

## 2016 年上海市黄浦区中考数学二模试卷

### 一、选择题

1.  $\sqrt{2}$  的整数部分是 ( )

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

2. 下列计算中, 正确的是 ( )

- A.  $(a^2)^3 = a^5$       B.  $a^3 \div a^2 = 1$       C.  $a^2 + a^2 = a^4$       D.  $4a - 3a = a$

3. 下列根式中, 与  $\sqrt{20}$  互为同类二次根式的是 ( )

- A.  $\sqrt{2}$                       B.  $\sqrt{3}$                       C.  $\sqrt{5}$                       D.  $\sqrt{6}$

4. 某校从各年级随机抽取 50 名学生, 每人进行 10 次投篮, 投篮进球次数如下表所示: 该投篮进球数据的中位数是 ( )

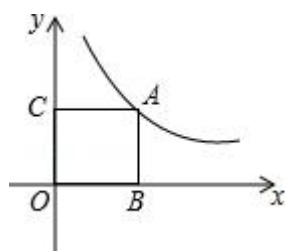
|    |   |   |    |   |   |   |   |   |   |   |    |
|----|---|---|----|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 次数 | 0 | 1 | 2  | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 人数 | 1 | 8 | 10 | 7 | 6 | 6 | 6 | 4 | 1 | 2 | 0  |

- A. 2                      B. 3                      C. 4                      D. 5

5. 如果两圆的半径长分别为 1 和 3, 圆心距为 3, 那么这两个圆的位置关系是 ( )

- A. 内含                      B. 内切                      C. 外切                      D. 相交

6. 如图, 点 A 是反比例函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  图象上一点, AB 垂直于 x 轴, 垂足为点 B, AC 垂直于 y 轴, 垂足为点 C, 若矩形 ABOC 的面积为 5, 则 k 的值为 ( )



- A. 5                      B. 2.5                      C.  $\sqrt{5}$                       D. 10

### 二、填空题

7. 计算:  $|-2| =$ \_\_\_\_\_.

8. 已知  $f(x) = \frac{4-x}{2x+1}$ , 那么  $f(1) =$ \_\_\_\_\_.

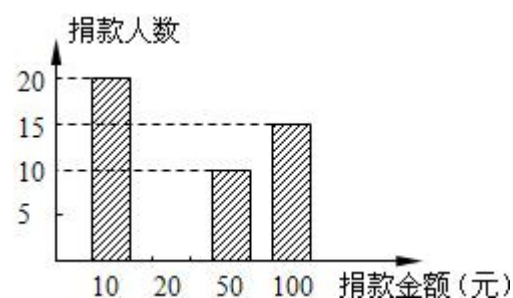
9. 计算:  $(2a+b)(2a-b) =$ \_\_\_\_\_.

10. 方程  $\sqrt{2x+5} = x+1$  的根是\_\_\_\_\_.

11. 从 1 至 9 这 9 个自然数中任取一个数, 是素数的概率是\_\_\_\_\_.

12. 如果关于  $x$  的方程  $x^2+4x+k=0$  有一个解是  $x=-1$ , 那么  $k =$ \_\_\_\_\_.

13. 在某公益活动中, 小明对本年级同学的捐款情况进行了统计, 绘制成如图所示的不完整的统计图, 其中捐 10 元的人数占年级总人数的 25%, 则本次捐款 20 元的人数为\_\_\_\_\_人.



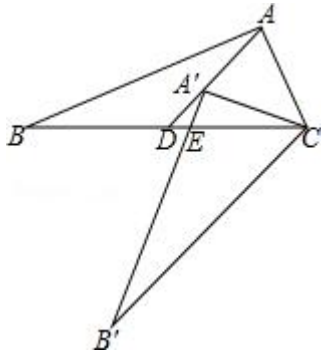
14. 如果抛物线  $y=x^2+m+1$  的顶点是坐标轴的原点, 那么  $m =$ \_\_\_\_\_.

15. 中心角为  $60^\circ$  的正多边形有\_\_\_\_\_条对称轴.

16. 已知  $\triangle ABC$  中, 点 D、E 分别在边 AB、AC 上,  $DE \parallel BC$ , 且  $\frac{AD}{DB} = \frac{1}{3}$ , 过  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ , 则  $\overrightarrow{DE} =$ \_\_\_\_\_. (结果用  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  表示)

17. 在平行四边形 ABCD 中,  $BC=24$ ,  $AB=18$ ,  $\angle ABC$  和  $\angle BCD$  的平分线交 AD 于点 E、F, 则  $EF =$ \_\_\_\_\_.

18. 如图,  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle BAC=90^\circ$ , 将  $\triangle ABC$  绕点 C 逆时针旋转, 旋转后的图形是  $\triangle A'B'C$ , 点 A 的对应点  $A'$  落在中线 AD 上, 且点  $A'$  是  $\triangle ABC$  的重心,  $A'B'$  与 BC 相交于点 E, 那么  $BE:CE =$ \_\_\_\_\_.



### 三、解答题

19. 化简求值:  $\frac{1}{x-2} \cdot \frac{x^2-4}{x} - \frac{1+x}{x^2+x}$ , 其中  $x=\sqrt{2}-1$ .

20. 解方程式: 
$$\begin{cases} x^2+y^2=26 \text{ ①} \\ x^2-4xy-5y^2=0 \text{ ②} \end{cases}$$

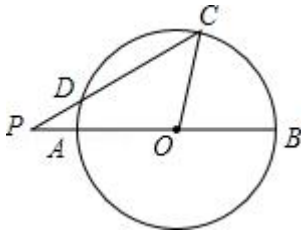
21. 已知一次函数的图象经过点 P (3, 5), 且平行于直线  $y=2x$ .

(1) 求该一次函数的解析式;

(2) 若点 Q (x, y) 在该直线上, 且在 x 轴的下方, 求 x 的取值范围.

22. 如图, 已知 AB 是  $\odot O$  的直径, AB=16, 点 P 是 AB 所在直线上一点, OP=10,

点 C 是  $\odot O$  上一点, PC 交  $\odot O$  于点 D,  $\sin \angle BPC = \frac{3}{5}$ , 求 CD 的长.

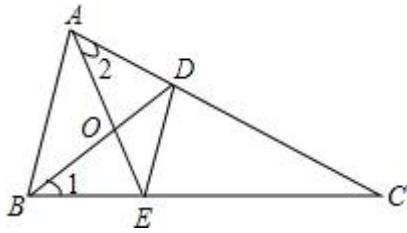


23. 如图, 在  $\triangle ABC$  上, 点 D、E 分别是 AC、BC 边上的点, AE 与 BD 交于点

O, 且  $CD=CE$ ,  $\angle 1=\angle 2$ .

(1) 求证: 四边形 ABDE 是等腰梯形;

(2) 若  $EC=2$ ,  $BE=1$ ,  $\angle AOD=2\angle 1$ , 求 AB 的长.

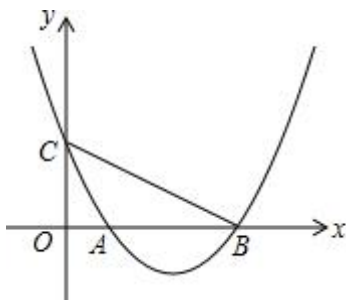


24. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，抛物线  $y=ax^2+bx+c$  与  $x$  轴交于  $A(1, 0)$ ， $B(4, 0)$  两点，与  $y$  轴交于点  $C(0, 2)$ .

(1) 求抛物线的表达式；

(2) 求证： $\angle CAO = \angle BCO$ ；

(3) 若点  $P$  是抛物线上的一点，且  $\angle PCB + \angle ACB = \angle BCO$ ，求直线  $CP$  的表达式.

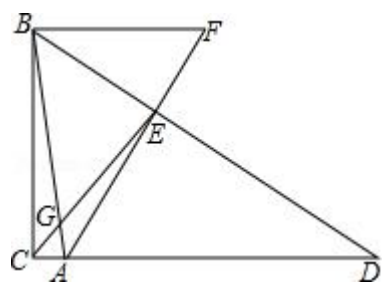


25. 如图，在  $Rt\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 1$ ， $BC = 7$ ，点  $D$  是边  $CA$  延长线的一点， $AE \perp BD$ ，垂足为点  $E$ ， $AE$  的延长线交  $CA$  的平行线  $BF$  于点  $F$ ，连结  $CE$  交  $AB$  于点  $G$ .

(1) 当点  $E$  是  $BD$  的中点时，求  $\tan \angle AFB$  的值；

(2)  $CE \cdot AF$  的值是否随线段  $AD$  长度的改变而变化？如果不变，求出  $CE \cdot AF$  的值；如果变化，请说明理由；

(3) 当  $\triangle BGE$  和  $\triangle BAF$  相似时，求线段  $AF$  的长.



## 2016 年上海市黄浦区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

### 一、选择题

1.  $\sqrt{2}$  的整数部分是 ( )

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

【考点】2B: 估算无理数的大小.

【分析】应先找到所求的无理数在哪两个和它接近的整数之间, 然后判断出所求的无理数的整数部分.

【解答】解:  $\because 1 < 2 < 4$ ,

$$\therefore 1 < \sqrt{2} < 2,$$

$$\therefore \sqrt{2} \text{ 的整数部分为 } 1,$$

故选: B.

【点评】本题主要考查了无理数的估算, 利用“夹逼法”确定该无理数在那两个数之间是解题关键.

2. 下列计算中, 正确的是 ( )

A.  $(a^2)^3 = a^5$

B.  $a^3 \div a^2 = 1$

C.  $a^2 + a^2 = a^4$

D.  $4a - 3a = a$

【考点】35: 合并同类项; 47: 幂的乘方与积的乘方; 48: 同底数幂的除法.

【分析】根据幂的乘方底数不变指数相乘, 同底数幂的除法底数不变指数相减, 合并同类项系数相加字母及指数不变, 可得答案.

【解答】解: A、幂的乘方底数不变指数相乘, 故 A 错误;

B、同底数幂的除法底数不变指数相减, 故 B 错误;

C、合并同类项系数相加字母及指数不变, 故 C 错误;

D、合并同类项系数相加字母及指数不变, 故 D 正确;

故选：D.

【点评】本题考查了同底数幂的除法，熟记法则并根据法则计算是解题关键.

3. 下列根式中，与 $\sqrt{20}$ 互为同类二次根式的是（ ）

- A.  $\sqrt{2}$                   B.  $\sqrt{3}$                   C.  $\sqrt{5}$                   D.  $\sqrt{6}$

【考点】77：同类二次根式.

【分析】先把 $\sqrt{20}$ 化成最简二次根式，再进行选择即可.

【解答】解： $\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ .

故选：C.

【点评】此题主要考查了同类二次根式的定义，即：化成最简二次根式后，被开方数相同，这样的二次根式叫做同类二次根式.

4. 某校从各年级随机抽取 50 名学生，每人进行 10 次投篮，投篮进球次数如下表所示：该投篮进球数据的中位数是（ ）

|    |   |   |    |   |   |   |   |   |   |   |    |
|----|---|---|----|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 次数 | 0 | 1 | 2  | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 人数 | 1 | 8 | 10 | 7 | 6 | 6 | 6 | 4 | 1 | 2 | 0  |

- A. 2                          B. 3                          C. 4                          D. 5

【考点】W4：中位数.

【分析】根据中位数计算：将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数. 如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

【解答】解： $\because$  50 名同学参加投篮，

$\therefore$  中位数为第 25 和第 26 的平均数，为 3 次、3 次，

$\therefore$  中位数为 3 次，

故选：B.

【点评】本题考查了中位数的定义，解题的关键是牢记定义，此题比较简单，易于掌握.

5. 如果两圆的半径长分别为 1 和 3, 圆心距为 3, 那么这两个圆的位置关系是 ( )

- A. 内含                  B. 内切                  C. 外切                  D. 相交

【考点】MJ: 圆与圆的位置关系.

【分析】由两圆的半径长分别为 1 和 3, 圆心距为 3, 根据两圆位置关系与圆心距  $d$ , 两圆半径  $R, r$  的数量关系间的联系即可得出两圆位置关系.

【解答】解:  $\because$  两圆的半径长分别为 1 和 3,

$\therefore$  两圆的半径和为 4, 差为 2,

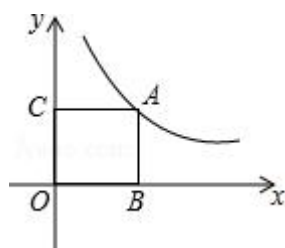
$\therefore$  圆心距为 3,

$\therefore$  这两个圆的位置关系是: 相交.

故选: D.

【点评】此题考查了圆与圆的位置关系. 注意掌握两圆位置关系与圆心距  $d$ , 两圆半径  $R, r$  的数量关系间的联系是解此题的关键.

6. 如图, 点 A 是反比例函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  图象上一点, AB 垂直于 x 轴, 垂足为点 B, AC 垂直于 y 轴, 垂足为点 C, 若矩形 ABOC 的面积为 5, 则 k 的值为 ( )



- A. 5                  B. 2.5                  C.  $\sqrt{5}$                   D. 10

【考点】G5: 反比例函数系数  $k$  的几何意义.

【分析】设点 A 的坐标为  $(x, y)$ , 用  $x, y$  表示 OB、AB 的长, 根据矩形 ABOC 的面积为 5, 列出算式求出  $k$  的值.

【解答】解：设点 A 的坐标为  $(x, y)$ ,

则  $OB=x$ ,  $AB=y$ ,

$\therefore$  矩形 ABOC 的面积为 5,

$\therefore k=xy=5$ ,

故选：A.

【点评】本题考查反比例函数系数  $k$  的几何意义，过双曲线上的任意一点分别向两条坐标轴作垂线，与坐标轴围成的矩形面积就等于  $|k|$ .

## 二、填空题

7. 计算： $| - 2 | =$  2.

【考点】15：绝对值.

【分析】根据绝对值定义去掉这个绝对值的符号.

【解答】解： $\because -2 < 0$ ,

$\therefore | - 2 | = 2$ .

故答案为：2.

【点评】解题关键是掌握绝对值的规律. 一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0.

8. 已知  $f(x) = \frac{4-x}{2x+1}$ , 那么  $f(1) =$  1.

【考点】E5：函数值.

【分析】根据自变量与函数值的对应关系，可得答案.

【解答】解：当  $x=1$  时， $f(1) = \frac{4-1}{2 \times 1 + 1} = 1$ ,

故答案为：1.

【点评】本题考查了函数值，把自变量的值代入函数解析式是解题关键.

9. 计算： $(2a+b)(2a-b) =$   $4a^2 - b^2$ .

【考点】4F：平方差公式.

【分析】根据平方差公式，即可解答.

【解答】解： $(2a+b)(2a-b)=4a^2-b^2$ ,

故答案为： $4a^2-b^2$ .

【点评】本题考查了平方差公式，解决本题的关键是熟记平方差公式.

10. 方程 $\sqrt{2x+5}=x+1$ 的根是  $x=2$ .

【考点】AG：无理方程.

【分析】先把方程两边平方，使原方程化为整式方程 $x^2=4$ ，求出 $x$ 的值，把不合题意的解舍去，即可得出原方程的解.

【解答】解：方程两边平方得， $2x+5=x^2+2x+1$ ,

移项合并同类项得： $x^2=4$ ,

解方程 $x_1=2$ ,  $x_2=-2$ ,

经检验 $x_2=-2$ 不是原方程的解,

则原方程的根为 $x=2$ ;

故答案为： $x=2$ .

【点评】本题考查了无理方程：根号内含有未知数的方程叫无理方程；解无理方程的基本思想是把无理方程转化为有理方程来解，常常采用平方法去根号.

11. 从1至9这9个自然数中任取一个数，是素数的概率是  $\frac{4}{9}$ .

【考点】X4：概率公式.

【分析】根据概率的求法，求出1至9这9个自然数中素数的个数，再根据概率公式列式计算即可.

【解答】解： $\because$ 1至9这9个自然数中素数是2、3、5、7,

$\therefore$ 1至9这9个自然数中任取一个数，是素数的概率是 $\frac{4}{9}$ ;

故答案为:  $\frac{4}{9}$ .

【点评】此题考查概率的求法: 如果一个事件有  $n$  种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件  $A$  出现  $m$  种结果, 那么事件  $A$  的概率  $P(A) = \frac{m}{n}$ .

12. 如果关于  $x$  的方程  $x^2+4x+k=0$  有一个解是  $x=-1$ , 那么  $k=$  3.

【考点】A3: 一元二次方程的解.

【分析】把  $x=-1$  代入已知方程, 列出关于  $k$  的新方程, 通过解该方程来求  $k$  的值即可.

【解答】解: 把  $x=-1$  代入  $x^2+4x+k=0$ , 得

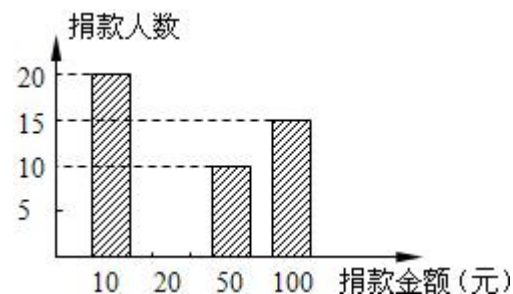
$$(-1)^2+4 \times (-1)+k=0,$$

解得  $k=3$ .

故答案是: 3.

【点评】本题考查了一元二次方程的解的定义. 能使一元二次方程左右两边相等的未知数的值是一元二次方程的解. 又因为只含有一个未知数的方程的解也叫做这个方程的根, 所以, 一元二次方程的解也称为一元二次方程的根.

13. 在某公益活动中, 小明对本年级同学的捐款情况进行了统计, 绘制成如图所示的不完整的统计图, 其中捐 10 元的人数占年级总人数的 25%, 则本次捐款 20 元的人数为 35 人.



【考点】VC: 条形统计图.

【分析】根据捐款 10 元的人数占总人数 25% 可得捐款总人数, 将总人数减去其余各组人数可得答案.

**【解答】**解：根据题意可知，本年级捐款捐款的同学一共有  $20 \div 25\% = 80$ （人），  
则本次捐款 20 元的有：  $80 - (20 + 10 + 15) = 35$ （人），  
故答案为：35.

**【点评】**本题主要考查条形统计图，熟悉计算公式是基础和解决本题根本，从条形图中读取有用信息是关键.

14. 如果抛物线  $y = x^2 + m + 1$  的顶点是坐标轴的原点，那么  $m = \underline{-1}$ .

**【考点】**H3：二次函数的性质.

**【分析】**直接利用二次函数的性质得出  $m+1$  的值，进而得出答案.

**【解答】**解：  $\because$  抛物线  $y = x^2 + m + 1$  的顶点是坐标轴的原点，

$\therefore m + 1 = 0$ ,

解得：  $m = -1$ .

故答案为：  $-1$ .

**【点评】**此题主要考查了二次函数的性质，正确掌握二次函数的性质是解题关键.

15. 中心角为  $60^\circ$  的正多边形有 6 条对称轴.

**【考点】**MM：正多边形和圆；P3：轴对称图形.

**【分析】**利用  $360$  度除以中心角的度数即可求得多边形的边数，然后根据正  $n$  边形有  $n$  条对称轴即可求解.

**【解答】**解：正多边形的边数是  $\frac{360}{60} = 6$ . 则正多边形有 6 条对称轴.

故答案是：6.

**【点评】**本题考查了多边形的计算以及正多边形的性质，理解正  $n$  边形有  $n$  条对称轴是关键.

16. 已知  $\triangle ABC$  中，点 D、E 分别在边 AB、AC 上， $DE \parallel BC$ ，且  $\frac{AD}{DB} = \frac{1}{3}$ ，过  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ，  
 $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ，则  $\overrightarrow{DE} = \underline{\frac{1}{4}\vec{b} - \frac{1}{4}\vec{a}}$ . (结果用  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  表示)

【考点】LM: \*平面向量.

【分析】由  $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$ , 利用三角形法则可求得  $\overrightarrow{BC}$ , 然后由  $DE\parallel BC$ , 易证得  $\triangle ADE\sim\triangle ABC$ , 再利用相似三角形的对应边成比例, 求得答案.

【解答】解:  $\because \overrightarrow{AB}=\vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$ ,

$$\therefore \overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\vec{b}-\vec{a},$$

$$\therefore DE\parallel BC,$$

$$\therefore \triangle ADE\sim\triangle ABC,$$

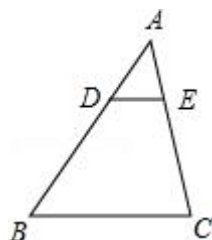
$$\therefore \frac{DE}{BC}=\frac{AD}{AB},$$

$$\therefore \frac{AD}{DB}=\frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{DE}{BC}=\frac{1}{4},$$

$$\therefore \overrightarrow{DE}=\frac{1}{4}(\vec{b}-\vec{a})=\frac{1}{4}\vec{b}-\frac{1}{4}\vec{a}.$$

故答案为:  $\frac{1}{4}\vec{b}-\frac{1}{4}\vec{a}$ .



【点评】此题考查了平面向量的知识以及相似三角形的判定与性质. 注意掌握三角形法则的应用是关键.

17. 在平行四边形 ABCD 中,  $BC=24$ ,  $AB=18$ ,  $\angle ABC$  和  $\angle BCD$  的平分线交 AD 于点 E、F, 则  $EF=\underline{12}$ .

【考点】L5: 平行四边形的性质.

【分析】由平行四边形的性质得出  $AB=CD$ ,  $AD\parallel BC$ , 根据平行线性质和角平分线性质求出  $\angle ABE=\angle AEB$ , 推出  $AB=AE$ , 同理求出  $DF=CD$ , 求出  $AE=DF$ , 进而得出 EF 的长.

【解答】解：∵ 四边形 ABCD 是平行四边形，

$$\therefore AB=CD, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle EBC,$$

$$\therefore BE \text{ 平分 } \angle ABC,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle CBE,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle AEB,$$

$$\therefore AB=AE,$$

$$\text{同理 } DF=CD,$$

$$\therefore AE=DF,$$

$$\text{即 } AE - EF = DF - EF,$$

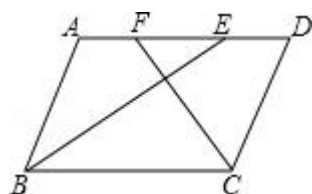
$$\therefore AF=DE,$$

$$\therefore AB=18, BC=24,$$

$$\therefore DE=AD - AE=24 - 18=6,$$

$$EF=DF - DE=18 - 6=12;$$

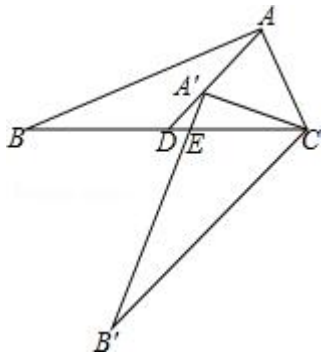
故答案为：12.



【点评】本题考查了平行四边形性质，平行线性质的判定等知识；

熟练掌握平行四边形的性质，证出  $AB=AE$  是解决问题的关键.

18. 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle BAC=90^\circ$ ，将  $\triangle ABC$  绕点 C 逆时针旋转，旋转后的图形是  $\triangle A'B'C$ ，点 A 的对应点  $A'$  落在中线 AD 上，且点  $A'$  是  $\triangle ABC$  的重心， $A'B'$  与 BC 相交于点 E，那么  $BE:CE=$  4:3.



【考点】K5：三角形的重心；R2：旋转的性质.

【专题】11：计算题；558：平移、旋转与对称.

【分析】先证明  $DA' = \frac{1}{6}CB'$ ，由  $DA' \parallel CB'$ ，得  $\frac{DA'}{CB'} = \frac{DE}{EC} = \frac{1}{6}$  即可解决问题.

【解答】证明：  $\because \angle BAC = 90^\circ$ ， $A'$  是  $\triangle ABC$  重心，

$$\therefore BD = DC = AD, DA' = \frac{1}{2}AA' = \frac{1}{3}AD = \frac{1}{6}BC,$$

$\because \triangle A'CB'S$  是由  $\triangle ABC$  旋转得到，

$$\therefore CA' = CA, BC = CB', \angle ACB = \angle A'CB' = \angle DAC, \angle CA'B' = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAA' = \angle CA'A = \angle DAC, \angle DA'B' + \angle CA'A = 90^\circ, \angle B' + \angle A'CB' = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DA'B' = \angle B'$$

$$\therefore DA' \parallel CB',$$

$$\therefore \frac{DA'}{CB'} = \frac{DE}{EC} = \frac{1}{6}, \text{ 设 } DE = k, \text{ 则 } EC = 6k, BD = BC = 7k, BE = 8k,$$

$$\therefore BE : CE = 8k : 6k = 4 : 3.$$

故答案为 4：3.

【点评】本题考查三角形重心、旋转平行线分线段成比例定理等知识，解题的关键是发现  $DA' = \frac{1}{6}CB'$ ，记住三角形的重心把中线分成 1：2 两部分，属于中考常考题型.

### 三、解答题

19. 化简求值：  $\frac{1}{x-2} \cdot \frac{x^2-4}{x} - \frac{1+x}{x^2+x}$ ，其中  $x = \sqrt{2} - 1$ .

**【考点】**6D: 分式的化简求值.

**【分析】**先根据分式混合运算的法则把原式进行化简, 再把  $x$  的值代入进行计算即可.

**【解答】**解: 原式  $= \frac{1}{x-2} \cdot \frac{(x+2)(x-2)}{x} - \frac{x+1}{x(x+1)}$   
 $= \frac{x+2}{x} - \frac{1}{x}$   
 $= \frac{x+1}{x},$

当  $x = \sqrt{2} - 1$  时, 原式  $= \frac{\sqrt{2}-1+1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2} + 2.$

**【点评】**本题考查的是分式的化简求值, 熟知分式混合运算的法则是解答此题的关键.

20. 解方程式:  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 26 \text{ ①} \\ x^2 - 4xy - 5y^2 = 0 \text{ ②} \end{cases}.$

**【考点】**AF: 高次方程.

**【分析】**将方程②左边因式分解后可得  $x = -y$  或  $x = 5y$ , 分别将  $x = -y$ 、 $x = 5y$  代入方程①, 求每个方程组的解可得.

**【解答】**解: 由②可得,  $(x+y)(x-5y) = 0,$

即  $x+y=0$  或  $x-5y=0,$

$\therefore x = -y$  或  $x = 5y,$

当  $x = -y$  时, 把  $x = -y$  代入①, 得:  $2y^2 = 26,$

解得:  $y = \pm \sqrt{13},$

故方程组的解为:  $\begin{cases} x = -\sqrt{13} \\ y = \sqrt{13} \end{cases}$  或  $\begin{cases} x = \sqrt{13} \\ y = -\sqrt{13} \end{cases};$

当  $x = 5y$  时, 把  $x = 5y$  代入①, 得:  $25y^2 + y^2 = 26,$

解得:  $y = \pm 1,$

故方程组的解为:  $\begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases}$  或  $\begin{cases} x = -5 \\ y = -1 \end{cases};$

综上，该方程组的解为： $\begin{cases} x=-\sqrt{13} \\ y=\sqrt{13} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=\sqrt{13} \\ y=-\sqrt{13} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=5 \\ y=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-5 \\ y=-1 \end{cases}$ .

**【点评】** 本题主要考查解高次方程的能力，解高次方程的根本思想是化归思想，次数较高可通过因式分解再代入等方法降幂求解即可.

21. 已知一次函数的图象经过点 P (3, 5)，且平行于直线  $y=2x$ .

(1) 求该一次函数的解析式；

(2) 若点 Q (x, y) 在该直线上，且在 x 轴的下方，求 x 的取值范围.

**【考点】** F8: 一次函数图象上点的坐标特征；FA: 待定系数法求一次函数解析式.

**【分析】** (1) 根据两直线平行可知该一次函数斜率  $k=2$ ，设出解析式，将点 P 坐标代入可得；

(2) 根据直线上的点 Q 在 x 轴下方可得  $y < 0$ ，解不等式可得 x 的范围.

**【解答】** 解：(1)  $\because$  一次函数的图象平行于直线  $y=2x$ ，可设该一次函数解析式为  $y=2x+b$ ,

$\therefore$  将点 P (3, 5) 代入得：  $6+b=5$ ,

解得：  $b=-1$ ,

故一次函数解析式为：  $y=2x-1$ ；

(2)  $\because$  点 Q (x, y) 在 x 轴下方，

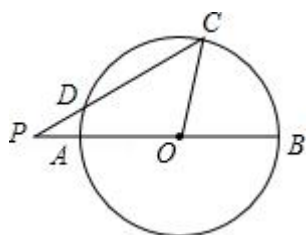
$\therefore y=2x-1 < 0$ ,

解得：  $x < \frac{1}{2}$ .

**【点评】** 本题主要考查一次函数解析式及图象上的点的坐标，待定系数法求出解析式是前提，根据点的位置确定函数值小于 0.

22. 如图，已知 AB 是  $\odot O$  的直径，AB=16，点 P 是 AB 所在直线上一点，OP=10，

点 C 是  $\odot O$  上一点，PC 交  $\odot O$  于点 D， $\sin \angle BPC = \frac{3}{5}$ ，求 CD 的长.



【考点】M5：圆周角定理；S9：相似三角形的判定与性质；T7：解直角三角形.

【分析】过O作 $OE \perp CD$ 于E，由垂径定理得到 $CD=2CE$ ，解直角三角形得到

$OE=OP \times \sin \angle BPC=6$ ，根据勾股定理即可得到结论.

【解答】解：过O作 $OE \perp CD$ 于E，

$$\therefore CD=2CE,$$

$$\because AB \text{ 是 } \odot O \text{ 的直径, } AB=16,$$

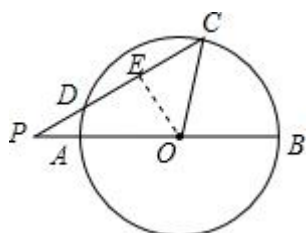
$$\therefore OC=8,$$

$$\because \sin \angle BPC = \frac{3}{5}, \quad OP=10,$$

$$\therefore OE=OP \times \sin \angle BPC=6,$$

$$\therefore CE=\sqrt{OC^2-OE^2}=2\sqrt{7},$$

$$\therefore CD=2CE=4\sqrt{7}.$$

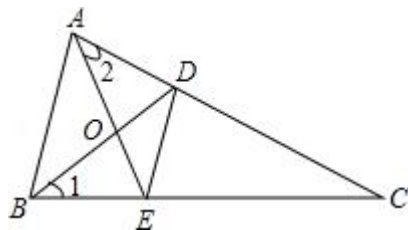


【点评】本题考查了垂径定理，勾股定理，解直角三角形，正确的作出辅助线是解题的关键.

23. 如图，在 $\triangle ABC$ 上，点D、E分别是AC、BC边上的点，AE与BD交于点O，且 $CD=CE$ ， $\angle 1=\angle 2$ .

(1) 求证：四边形ABDE是等腰梯形；

(2) 若  $EC=2$ ,  $BE=1$ ,  $\angle AOD=2\angle 1$ , 求  $AB$  的长.



**【考点】** LK: 等腰梯形的判定.

**【分析】** (1) 由等腰三角形的性质得出  $\angle CDE = \angle CED$ , 由三角形的外角性质和已知条件得出  $\angle AED = \angle BDE$ , 证出  $OD = OE$ , 由 AAS 证明  $\triangle AOD \cong \triangle BOE$ , 得出  $AD = BE$ ,  $OA = OB$ , 由等腰三角形的性质得出  $\angle OAB = \angle OBA$ , 再由对顶角相等和三角形内角和定理得出  $\angle OAB = \angle OBA = \angle ODE = \angle OED$ , 证出  $DE \parallel AB$ , 即可得出结论;

(2) 由三角形的外角性质和已知条件得出  $\angle 1 = \angle OED$ , 证出  $AD = ED = BE = 1$ , 由平行线的性质得出  $\triangle CDE \sim \triangle CAB$ , 得出对应边成比例, 即可得出  $AB$  的长.

**【解答】** (1) 证明:  $\because CD = CE$ ,

$$\therefore \angle CDE = \angle CED,$$

$$\because \angle CDE = \angle 2 + \angle AED, \quad \angle CED = \angle 1 + \angle BDE, \quad \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle AED = \angle BDE,$$

$$\therefore OD = OE,$$

在  $\triangle AOD$  和  $\triangle BOE$  中,

$$\begin{cases} \angle 2 = \angle 1 \\ \angle AOD = \angle BOE \\ OD = OE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AOD \cong \triangle BOE \quad (\text{AAS}),$$

$$\therefore AD = BE, \quad OA = OB,$$

$$\therefore \angle OAB = \angle OBA,$$

$$\therefore \angle AOD = \angle BOE,$$

$$\therefore \angle OAB = \angle OBA = \angle ODE = \angle OED,$$

$$\therefore DE \parallel AB,$$

$\therefore$  四边形 ABDE 是等腰梯形;

$$(2) \text{ 解: } \because \angle AOD = 2\angle 1 = \angle ODE + \angle OED, \quad \angle OED = \angle ODE,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle OED,$$

$$\therefore AD = ED = BE = 1,$$

$$\therefore DE \parallel AB,$$

$$\therefore \triangle CDE \sim \triangle CAB,$$

$$\therefore \frac{DE}{AB} = \frac{EC}{BC},$$

$$\text{即 } \frac{1}{AB} = \frac{2}{1+2},$$

$$\text{解得: } AB = \frac{3}{2}.$$

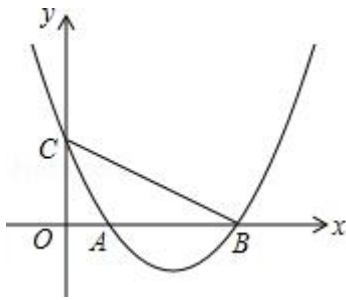
**【点评】** 本题考查了等腰梯形的判定、等腰三角形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、相似三角形的判定与性质等知识; 熟练掌握等腰梯形的判定, 证明三角形全等和三角形相似是解决问题的关键.

24. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  与  $x$  轴交于  $A(1, 0)$ ,  $B(4, 0)$  两点, 与  $y$  轴交于点  $C(0, 2)$ .

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 求证:  $\angle CAO = \angle BCO$ ;

(3) 若点  $P$  是抛物线上的一点, 且  $\angle PCB + \angle ACB = \angle BCO$ , 求直线  $CP$  的表达式.



【考点】HF：二次函数综合题.

【分析】(1) 设抛物线的解析式为  $y=a(x-1)(x-4)$ ，将点 C 的坐标代入求得  $a$  的值，从而得到抛物线的解析式；

(2) 先证明  $\frac{OA}{OC} = \frac{OC}{OB}$ ，从而可证明  $\triangle AOC \sim \triangle COB$ ，由相似三角形的性质可证得  $\angle CAO = \angle BCO$ ；

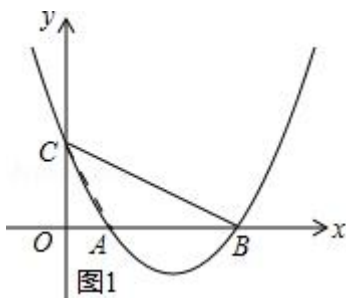
(3) 先证明  $\angle PCB = \angle CBO$ ，如图 2 所示可得到  $CD = BD$ ，然后由勾股定理可求得 OD 的长，从而得到点 D 的坐标，由点 C 和点 D 的坐标可求得 PC 的解析式，如图 3 所示当  $\angle PCB = \angle CBO$  时， $PC \parallel OB$ ，从而可得到 PC 的解析式.

【解答】解：(1) 设抛物线的解析式为  $y=a(x-1)(x-4)$ .

$\therefore$  将 C (0, 2) 代入得：  $4a=2$ ，解得  $a=\frac{1}{2}$ ，

$\therefore$  抛物线的解析式为  $y=\frac{1}{2}(x-1)(x-4)$ ，即  $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}x+2$ .

(2) 如图 1 所示：连接 AC.



$\therefore$  由题意可知：  $OA=1$ ，  $OC=2$ ，  $OB=4$ ，

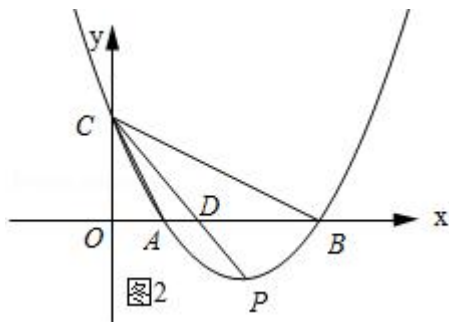
$\therefore \frac{OA}{OC} = \frac{OC}{OB} = \frac{1}{2}$ .

又  $\therefore \angle COA = \angle BOC$ ,

$$\therefore \triangle AOC \sim \triangle COB.$$

$$\therefore \angle CAO = \angle BCO.$$

(3) ①如图 2 所示:



$$\therefore \angle PCB + \angle ACB = \angle BCO, \quad \angle ACO + \angle ACB = \angle BCO,$$

$$\therefore \angle PCB = \angle ACO.$$

$$\therefore \triangle AOC \sim \triangle COB,$$

$$\therefore \angle ACO = \angle CBO.$$

$$\therefore \angle PCB = \angle CBO.$$

$$\therefore CD = BD.$$

设  $OD = x$ , 则  $DB = CD = 4 - x$ .

在  $\text{Rt}\triangle DCO$  中, 由勾股定理得:  $OD^2 + CO^2 = DC^2$ , 即  $x^2 + 2^2 = (4 - x)^2$ . 解得:

$$x = 1.5.$$

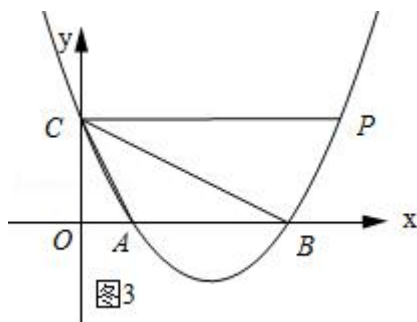
$\therefore$  点 D 的坐标为  $(1.5, 0)$ .

设直线 CP 的解析式为  $y = kx + b$ .

$$\therefore \text{将 } (0, 2), D(1.5, 0) \text{ 代入得: } \begin{cases} 1.5k + b = 0 \\ b = 2 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k = -\frac{4}{3} \\ b = 2 \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 CP 的解析式为 } y = -\frac{4}{3}x + 2.$$

如图 3 所示:



$$\therefore \angle PCB + \angle ACB = \angle BCO, \quad \angle ACO + \angle ACB = \angle BCO,$$

$$\therefore \angle PCB = \angle ACO.$$

$$\therefore \triangle AOC \sim \triangle COB,$$

$$\therefore \angle ACO = \angle CBO.$$

$$\therefore \angle PCB = \angle CBO.$$

$$\therefore CP \parallel OB.$$

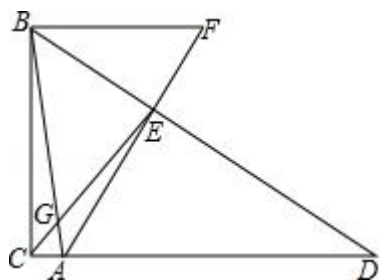
$$\therefore CP \text{ 的解析式为 } y=2.$$

综上所述，直线 CP 的解析式为  $y = -\frac{4}{3}x + 2$  或  $y=2$ .

**【点评】** 本题主要考查的是二次函数的综合应用，解答本题主要应用了待定系数法求一次函数和二次函数的解析式、相似三角形的性质和判定、勾股定理的应用，证得  $DC=DB$ ，然后依据勾股定理求得 OD 的长是解题的关键.

25. 如图，在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=1$ ， $BC=7$ ，点 D 是边 CA 延长线的一点， $AE \perp BD$ ，垂足为点 E，AE 的延长线交 CA 的平行线 BF 于点 F，连结 CE 交 AB 于点 G.

- (1) 当点 E 是 BD 的中点时，求  $\tan \angle AFB$  的值；
- (2)  $CE \cdot AF$  的值是否随线段 AD 长度的改变而变化？如果不变，求出  $CE \cdot AF$  的值；如果变化，请说明理由；
- (3) 当  $\triangle BGE$  和  $\triangle BAF$  相似时，求线段 AF 的长.



【考点】KD：全等三角形的判定与性质；KX：三角形中位线定理；LG：正方形的判定与性质；MR：圆的综合题；SO：相似形综合题；T1：锐角三角函数的定义；T5：特殊角的三角函数值.

【专题】15：综合题.

【分析】(1) 过点 E 作  $EH \perp CD$  于 H，如图 1，易证 EH 是  $\triangle DBC$  的中位线及  $\triangle AHE \sim \triangle EHD$ ，设  $AH=x$ ，运用相似三角形的性质可求出 x，就可求出  $\tan \angle AFB$  的值；

(2) 取 AB 的中点 O，连接 OC、OE，如图 2，易证四点 A、C、B、E 共圆，根据圆周角定理可得  $\angle BCE = \angle BAF$ ，根据圆内接四边形内角互补可得  $\angle CBE + \angle CAE = 180^\circ$ ，由此可推出  $\angle CBE = \angle BFA$ ，从而可得  $\triangle BCE \sim \triangle FAB$ ，即可得到  $CE \cdot FA = BC \cdot AB$ ，只需求出 AB 就可解决问题；

(3) 过点 E 作  $EH \perp CD$  于 H，作  $EM \perp BC$  于 M，如图 3，易证四边形 EMCH 是矩形，由  $\triangle BCE \sim \triangle FAB$ ， $\triangle BGE$  与  $\triangle FAB$  相似可得  $\triangle BGE$  与  $\triangle BCE$  相似，即可得到  $\angle EBG = \angle ECB$ 。由点 A、C、B、E 共圆可得  $\angle ECA = \angle EBG$ ，即可得到  $\angle ECB = \angle ECA$ ，根据角平分线的性质可得  $EM = EH$ ，即可得到矩形 EMCH 是正方形，则有  $CM = CH$ ，易证  $EB = EA$ ，根据 HL 可得  $Rt \triangle BME \sim Rt \triangle AHE$ ，则有  $BM = AH$ 。设  $AH = x$ ，根据  $CM = CH$  可求出 x，由此可求出 CE 的长，再利用 (2) 中的结果就可求出 AF 的值。

【解答】解：(1) 过点 E 作  $EH \perp CD$  于 H，如图 1，

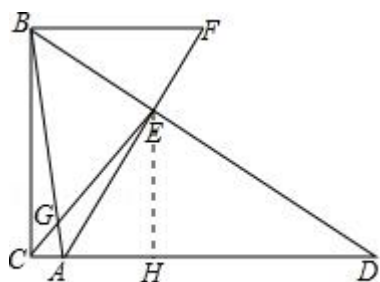


图1

则有  $\angle EHA = \angle EHD = 90^\circ$ .

$\because \angle BCD = 90^\circ$ ,  $BE = DE$ ,

$\therefore CE = DE$ .

$\therefore CH = DH$ ,

$\therefore EH = \frac{1}{2}BC = \frac{7}{2}$ .

设  $AH = x$ , 则  $DH = CH = x + 1$ .

$\because AE \perp BD$ ,

$\therefore \angle AEH + \angle DEH = \angle AED = 90^\circ$ .

$\because \angle AEH + \angle EAH = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle EAH = \angle DEH$ ,

$\therefore \triangle AHE \sim \triangle EHD$ ,

$\therefore \frac{AH}{EH} = \frac{EH}{DH}$ ,

$\therefore EH^2 = AH \cdot DH$ ,

$\therefore \left(\frac{7}{2}\right)^2 = x(x+1)$ ,

解得  $x = \frac{5\sqrt{2}-1}{2}$  (舍负),

$\therefore \tan \angle EAH = \frac{EH}{AH} = \frac{\frac{7}{2}}{\frac{5\sqrt{2}-1}{2}} = \frac{5\sqrt{2}+1}{7}$ .

$\because BF \parallel CD$ ,

$$\therefore \angle AFB = \angle EAH,$$

$$\therefore \tan \angle AFB = \frac{5\sqrt{2}+1}{7};$$

(2)  $CE \cdot AF$  的值不变.

取  $AB$  的中点  $O$ , 连接  $OC$ 、 $OE$ , 如图 2,

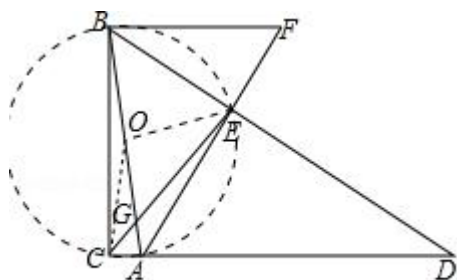


图2

$$\because \angle BCA = \angle BEA = 90^\circ,$$

$$\therefore OC = OA = OB = OE,$$

$\therefore$  点  $A$ 、 $C$ 、 $B$ 、 $E$  共圆,

$$\therefore \angle BCE = \angle BAF, \quad \angle CBE + \angle CAE = 180^\circ.$$

$$\because BF \parallel CD,$$

$$\therefore \angle BFA + \angle CAE = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle CBE = \angle BFA,$$

$$\therefore \triangle BCE \sim \triangle FAB,$$

$$\therefore \frac{BC}{FA} = \frac{CE}{AB},$$

$$\therefore CE \cdot FA = BC \cdot AB.$$

$$\because \angle BCA = 90^\circ, \quad BC = 7, \quad AC = 1,$$

$$\therefore AB = 5\sqrt{2},$$

$$\therefore CE \cdot FA = 7 \times 5\sqrt{2} = 35\sqrt{2};$$

(3) 过点 E 作  $EH \perp CD$  于 H, 作  $EM \perp BC$  于 M, 如图 3,

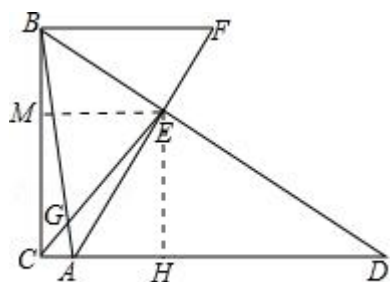


图3

$$\therefore \angle EMC = \angle MCH = \angle CHE = 90^\circ,$$

$\therefore$  四边形 EMCH 是矩形.

$\because \triangle BCE \sim \triangle FAB$ ,  $\triangle BGE$  与  $\triangle FAB$  相似,

$\therefore \triangle BGE$  与  $\triangle BCE$  相似,

$$\therefore \angle EBG = \angle ECB.$$

$\because$  点 A、C、B、E 共圆,

$$\therefore \angle ECA = \angle EBG,$$

$$\therefore \angle ECB = \angle ECA,$$

$$\therefore EM = EH,$$

$\therefore$  矩形 EMCH 是正方形,

$$\therefore CM = CH.$$

$$\because \angle ECB = \angle ECA = \frac{1}{2} \angle BCA = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle EBA = \angle EAB = 45^\circ,$$

$$\therefore EB = EA,$$

$$\therefore \text{Rt} \triangle BME \cong \text{Rt} \triangle AHE \quad (\text{HL}),$$

$$\therefore BM = AH.$$

设  $AH = x$ , 则  $BM = x$ ,  $CM = 7 - x$ ,  $CH = 1 + x$ ,

$$\therefore 7 - x = 1 + x,$$

$$\therefore x = 3,$$

$$\therefore CH = 4.$$

在  $\text{Rt}\triangle CHE$  中,

$$\cos \angle ECH = \frac{CH}{CE} = \frac{4}{CE} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore CE = 4\sqrt{2}.$$

由 (2) 可得  $CE \cdot FA = 35\sqrt{2}$ ,

$$\therefore AF = \frac{35\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{35}{4}.$$

**【点评】** 本题主要考查了直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半、等腰三角形的性质、三角形中位线定理、平行线的性质、相似三角形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、三角函数的定义、特殊角的三角函数值、正方形的判定与性质等知识, 综合性强, 有一定的难度, 证到  $\triangle BCE \sim \triangle FAB$  是解决第 (2) 小题的关键, 证出  $\text{Rt}\triangle BME \cong \text{Rt}\triangle AHE$  是解决第 (3) 小题的关键.