以锐角A的余切值也不变.

故选: C.

4. 对于非零向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 下列条件中,不能判定 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 是平行向量的是()

A. $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \parallel \vec{b}$ B. $\vec{a} + 3\vec{c} = \vec{0}$, $\vec{b} = 3\vec{c}$ C. $\vec{a} = -3\vec{b}$ D. $|\vec{a}| = 3|\vec{b}|$

【考点】*平面向量.

【分析】根据向量的性质进行逐一判定即可.

【解答】解: A、由 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{c} \parallel \vec{b}$ 推知非零向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 的方向相同,则 $\vec{a} \parallel \vec{b}$,故本选项错误;

B、由 $\vec{a} + 3\vec{c} = \vec{0}$, $\vec{b} = 3\vec{c}$ 推知 $\vec{a}$ 与 $\vec{c}$ 方向相反, $\vec{b}$ 与 $\vec{c}$ 方向相同,则非零向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的方向相反,所以 $\vec{a} \not\parallel \vec{b}$,故本选项错误;

C、由 $\vec{a} = -3\vec{b}$ 推知非零向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的方向相反,则 $\vec{a} \not\parallel \vec{b}$,故本选项错误;

D、由 $|\vec{a}| = 3|\vec{b}|$ 不能确定非零向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的方向,故不能判定其位置关系,故本选项正确.

故选 D.

5. 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中, $AB=AC$, $DE=DF$,根据下列条件,能判断 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 相似的是()

A. $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$ B. $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$ C. $\angle A = \angle E$ D. $\angle B = \angle D$

【考点】相似三角形的判定; 等腰三角形的性质.

【分析】根据三组对应边的比相等的两个三角形相似判定即可.

【解答】解: 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中,

$$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF},$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF,$$

故选 B.

6. 一个网球发射器向空中发射网球, 网球飞行的路线呈一条抛物线, 如果网球距离地面的高度 h (米) 关于运行时间 t (秒) 的函数解析式为 $h = -\frac{1}{80}t^2 + \frac{1}{5}t + 1$ ($0 \leq t \leq 20$), 那么网球到达最高点时距离地面的高度是 ()

A. 1 米 B. 1.5 米 C. 1.6 米 D. 1.8 米

【考点】二次函数的应用.

【分析】利用配方法求得二次函数的最大值即可.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: } h &= -\frac{1}{80}t^2 + \frac{1}{5}t + 1 = -\frac{1}{80}(t^2 - 16t + 64 - 64) + 1 = -\frac{1}{80}(t - 8)^2 + \frac{64}{80} + 1 = \\ &= -\frac{1}{80}(t - 8)^2 + 1.8. \end{aligned}$$

故选: D.

二、填空题

7. 如果线段 a 、 b 、 c 、 d 满足 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{1}{3}$, 那么 $\frac{a+c}{b+d} = \frac{1}{3}$.

【考点】比例线段.

【分析】根据等比性质: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{1}{3} = \frac{a+c}{b+d}$, 可得答案.

$$\text{【解答】解: } \therefore \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \text{由等比性质, 得 } \frac{a+c}{b+d} = \frac{1}{3}.$$

故答案为: $\frac{1}{3}$.

8. 计算: $\frac{1}{2}(2\vec{a} + 6\vec{b}) - 3\vec{a} = -2\vec{a} + 3\vec{b}$.

【考点】*平面向量.

【分析】根据平面向量的计算法则进行解答.

【解答】解: 原式 $=\frac{1}{2}\times 2\vec{a}+\frac{1}{2}\times 6\vec{b}-3\vec{a}$,
 $=\vec{a}+3\vec{b}-3\vec{a}$,
 $=-2\vec{a}+3\vec{b}$,
故答案是: $-2\vec{a}+3\vec{b}$.

9. 已知线段 $a=3$, $b=6$, 那么线段 a 、 b 的比例中项等于 $3\sqrt{2}$.

【考点】比例线段.

【分析】设线段 x 是线段 a , b 的比例中项, 根据比例中项的定义列出等式, 利用两内项之积等于两外项之积即可得出答案.

【解答】解: 设线段 x 是线段 a , b 的比例中项,

$$\therefore a=3, b=6,$$

$$\therefore \frac{a}{x} = \frac{x}{b},$$

$$\therefore x^2=ab=3\times 6=18,$$

$$\therefore x=\pm 3\sqrt{2} \text{ (负值舍去)}.$$

故答案为: $3\sqrt{2}$.

10. 用一根长为 8 米的木条, 做一个矩形的窗框. 如果这个矩形窗框宽为 x 米, 那么这个窗户的面积 y (米²) 与 x (米) 之间的函数关系式为 $y=-x^2+4x$ (不写定义域).

【考点】根据实际问题列二次函数关系式.

【分析】根据矩形的周长表示出长, 根据面积=长 $\times$ 宽即可得出 y 与 x 之间的函数关系式.

【解答】解: 设这个矩形窗框宽为 x 米, 可得: $y=-x^2+4x$,

故答案为: $y=-x^2+4x$

11. 如果二次函数 $y=ax^2$ ($a\neq 0$) 的图象开口向下, 那么 a 的值可能是 -1 (只需写一个).

【考点】二次函数的性质.

【分析】由抛物线开口方向可求得 a 的取值范围，可求得答案.

【解答】解:

$\because$ 二次函数 $y=ax^2$ ($a \neq 0$) 的图象开口向下,

$\therefore a < 0$,

$\therefore$ 可取 $a = -1$,

故答案为: -1 .

12. 如果二次函数 $y=x^2 - mx + m + 1$ 的图象经过原点, 那么 m 的值是 -1 .

【考点】二次函数图象上点的坐标特征.

【分析】将原点坐标 $(0, 0)$ 代入二次函数解析式, 列方程求 m 即可.

【解答】解: $\because$ 二次函数 $y=x^2 - mx + m + 1$ 的图象经过原点,

$\therefore m + 1 = 0$,

解得 $m = -1$,

故答案为: -1 .

13. 如果两个相似三角形对应角平分线的比是 $4: 9$, 那么它们的周长比是 $4: 9$.

【考点】相似三角形的性质.

【分析】由两个相似三角形对应角平分线的比是 $4: 9$, 根据相似三角形的对应线段 (对应中线、对应角平分线、对应边上的高) 的比也等于相似比, 周长的比等于相似比, 即可求得答案.

【解答】解: $\because$ 两个相似三角形对应角平分线的比是 $4: 9$,

$\therefore$ 它们的相似比为 $4: 9$,

$\therefore$ 它们的周长比为 $4: 9$.

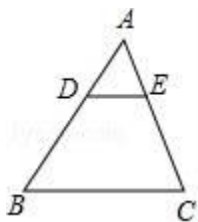
故答案为: $4: 9$.

14. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, 如果 $\frac{AD}{AB} = \frac{2}{3}$, $AE = 4$, 那么当 EC 的长是 6 时, $DE \parallel BC$.

【考点】平行线分线段成比例.

【分析】求出比例式，根据相似三角形的判定得出相似，根据相似三角形的性质得出 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，推出 $\angle ADE = \angle B$ ，根据平行线的判定得出即可.

【解答】解：



当 $EC=6$ 时， $DE \parallel BC$,

理由是： $\because \frac{AD}{AB} = \frac{2}{3}$, $AE=4$, $EC=6$,

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC},$$

$$\because \angle A = \angle A,$$

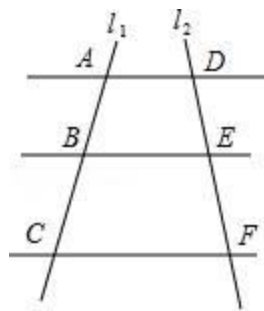
$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle B,$$

$$\therefore DE \parallel BC,$$

故答案为： 6.

15. 如图，已知 $AD \parallel BE \parallel CF$ ，它们依次交直线 l_1 、 l_2 于点 A、B、C 和点 D、E、F. 如果 $AB=6$ ， $BC=10$ ，那么 $\frac{DE}{DF}$ 的值是 $\frac{3}{8}$.



【考点】平行线分线段成比例.

【分析】根据平行线分线段成比例可得 $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$ ，再根据 $AB=6$ ， $BC=10$ ，可求得答案.

【解答】解： $\because AD \parallel BE \parallel FC$,

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF},$$

又 $\because AB=6, BC=10,$

$$\therefore \frac{DE}{EF} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore \frac{DE}{DF} \text{ 的值是 } \frac{3}{8}.$$

故答案为: $\frac{3}{8}$.

16. 边长为 2 的等边三角形的重心到边的距离是 $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

【考点】 三角形的重心.

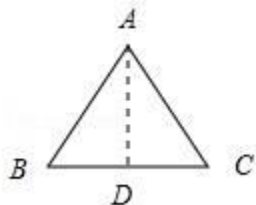
【分析】 根据等边三角形的性质、勾股定理求出高 AD, 根据重心的性质计算即可.

【解答】 解: 如图, $\triangle ABC$ 为等边三角形, 过 A 作 $AD \perp BC$, 交 BC 于点 D, 则 $BD = \frac{1}{2}AB = 1, AB = 2,$

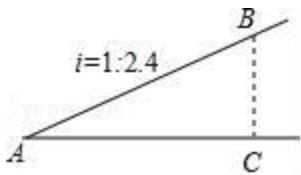
在 $Rt\triangle ABD$ 中, 由勾股定理可得: $AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{3},$

则重心到边的距离是为: $\frac{1}{3} \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3},$

故答案为: $\frac{\sqrt{3}}{3}.$



17. 如图, 如果在坡度 $i=1:2.4$ 的斜坡上两棵树间的水平距离 AC 为 3 米, 那么两树间的坡面距离 AB 是 $\frac{13}{4}$ 米.



【考点】 解直角三角形的应用-坡度坡角问题.

【分析】 设 $BC=x$, 则 $AC=2.4x$, 再由勾股定理求出 AB 的长, 根据 $AC=3$ 米即

可得出结论.

【解答】解: $\because$ 坡度 $i=1: 2.4$,

$\therefore$ 设 $BC=x$, 则 $AC=2.4x$,

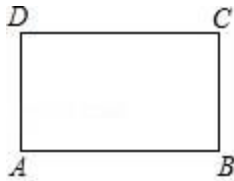
$$\therefore AB=\sqrt{BC^2+AC^2}=\sqrt{x^2+(2.4x)^2}=2.6x.$$

$\therefore AC=3$ 米,

$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{3}{AB} = \frac{2.4x}{2.6x}, \text{ 解得 } AB = \frac{13}{4}.$$

故答案为: $\frac{13}{4}$.

18. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=6$, $AD=3$, 点 P 是边 AD 上的一点, 联结 BP , 将 $\triangle ABP$ 沿着 BP 所在直线翻折得到 $\triangle EBP$, 点 A 落在点 E 处, 边 BE 与边 CD 相交于点 G , 如果 $CG=2DG$, 那么 DP 的长是 1.



【考点】翻折变换 (折叠问题); 矩形的性质.

【分析】根据题意求出 CG 、 DG , 根据勾股定理求出 BG , 根据相似三角形的判定定理得到 $\triangle HEG \sim \triangle BCG$, 根据相似三角形的性质求出 HG , 得到 DH 的长, 同理解答即可.

【解答】解: $\because CG=2DG$, $CD=6$,

$$\therefore CG=4, DG=2,$$

$$\text{由勾股定理得, } BG=\sqrt{BC^2+CG^2}=5,$$

$$\therefore EG=1,$$

由折叠的性质可知, $\angle E=\angle A=90^\circ$, 又 $\angle EGD=\angle CGB$,

$$\therefore \triangle HEG \sim \triangle BCG,$$

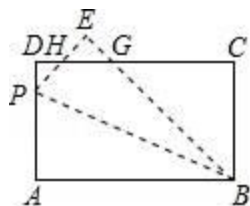
$$\therefore \frac{EG}{HG} = \frac{GC}{GB} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore HG = \frac{5}{4},$$

$$\therefore DH = DG - HG = \frac{3}{4},$$

同理, $DP=1$,

故答案为: 1.



三、解答题

19. 计算: $\frac{4\cos^2 30^\circ - \cot 45^\circ}{\tan 60^\circ + 2\sin 45^\circ}$.

【考点】特殊角的三角函数值.

【分析】把 30° 、 45° 、 60° 角的各种三角函数值代入计算即可.

【解答】解: 原式 $= \frac{4 \times (\frac{\sqrt{3}}{2})^2 - 1}{\sqrt{3} + 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$.

20. 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 上部分点的横坐标 x 与纵坐标 y 的对应值如下表:

x	...	-1	0	2	3	4	...
y	...	5	2	2	5	10	...

(1) 根据上表填空:

①这个抛物线的对称轴是 $x=1$, 抛物线一定会经过点 $(-2, \underline{10})$;

②抛物线在对称轴右侧部分是 上升 (填“上升”或“下降”);

(2) 如果将这个抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 向上平移使它经过点 $(0, 5)$, 求平移后的抛物线表达式.

【考点】待定系数法求二次函数解析式; 二次函数图象与几何变换.

【分析】(1) ①根据抛物线过点 $(0, 2)$ 、 $(2, 2)$, 即可得出抛物线的对称轴为 $x=1$, 再根据二次函数的对称性结合当 $x=4$ 时 $y=10$, 即可得出当 $x=-2$ 时 y 的值;

②根据抛物线的对称轴为 $x=1$ 结合当 $x=2, 3, 4$ 时的 y 的值逐渐增大, 即可得

出抛物线在对称轴右侧部分是上升；

(2) 根据点的坐标利用待定系数法即可求出原二次函数表达式，再根据点 (0, 5) 在点 (0, 2) 上方 3 个单位长度处即可得出抛物线往上平移 3 个单位长度，在原二次函数表达式常数项上+3 即可得出结论.

【解答】解：(1) ① $\because$ 当 $x=0$ 和 $x=2$ 时， y 值均为 2，

$\therefore$ 抛物线的对称轴为 $x=1$ ，

$\therefore$ 当 $x=-2$ 和 $x=4$ 时， y 值相同，

$\therefore$ 抛物线会经过点 $(-2, 10)$.

故答案为： $x=1$ ； 10.

② $\because$ 抛物线的对称轴为 $x=1$ ，且 $x=2, 3, 4$ 时的 y 的值逐渐增大，

$\therefore$ 抛物线在对称轴右侧部分是上升.

故答案为： 上升.

(2) 将点 $(-1, 5)$ 、 $(0, 2)$ 、 $(2, 2)$ 代入 $y=ax^2+bx+c$ 中，

$$\begin{cases} a-b+c=5 \\ c=2 \\ 4a+2b+c=2 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=2 \end{cases}$$

$\therefore$ 二次函数的表达式为 $y=x^2-2x+2$.

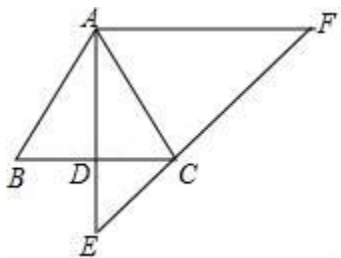
$\because$ 点 $(0, 5)$ 在点 $(0, 2)$ 上方 3 个单位长度处，

$\therefore$ 平移后的抛物线表达式为 $y=x^2-2x+5$.

21. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，过点 A 作 $AD \perp BC$ ，垂足为点 D，延长 AD 至点 E，使 $DE=\frac{1}{2}AD$ ，过点 A 作 $AF \parallel BC$ ，交 EC 的延长线于点 F.

(1) 设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$ ，用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的线性组合表示 $\overrightarrow{AE}$ ；

(2) 求 $\frac{S_{\triangle DEC}}{S_{\triangle AFC}}$ 的值.



【考点】*平面向量；等腰三角形的性质.

【分析】(1) 由平面向量的三角形法则得到 $\overrightarrow{AD}$ ，然后结合已知条件 $DE=\frac{1}{2}AD$ 来求 $\overrightarrow{AE}$ ；

(2) 根据平行线截线段成比例和三角形的面积公式进行解答.

【解答】解：(1) $\because$ 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $AD \perp BC$ ，

$$\therefore BD=\frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore \overrightarrow{AB}=\vec{a}, \quad \overrightarrow{BC}=\vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}.$$

$$\text{又} \because DE=\frac{1}{2}AD,$$

$$\therefore \overrightarrow{DE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{4}\vec{b},$$

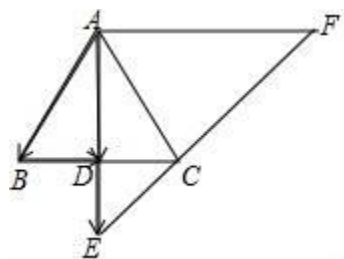
$$\therefore \overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DE}=\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{4}\vec{b}=\frac{3}{2}\vec{a}+\frac{3}{4}\vec{b};$$

$$(2) \because DE=\frac{1}{2}AD, \quad AF \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{DE}{AD}=\frac{1}{2}, \quad \frac{DC}{AF}=\frac{ED}{AE}=\frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle DEC}}{S_{\triangle AFC}}=\frac{\frac{1}{2}DC \cdot DE}{\frac{1}{2}AF \cdot AD}=\frac{DC}{AF} \cdot \frac{DE}{AD}=\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}=\frac{1}{6},$$

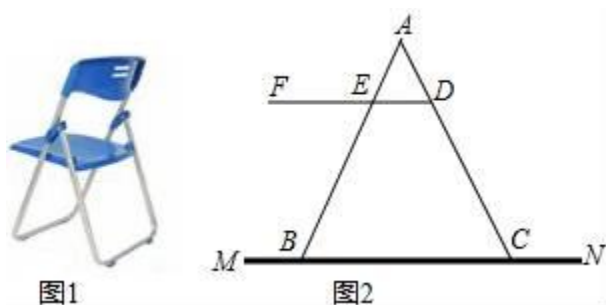
$$\text{即} \frac{S_{\triangle DEC}}{S_{\triangle AFC}}=\frac{1}{6}.$$



22. 如图 1 是一种折叠椅，忽略其支架等的宽度，得到他的侧面简化结构图（图 2），支架与坐板均用线段表示，若座板 DF 平行于地面 MN ，前支撑架 AB 与后

支撑架 AC 分别与座板 DF 交于点 E、D，现测得 $DE=20$ 厘米， $DC=40$ 厘米， $\angle AED=58^\circ$ ， $\angle ADE=76^\circ$ 。

- (1) 求椅子的高度 (即椅子的座板 DF 与地面 MN 之间的距离) (精确到 1 厘米)
- (2) 求椅子两脚 B、C 之间的距离 (精确到 1 厘米) (参考数据: $\sin 58^\circ \approx 0.85$, $\cos 58^\circ \approx 0.53$, $\tan 58^\circ \approx 1.60$, $\sin 76^\circ \approx 0.97$, $\cos 76^\circ \approx 0.24$, $\tan 76^\circ \approx 4.00$)

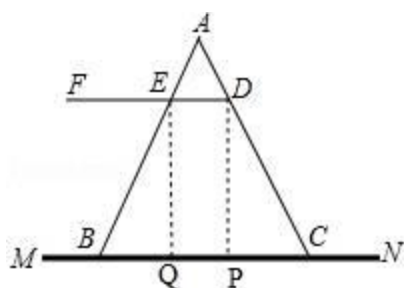


【考点】解直角三角形的应用.

【分析】 (1) 作 $DP \perp MN$ 于点 P, 即 $\angle DPC=90^\circ$, 由 $DE \parallel MN$ 知 $\angle DCP = \angle ADE=76^\circ$, 根据 $DP=CD \sin \angle DCP$ 可得答案;

(2) 作 $EQ \perp MN$ 于点 Q 可得四边形 DEQP 是矩形, 知 $DE=PQ=20$, $EQ=DP=39$, 再分别求出 BQ、CP 的长可得答案.

【解答】 解: (1) 如图, 作 $DP \perp MN$ 于点 P, 即 $\angle DPC=90^\circ$,



$\therefore DE \parallel MN$,

$\therefore \angle DCP = \angle ADE = 76^\circ$,

则在 $Rt\triangle CDP$ 中, $DP = CD \sin \angle DCP = 40 \times \sin 76^\circ \approx 39$ (cm),

答: 椅子的高度约为 39 厘米;

(2) 作 $EQ \perp MN$ 于点 Q,

$\therefore \angle DPQ = \angle EQP = 90^\circ$,

$\therefore DP \parallel EQ$,

又 $\because DF \parallel MN$, $\angle AED = 58^\circ$, $\angle ADE = 76^\circ$,

$\therefore$ 四边形 DEQP 是矩形, $\angle DCP = \angle ADE = 76^\circ$, $\angle EBQ = \angle AED = 58^\circ$,

$\therefore DE = PQ = 20$, $EQ = DP = 39$,

又 $\because CP = CD \cos \angle DCP = 40 \times \cos 76^\circ \approx 9.6$ (cm),

$$BQ = \frac{EQ}{\tan \angle EBQ} = \frac{39}{\tan 58^\circ} \approx 24.4 \text{ (cm)},$$

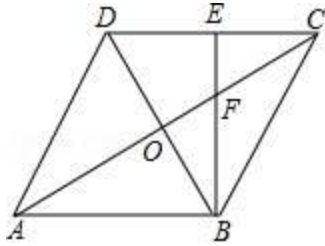
$\therefore BC = BQ + PQ + CP = 24.4 + 20 + 9.6 \approx 54$ (cm),

答: 椅子两脚 B、C 之间的距离约为 54cm.

23. 已知: 如图, 菱形 ABCD, 对角线 AC、BD 交于点 O, $BE \perp DC$, 垂足为点 E, 交 AC 于点 F. 求证:

(1) $\triangle ABF \sim \triangle BED$;

(2) $\frac{AC}{BE} = \frac{BD}{DE}$.



【考点】相似三角形的判定与性质; 菱形的性质.

【分析】(1) 由菱形的性质得出 $AC \perp BD$, $AB \parallel CD$, 得出 $\triangle ABF \sim \triangle CEF$, 由互余的关系得: $\angle DBE = \angle FCE$, 证出 $\triangle BED \sim \triangle CEF$, 即可得出结论;

(2) 由平行线得出 $\frac{AC}{BE} = \frac{AF}{BF}$, 由相似三角形的性质得出 $\frac{BD}{DE} = \frac{AF}{BF}$, 即可得出结论.

【解答】证明: (1) $\because$ 四边形 ABCD 是菱形,

$\therefore AC \perp BD$, $AB \parallel CD$,

$\therefore \triangle ABF \sim \triangle CEF$,

$\because BE \perp DC$,

$\therefore \angle FEC = \angle BED$,

由互余的关系得: $\angle DBE = \angle FCE$,

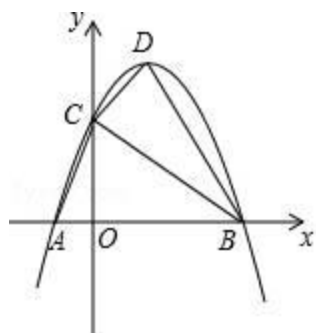
$\therefore \triangle BED \sim \triangle CEF$,

$\therefore \triangle ABF \sim \triangle BED$;

$$\begin{aligned}
(2) & \because AB \parallel CD, \\
& \therefore \frac{AF}{AC} = \frac{BF}{BE}, \\
& \therefore \frac{AC}{BE} = \frac{AF}{BF}, \\
& \therefore \triangle ABF \sim \triangle BED, \\
& \therefore \frac{BD}{DE} = \frac{AF}{BF}, \\
& \therefore \frac{AC}{BE} = \frac{BD}{DE}.
\end{aligned}$$

24. 如图，在平面直角坐标系中 xOy 中，抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴相交于点 $A(-1, 0)$ 和点 B ，与 y 轴相交于点 $C(0, 3)$ ，抛物线的顶点为点 D ，联结 AC 、 BC 、 DB 、 DC 。

- (1) 求这条抛物线的表达式及顶点 D 的坐标；
- (2) 求证： $\triangle ACO \sim \triangle DBC$ ；
- (3) 如果点 E 在 x 轴上，且在点 B 的右侧， $\angle BCE = \angle ACO$ ，求点 E 的坐标。



【考点】 二次函数综合题；直角三角形的性质；勾股定理的逆定理；相似三角形的判定。

【分析】 (1) 根据抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过点 $A(-1, 0)$ ，点 $C(0, 3)$ ，即可求得 b ， c 的值，进而得到抛物线的表达式及顶点 D 的坐标；

(2) 先根据 $B(3, 0)$ ， $A(-1, 0)$ ， $D(1, 4)$ ，求得 $CD = \sqrt{2}$ ， $BC = 3\sqrt{2}$ ， $BD = 2\sqrt{5}$ ， $AO = 1$ ， $CO = 3$ ，进而得到 $CD^2 + BC^2 = BD^2$ ，从而判定 $\triangle BCD$ 是直角三角形，且 $\angle BCD = 90^\circ$ ，最后根据 $\angle AOC = \angle DCB$ ， $\frac{AO}{DC} = \frac{CO}{BC}$ ，判定 $\triangle ACO \sim \triangle DBC$ ；

(3) 先设 CE 与 BD 交于点 M ，根据 $MC = MB$ ，得出 M 是 BD 的中点，再根据 $B(3, 0)$ ， $D(1, 4)$ ，得到 $M(2, 2)$ ，最后根据待定系数法求得直线 CE 的

解析式，即可得到点 E 的坐标.

【解答】解：(1) $\because$ 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过点 A (-1, 0)，点 C (0, 3)，

$$\therefore \begin{cases} 0 = -1 - b + c \\ 3 = c \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} b = 2 \\ c = 3 \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线的表达式为 $y = -x^2 + 2x + 3$,

$\therefore$ 顶点 D 的坐标为 (1, 4);

(2) $\because$ 当 $y = 0$ 时， $0 = -x^2 + 2x + 3$,

解得 $x_1 = -1$, $x_2 = 3$,

$\therefore B (3, 0)$,

又 $\because A (-1, 0)$, $D (1, 4)$,

$\therefore CD = \sqrt{2}$, $BC = 3\sqrt{2}$, $BD = 2\sqrt{5}$, $AO = 1$, $CO = 3$,

$\therefore CD^2 + BC^2 = BD^2$,

$\therefore \triangle BCD$ 是直角三角形，且 $\angle BCD = 90^\circ$,

$\therefore \angle AOC = \angle DCB$,

$$\text{又} \because \frac{AO}{DC} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{CO}{BC} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore \frac{AO}{DC} = \frac{CO}{BC},$$

$\therefore \triangle ACO \sim \triangle DBC$;

(3) 设 CE 与 BD 交于点 M,

$\because \triangle ACO \sim \triangle DBC$,

$\therefore \angle DBC = \angle ACO$,

又 $\because \angle BCE = \angle ACO$,

$\therefore \angle DBC = \angle BCE$,

$\therefore MC = MB$,

$\because \triangle BCD$ 是直角三角形,

$\therefore \angle BCM + \angle DCM = 90^\circ = \angle CBM + \angle MDC$,

$\therefore \angle DCM = \angle CDM$,

$$\therefore MC=MD,$$

$\therefore DM=BM$, 即 M 是 BD 的中点,

$$\therefore B(3, 0), D(1, 4),$$

$$\therefore M(2, 2),$$

设直线 CE 的解析式为 $y=kx+b$, 则

$$\begin{cases} 3=b \\ 2=2k+b \end{cases},$$

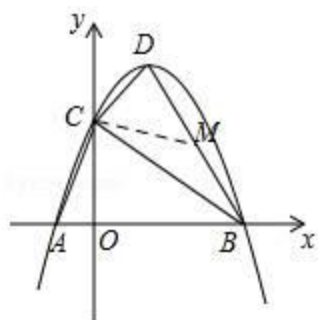
$$\text{解得} \begin{cases} k=-\frac{1}{2} \\ b=3 \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } CE \text{ 为: } y=-\frac{1}{2}x+3,$$

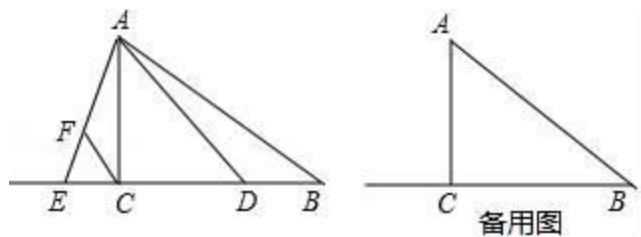
$$\text{当 } y=0 \text{ 时, } 0=-\frac{1}{2}x+3,$$

$$\text{解得 } x=6,$$

$$\therefore \text{点 } E \text{ 的坐标为 } (6, 0).$$



25. 已知, 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $BC=8$, $\cot \angle BAC=\frac{3}{4}$, 点 D 在边 BC 上 (不与点 B 、 C 重合), 点 E 在边 BC 的延长线上, $\angle DAE=\angle BAC$, 点 F 在线段 AE 上, $\angle ACF=\angle B$. 设 $BD=x$.



(1) 若点 F 恰好是 AE 的中点, 求线段 BD 的长;

(2) 若 $y=\frac{AF}{EF}$, 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出它的定义域;

(3) 当 $\triangle ADE$ 是以 AD 为腰的等腰三角形时, 求线段 BD 的长.

【考点】三角形综合题.

【分析】(1) 先判断出 $\triangle ABD \sim \triangle ACF$, 进而判断出 $AD=BD$, 再用解直角三角形的方法即可得出 BD ;

(2) 先表示出 CF , 进而表示出 MC , 即可得出函数关系式;

(3) 分两种情况列出方程求解即可得出结论.

【解答】解: (1) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $BC=8$, $\cot \angle BAC=\frac{3}{4}$,

$$\therefore AC=6, AB=10,$$

$$\therefore \angle DAE=\angle BAC,$$

$$\therefore \angle FAC=\angle DAB,$$

$$\therefore \angle ACF=\angle B,$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle ACF,$$

$$\therefore \frac{AD}{AF}=\frac{BD}{CF},$$

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 点 F 恰好是 AE 的中点,

$$\therefore CF=\frac{1}{2}AE=AF,$$

$$\therefore AD=BD,$$

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $AC=6$, $CD=BC-BD=BC-AD=8-AD$,

根据勾股定理得, $AC^2+CD^2=AD^2$,

$$\therefore 36+(8-AD)^2=AD^2,$$

$$\therefore AD=\frac{25}{4},$$

$$\therefore BD=AD=\frac{25}{4},$$

(2) 如图 1, 过点 F 作 $FM \perp AC$ 于 M ,

$$\text{由 (1) 知, } \therefore \frac{AD}{AF}=\frac{BD}{CF}=\frac{AB}{AC},$$

$$\therefore CF=\frac{AC}{AB} \cdot BD=\frac{6}{10} \times x=\frac{3}{5}x,$$

由 (1) $\triangle ABD \sim \triangle ACF$,

$$\therefore \angle B=\angle ACF,$$

$$\therefore \tan \angle ACF=\tan B=\frac{1}{\cot \angle BAC}=\frac{4}{3}=\frac{FM}{MC},$$

$$\therefore MC = \frac{12}{25}x,$$

$$\therefore y = \frac{AF}{EF} = \frac{AM}{MC} = \frac{6 - \frac{12}{25}x}{\frac{12}{25}x} = \frac{25 - 2x}{2x} \quad (0 < x < 8)$$

(3) $\because \triangle ADE$ 是以 AD 为腰的等腰三角形,

$\therefore$ ①当 $AD=AE$ 时,

$\therefore \angle AED = \angle ADE,$

$\therefore \angle ACD = 90^\circ,$

$\therefore \angle EAC = \angle DAC = \angle DAB,$

$\therefore AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线,

$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{CD}{BD},$$

$\therefore AC=6, AB=10, CD=8-BD,$

$$\therefore \frac{6}{10} = \frac{8-BD}{BD},$$

$\therefore BD=5,$

当 $AD=DE$ 时,

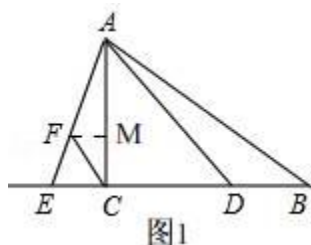
$\therefore \angle DAE = \angle DEA = \angle BAC,$

$\therefore \angle ADE = 2\angle B,$

$\therefore \angle B = \angle DAB,$

$\therefore AD=BD=\frac{25}{4}$ (是 (1) 的那种情况).

即: $BD=5$ 或 $BD=\frac{25}{4}$ 时, $\triangle ADE$ 是以 AD 为腰的等腰三角形.



2017 年 2 月 12 日