

2016 年上海市虹口区中考数学二模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) $(-2)^3$ 的计算结果是 ()

- A. 6 B. -6 C. -8 D. 8

2. (4 分) 下列根式中，与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{24}$ B. $\sqrt{12}$ C. $\sqrt{\frac{3}{2}}$ D. $\sqrt{18}$

3. (4 分) 不等式 $2x+4 \leq 0$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()

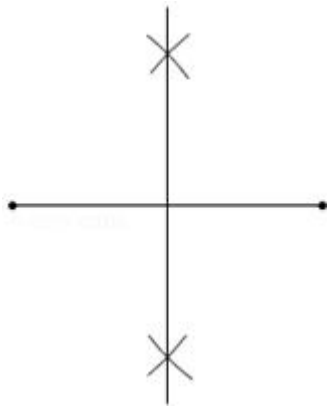
- A.  B. 
C.  D. 

4. (4 分) 李老师对某班学生“你最喜欢的体育项目是什么？”的问题进行了调查，每位同学都选择了其中的一项，现把所得的数据绘制成频数分布直方图（如图）．如图中的信息可知，该班学生最喜欢足球的频率是 ()



- A. 12 B. 0.3 C. 0.4 D. 40

5. (4 分) 如图所示的尺规作图的痕迹表示的是 ()



- A. 尺规作线段的垂直平分线
- B. 尺规作一条线段等于已知线段
- C. 尺规作一个角等于已知角
- D. 尺规作角的平分线

6. (4 分) 下列命题中, 正确的是 ()

- A. 四边相等的四边形是正方形
- B. 四角相等的四边形是正方形
- C. 对角线垂直的平行四边形是正方形
- D. 对角线相等的菱形是正方形

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 当 $a=1$ 时, $|a-3|$ 的值为_____.

8. (4 分) 方程 $\sqrt{2x+3}=x$ 的解为_____.

9. (4 分) 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 m 的取值范围是_____.

10. (4 分) 试写出一个二元二次方程, 使该方程有一个解是 $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$, 你写的这个方程是_____ (写出一个符合条件的即可).

11. (4 分) 函数 $y = \frac{1}{2x-1}$ 的定义域是_____.

12. (4分) 若 $A(-\frac{3}{2}, y_1)$ 、 $B(\frac{2}{5}, y_2)$ 是二次函数 $y = -(x-1)^2 + \sqrt{3}$ 图象上的两点, 则 y_1 _____ y_2 (填“>”或“<”或“=”).

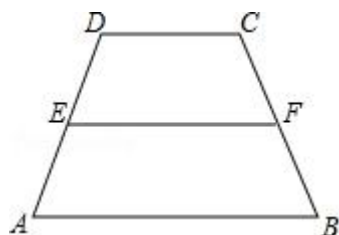
13. (4分) 一个不透明纸箱中装有形状、大小、质地等完全相同的 7 个小球, 分别标有数字 1、2、3、4、5、6、7, 从中任意摸出一个小球, 这个小球上的数字是奇数的概率是_____.

14. (4分) 已知某班学生理化实验操作测试成绩的统计结果如下表:

成绩 (分)	4	5	6	7	8	9	10
人数	1	2	2	6	9	11	9

则这些学生成绩的众数是_____分.

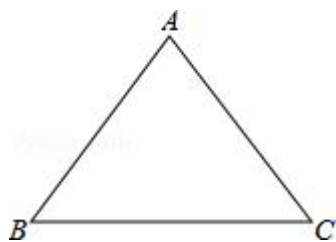
15. (4分) 如图, 在梯形 $\triangle ABCD$ 中, E 、 F 分别为腰 AD 、 BC 的中点, 若 $\overrightarrow{DC} = 3\vec{\pi}$, $\overrightarrow{EF} = 5\vec{\pi}$, 则向量 $\overrightarrow{AB} =$ _____ (结果用 $\vec{\pi}$ 表示).



16. (4分) 若两圆的半径分别为 1cm 和 5cm, 圆心距为 4cm, 则这两圆的位置关系是_____.

17. (4分) 设正 n 边形的半径为 R , 边心距为 r , 如果我们将 $\frac{R}{r}$ 的值称为正 n 边形的“接近度”, 那么正六边形的“接近度”是_____ (结果保留根号).

18. (4分) 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=5$, $BC=6$ (如图所示), 将 $\triangle ABC$ 沿射线 BC 方向平移 m 个单位得到 $\triangle DEF$, 顶点 A 、 B 、 C 分别与 D 、 E 、 F 对应. 若以点 A 、 D 、 E 为顶点的三角形是等腰三角形, 且 AE 为腰, 则 m 的值是_____.



三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

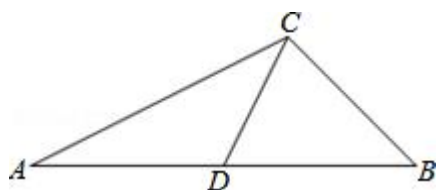
19. (10 分) 先化简，再求值： $\frac{x}{x-4} + \frac{4}{x^2-16} \div \frac{2}{x+4}$ ，其中 $x=8$.

20. (10 分) 已知一个二次函数的图象经过 A (0, -1)、B (1, 5)、C (-1, -3) 三点.

(1) 求这个二次函数的解析式；

(2) 用配方法把这个函数的解析式化为 $y=a(x+m)^2+k$ 的形式.

21. (10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, CD 是边 AB 上的中线, $\angle B$ 是锐角, 且 $\sin B = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan A = \frac{1}{2}$, $BC = 2\sqrt{2}$, 求边 AB 的长和 $\cos \angle CDB$ 的值.

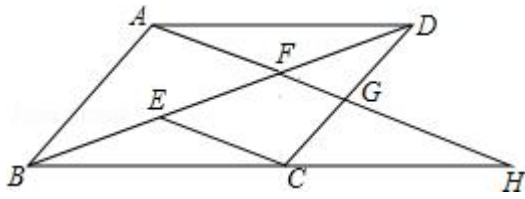


22. (10 分) 社区敬老院需要 600 个环保包装盒, 原计划由初三 (1) 班全体同学制作完成. 但在实际制作时, 有 10 名同学因为参加学校跳绳比赛而没有参加制作. 这样, 该班实际参加制作的同學人均制作的數量比原计划多 5 个, 那么这个班级共有多少名同学?

23. (10 分) 如图, 在四边形 ABCD 中, $AB \parallel DC$, E、F 为对角线 BD 上两点, 且 $BE=DF$, $AF \parallel EC$.

(1) 求证: 四边形 ABCD 是平行四边形;

(2) 延长 AF, 交边 DC 于点 G, 交边 BC 的延长线于点 H, 求证: $AD \cdot DC = BH \cdot DG$.

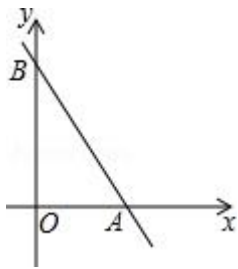


24. (14 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 AB 过点 $A(3, 0)$ 、 $B(0, m)$ ($m > 0$), $\tan \angle BAO = 2$.

(1) 求直线 AB 的表达式;

(2) 反比例函数 $y = \frac{k_1}{x}$ 的图象与直线 AB 交于第一象限内的 C 、 D 两点 ($BD < BC$), 当 $AD = 2DB$ 时, 求 k_1 的值;

(3) 设线段 AB 的中点为 E , 过点 E 作 x 轴的垂线, 垂足为点 M , 交反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图象于点 F , 分别联结 OE 、 OF , 当 $\triangle OEF \sim \triangle OBE$ 时, 请直接写出满足条件的所有 k_2 的值.



25. (14 分) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 2$. 点 D 、 E 分别在边 BC 、 AB 上, $ED \perp BC$, 以 AE 为半径的 $\odot A$ 交 DE 的延长线于点 F .

(1) 当 D 为边 BC 中点时 (如图 1), 求弦 EF 的长;

(2) 设 $\frac{DC}{BC} = x$, $EF = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式及定义域; (不用写出定义域);

(3) 若 DE 过 $\triangle ABC$ 的重心, 分别联结 BF 、 AF 、 CE , 当 $\angle AFB = 90^\circ$ 时 (如图 2), 求 $\frac{CE}{AB}$ 的值.

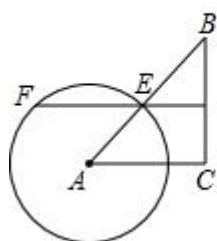


图1

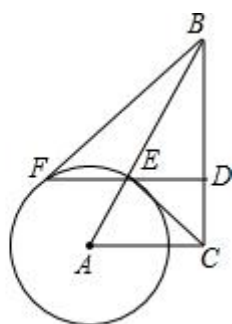


图2

2016 年上海市虹口区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) $(-2)^3$ 的计算结果是 ()

- A. 6 B. -6 C. -8 D. 8

【考点】1E：有理数的乘方.

【分析】根据有理数的乘方的定义进行计算即可得解.

【解答】解： $(-2)^3 = -8$.

故选：C.

【点评】本题考查了有理数的乘方的定义，是基础题，熟记概念是解题的关键.

2. (4 分) 下列根式中，与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{24}$ B. $\sqrt{12}$ C. $\sqrt{\frac{3}{2}}$ D. $\sqrt{18}$

【考点】77：同类二次根式.

【分析】运用化简根式的方法化简每个选项.

【解答】解：A、 $\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$ ，故 A 选项不是；

B、 $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ，故 B 选项是；

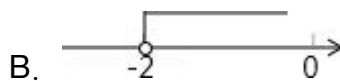
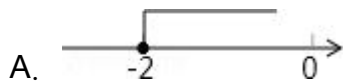
C、 $\sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$ ，故 C 选项不是；

D、 $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ ，故 D 选项不是.

故选：B.

【点评】本题主要考查了同类二次根式，解题的关键是熟记化简根式的方法.

3. (4 分) 不等式 $2x+4 \leq 0$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()





【考点】C4：在数轴上表示不等式的解集；C6：解一元一次不等式.

【分析】先求出不等式的解集，再在数轴上表示出来即可.

【解答】解：移项得， $2x \leq -4$,

系数化为1得， $x \leq -2$.

在数轴上表示为：



故选：C.

【点评】本题考查的是在数轴上表示不等式的解集，熟知实心圆点与空心圆点的区别是解答此题的关键.

4. (4分) 李老师对某班学生“你最喜欢的体育项目是什么？”的问题进行了调查，每位同学都选择了其中的一项，现把所得的数据绘制成频数分布直方图（如图）. 如图中的信息可知，该班学生最喜欢足球的频率是（ ）



- A. 12 B. 0.3 C. 0.4 D. 40

【考点】V8：频数（率）分布直方图.

【分析】由频数之和等于数据总数计算出学生总数，再由频率 $=\frac{\text{频数}}{\text{数据总和}}$ 计算最喜欢足球的频率.

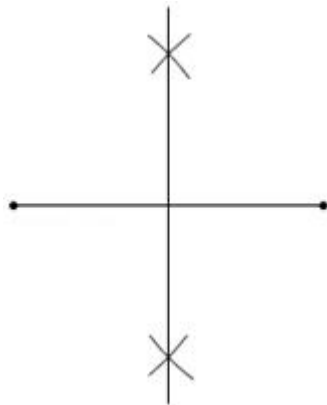
【解答】解：读图可知：共有 $(6+5+12+8+7+2)=40$ 人，

最喜欢足球的频数为12，是最喜欢篮球的频率是 $\frac{12}{40}=0.3$,

故选：B.

【点评】此题考查频数（率）分布直方图，熟知计算公式：频率= $\frac{\text{频数}}{\text{数据总和}}$ 是解题的关键.

5. (4分) 如图所示的尺规作图的痕迹表示的是 ()



- A. 尺规作线段的垂直平分线
- B. 尺规作一条线段等于已知线段
- C. 尺规作一个角等于已知角
- D. 尺规作角的平分线

【考点】N2：作图—基本作图.

【分析】利用线段垂直平分线的作法进而判断得出答案.

【解答】解：如图所示：可得尺规作图的痕迹表示的是尺规作线段的垂直平分线.

故选：A.

【点评】此题主要考查了基本作图，正确把握作图方法是解题关键.

6. (4分) 下列命题中，正确的是 ()

- A. 四边相等的四边形是正方形
- B. 四角相等的四边形是正方形
- C. 对角线垂直的平行四边形是正方形
- D. 对角线相等的菱形是正方形

【考点】LF：正方形的判定.

【专题】14：证明题.

【分析】根据正方形的判定：对角线相等且互相垂直平分的四边形是正方形，对各个选项进行分析.

【解答】解：A，错误，四边相等的四边形也可能是菱形；

B，错误，矩形的四角相等，但不是正方形；

C，错误，对角线垂直的平行四边形是菱形；

D，正确，符合正方形的判定；

故选：D.

【点评】本题是考查正方形的判别方法，判别一个四边形为正方形主要根据正方形的概念，途经有两种：①先说明它是矩形，再说明有一组邻边相等；②先说明它是菱形，再说明它有一个角为直角.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7.（4 分）当 $a=1$ 时， $|a-3|$ 的值为 2.

【考点】15：绝对值.

【分析】直接将 a 的值代入化简求出答案.

【解答】解：当 $a=1$ 时， $|a-3|=|1-3|=2$.

故答案为：2.

【点评】此题主要考查了绝对值，正确掌握绝对值的性质是解题关键.

8.（4 分）方程 $\sqrt{2x+3}=x$ 的解为 3.

【考点】AG：无理方程.

【分析】首先把方程两边分别平方，然后解一元二次方程即可求出 x 的值.

【解答】解：两边平方得： $2x+3=x^2$

$$\therefore x^2 - 2x - 3 = 0,$$

解方程得: $x_1=3$, $x_2=-1$,

检验: 当 $x_1=3$ 时, 方程的左边=右边, 所以 $x_1=3$ 为原方程的解,

当 $x_2=-1$ 时, 原方程的左边 $\neq$ 右边, 所以 $x_2=-1$ 不是原方程的解.

故答案为 3.

【点评】 本题主要考查解无理方程, 关键在于首先把方程的两边平方, 注意最后要把 x 的值代入原方程进行检验.

9. (4 分) 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 m 的取值范围是 $m < 1$.

【考点】 AA: 根的判别式.

【专题】 17: 推理填空题.

【分析】 关于 x 的方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个不相等的实数根, 即判别式 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$. 即可得到关于 m 的不等式, 从而求得 m 的范围.

【解答】 解: $\because a=1$, $b=-2$, $c=m$,

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 1 \times m = 4 - 4m > 0,$$

解得: $m < 1$.

故答案为 $m < 1$.

【点评】 本题考查了一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系:

(1) $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根;

(2) $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根;

(3) $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根.

10. (4 分) 试写出一个二元二次方程, 使该方程有一个解是 $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$, 你写的这个方程是 $x^2 + y^2 = 5$ (写出一个符合条件的即可).

【考点】 AF: 高次方程.

【专题】26：开放型.

【分析】根据 $(-1)^2 + 2^2 = 5$ 列出方程即可.

【解答】解： $\because (-1)^2 + 2^2 = 5$,

$$\therefore x^2 + y^2 = 5,$$

故答案为： $x^2 + y^2 = 5$.

【点评】此题考查高次方程的解，方程的解即为能使方程左右两边成立的未知数的值，根据解写方程应先列算式再列方程是关键.

11. (4分) 函数 $y = \frac{1}{2x-1}$ 的定义域是 $x \neq \frac{1}{2}$.

【考点】E4：函数自变量的取值范围.

【分析】该函数是分式，分式有意义的条件是分母不等于0，故分母 $2x - 1 \neq 0$ ，解得 x 的范围.

【解答】解：根据题意得： $2x - 1 \neq 0$,

解得： $x \neq \frac{1}{2}$.

故答案为： $x \neq \frac{1}{2}$.

【点评】本题考查了函数自变量取值范围的求法. 要使得本题函数式子有意义，必须满足分母不等于0.

12. (4分) 若 $A(-\frac{3}{2}, y_1)$ 、 $B(\frac{2}{5}, y_2)$ 是二次函数 $y = -(x-1)^2 + \sqrt{3}$ 图象上的两点，则 y_1 $<$ y_2 (填“ $>$ ”或“ $<$ ”或“ $=$ ”).

【考点】H5：二次函数图象上点的坐标特征.

【专题】11：计算题.

【分析】直接计算自变量为 $-\frac{3}{2}$ 和 $\frac{2}{5}$ 所对应的函数值，然后比较函数值的大小即可.

【解答】解： $\because A(-\frac{3}{2}, y_1)$ 、 $B(\frac{2}{5}, y_2)$ 是二次函数 $y = -(x-1)^2 + \sqrt{3}$ 图象

上的两点,

$$\therefore y_1 = - \left(-\frac{3}{2} - 1 \right)^2 + \sqrt{3} = -\frac{25}{4} + \sqrt{3}, \quad y_2 = - \left(\frac{2}{5} - 1 \right)^2 + \sqrt{3} = -\frac{9}{25} + \sqrt{3},$$

$$\therefore y_1 < y_2.$$

故答案为 < .

【点评】 本题考查了二次函数图象上点的坐标特征: 二次函数图象上的点的坐标满足其解析式. 解决本题的关键是把 A 点和 B 点坐标代入抛物线解析式求出 y_1 和 y_2 .

13. (4 分) 一个不透明纸箱中装有形状、大小、质地等完全相同的 7 个小球, 分别标有数字 1、2、3、4、5、6、7, 从中任意摸出一个小球, 这个小球上的数字是奇数的概率是 $\frac{4}{7}$.

【考点】 X4: 概率公式.

【分析】 根据随机事件概率大小的求法, 找准两点: ①符合条件的情况数目, ②全部情况的总数, 二者的比值就是其发生的概率的大小.

【解答】 解: $\because$ 在一个不透明的口袋中装有 7 个完全相同的小球, 把它们分别标号为 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,

$\therefore$ 从中随机摸出一个小球, 共有 7 中等可能结果, 其中是奇数的有 4 种结果, 则其标号是奇数的概率为 $\frac{4}{7}$,

故答案为: $\frac{4}{7}$.

【点评】 本题考查概率的求法与运用, 一般方法: 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{n}{m}$.

14. (4 分) 已知某班学生理化实验操作测试成绩的统计结果如下表:

成绩 (分)	4	5	6	7	8	9	10
--------	---	---	---	---	---	---	----

人数	1	2	2	6	9	11	9
----	---	---	---	---	---	----	---

则这些学生成绩的众数是 9 分.

【考点】 W5: 众数.

【分析】 一组数据中出现次数最多的数据叫做众数. 依此即可求解.

【解答】 解: $\because$ 在这一组数据中 9 分是出现次数最多的,

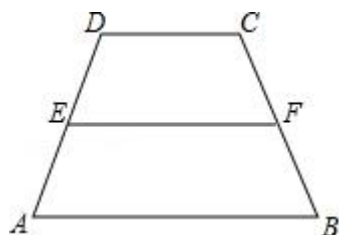
$\therefore$ 这些学生成绩的众数是 9 分.

故答案为: 9.

【点评】 考查了众数, 求一组数据的众数的方法: 找出频数最多的那个数据, 若几个数据频数都是最多且相同, 此时众数就是这多个数据.

15. (4 分) 如图, 在梯形 $\triangle ABCD$ 中, E、F 分别为腰 AD、BC 的中点, 若 $\overrightarrow{DC} = 3\vec{\pi}$,

$\overrightarrow{EF} = 5\vec{\pi}$, 则向量 $\overrightarrow{AB} = \underline{7\vec{\pi}}$ (结果用 $\vec{\pi}$ 表示).



【考点】 LL: 梯形中位线定理; LM: *平面向量.

【分析】 由在梯形 $\triangle ABCD$ 中, E、F 分别为腰 AD、BC 的中点, 可得 $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$,

继而求得答案.

【解答】 解: $\because$ 在梯形 $\triangle ABCD$ 中, E、F 分别为腰 AD、BC 的中点,

$$\therefore \overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}),$$

$$\because \overrightarrow{DC} = 3\vec{\pi}, \quad \overrightarrow{EF} = 5\vec{\pi},$$

$$\therefore \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{EF} - \overrightarrow{DC} = 10\vec{\pi} - 3\vec{\pi} = 7\vec{\pi}.$$

故答案为: $7\vec{\pi}$.

【点评】 此题考查了平面向量的知识以及梯形的中位线的性质. 注意梯形的中位线平行于上下底, 且等于上底与下底和的一半.

16. (4分) 若两圆的半径分别为 1cm 和 5cm, 圆心距为 4cm, 则这两圆的位置关系是内切.

【考点】MJ: 圆与圆的位置关系.

【专题】17: 推理填空题.

【分析】只需将两圆的位置关系转化为圆心距与两圆半径之间的数量关系, 就可解决问题.

【解答】解: $\because 4=5-1$, 即两圆的圆心距等于两圆的半径之差,

$\therefore$ 两圆内切.

故答案为内切.

【点评】本题主要考查了圆与圆的位置关系, 设两圆的半径分别为 R, r (其中 $R \geq r$), 圆心距为 d , 则 $d > R+r \Leftrightarrow$ 两圆外离; $d=R+r \Leftrightarrow$ 两圆外切; $R-r < d < R+r \Leftrightarrow$ 两圆相交; $d=R-r \Leftrightarrow$ 两圆内切; $0 \leq d < R-r \Leftrightarrow$ 两圆内含.

17. (4分) 设正 n 边形的半径为 R , 边心距为 r , 如果我们将 $\frac{R}{r}$ 的值称为正 n 边形的“接近度”, 那么正六边形的“接近度”是 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (结果保留根号).

【考点】MM: 正多边形和圆.

【专题】32: 分类讨论.

【分析】求出正六边形的边心距 (用 R 表示), 根据“接近度”的定义即可解决问题.

【解答】解: $\because$ 正六边形的半径为 R ,

$$\therefore \text{边心距 } r = \frac{\sqrt{3}}{2}R,$$

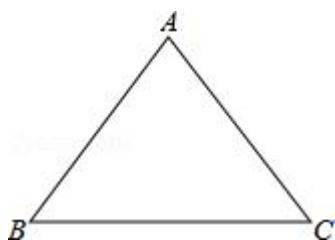
$$\therefore \text{正六边形的“接近度”} = \frac{R}{r} = \frac{R}{\frac{\sqrt{3}}{2}R} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

故答案为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

【点评】本题考查正多边形与圆的共线, 等边三角形高的计算, 记住等边三角形

的高 $h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ (a 是等边三角形的边长), 理解题意是解题的关键, 属于中考常考题型.

18. (4 分) 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=5$, $BC=6$ (如图所示), 将 $\triangle ABC$ 沿射线 BC 方向平移 m 个单位得到 $\triangle DEF$, 顶点 A 、 B 、 C 分别与 D 、 E 、 F 对应. 若以点 A 、 D 、 E 为顶点的三角形是等腰三角形, 且 AE 为腰, 则 m 的值是 6 或 $\frac{25}{6}$.



【考点】KH: 等腰三角形的性质; KQ: 勾股定理; S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】32: 分类讨论.

【分析】已知 AE 为等腰三角形 ADE 的腰, 所以可以分 2 种情况讨论: ①当 $DE=AE$ 时, $\triangle ADE$ 是等腰三角形. 作 $EM \perp AD$, 垂足为 M , $AN \perp BC$ 于 N , 则四边形 $ANEM$ 是平行四边形, 列方程得到 m 的值; ②当 $AD=AE=m$ 时, $\triangle ADE$ 是等腰三角形, 得到四边形 $ABED$ 是平行四边形, 根据平行四边形的性质得到 $BE=AD=m$, 由勾股定理列方程即可得到结论.

【解答】解: 分 2 种情况讨论:

①当 $DE=AE$ 时,

作 $EM \perp AD$, 垂足为 M , $AN \perp BC$ 于 N , 则四边形 $ANEM$ 是平行四边形,

$$\therefore AM=NE, AM=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}m, CN=\frac{1}{2}BC=3,$$

$$\therefore \frac{1}{2}m + \frac{1}{2}m = 6 - (3 - \frac{1}{2}m),$$

$$\therefore m=6;$$

②当 $AD=AE=m$ 时,

$\therefore$ 将 $\triangle ABC$ 沿射线 BC 方向平移 m 个单位得到 $\triangle DEF$,

$\therefore$ 四边形 $ABED$ 是平行四边形,

$\therefore BE=AD=m$,

$\therefore NE=m-3$,

$\therefore AN^2+NE^2=AE^2$,

$\therefore 4^2+(m-3)^2=m^2$,

$\therefore m=\frac{25}{6}$.

综上所述: 当 $m=6$ 或 $\frac{25}{6}$ 时, $\triangle ADE$ 是等腰三角形.

故答案为: 6 或 $\frac{25}{6}$.

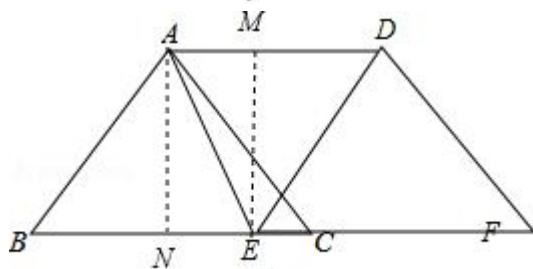


图1

【点评】 本题考查了等腰三角形的性质, 平移的性质, 平行四边形的判定和性质, 勾股定理, 熟练掌握平移的性质是解题的关键.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 先化简, 再求值: $\frac{x}{x-4} + \frac{4}{x^2-16} \div \frac{2}{x+4}$, 其中 $x=8$.

【考点】 6D: 分式的化简求值.

【分析】 先计算除法: 将分母因式分解同时将除法转化为乘法, 约分后即变为同分母分式相加可得, 再将 $x=8$ 代入计算即可.

【解答】 解: 原式 $= \frac{x}{x-4} + \frac{4}{(x+4)(x-4)} \cdot \frac{x+4}{2}$
 $= \frac{x}{x-4} + \frac{2}{x-4}$

$$= \frac{x+2}{x-4},$$

当 $x=8$ 时,

$$\text{原式} = \frac{8+2}{8-4}$$

$$= \frac{10}{4}$$

$$= \frac{5}{2}.$$

【点评】 本题主要考查分式的化简求值能力，分式的混合运算需特别注意运算顺序及符号的处理，也需要对通分、分解因式、约分等知识点熟练掌握.

20. (10 分) 已知一个二次函数的图象经过 A (0, -1)、B (1, 5)、C (-1, -3) 三点.

(1) 求这个二次函数的解析式;

(2) 用配方法把这个函数的解析式化为 $y=a(x+m)^2+k$ 的形式.

【考点】 H8: 待定系数法求二次函数解析式; H9: 二次函数的三种形式.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 (1) 设一般式 $y=ax^2+bx+c$, 然后把点 A、B、C 三点的坐标代入得到关于 a、b、c 的方程组, 然后解方程组求出 a、b、c 的值即可得到抛物线解析式;

(2) 利用配方法把一般式化为顶点式即可.

【解答】 解: (1) 设抛物线的解析式为 $y=ax^2+bx+c$,

$$\text{根据题意得} \begin{cases} c=-1 \\ a+b+c=5 \\ a-b+c=-3 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} a=2 \\ b=4 \\ c=-1 \end{cases},$$

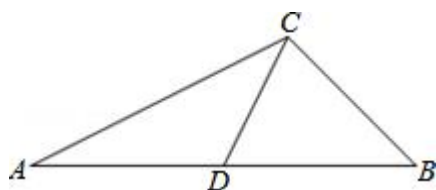
所以抛物线的解析式为 $y=2x^2+4x-1$;

$$(2) y=2x^2+4x-1=2(x^2+2x+1-1)-1=2(x+1)^2-3.$$

【点评】 本题考查了待定系数法求二次函数的解析式: 在利用待定系数法求二次函数关系式时, 要根据题目给定的条件, 选择恰当的方法设出关系式, 从而

代入数值求解. 一般地, 当已知抛物线上三点时, 常选择一般式, 用待定系数法列三元一次方程组来求解; 当已知抛物线的顶点或对称轴时, 常设其解析式为顶点式来求解; 当已知抛物线与 x 轴有两个交点时, 可选择设其解析式为交点式来求解.

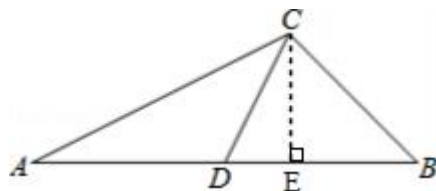
21. (10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, CD 是边 AB 上的中线, $\angle B$ 是锐角, 且 $\sin B = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan A = \frac{1}{2}$, $BC = 2\sqrt{2}$, 求边 AB 的长和 $\cos \angle CDB$ 的值.



【考点】T7: 解直角三角形.

【分析】 $CE \perp AB$ 于点 E , 分别解 $RT\triangle BCE$ 、 $RT\triangle ACE$ 求得 BE 、 CE 及 AE 的长, 可得 AB ; 根据中线结合 BD 的长可得 DE , 在 $RT\triangle CDE$ 中由勾股定理可得 CD , 继而计算得 $\cos \angle CDB$.

【解答】解: 过点 C 作 $CE \perp AB$ 于点 E ,



在 $RT\triangle BCE$ 中, $\because BC = 2\sqrt{2}$, $\sin B = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

$$\therefore CE = BC \cdot \sin B = 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2,$$

$$\therefore BE = \sqrt{BC^2 - CE^2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - 2^2} = 2,$$

在 $RT\triangle ACE$ 中, $\because \tan A = \frac{1}{2}$,

$$\therefore AE = \frac{CE}{\tan A} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4,$$

$$\therefore AB = AE + BE = 4 + 2 = 6,$$

∵ CD 是边 AB 上的中线,

$$\therefore BD = \frac{1}{2}AB = 3,$$

$$\therefore DE = BD - BE = 1,$$

在 $RT\triangle CDE$ 中, $\therefore CD = \sqrt{CE^2 + DE^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5},$

$$\therefore \cos \angle CDB = \frac{DE}{CD} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

故边 AB 的长为 6, $\cos \angle CDB = \frac{\sqrt{5}}{5}.$

【点评】 本题主要考查了解直角三角形的能力, 构建直角三角形是解题的前提, 依据三角函数、勾股定理解直角三角形求出所需线段的长是解题的关键.

22. (10 分) 社区敬老院需要 600 个环保包装盒, 原计划由初三 (1) 班全体同学制作完成. 但在实际制作时, 有 10 名同学因为参加学校跳绳比赛而没有参加制作. 这样, 该班实际参加制作的同学人均制作的数量比原计划多 5 个, 那么这个班级共有多少名同学?

【考点】 B7: 分式方程的应用.

【分析】 设该班级共有 x 名同学, 根据实际每个学生做的个数 - 原计划制作的个数 = 5, 可列出关于 x 的分式方程, 解方程即可得出结论.

【解答】 解: 设该班级共有 x 名同学,

$$\text{依题意得 } \frac{600}{x-10} - \frac{600}{x} = 5,$$

解得: $x=40$, 或 $x=-30$ (舍去).

检验: 将 $x=40$ 代入原方程, 方程左边 $= 20 - 15 = 5 =$ 右边,

故 $x=40$ 是原方程的解.

答: 这个班级共有 40 名同学.

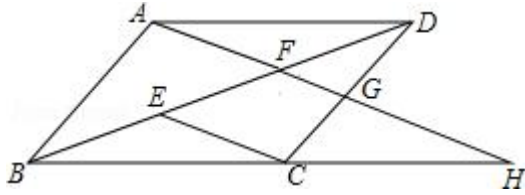
【点评】 本题考查了分式方程的应用, 解题的关键是根据数量关系列出关于 x 的分式方程. 本题属于基础题, 难度不大, 解决该题型题目时, 根据数量关

系列出方程是关键.

23. (10 分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, E 、 F 为对角线 BD 上两点, 且 $BE=DF$, $AF \parallel EC$.

(1) 求证: 四边形 $ABCD$ 是平行四边形;

(2) 延长 AF , 交边 DC 于点 G , 交边 BC 的延长线于点 H , 求证: $AD \cdot DC = BH \cdot DG$.



【考点】L7: 平行四边形的判定与性质; S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】14: 证明题.

【分析】(1) 通过证明 $\triangle ABF \cong \triangle CDE$ 得到 $AB=CD$, 加上 $AB \parallel CD$, 则可判断

四边形 $ABCD$ 是平行四边形;

(2) 根据平行四边形的性质得 $AD=BC$, $AD \parallel BC$, 再证明 $\triangle CHG \sim \triangle DAG$,

利用相似比得到 $\frac{CH}{AD} = \frac{CG}{DG}$, 然后利用比例的性质和等线段代换即可得到结论.

【解答】证明: (1) $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle ABD = \angle CDB,$$

$$\because AF \parallel EC,$$

$$\therefore \angle AFB = \angle CED,$$

$$\because BE = DF,$$

$$\therefore BE + EF = DF + EF,$$

$$\text{即 } BF = DE,$$

在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle CDE$ 中,

$$\begin{cases} \angle ABF = \angle CDE \\ BF = DE \\ \angle AFB = \angle CED \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle CDE,$$

$$\therefore AB = CD,$$

而 $AB \parallel CD$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形;

(2) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD = BC, AD \parallel BC,$$

$$\therefore CH \parallel AD,$$

$$\therefore \triangle CHG \sim \triangle DAG,$$

$$\therefore \frac{CH}{AD} = \frac{CG}{DG},$$

$$\therefore \frac{CH+AD}{AD} = \frac{CG+DG}{DG},$$

$$\text{即 } \frac{BH}{AD} = \frac{CD}{DG},$$

$$\therefore AD \cdot DC = BH \cdot DG.$$

【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质：两个三角形相似对应角相等，对应边的比相等。在判定两个三角形相似时，应注意利用图形中已有的公共角、公共边等隐含条件，以充分发挥基本图形的作用。解决本题的关键是熟练掌握平行四边形的判定与性质。

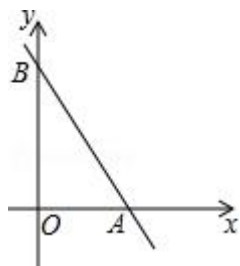
24. (14 分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 AB 过点 $A(3, 0)$ 、 $B(0, m)$ ($m > 0$)， $\tan \angle BAO = 2$.

(1) 求直线 AB 的表达式;

(2) 反比例函数 $y = \frac{k_1}{x}$ 的图象与直线 AB 交于第一象限内的 C 、 D 两点 ($BD < BC$)，当 $AD = 2DB$ 时，求 k_1 的值;

(3) 设线段 AB 的中点为 E ，过点 E 作 x 轴的垂线，垂足为点 M ，交反比例函

数 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图象于点 F，分别联结 OE、OF，当 $\triangle OEF \sim \triangle OBE$ 时，请直接写出满足条件的所有 k_2 的值.



【考点】 GB: 反比例函数综合题.

【分析】 (1) 先通过解直角三角形求得 A 的坐标，然后根据待定系数法即可求得直线 AB 的解析式；

(2) 作 $DE \parallel OA$ ，根据题意得出 $\frac{DE}{OA} = \frac{BD}{AB} = \frac{1}{3}$ ，求得 DE，即 D 的横坐标，代入 AB 的解析式求得纵坐标，然后根据反比例函数图象上点的坐标特征即可求得 k_1 ；

(3) 根据勾股定理求得 AB、OE，进一步求得 BE，然后根据相似三角形的性质求得 EF 的长，从而求得 FM 的长，得出 F 的坐标，然后根据反比例函数图象上点的坐标特征即可求得 k_2 .

【解答】 解：(1) $\because A(3, 0)$ 、 $B(0, m)$ ($m > 0$),

$$\therefore OA=3, OB=m,$$

$$\because \tan \angle BAO = \frac{OB}{OA} = 2,$$

$$\therefore m=6,$$

设直线 AB 的解析式为 $y=kx+b$,

$$\text{代入 } A(3, 0)、B(0, 6) \text{ 得: } \begin{cases} 0=3k+b \\ 6=b \end{cases}$$

解得: $b=6, k=-2$

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y=-2x+6$;

(2) 如图 1, $\because AD=2DB$,

$$\therefore \frac{DB}{AB} = \frac{1}{3},$$

作 $DE \parallel OA$,

$$\therefore \frac{DE}{OA} = \frac{BD}{AB} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore DE = \frac{1}{3}OA = 1,$$

$\therefore D$ 的横坐标为 1,

代入 $y = -2x + 6$ 得, $y = 4$,

$$\therefore D(1, 4),$$

$$\therefore k_1 = 1 \times 4 = 4;$$

(3) 如图 2, $\because A(3, 0), B(0, 6)$,

$$\therefore E\left(\frac{3}{2}, 3\right), AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = 3\sqrt{5},$$

$\because OE$ 是 $Rt\triangle OAB$ 斜边上的中线,

$$\therefore OE = \frac{1}{2}AB = \frac{3}{2}\sqrt{5}, BE = \frac{3}{2}\sqrt{5},$$

$\because EM \perp x$ 轴,

$\therefore F$ 的横坐标为 $\frac{3}{2}$,

$\because \triangle OEF \sim \triangle OBE$,

$$\therefore \frac{EF}{BE} = \frac{OE}{OB},$$

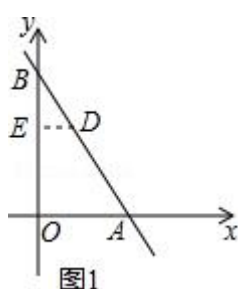
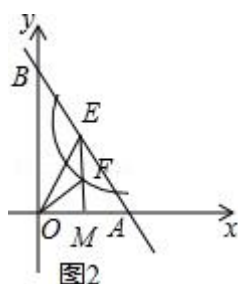
$$\therefore \frac{EF}{\frac{3}{2}\sqrt{5}} = \frac{\frac{3}{2}\sqrt{5}}{6},$$

$$\therefore EF = \frac{15}{8},$$

$$\therefore FM = 3 - \frac{15}{8} = \frac{9}{8}.$$

$$\therefore F\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{8}\right),$$

$$\therefore k_2 = \frac{3}{2} \times \frac{9}{8} = \frac{27}{16}.$$



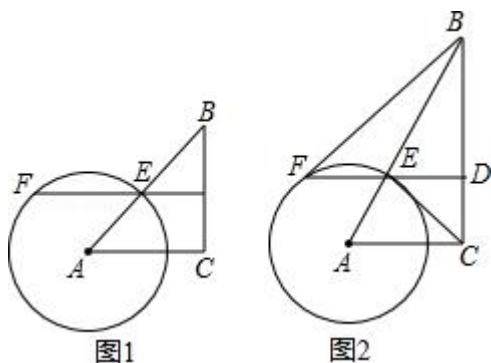
【点评】本题是反比例函数的综合题，考查了待定系数法求一次函数的解析式，反比例函数图象上点的坐标特征，三角形相似的性质以及勾股定理的应用，求得关键点的坐标是解题的关键.

25. (14 分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=2$. 点 D 、 E 分别在边 BC 、 AB 上， $ED \perp BC$ ，以 AE 为半径的 $\odot A$ 交 DE 的延长线于点 F .

(1) 当 D 为边 BC 中点时 (如图 1)，求弦 EF 的长;

(2) 设 $\frac{DC}{BC}=x$ ， $EF=y$ ，求 y 关于 x 的函数解析式及定义域; (不用写出定义域);

(3) 若 DE 过 $\triangle ABC$ 的重心，分别联结 BF 、 AF 、 CE ，当 $\angle AFB=90^\circ$ 时 (如图 2)，求 $\frac{CE}{AB}$ 的值.



【考点】MR: 圆的综合题.

【分析】(1) 如图 1 中, 作 $AM \perp DF$ 于 M, 只要证明 $\triangle AEM \cong \triangle BED$ 得 $ME = DE$, 再根据中位线定理、垂径定理即可解决.

(2) 先证明四边形 $AMDC$ 是矩形, 再利用 $\frac{AM}{BD} = \frac{ME}{ED}$ 即可解决问题.

(3) 如图 2 中, 因为点 O 是重心, 所以 AM 、 CN 是中线, 设 $DM = a$, $CD = 2a$,

则 $BM = CM = 3a$, 利用 (2) 的结论先求出 ED 、 EF , 由 $\triangle BDE \sim \triangle FDB$ 得 $\frac{BD}{DF} = \frac{ED}{BD}$

可以求出 a , 再求出 AB 、 CE 即可解决问题.

【解答】解: (1) 如图 1 中, 作 $AM \perp DF$ 于 M.

$$\therefore AM \perp EF,$$

$$\therefore FM = ME,$$

$$\therefore DE \perp BC,$$

$$\therefore \angle BDE = \angle C = \angle AME = 90^\circ,$$

$$\therefore AM \parallel BC, AC \parallel DF,$$

$$\therefore BD = DC,$$

$$\therefore BE = AE,$$

$$\therefore ED = \frac{1}{2}AC = 1,$$

在 $\triangle AEM$ 和 $\triangle BED$ 中,

$$\begin{cases} AE=BE \\ \angle AME=\angle BDE, \\ \angle AEM=\angle BED \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AEM \cong \triangle BED,$$

$$\therefore ME=ED=1,$$

$$\therefore EF=2ME=2.$$

$$(2) \text{ 如图 1 中, } \therefore \frac{DC}{BC}=x,$$

$$\therefore \frac{DB}{BC}=1-x,$$

$$\therefore ED \parallel AC,$$

$$\therefore \frac{ED}{AC} = \frac{DB}{BC},$$

$$\therefore DE=2(1-x),$$

$$\therefore AM \parallel CD, AC \parallel DM,$$

$$\therefore \text{四边形 AMDC 是平行四边形},$$

$$\therefore \angle C=90^\circ,$$

$$\therefore \text{四边形 AMDC 是矩形},$$

$$\therefore AM=CD,$$

$$\therefore \frac{AM}{BD} = \frac{ME}{ED},$$

$$\therefore \frac{CD}{BD} = \frac{ME}{ED} = \frac{x}{1-x},$$

$$\therefore \frac{\frac{1}{2}y}{2(1-x)} = \frac{x}{1-x},$$

$$\therefore y=4x.$$

$$(3) \text{ 如图 2 中, } \therefore \text{点 O 是重心},$$

$$\therefore AM、CN \text{ 是中线},$$

$$\therefore BN=AN, BM=MC,$$

$$\therefore MN \parallel AC, MN = \frac{1}{2}AC,$$

$$\therefore \frac{MO}{AO} = \frac{MN}{AC} = \frac{MD}{CD} = \frac{1}{2}, \text{ 设 } DM=a, CD=2a, \text{ 则 } BM=CM=3a,$$

$$\text{由 (2) 可知 } x = \frac{DC}{BC} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore EF = 4x = \frac{4}{3},$$

$$\therefore \frac{ED}{AC} = \frac{BD}{BC} = \frac{4a}{6a} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore ED = \frac{4}{3}, DF = \frac{8}{3},$$

$$\therefore DF \parallel AC,$$

$$\therefore \angle FEA = \angle EAC,$$

$$\therefore AE = AF,$$

$$\therefore \angle AFE = \angle AEF,$$

$$\therefore \angle EAC = \angle AFE,$$

$$\therefore \angle AFE + \angle BFE = 90^\circ, \angle EAC + \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BFD = \angle EBD, \therefore \angle BDE = \angle BDF,$$

$$\therefore \triangle BDE \sim \triangle FDB,$$

$$\therefore \frac{BD}{DF} = \frac{ED}{BD},$$

$$\therefore \frac{4a}{\frac{8}{3}} = \frac{\frac{4}{3}}{4a},$$

$$\therefore a = \frac{\sqrt{2}}{3} \text{ (负根已经舍弃).}$$

$$\therefore BC = 6a = 2\sqrt{2},$$

$$\text{在 } \text{RT}\triangle ABC \text{ 中, } AB = \sqrt{CB^2 + AC^2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 2^2} = 2\sqrt{3},$$

$$\text{在 } \text{RT}\triangle ECD \text{ 中, } EC = \sqrt{CD^2 + ED^2} = \sqrt{\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3},$$

图1

第 29 页 (共 29 页)