

2016 年上海市闵行区中考数学二模试卷

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)

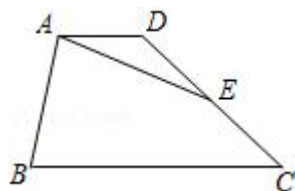
1. (4 分) 如果单项式 $2a^n b^2 c$ 是六次单项式，那么 n 的值取 ()
- A. 6 B. 5 C. 4 D. 3
2. (4 分) 在下列各式中，二次根式 $\sqrt{a-1}$ 的有理化因式是 ()
- A. $\sqrt{a+1}$ B. $\sqrt{a-1}$ C. $\sqrt{a+1}$ D. $\sqrt{a-1}$
3. (4 分) 下列函数中， y 随着 x 的增大而减小的是 ()
- A. $y=3x$ B. $y=-3x$ C. $y=\frac{3}{x}$ D. $y=-\frac{3}{x}$
4. (4 分) 一鞋店销售一种新鞋，试销期间卖出情况如下表，对于鞋店经理来说最关心哪种尺码的鞋畅销，那么下列统计量对该经理来说最有意义的是 ()

尺码	22	22.5	23	23.5	24	24.5	25
数量 (双)	3	5	10	15	8	3	2

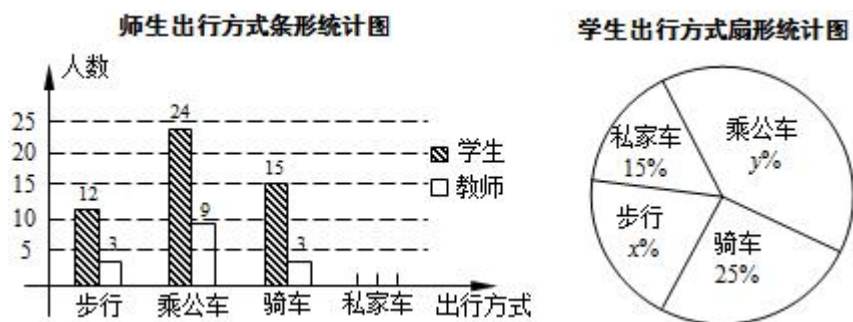
- A. 平均数 B. 中位数 C. 众数 D. 方差
5. (4 分) 下列图形中，既是轴对称又是中心对称图形的是 ()
- A. 正五边形 B. 等腰梯形 C. 平行四边形 D. 圆
6. (4 分) 下列四个命题，其中真命题有 ()
- (1) 有理数乘以无理数一定是无理数；
- (2) 顺次联结等腰梯形各边中点所得的四边形是菱形；
- (3) 在同圆中，相等的弦所对的弧也相等；
- (4) 如果正九边形的半径为 a ，那么边心距为 $a \cdot \sin 20^\circ$.
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. (4分) 计算: $|-2^2| =$ _____.
8. (4分) 在实数范围内分解因式: $a^3 - 2a =$ _____.
9. (4分) 方程 $\sqrt{2x+3} = 2$ 的解是_____.
10. (4分) 不等式组 $\begin{cases} 3-x \geq 0 \\ 4x+3 > -x \end{cases}$ 的解集是_____.
11. (4分) 已知关于 x 的方程 $x^2 - x - m = 0$ 没有实数根, 那么 m 的取值范围是_____.
12. (4分) 将直线 $y = -\frac{2}{3}x + 1$ 向下平移 3 个单位, 那么所得到的直线在 y 轴上的截距为_____.
13. (4分) 如果一个四边形的两条对角线相等, 那么称这个四边形为“等对角线四边形”. 写出一个你所学过的特殊的等对角线四边形的名称_____.
14. (4分) 如图, 已知在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 且 $BC = 3AD$, 点 E 是边 DC 的中点. 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AE} =$ _____ (用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的式子表示).

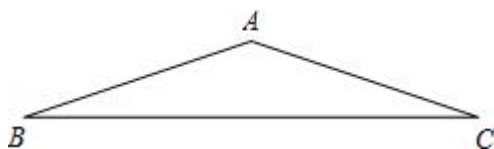


15. (4分) 布袋中有大小、质地完全相同的 4 个小球, 每个小球上分别标有数字 1、2、3、4, 如果从布袋中随机抽取两个小球, 那么这两个小球上的数字之和为偶数的概率是_____.
16. (4分) 9 月 22 日世界无车日, 某校开展了“倡导绿色出行”为主题的调查, 随机抽查了部分师生, 将收集的数据绘制成下列不完整的两种统计图. 已知随机抽查的教师人数为学生人数的一半, 根据图中信息, 乘私家车出行的教师人数是_____.



17. (4分) 点 P 为 $\odot O$ 内一点, 过点 P 的最长的弦长为 10cm , 最短的弦长为 8cm , 那么 OP 的长等于_____ cm .

18. (4分) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\tan \angle B = \frac{1}{3}$, 将 $\triangle ABC$ 翻折, 使点 C 与点 A 重合, 折痕 DE 交边 BC 于点 D , 交边 AC 于点 E , 那么 $\frac{BD}{DC}$ 的值为_____.



三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

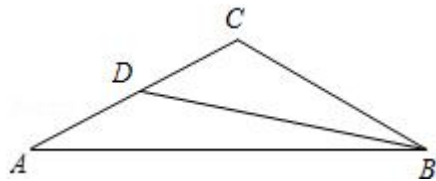
19. (10分) 计算: $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} - 2^{-1} + (\cos 60^\circ + \frac{1}{2})^0 - 3^{\frac{1}{2}}$.

20. (10分) 解方程: $\frac{x-4}{x^2+2x} + \frac{2}{x^2-4} = \frac{1}{x^2-2x}$.

21. (10分) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=30^\circ$, $BC=8$, $\sin \angle A = \frac{\sqrt{5}}{5}$, BD

是 AC 边上的中线. 求:

- (1) $\triangle ABC$ 的面积;
- (2) $\angle ABD$ 的余切值.



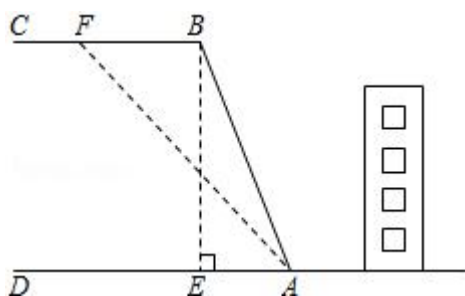
22. (10分) 如图, 山区某教学楼后面紧邻着一个土坡, 坡面 BC 平行于地面

AD, 斜坡 AB 的坡比为 $i=1:\frac{5}{12}$, 且 $AB=26$ 米. 为了防止山体滑坡, 保障安全, 学校决定对该土坡进行改造. 经地质人员勘测, 当坡角不超过 53° 时, 可确保山体不滑坡.

(1) 求改造前坡顶与地面的距离 BE 的长.

(2) 为了消除安全隐患, 学校计划将斜坡 AB 改造成 AF (如图所示), 那么 BF 至少是多少米? (结果精确到 1 米)

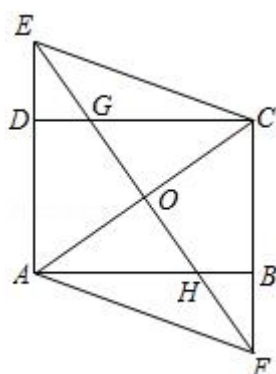
(参考数据: $\sin 53^\circ \approx 0.8$, $\cos 53^\circ \approx 0.6$, $\tan 53^\circ \approx 1.33$, $\cot 53^\circ \approx 0.75$).



23. (12 分) 如图, 已知在矩形 ABCD 中, 过对角线 AC 的中点 O 作 AC 的垂线, 分别交射线 AD 和 CB 于点 E、F, 交边 DC 于点 G, 交边 AB 于点 H. 联结 AF, CE.

(1) 求证: 四边形 AFCE 是菱形;

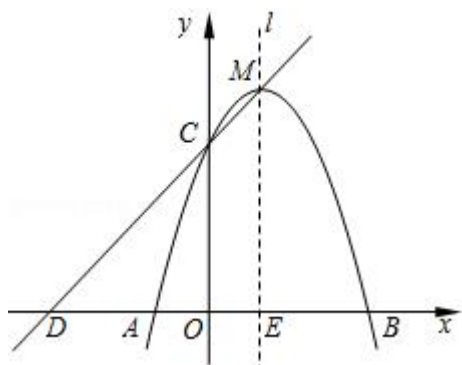
(2) 如果 $OF=2GO$, 求证: $GO^2=DG \cdot GC$.



24. (12 分) 如图, 已知在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y=ax^2+2x+c$ 与 x 轴交于点 A $(-1, 0)$ 和点 B, 与 y 轴相交于点 C $(0, 3)$, 抛物线的对称轴为

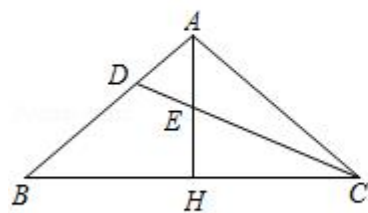
直线 l .

- (1) 求这条抛物线的关系式，并写出其对称轴和顶点 M 的坐标；
- (2) 如果直线 $y=kx+b$ 经过 C 、 M 两点，且与 x 轴交于点 D ，点 C 关于直线 l 的对称点为 N ，试证明四边形 $CDAN$ 是平行四边形；
- (3) 点 P 在直线 l 上，且以点 P 为圆心的圆经过 A 、 B 两点，并且与直线 CD 相切，求点 P 的坐标.

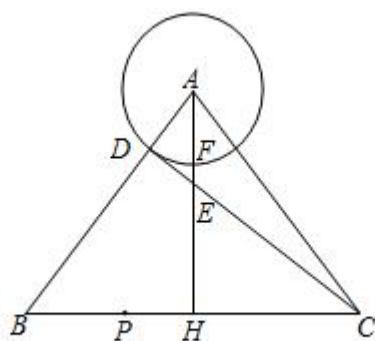


25. (14 分) 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=6$ ， $AH \perp BC$ ，垂足为点 H . 点 D 在边 AB 上，且 $AD=2$ ，联结 CD 交 AH 于点 E .

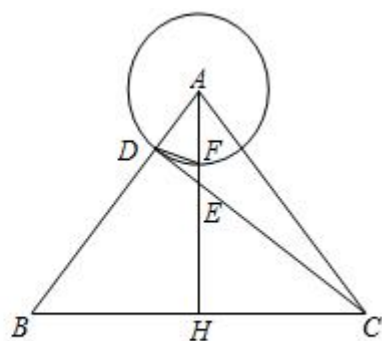
- (1) 如图 1，如果 $AE=AD$ ，求 AH 的长；
- (2) 如图 2， $\odot A$ 是以点 A 为圆心， AD 为半径的圆，交 AH 于点 F . 设点 P 为边 BC 上一点，如果以点 P 为圆心， BP 为半径的圆与 $\odot A$ 外切，以点 P 为圆心， CP 为半径的圆与 $\odot A$ 内切，求边 BC 的长；
- (3) 如图 3，联结 DF . 设 $DF=x$ ， $\triangle ABC$ 的面积为 y ，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出自变量 x 的取值范围.



(图 1)



(图 2)



(图 3)

2016 年上海市闵行区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. （4 分）如果单项式 $2a^n b^2 c$ 是六次单项式，那么 n 的值取（ ）

- A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

【考点】42：单项式.

【分析】直接利用单项式的次数确定方法得出 n 的值即可.

【解答】解：∵ 单项式 $2a^n b^2 c$ 是六次单项式，

$$\therefore n+2+1=6,$$

解得： $n=3$,

故 n 的值取 3.

故选： D.

【点评】此题主要考查了单项式的次数，正确把握定义是解题关键.

2. （4 分）在下列各式中，二次根式 $\sqrt{a-1}$ 的有理化因式是（ ）

- A. $\sqrt{a+1}$ B. $\sqrt{a-1}$ C. $\sqrt{a+1}$ D. $\sqrt{a-1}$

【考点】76：分母有理化.

【分析】直接利用有理化因式的定义得出答案.

【解答】解：∵ $\sqrt{a-1} \times \sqrt{a-1} = a-1$,

∴ 二次根式 $\sqrt{a-1}$ 的有理化因式是： $\sqrt{a-1}$.

故选： B.

【点评】此题主要考查了有理化因式的定义，正确把握有理化因式的定义是解题关键.

3. （4 分）下列函数中， y 随着 x 的增大而减小的是（ ）

A. $y=3x$ B. $y=-3x$ C. $y=\frac{3}{x}$ D. $y=-\frac{3}{x}$

【考点】F6：正比例函数的性质；G4：反比例函数的性质.

【分析】分别利用正比例函数以及反比例函数的性质分析得出答案.

【解答】解：A、 $y=3x$ ， y 随着 x 的增大而增大，故此选项错误；

B、 $y=-3x$ ， y 随着 x 的增大而减小，正确；

C、 $y=\frac{3}{x}$ ，每个象限内， y 随着 x 的增大而减小，故此选项错误；

D、 $y=-\frac{3}{x}$ ，每个象限内， y 随着 x 的增大而增大，故此选项错误；

故选：B.

【点评】此题主要考查了正比例函数以及反比例函数的性质，正确把握相关性质是解题关键.

4. (4 分) 一鞋店销售一种新鞋，试销期间卖出情况如下表，对于鞋店经理来说最关心哪种尺码的鞋畅销，那么下列统计量对该经理来说最有意义的是 ()

尺码	22	22.5	23	23.5	24	24.5	25
数量 (双)	3	5	10	15	8	3	2

A. 平均数 B. 中位数 C. 众数 D. 方差

【考点】WA：统计量的选择.

【分析】鞋店的经理最关心的是各种鞋号的鞋的销售量，特别是销售量最大的鞋号.

【解答】解：由于众数是数据中出现最多的数，鞋店的经理最关心的是各种鞋号的鞋的销售量，特别是销售量最多的鞋号.

故鞋店的经理最关心的是众数.

故选：C.

【点评】本题考查学生对统计量的意义的理解与运用. 要求学生对统计量进行合理的选择和恰当的运用.

5. (4分) 下列图形中, 既是轴对称又是中心对称图形的是 ()

- A. 正五边形 B. 等腰梯形 C. 平行四边形 D. 圆

【考点】P3: 轴对称图形; R5: 中心对称图形.

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解: A、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 因为找不到任何这样的一点, 旋转 180° 后它的两部分能够重合; 即不满足中心对称图形的定义, 故此选项错误;

B、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故此选项错误;

C、不是轴对称图形, 是中心对称图形, 故此选项错误;

D、是轴对称图形, 又是中心对称图形, 故此选项正确.

故选: D.

【点评】此题主要考查了中心对称图形与轴对称图形的概念: 轴对称图形的关键是寻找对称轴, 图形两部分折叠后可重合; 中心对称图形是要寻找对称中心, 旋转 180° 后两部分重合.

6. (4分) 下列四个命题, 其中真命题有 ()

- (1) 有理数乘以无理数一定是无理数;
- (2) 顺次联结等腰梯形各边中点所得的四边形是菱形;
- (3) 在同圆中, 相等的弦所对的弧也相等;
- (4) 如果正九边形的半径为 a , 那么边心距为 $a \cdot \sin 20^\circ$.

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【考点】O1: 命题与定理.

【分析】利用反例对 (1) 进行判断; 根据等腰梯形的对角线相等和三角形中位线性质、菱形的判定方法可对 (2) 进行判断; 根据弦对两条弧可对 (3) 进

行判断；根据正九边形的性质和余弦的定义可对 (4) 解析判断.

【解答】解：有理数乘以无理数不一定是无理数，若 0 乘以 π 得 0，所以 (1) 错误；

顺次联结等腰梯形各边中点所得的四边形是菱形，所以 (2) 正确；

在同圆中，相等的弦所对的弧对应相等，所以 (3) 错误；

如果正九边形的半径为 a ，那么边心距为 $a \cdot \cos 20^\circ$ ，所以 (4) 错误.

故选：A.

【点评】本题考查了命题与定理：判断一件事情的语句，叫做命题. 许多命题都是由题设和结论两部分组成，题设是已知事项，结论是由已知事项推出的事项，一个命题可以写成“如果...那么...”形式. 有些命题的正确性是用推理证实的，这样的真命题叫做定理.

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. (4 分) 计算： $| - 2^2 | =$ 4.

【考点】15：绝对值；1E：有理数的乘方.

【分析】直接利用有理数的乘方运算法则化简，再结合绝对值的性质求出答案.

【解答】解： $| - 2^2 | = | - 4 | = 4$.

故答案为：4.

【点评】此题主要考查了有理数的乘方运算以及绝对值的性质，正确掌握运算法则是解题关键.

8. (4 分) 在实数范围内分解因式： $a^3 - 2a =$ $a (a + \sqrt{2}) (a - \sqrt{2})$.

【考点】55：提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】先提取公因式 a ，再根据平方差公式进行二次分解即可求得答案.

【解答】解： $a^3 - 2a = a (a^2 - 2) = a (a + \sqrt{2}) (a - \sqrt{2})$.

故答案为： $a (a + \sqrt{2}) (a - \sqrt{2})$.

【点评】本题考查了提公因式法，公式法分解因式．注意提取公因式后利用平方差公式进行二次分解，注意分解要彻底．

9. (4分) 方程 $\sqrt{2x+3}=2$ 的解是 $x=\frac{1}{2}$.

【考点】AG: 无理方程.

【专题】17: 推理填空题.

【分析】根据解无理方程的方法可以解答本题.

【解答】解: $\sqrt{2x+3}=2$,

两边平方, 得

$$2x+3=4,$$

解得 $x=\frac{1}{2}$,

检验: 当 $x=\frac{1}{2}$ 时, $\sqrt{2x+3}=\sqrt{2\times\frac{1}{2}+3}=\sqrt{1+3}=\sqrt{4}=2$,

故原无理方程的解是 $x=\frac{1}{2}$.

故答案为: $x=\frac{1}{2}$.

【点评】本题考查解无理方程, 解题的关键是明确解无理方程的解, 注意最后要进行检验.

10. (4分) 不等式组 $\begin{cases} 3-x\geq 0 \\ 4x+3>-x \end{cases}$ 的解集是 $-\frac{3}{5}<x\leq 3$.

【考点】CB: 解一元一次不等式组.

【分析】分别求出每一个不等式的解集, 根据口诀: 同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集.

【解答】解: 解不等式 $3-x\geq 0$, 得: $x\leq 3$,

解不等式 $4x+3>-x$, 得: $x>-\frac{3}{5}$,

所以不等式组的解集为: $-\frac{3}{5}<x\leq 3$,

故答案为: $-\frac{3}{5}<x\leq 3$.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组, 正确求出每一个不等式解集是基础,

熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

11. (4分) 已知关于 x 的方程 $x^2 - x - m = 0$ 没有实数根, 那么 m 的取值范围是

$$m < -\frac{1}{4}.$$

【考点】AA: 根的判别式.

【分析】根据根的判别式得出 $b^2 - 4ac < 0$, 代入求出不等式的解集即可得到答案.

【解答】解: $\because$ 关于 x 的方程 $x^2 - x - m = 0$ 没有实数根,

$$\therefore b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-m) < 0,$$

$$\text{解得: } m < -\frac{1}{4}.$$

$$\text{故答案为: } m < -\frac{1}{4}.$$

【点评】本题主要考查对根的判别式、解一元一次不等式等知识点的理解和掌握, 能根据题意得出 $(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-m) < 0$ 是解此题的关键.

12. (4分) 将直线 $y = -\frac{2}{3}x + 1$ 向下平移 3 个单位, 那么所得到的直线在 y 轴上的截距为 -2.

【考点】F9: 一次函数图象与几何变换.

【分析】直接利用一次函数平移的性质得出平移后解析式, 进而得出答案.

【解答】解: $\because$ 直线 $y = -\frac{2}{3}x + 1$ 向下平移 3 个单位,

$$\therefore \text{平移后的解析式为: } y = -\frac{2}{3}x - 2,$$

$$\therefore \text{所得到的直线在 } y \text{ 轴上的截距为: } -2.$$

故答案为: -2.

【点评】此题主要考查了一次函数的平移变换, 正确掌握平移规律是解题关键.

13. (4分) 如果一个四边形的两条对角线相等, 那么称这个四边形为“等对角线

四边形”. 写出一个你所学过的特殊的等对角线四边形的名称矩形.

【考点】L1: 多边形.

【专题】23: 新定义; 26: 开放型.

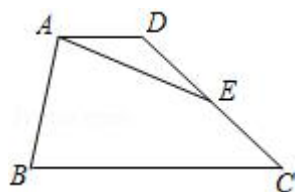
【分析】我们学过的等腰梯形、矩形、正方形的对角线相等, 任选一个即可.

【解答】解: 矩形、正方形的两条对角线相等.

故答案为: 矩形.

【点评】本题考查了多边形, 知道我们学过的等腰梯形、矩形、正方形的对角线相等是解题的关键.

14. (4 分) 如图, 已知在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 且 $BC=3AD$, 点 E 是边 DC 的中点. 设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\vec{a}+2\vec{b}$ (用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的式子表示).



【考点】LM: *平面向量.

【分析】首先连接 AC , 由在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 且 $BC=3AD$, 可求得 $\overrightarrow{BC}$, 然后由三角形法则求得 $\overrightarrow{AC}$, 继而求得 $\overrightarrow{DC}$, 然后由点 E 是边 DC 的中点, 求得 $\overrightarrow{DE}$, 继而求得答案.

【解答】解: 连接 AC ,

$\because$ 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 且 $BC=3AD$,

$$\therefore \overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{AD}=3\vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\vec{a}+3\vec{b},$$

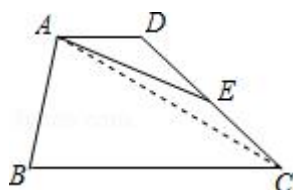
$$\therefore \overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}=(\vec{a}+3\vec{b})-\vec{b}=\vec{a}+2\vec{b},$$

$\because$ 点 E 是边 DC 的中点,

$$\therefore \overrightarrow{DE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}=\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE} = \vec{b} + \left(\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}\right) = \frac{1}{2}\vec{a} + 2\vec{b}.$$

故答案为: $\frac{1}{2}\vec{a} + 2\vec{b}$.



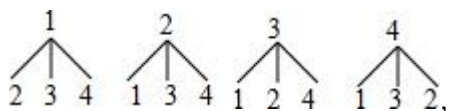
【点评】 此题考查了平面向量的知以及梯形的性质. 注意掌握三角形法则的应用是解此题的关键.

15. (4 分) 布袋中有大小、质地完全相同的 4 个小球, 每个小球上分别标有数字 1、2、3、4, 如果从布袋中随机抽取两个小球, 那么这两个小球上的数字之和为偶数的概率是 $\frac{1}{3}$.

【考点】 X6: 列表法与树状图法.

【分析】 根据题意画出树状图, 进而利用概率公式求出答案.

【解答】 解: 由题意可得:



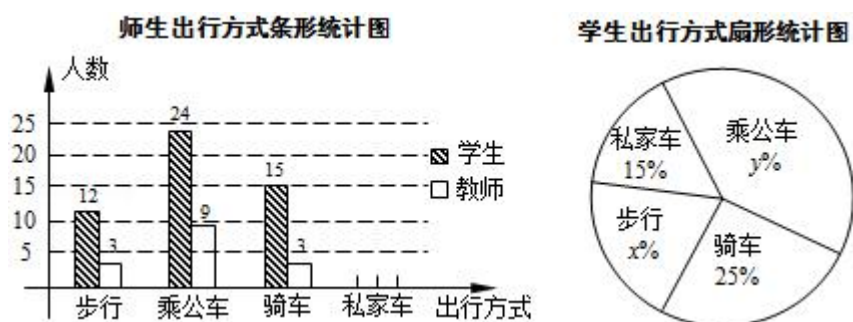
故一共有 12 种可能, 这两个小球上的数字之和为偶数的有 4 种,

故这两个小球上的数字之和为偶数的概率是: $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

故答案为: $\frac{1}{3}$.

【点评】 此题主要考查了树状图法求概率, 正确列举出所有可能是解题关键.

16. (4 分) 9 月 22 日世界无车日, 某校开展了“倡导绿色出行”为主题的调查, 随机抽查了部分师生, 将收集的数据绘制成下列不完整的两种统计图. 已知随机抽查的教师人数为学生人数的一半, 根据图中信息, 乘私家车出行的教师人数是 15.



【考点】 VB: 扇形统计图; VC: 条形统计图.

【分析】 根据骑自行车的学生人数和所占的百分比求出调查的总学生数, 再根据随机抽查的教师人数为学生人数的一半, 得出教师人数, 再用教师人数减去步行、乘公交车和骑自行车的教师数, 即可得出乘私家车出行的教师人数.

【解答】 解: 调查的学生人数是: $15 \div 25\% = 60$ (人),

则教师人数为 30 人, 教师乘私家车出行的人数为 $30 - (3+9+3) = 15$ (人).

故答案为: 15.

【点评】 此题考查了条形统计图和扇形统计图, 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

17. (4 分) 点 P 为 $\odot O$ 内一点, 过点 P 的最长的弦长为 10cm, 最短的弦长为 8cm, 那么 OP 的长等于 3 cm.

【考点】 KQ: 勾股定理; M2: 垂径定理.

【分析】 根据直径是圆中最长的弦, 知该圆的直径是 10cm; 最短弦即是过点 P 且垂直于过点 P 的直径的弦; 根据垂径定理即可求得 CP 的长, 再进一步根据勾股定理, 可以求得 OP 的长.

【解答】 解: 如图所示, $CD \perp AB$ 于点 P.

根据题意, 得

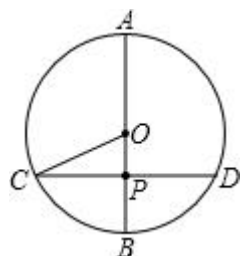
$AB = 10\text{cm}$, $CD = 8\text{cm}$.

$\therefore CD \perp AB$,

$$\therefore CP = \frac{1}{2}CD = 4\text{cm}.$$

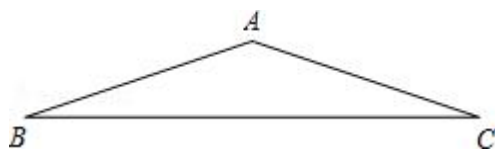
根据勾股定理，得 $OP = \sqrt{OC^2 - CP^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ (cm).

故答案为：3.



【点评】 此题综合运用了垂径定理和勾股定理. 正确理解圆中，过一点的最长的弦和最短的弦.

18. (4分) 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\tan \angle B = \frac{1}{3}$ ，将 $\triangle ABC$ 翻折，使点 C 与点 A 重合，折痕 DE 交边 BC 于点 D ，交边 AC 于点 E ，那么 $\frac{BD}{DC}$ 的值为 $\frac{13}{5}$.



【考点】 PB: 翻折变换 (折叠问题).

【分析】 作 $AF \perp BC$ 于 F ，连接 AD ，设 $AF=a$ ， $DC=x$ ，根据相似三角形的性质用 a 表示 CD 和 BD ，计算即可.

【解答】 解：作 $AF \perp BC$ 于 F ，连接 AD ，

设 $AF=a$ ， $DC=x$ ，

$$\therefore \tan \angle B = \frac{1}{3},$$

$$\therefore BF = 3a,$$

由勾股定理得， $AB = \sqrt{10}a$,

$$\therefore DE \perp AC, AF \perp BC,$$

$$\therefore \triangle CED \sim \triangle CFA,$$

$$\therefore \frac{CE}{CF} = \frac{CD}{CA}, \text{ 即 } \frac{\frac{\sqrt{10}a}{2}}{3a} = \frac{x}{\sqrt{10}a},$$

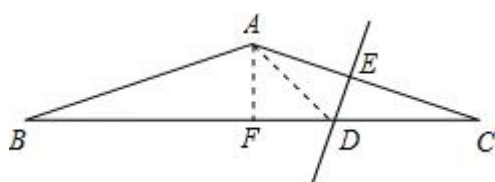
$$\text{解得 } x = \frac{5}{3}a,$$

$$\therefore DF = CF - CD = \frac{4}{3}a,$$

$$\therefore BD = \frac{13}{3}a,$$

$$\therefore \frac{BD}{DC} = \frac{13}{5}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{13}{5}.$$



【点评】 本题考查的是翻折变换的性质，翻折变换是一种对称变换，它属于轴对称，折叠前后图形的形状和大小不变，位置变化，对应边和对应角相等。

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

$$19. (10 \text{ 分}) \text{ 计算: } \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} - 2^{-1} + (\cos 60^\circ + \frac{1}{2})^0 - 3^{\frac{1}{2}}.$$

【考点】 2F：分数指数幂；6E：零指数幂；6F：负整数指数幂；79：二次根式的混合运算；T5：特殊角的三角函数值。

【分析】 分别依据分母有理化、负整指数幂、特殊锐角三角函数值和零指数幂、分数指数幂将各部分计算化简可得。

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: 原式} &= \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} - \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)^0 - \sqrt{3} \\ &= \sqrt{3} - \sqrt{2} - \frac{1}{2} + 1 - \sqrt{3} \\ &= \frac{1}{2} - \sqrt{2}. \end{aligned}$$

【点评】 本题主要考查了二次根式的混合运算，运用了分母有理化、负指数幂、特殊锐角三角函数值和零指数幂、分数指数幂等知识点，熟练掌握这些计算法则是关键。

20. (10 分) 解方程: $\frac{x-4}{x^2+2x} + \frac{2}{x^2-4} = \frac{1}{x^2-2x}$.

【考点】B3: 解分式方程.

【分析】首先去掉分母, 然后解整式方程, 最后验根即可求解.

【解答】解: $\therefore \frac{x-4}{x^2+2x} + \frac{2}{x^2-4} = \frac{1}{x^2-2x}$,

$$\therefore (x-2)(x-4) + 2x = x+2,$$

$$\therefore x^2 - 6x + 8 + 2x = x + 2,$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0,$$

$$(x-2)(x-3) = 0,$$

解得 $x_1=2$, $x_2=3$,

检验: 当 $x_1=2$ 时, $x(x-2)(x+2)=0$, 是增根;

当 $x_2=3$ 时, $x(x-2)(x+2)=15 \neq 0$,

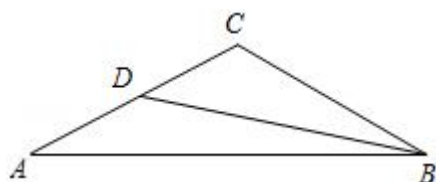
$\therefore x=3$ 是原方程的解.

【点评】此题主要考查了解分式方程, 其中 (1) 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. (2) 解分式方程一定要注意要验根.

21. (10 分) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=30^\circ$, $BC=8$, $\sin \angle A = \frac{\sqrt{5}}{5}$, BD 是 AC 边上的中线. 求:

(1) $\triangle ABC$ 的面积;

(2) $\angle ABD$ 的余切值.



【考点】T7: 解直角三角形.

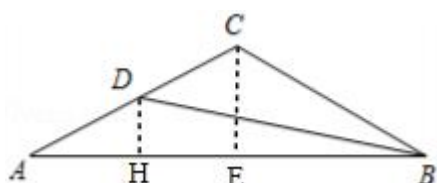
【分析】(1) 过点 C 作 $CE \perp AB$ 与点 E , 根据已知条件分别解 $\triangle BCE$ 、 $\triangle ACE$

可得 BE、CE、AE 的长，即可计算 $S_{\triangle ABC}$ ；

(2) 过点 D 作 $DH \perp AB$ 与点 H 知 $DH \parallel CE$ ，由 D 是 AC 中点可得 $HE = \frac{1}{2}AE$ 、

$DH = \frac{1}{2}CE$ ，即可得 $\cot \angle ABD$ 。

【解答】解：(1) 如图，过点 C 作 $CE \perp AB$ 与点 E，



在 $RT\triangle BCE$ 中， $\because BC=8$ ， $\angle ABC=30^\circ$ ，

$$\therefore BE = BC \cdot \cos \angle ABC = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3},$$

$$CE = BC \cdot \sin \angle ABC = 8 \times \frac{1}{2} = 4,$$

在 $RT\triangle ACE$ 中， $\because \sin \angle A = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ，

$$\therefore AC = \frac{CE}{\sin \angle A} = \frac{4}{\frac{\sqrt{5}}{5}} = 4\sqrt{5},$$

$$\therefore AE = \sqrt{AC^2 - CE^2} = \sqrt{(4\sqrt{5})^2 - 4^2} = 8,$$

则 $AB = AE + BE = 8 + 4\sqrt{3}$ ，

$$\text{故 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CE = \frac{1}{2} \times (8 + 4\sqrt{3}) \times 4 = 16 + 8\sqrt{3};$$

(2) 过点 D 作 $DH \perp AB$ 与点 H，

$\because CE \perp AB$ ，

$\therefore DH \parallel CE$ ，

又 $\because D$ 是 AC 中点，

$$\therefore AH = HE = \frac{1}{2}AE = 4, \quad DH = \frac{1}{2}CE = 2,$$

$$\therefore \text{在 } RT\triangle BDH \text{ 中, } \cot \angle ABD = \frac{BH}{DH} = \frac{4\sqrt{3} + 4}{2} = 2\sqrt{3} + 2.$$

【点评】 本题考查了解直角三角形、勾股定理、三角形中位线定理，通过作辅助

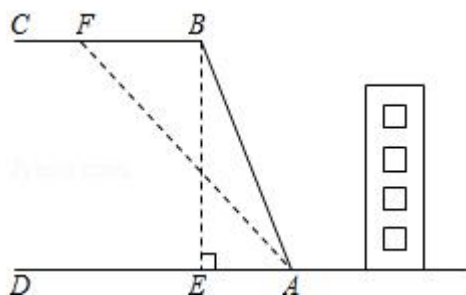
线构造直角三角形是解题的关键.

22. (10 分) 如图, 山区某教学楼后面紧邻着一个土坡, 坡面 BC 平行于地面 AD , 斜坡 AB 的坡比为 $i=1: \frac{5}{12}$, 且 $AB=26$ 米. 为了防止山体滑坡, 保障安全, 学校决定对该土坡进行改造. 经地质人员勘测, 当坡角不超过 53° 时, 可确保山体不滑坡.

(1) 求改造前坡顶与地面的距离 BE 的长.

(2) 为了消除安全隐患, 学校计划将斜坡 AB 改造成 AF (如图所示), 那么 BF 至少是多少米? (结果精确到 1 米)

(参考数据: $\sin 53^\circ \approx 0.8$, $\cos 53^\circ \approx 0.6$, $\tan 53^\circ \approx 1.33$, $\cot 53^\circ \approx 0.75$).



【考点】T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【分析】(1) 根据坡度的概念得到 $BE: EA=12: 5$, 根据勾股定理计算列式即可;

(2) 作 $FH \perp AD$ 于 H , 根据正切的概念求出 AH , 结合图形计算即可.

【解答】解: (1) $\because$ 斜坡 AB 的坡比为 $i=1: \frac{5}{12}$,

$\therefore BE: EA=12: 5$,

设 $BE=12x$, 则 $EA=5x$,

由勾股定理得, $BE^2+EA^2=AB^2$, 即 $(12x)^2+(5x)^2=26^2$,

解得, $x=2$,

则 $BE=12x=24$, $AE=5x=10$,

答：改造前坡顶与地面的距离 BE 的长为 24 米；

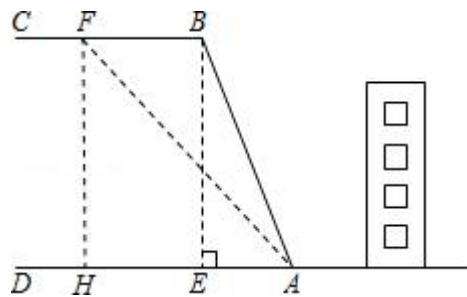
(2) 作 $FH \perp AD$ 于 H,

$$\text{则 } \tan \angle FAH = \frac{FH}{AH},$$

$$\therefore AH = \frac{24}{1.33} \approx 18,$$

$$\therefore BF = 18 - 10 = 8,$$

答：BF 至少是 8 米.

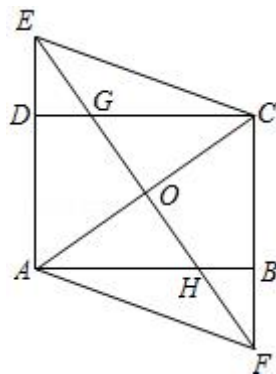


【点评】 本题考查的是解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题，掌握坡度是坡面的铅直高度 h 和水平宽度 l 的比是解题的关键.

23. (12 分) 如图，已知在矩形 ABCD 中，过对角线 AC 的中点 O 作 AC 的垂线，分别交射线 AD 和 CB 于点 E、F，交边 DC 于点 G，交边 AB 于点 H. 联结 AF，CE.

(1) 求证：四边形 AFCE 是菱形；

(2) 如果 $OF = 2GO$ ，求证： $GO^2 = DG \cdot GC$.



【考点】 L9: 菱形的判定; LB: 矩形的性质; S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】 14: 证明题.

【分析】 (1) 根据矩形的性质得到 $AD \parallel BC$, 由平行线的性质得到 $\angle EAC = \angle ACF$,

推出 $\triangle EOA \cong \triangle FOC$, 根据全等三角形的性质得到 $AE = CF$, $OE = OF$, 推出四

边形 $AFCE$ 是平行四边形, 根据菱形的判定定理即可得到结论;

(2) 根据相似三角形的性质得到 $\frac{EG}{DG} = \frac{CG}{GO}$, 等量代换求得结论;

【解答】 证明: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore AD \parallel BC$,

$\therefore \angle EAC = \angle ACF$,

在 $\triangle EOA$ 和 $\triangle FOC$ 中,

$$\begin{cases} \angle EAC = \angle ACF \\ OA = OF \\ \angle AOE = \angle COF \end{cases},$$

$\therefore \triangle EOA \cong \triangle FOC$,

$\therefore AE = CF$, $OE = OF$,

$\therefore$ 四边形 $AFCE$ 是平行四边形,

$\therefore AC \perp EF$,

$\therefore$ 四边形 $AFCE$ 是菱形;

(2) $\because \angle EDG = \angle COG = 90^\circ$, $\angle EGD = \angle CGO$,

$\therefore \triangle EGD \sim \triangle CGO$,

$$\therefore \frac{EG}{DG} = \frac{CG}{GO},$$

$\therefore OF = 2GO$,

$\therefore EG = GO$,

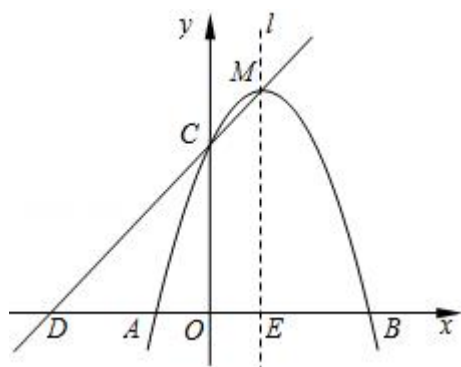
$\therefore GO^2 = DG \cdot GC$.

【点评】 本题考查了全等三角形的判定和性质, 相似三角形的判定和性质, 菱形

的判定，矩形的性质，熟练掌握相似三角形的性质是解题的关键.

24. (12 分) 如图，已知在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+2x+c$ 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$ 和点 B ，与 y 轴相交于点 $C(0, 3)$ ，抛物线的对称轴为直线 l .

- (1) 求这条抛物线的关系式，并写出其对称轴和顶点 M 的坐标；
- (2) 如果直线 $y=kx+b$ 经过 C 、 M 两点，且与 x 轴交于点 D ，点 C 关于直线 l 的对称点为 N ，试证明四边形 $CDAN$ 是平行四边形；
- (3) 点 P 在直线 l 上，且以点 P 为圆心的圆经过 A 、 B 两点，并且与直线 CD 相切，求点 P 的坐标.



【考点】HF：二次函数综合题.

【分析】(1) 将 A 、 C 两点坐标代入解析式即可求出 a 、 c ，将解析式配成顶点式即可得到对称轴方程和顶点坐标；

(2) 先由 C 、 M 两点坐标求出直线 CM 解析式，进而求出 D 点坐标，由于 C 、 N 两点关于抛物线对称轴对称，则 $CN \parallel AD$ ，同时可求出 N 点坐标，然后得出 $CN=AD$ ，结论显然；

(3) 设出 P 点纵坐标，表示出 MP 的长度，过点 P 作 $PH \perp DM$ 于 H ，表示出 PH 的长度，在直角三角形 PAE 中用勾股定理列出方程，解之即得答案.

【解答】解：(1) $\because$ 抛物线 $y=ax^2+2x+c$ 经过点 $A(-1, 0)$ 和点 $C(0, 3)$,

$$\therefore \begin{cases} a-2+c=0 \\ c=3 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} a=-1 \\ c=3 \end{cases},$$

$$\therefore y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4,$$

对称轴为直线 $x=1$ ，顶点 $M(1, 4)$ ；

(2) 如图 1，

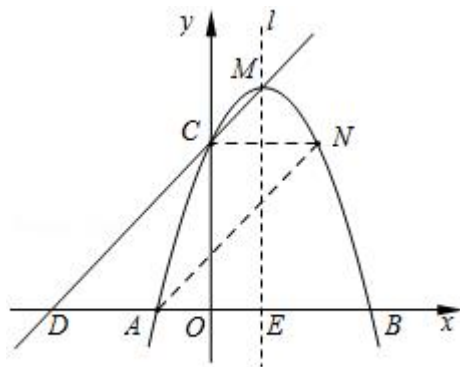


图1

$\therefore$ 点 C 关于直线 l 的对称点为 N ，

$$\therefore N(2, 3),$$

$\therefore$ 直线 $y=kx+b$ 经过 C 、 M 两点，

$$\therefore \begin{cases} b=3 \\ k+b=4 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} k=1 \\ b=3 \end{cases},$$

$$\therefore y=x+3,$$

$\therefore y=x+3$ 与 x 轴交于点 D ，

$$\therefore D(-3, 0),$$

$$\therefore AD=2=CN$$

又 $\therefore AD \parallel CN$ ，

$\therefore CDAN$ 是平行四边形；

(3) 设 $P(1, a)$ ，过点 P 作 $PH \perp DM$ 于 H ，连接 PA 、 PB ，如图 2，

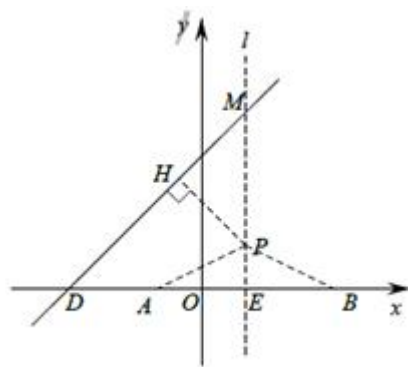


图2

则 $MP=4-a$,

又 $\angle HMP=45^\circ$,

$$\therefore HP=AP=\frac{4-a}{\sqrt{2}},$$

Rt $\triangle APE$ 中, $AP^2=AE^2+PE^2$,

$$\text{即: } \left(\frac{4-a}{\sqrt{2}}\right)^2 = a^2 + 4, \text{ 解得: } \begin{cases} a_1 = -4 + 2\sqrt{6} \\ a_2 = -4 - 2\sqrt{6} \end{cases}$$

$$\therefore P_1(1, -4 + 2\sqrt{6}), P_2(1, -4 - 2\sqrt{6}).$$

【点评】 本题是二次函数综合题, 主要考查了待定系数法求二次函数与一次函数解析式、求抛物线的对称轴及顶点坐标、平行四边形的判定与性质、等腰直角三角形的性质、圆的切线性质、勾股定理、解一元二次方程等知识点, 综合性较强, 难度适中. 第(3)问的直线与圆相切问题往往转化为点到直线的距离与半径相等来解决.

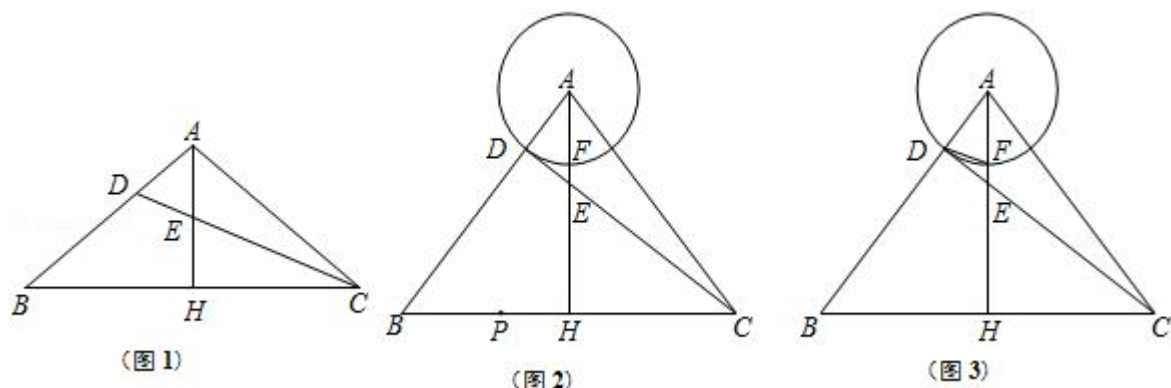
25. (14分) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=6$, $AH \perp BC$, 垂足为点 H . 点 D 在边 AB 上, 且 $AD=2$, 联结 CD 交 AH 于点 E .

(1) 如图 1, 如果 $AE=AD$, 求 AH 的长;

(2) 如图 2, $\odot A$ 是以点 A 为圆心, AD 为半径的圆, 交 AH 于点 F . 设点 P 为边 BC 上一点, 如果以点 P 为圆心, BP 为半径的圆与 $\odot A$ 外切, 以点 P 为圆心, CP 为半径的圆与 $\odot A$ 内切, 求边 BC 的长;

(3) 如图 3, 联结 DF . 设 $DF=x$, $\triangle ABC$ 的面积为 y , 求 y 关于 x 的函数解析

式，并写出自变量 x 的取值范围.



【考点】MR: 圆的综合题.

【分析】(1) 如图 1 中，过点 D 作 $DG \perp AH$ 于 G ，由 $DG \parallel BC$ 得

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DG}{BH} = \frac{DG}{HC} = \frac{ED}{EC} = \frac{EG}{EH} = \frac{1}{3}, \text{ 设 } EG=a, \text{ 则 } EH=3a, \text{ 列出方程即可解决.}$$

(2) 关键两个圆内切、外切半径之间的关系，先求出 PH ，设 $BP=x$ ，根据 $AH^2 = AB^2 - BH^2 = AP^2 - PH^2$ 列出方程即可解决问题.

(3) 如图 3 中过点 D 作 $DG \perp AF$ 于 G ，设 $AG=t$ ，根据 $AD^2 - AG^2 = DF^2 - FG^2$ 程即求出 t 与 x 的关系，再利用三角形面积公式计算即可.

【解答】解：(1) 如图 1 中，过点 D 作 $DG \perp AH$ 于 G ,

$$\therefore AH \perp BC, AB=AC$$

$$\therefore \angle DGE = \angle CHG = 90^\circ, BH=CH,$$

$$\therefore DG \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{DG}{BH} = \frac{DG}{HC} = \frac{ED}{EC} = \frac{EG}{EH} = \frac{1}{3}, \text{ 设 } EG=a, \text{ 则 } EH=3a,$$

$$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{AG}{GH} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore AG=2a, AE=3a=2,$$

$$\therefore AH=6a=4.$$

(2) 如图 2 中, $\because$ 点 P 为圆心, BP 为半径的圆与 $\odot A$ 外切, CP 为半径的圆与 $\odot A$ 内切,

$$\therefore AP=AD+BP, AP=PC-AD,$$

$$\therefore AD+BP=PC-AD,$$

$$\therefore PC-BP=2AD=4,$$

$$\therefore PH+HC-(BH-PH)=4,$$

$$\therefore PH=2,$$

$$\therefore AH^2=AB^2-BH^2=AP^2-PH^2, \text{ 设 } BP=x,$$

$$\therefore 6^2-(x+2)^2=(x+2)^2-2^2,$$

$$\therefore x=2\sqrt{5}-2,$$

$$\therefore BC=2BH=2(PB+PH)=4\sqrt{5}.$$

(3) 如图 3 中, 过点 D 作 $DG \perp AF$ 于 G, 设 $AG=t$,

$$\therefore AD^2-AG^2=DF^2-FG^2,$$

$$\therefore 2^2-t^2=x^2-(2-t)^2,$$

$$\therefore t=\frac{8-x^2}{4},$$

$$\therefore y=S_{\triangle ABC}=18 \cdot S_{\triangle ADG}=18 \times \frac{1}{2} \cdot AG \cdot DG=9 \cdot \frac{8-x^2}{4} \cdot \sqrt{2^2-\left(\frac{8-x^2}{4}\right)^2},$$

$$\therefore y=\frac{72x-9x^3}{16}\sqrt{16-x^2} \quad (0 < x < 2\sqrt{2}).$$

