

2016 年上海市浦东新区中考数学二模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 2016 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{2016}$ B. -2016 C. $-\frac{1}{2016}$ D. 2016

2. (4 分) 已知一元二次方程 $x^2+3x+2=0$ ，下列判断正确的是 ()

- A. 该方程无实数解
B. 该方程有两个相等的实数解
C. 该方程有两个不相等的实数解
D. 该方程解的情况不确定

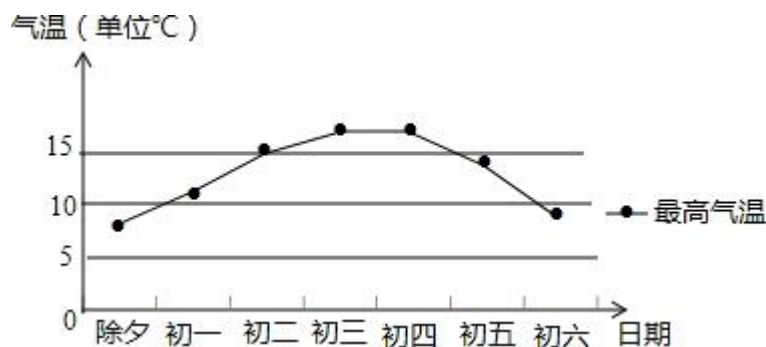
3. (4 分) 下列函数的图象在每一个象限内， y 随着 x 的增大而增大的是 ()

- A. $y=-\frac{1}{x}$ B. $y=x^2-1$ C. $y=\frac{1}{x}$ D. $y=-x-1$

4. (4 分) 如果从 1、2、3 这三个数字中任意选取两个数字，组成一个两位数，那么这个两位数是素数的概率等于 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$

5. (4 分) 下图是上海今年春节七天最高气温 ($^{\circ}\text{C}$) 的统计结果：

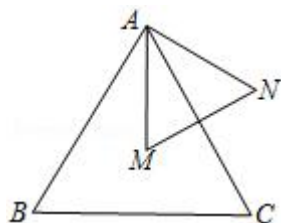


这七天最高气温的众数和中位数是 ()

- A. 15, 17 B. 14, 17 C. 17, 14 D. 17, 15

6. (4 分) 如图， $\triangle ABC$ 和 $\triangle AMN$ 都是等边三角形，点 M 是 $\triangle ABC$ 的重心，

那么 $\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}}$ 的值为 ()



- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{4}{9}$

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 计算: $|\frac{1}{3} - 1| =$ _____.

8. (4 分) 不等式 $x - 1 < 2$ 的解集是_____.

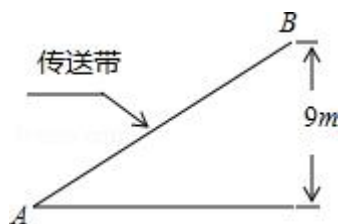
9. (4 分) 分解因式: $8 - 2x^2 =$ _____.

10. (4 分) 计算: $3(\vec{a} - \vec{b}) + 2(\vec{b} - 2\vec{a}) =$ _____.

11. (4 分) 方程 $\sqrt{5-x} = 3$ 的根是_____.

12. (4 分) 已知函数 $f(x) = \frac{6}{\sqrt{x^2+2}}$, 那么 $f(\sqrt{2}) =$ _____.

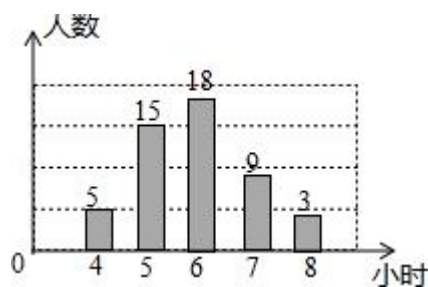
13. (4 分) 如图, 传送带和地面所成的斜坡的坡度为 $1: \sqrt{3}$, 它把物体从地面送到离地面 9 米高的地方, 则物体从 A 到 B 所经过的路程为_____米.



14. (4 分) 正八边形的中心角等于_____度.

15. (4 分) 在开展“国学诵读”活动中, 某校为了解全校 1200 名学生课外阅读的情况, 随机调查了 50 名学生一周的课外阅读时间, 并绘制成如图所示的条形统计图. 根据图中数据, 估计该校 1200 名学生一周的课外阅读时间不少于 6

小时的人数是_____.



16. (4分) 已知: $\odot O_1$ 、 $\odot O_2$ 的半径长分别为 2 和 R , 如果 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相切, 且两圆的圆心距 $d=3$, 则 R 的值为_____.

17. (4分) 定义运算“ $*$ ”: 规定 $x * y = ax + by$ (其中 a 、 b 为常数), 若 $1 * 1 = 3$, $1 * (-1) = 1$, 则 $1 * 2 =$ _____.

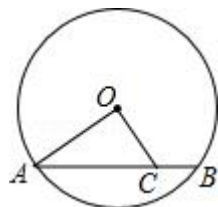
18. (4分) 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $BC = 15$, $AC = 20$. 点 D 在边 AC 上, $DE \perp AB$, 垂足为点 E , 将 $\triangle ADE$ 沿直线 DE 翻折, 翻折后点 A 的对应点为点 P , 当 $\angle CPD$ 为直角时, AD 的长是_____.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10分) 计算: $2\sin 45^\circ - 2016^0 + \sqrt{8} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$.

20. (10分) 解方程: $\frac{x}{x+2} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$.

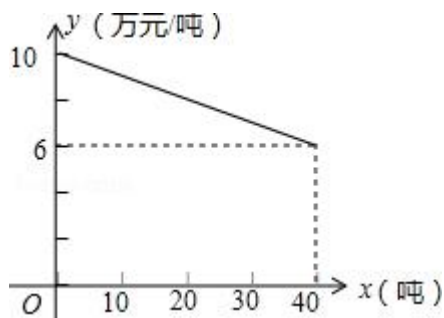
21. (10分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的弦, C 是 AB 上一点, $\angle AOC = 90^\circ$, $OA = 4$, $OC = 3$, 求弦 AB 的长.



22. (10分) 某工厂生产一种产品, 当生产数量不超过 40 吨时, 每吨的成本 y (万元/吨) 与生产数量 x (吨) 的函数关系式如图所示:

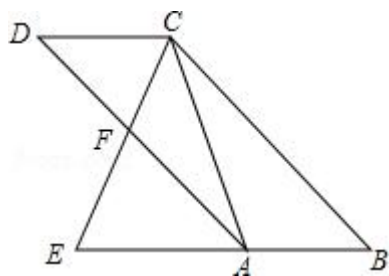
(1) 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出它的定义域;

- (2) 当生产这种产品的总成本为 210 万元时，求该产品的生产数量. (注：总成本=每吨的成本 $\times$ 生产数量)



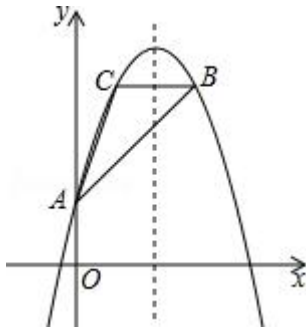
23. (12 分) 如图，已知：四边形 $ABCD$ 是平行四边形，点 E 在边 BA 的延长线上， CE 交 AD 于点 F ， $\angle ECA = \angle D$

- (1) 求证： $\triangle EAC \sim \triangle ECB$ ；
(2) 若 $DF = AF$ ，求 $AC : BC$ 的值.



24. (12 分) 如图，二次函数 $y = ax^2 - 4ax + 2$ 的图象与 y 轴交于点 A ，且过点 B (3, 6).

- (1) 试求二次函数的解析式及点 A 的坐标；
(2) 若点 B 关于二次函数对称轴的对称点为点 C ，试求 $\angle CAB$ 的正切值；
(3) 若在 x 轴上有一点 P ，使得点 B 关于直线 AP 的对称点 B_1 在 y 轴上，试求点 P 的坐标.

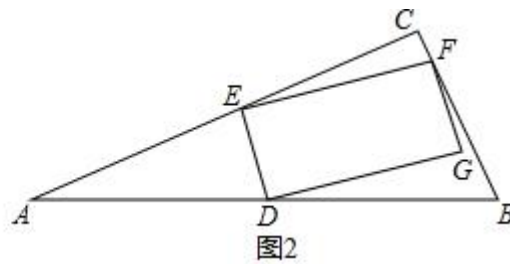
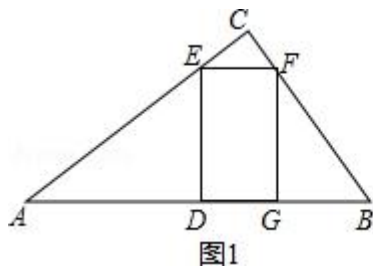


25. (14 分) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $BC=6$, 点 D 为斜边 AB 的中点, 点 E 为边 AC 上的一个动点. 联结 DE , 过点 E 作 DE 的垂线与边 BC 交于点 F , 以 DE , EF 为邻边作矩形 $DEFG$.

(1) 如图 1, 当 $AC=8$, 点 G 在边 AB 上时, 求 DE 和 EF 的长;

(2) 如图 2, 若 $\frac{DE}{EF}=\frac{1}{2}$, 设 $AC=x$, 矩形 $DEFG$ 的面积为 y , 求 y 关于 x 的函数解析式;

(3) 若 $\frac{DE}{EF}=\frac{2}{3}$, 且点 G 恰好落在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的边上, 求 AC 的长.



2016 年上海市浦东新区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)

1. (4 分) 2016 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{2016}$ B. -2016 C. $-\frac{1}{2016}$ D. 2016

【考点】14：相反数.

【专题】17：推理填空题；511：实数.

【分析】根据相反数的含义，可得求一个数的相反数的方法就是在这个数的前边添加“-”，据此解答即可.

【解答】解：2016 的相反数是 -2016 .

故选：B.

【点评】此题主要考查了相反数的含义以及求法，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：相反数是成对出现的，不能单独存在；求一个数的相反数的方法就是在这个数的前边添加“-”.

2. (4 分) 已知一元二次方程 $x^2+3x+2=0$ ，下列判断正确的是 ()

- A. 该方程无实数解
B. 该方程有两个相等的实数解
C. 该方程有两个不相等的实数解
D. 该方程解的情况不确定

【考点】AA：根的判别式.

【分析】把 $a=1$ ， $b=3$ ， $c=2$ 代入判别式 $\Delta=b^2-4ac$ 进行计算，然后根据计算结果判断方程根的情况.

【解答】解： $\because a=1$ ， $b=3$ ， $c=2$ ，

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 1 \times 2 = 1 > 0,$$

$\therefore$ 方程有两个不相等的实数根.

故选: C.

【点评】 本题考查了根的判别式, 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系:

①当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的两个实数根;

②当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的两个实数根;

③当 $\Delta < 0$ 时, 方程无实数根.

3. (4 分) 下列函数的图象在每一个象限内, y 随着 x 的增大而增大的是 ()

A. $y = -\frac{1}{x}$

B. $y = x^2 - 1$

C. $y = \frac{1}{x}$

D. $y = -x - 1$

【考点】 F5: 一次函数的性质; G4: 反比例函数的性质; H3: 二次函数的性质.

【分析】 分析四个选项中得函数解析式, 根据系数的正负结合各函数的性质即可得出其增减性, 由此即可得出结论.

【解答】 解: A、 $y = -\frac{1}{x}$ 中 $k = -1 < 0$,

$\therefore$ 函数 $y = -\frac{1}{x}$ 的图象在第二、四象限内 y 随着 x 的增大而增大;

B、 $y = x^2 - 1$ 中 $a = 1 > 0$,

$\therefore$ 函数 $y = x^2 - 1$ 的图象在第二、三象限内 y 随着 x 的增大而减小, 在第一、四象限内 y 随着 x 的增大而增大;

C、 $y = \frac{1}{x}$ 中 $k = 1 > 0$,

$\therefore$ 函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象在第一、三象限内 y 随着 x 的增大而减小;

D、 $y = -x - 1$ 中 $k = -1 < 0$, $b = -1 < 0$,

$\therefore$ 函数 $y = -x - 1$ 的图象在第二、三、四象限内 y 随着 x 的增大而减小.

故选：A.

【点评】 本题考查了反比例函数的性质、一次函数的性质以及二次函数的性质，解题的关键是逐项分析四个选项的增减性. 本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，熟悉各函数的性质及各函数的图象是解题的关键.

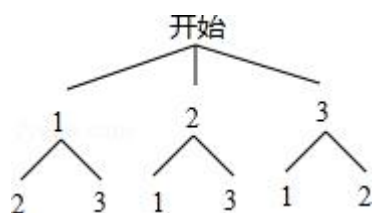
4. (4 分) 如果从 1、2、3 这三个数字中任意选取两个数字，组成一个两位数，那么这个两位数是素数的概率等于 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$

【考点】 X6: 列表法与树状图法.

【分析】 首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与这个两位数是素数的情况，再利用概率公式求解即可求得答案.

【解答】 解：画树状图得：



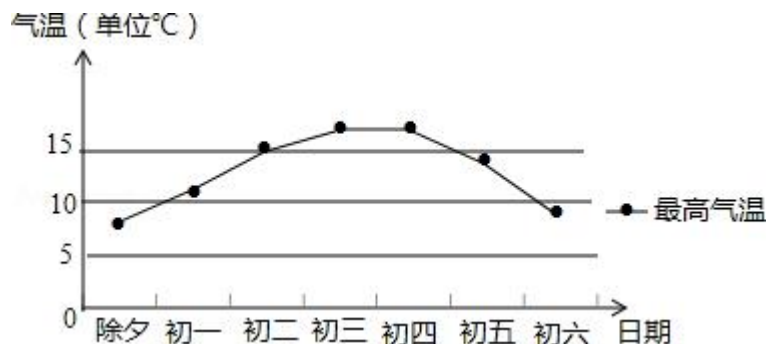
∴ 共有 6 种等可能的结果，这个两位数是素数的有 13，23，31 共 3 种情况，

∴ 这个两位数是素数的概率为： $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

故选：A.

【点评】 此题考查的是用列表法或树状图法求概率. 注意树状图法与列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，列表法适合于两步完成的事件；树状图法适合两步或两步以上完成的事件；注意概率=所求情况数与总情况数之比.

5. (4 分) 下图是上海今年春节七天最高气温 (°C) 的统计结果：



这七天最高气温的众数和中位数是 ()

- A. 15, 17 B. 14, 17 C. 17, 14 D. 17, 15

【考点】VD: 折线统计图; W4: 中位数; W5: 众数.

【分析】根据中位数和众数的概念求解. 把数据按大小排列, 第4个数为中位数;

17°C出现的次数最多, 为众数.

【解答】解: 17°C出现了2次, 最多, 故众数为17°C;

共7个数据, 从小到大排列为8, 9, 11, 14, 15, 17, 第4个数为14,

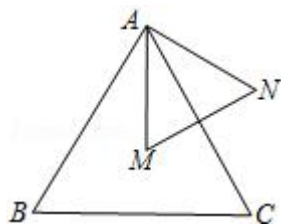
故中位数为14°C.

故选: C.

【点评】本题为统计题, 考查了众数与中位数的意义. 中位数是将一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数 (或最中间两个数的平均数), 叫做这组数据的中位数; 众数为数据中出现次数最多的数.

6. (4分) 如图, $\triangle ABC$ 和 $\triangle AMN$ 都是等边三角形, 点 M 是 $\triangle ABC$ 的重心,

那么 $\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}}$ 的值为 ()



- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{4}{9}$

【考点】K5: 三角形的重心.

【分析】 延长 AM 交 BC 于点 D ，根据 $\triangle ABC$ 是等边三角形可知 $AD \perp BC$ ，设 $AM=2x$ ，则 $DM=x$ ，利用锐角三角函数的定义用 x 表示出 AB 的长，再根据相似三角形的性质即可得出结论.

【解答】 解：延长 AM 交 BC 于点 D ，

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$\therefore AD \perp BC$.

设 $AM=2x$ ，则 $DM=x$ ，

$\therefore AD=3x$ ，

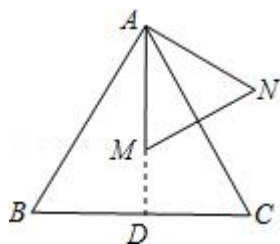
$$\therefore AB = \frac{AD}{\sin 60^\circ} = \frac{3x}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2\sqrt{3}x.$$

$\because \triangle ABC$ 和 $\triangle AMN$ 都是等边三角形，

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle AMN$ ，

$$\therefore \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AM}{AB}\right)^2 = \left(\frac{2x}{2\sqrt{3}x}\right)^2 = \frac{1}{3}.$$

故选：B.



【点评】 本题考查的是三角形的重心，熟知重心到顶点的距离与重心到对边中点的距离之比为 2：1 是解答此题的关键.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. (4 分) 计算： $|\frac{1}{3} - 1| = \underline{\frac{2}{3}}$.

【考点】 15：绝对值；1A：有理数的减法.

【专题】 11：计算题；17：推理填空题.

【分析】 首先根据有理数的减法法则，求出 $\frac{1}{3} - 1$ 的值是多少；然后根据一个负数的绝对值等于它的相反数，求出 $|\frac{1}{3} - 1|$ 的值是多少即可.

【解答】 解： $|\frac{1}{3} - 1| = |-\frac{2}{3}| = \frac{2}{3}$.

故答案为： $\frac{2}{3}$.

【点评】 (1) 此题主要考查了有理数的减法，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：①在进行减法运算时，首先弄清减数的符号；②将有理数转化为加法时，要同时改变两个符号：一是运算符号（减号变加号）；二是减数的性质符号（减数变相反数）.

(2) 此题还考查了绝对值的含义和应用，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：①当 a 是正有理数时， a 的绝对值是它本身 a ；②当 a 是负有理数时， a 的绝对值是它的相反数 $-a$ ；③当 a 是零时， a 的绝对值是零.

8. (4 分) 不等式 $x - 1 < 2$ 的解集是 $x < 3$.

【考点】 C6: 解一元一次不等式.

【专题】 17: 推理填空题.

【分析】 解不等式 $x - 1 < 2$ ，即可得到不等式 $x - 1 < 2$ 的解集，本题得以解决.

【解答】 解： $x - 1 < 2$

两边同时加 1，得

$$x - 1 + 1 < 2 + 1$$

$$x < 3,$$

故答案为： $x < 3$.

【点评】 本题考查解一元一次不等式，解题的关键是会解一元一次不等式的方法.

9. (4 分) 分解因式： $8 - 2x^2 = \underline{2(2+x)(2-x)}$.

【考点】 55: 提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】先提取公因式，再根据平方差公式进行分解即可.

【解答】解：原式 $=2(4-x^2)=2(2+x)(2-x)$.

故答案为： $2(2+x)(2-x)$.

【点评】本题考查的是提取公因式法与公式法的综合运用，熟记平方差公式是解答此题的关键.

10. (4分) 计算： $3(\vec{a}-\vec{b})+2(\vec{b}-2\vec{a})=-\vec{a}-\vec{b}$.

【考点】LM：*平面向量.

【分析】直接利用平面向量的加减运算法则求解即可求得答案.

【解答】解： $3(\vec{a}-\vec{b})+2(\vec{b}-2\vec{a})=3\vec{a}-3\vec{b}+2\vec{b}-4\vec{a}=-\vec{a}-\vec{b}$.

故答案为： $-\vec{a}-\vec{b}$.

【点评】此题考查了平面向量的运算法则. 注意掌握去括号法则是解此题的关键.

11. (4分) 方程 $\sqrt{5-x}=3$ 的根是 $x=-4$.

【考点】AG：无理方程.

【分析】9的算术平方根是3，故 $5-x=9$ ， $x=-4$.

【解答】解：因为算术平方根的被开方数是非负数，根据题意可得， $5-x=9$,

解得： $x=-4$.

故本题答案为： $x=-4$.

【点评】记准算术平方根的被开方数是非负数这一要求，是解决这类问题的关键.

12. (4分) 已知函数 $f(x)=\frac{6}{\sqrt{x^2+2}}$ ，那么 $f(\sqrt{2})=3$.

【考点】E5：函数值.

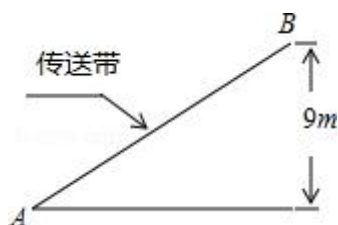
【分析】将 $x=\sqrt{2}$ 代入计算即可.

【解答】解： $f(\sqrt{2})=\frac{6}{\sqrt{(\sqrt{2})^2+2}}=\frac{6}{\sqrt{4}}=\frac{6}{2}=3$.

故答案为：3.

【点评】 本题主要考查的是求函数值，掌握二次根式的性质是解题的关键.

13. (4 分) 如图，传送带和地面所成的斜坡的坡度为 $1:\sqrt{3}$ ，它把物体从地面送到离地面 9 米高的地方，则物体从 A 到 B 所经过的路程为 18 米.



【考点】 T9: 解直角三角形的应用 – 坡度坡角问题.

【分析】 直接利用坡角的定义得出 AC 的长，进而利用勾股定理得出 AB 的长.

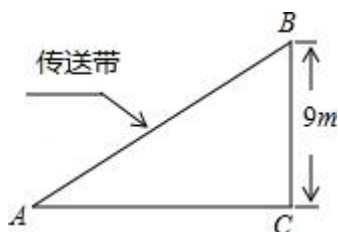
【解答】 解: $\because$ 传送带和地面所成的斜坡的坡度为 $1:\sqrt{3}$ ，它把物体从地面送到离地面 9 米高的地方，

$\therefore$ 可得: $BC=9\text{m}$, 则 $\frac{BC}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$,

解得: $AC=9\sqrt{3}$,

则 $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{(9\sqrt{3})^2+9^2}=18$ (m).

故答案为: 18.



【点评】 此题主要考查了坡角的定义，根据题意得出 AC 的长是解题关键.

14. (4 分) 正八边形的中心角等于 45 度.

【考点】 MM: 正多边形和圆.

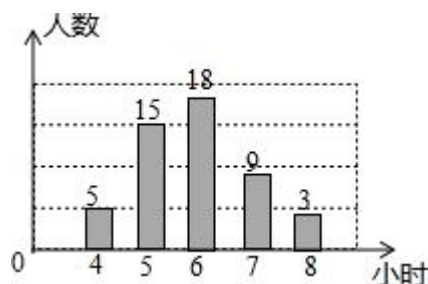
【分析】 根据中心角是正多边形相邻的两个半径的夹角来解答.

【解答】 解: 正八边形的中心角等于 $360^\circ \div 8 = 45^\circ$;

故答案为 45.

【点评】 本题考查了正多边形和圆的知识，解题的关键是牢记中心角的定义及求法.

15. (4 分) 在开展“国学诵读”活动中，某校为了解全校 1200 名学生课外阅读的情况，随机调查了 50 名学生一周的课外阅读时间，并绘制成如图所示的条形统计图. 根据图中数据，估计该校 1200 名学生一周的课外阅读时间不少于 6 小时的人数是 720.



【考点】 V5: 用样本估计总体; VC: 条形统计图.

【分析】 用所有学生数乘以样本中课外阅读时间不少于 6 小时的人数所占的百分比即可.

【解答】 解: 估计该校 1200 名学生一周的课外阅读时间不少于 6 小时的人数是:

$$1200 \times \frac{18+9+3}{50} = 720 \text{ (人)},$$

故答案为: 720.

【点评】 本题考查了用样本估计总体的知识，解题的关键是求得样本中不少于 6 小时的人数所占的百分比.

16. (4 分) 已知: $\odot O_1$ 、 $\odot O_2$ 的半径长分别为 2 和 R, 如果 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相切, 且两圆的圆心距 $d=3$, 则 R 的值为 1 或 5.

【考点】 MJ: 圆与圆的位置关系.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 由于 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相切, 则分两圆内切和外切讨论得到 $R+2=3$ 或 $R-2=3$, 然后解两个一次方程即可.

【解答】解： $\because \odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相切，

$\therefore R+2=3$ 或 $R-2=3$ ，

$\therefore R=1$ 或 $R=5$ ．

故答案为 1 或 5．

【点评】 本题考查了圆与圆的位置关系：设两圆的圆心距为 d ，两圆半径分别为 R 、 r ，当两圆外离 $\Leftrightarrow d > R+r$ ；两圆外切 $\Leftrightarrow d = R+r$ ；两圆相交 $\Leftrightarrow R-r < d < R+r$ ($R \geq r$)；两圆内切 $\Leftrightarrow d = R-r$ ($R > r$)；两圆内含 $\Leftrightarrow d < R-r$ ($R > r$)．

17. (4 分) 定义运算“ $*$ ”：规定 $x * y = ax + by$ (其中 a 、 b 为常数)，若 $1 * 1 = 3$ ，
 $1 * (-1) = 1$ ，则 $1 * 2 = \underline{4}$ ．

【考点】 1G：有理数的混合运算；98：解二元一次方程组．

【专题】 11：计算题；521：一次方程（组）及应用．

【分析】 已知等式利用题中的新定义化简为二元一次方程组，求出方程组的解得到 a 与 b 的值，即可确定出所求式子的值．

【解答】 解：根据题中的新定义得：
$$\begin{cases} a+b=3 \\ a-b=1 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$$

则 $1 * 2 = 1 \times 2 + 2 \times 1 = 2 + 2 = 4$ ，

故答案为：4

【点评】 此题考查了解二元一次方程组，以及有理数的混合运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

18. (4 分) 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $BC = 15$ ， $AC = 20$ ．点 D 在边 AC 上，
 $DE \perp AB$ ，垂足为点 E ，将 $\triangle ADE$ 沿直线 DE 翻折，翻折后点 A 的对应点为点 P ，当 $\angle CPD$ 为直角时， AD 的长是 $\underline{\frac{35}{8}}$ ．

【考点】 PB：翻折变换（折叠问题）．

【分析】设 $AD=x$ ，再根据折叠的性质得 $\angle PDE = \angle ADE = 90^\circ$ ， $\angle 1 = \angle A$ ，

$PD=AD=x$ ，于是可判断点 P 在边 AC 上，所以 $PC=20-2x$ ，然后利用等角的余角相等得到 $\angle 1 = \angle 3$ ，则 $\angle A = \angle 3$ ，则可判断 $Rt\triangle BCP \sim Rt\triangle ABC$ ，利用相似比可计算出 x 。

【解答】解：如图，设 $AD=x$ ，

在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $BC=15$ ， $AC=20$ ，

$$\therefore AB=25,$$

$$\because DE \perp AB,$$

$$\therefore \angle AED = \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\because \triangle ADE \text{ 沿 } DE \text{ 翻折得到 } \triangle PDE$$

$$\therefore \angle PED = \angle AED = 90^\circ, \quad \angle 1 = \angle A, \quad PD = AD = x,$$

$$\therefore CD = 20 - x,$$

$$\because \angle CPD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ, \quad \angle A + \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle B,$$

$$\therefore PC = BC = 15,$$

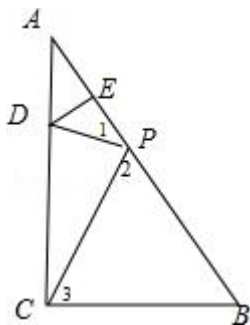
$$\because CD^2 = CP^2 + PD^2,$$

$$\text{即 } (20 - x)^2 = 15^2 + x^2,$$

$$\therefore x = \frac{35}{8},$$

$$\therefore AD = \frac{35}{8}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{35}{8}.$$



【点评】此题主要考查了图形的翻折变换，以及勾股定理的应用，关键是掌握翻折后哪些线段是对应相等的.

三、解答题：(本大题共 7 题，满分 78 分)

19. (10 分) 计算： $2\sin 45^\circ - 2016^0 + \sqrt{8} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$.

【考点】2C：实数的运算；6E：零指数幂；6F：负整数指数幂；T5：特殊角的三角函数值.

【专题】11：计算题；511：实数.

【分析】原式利用零指数幂、负整数指数幂法则，特殊角的三角函数值，以及二次根式性质计算即可得到结果.

【解答】解：原式 $= 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 + 2\sqrt{2} + 2 = 1 + 3\sqrt{2}$.

【点评】此题考查了实数的运算，熟练掌握运算是解本题的关键.

20. (10 分) 解方程： $\frac{x}{x+2} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$.

【考点】A8：解一元二次方程 - 因式分解法；B3：解分式方程.

【专题】11：计算题.

【分析】本题的最简公分母是 $(x+2)(x-2)$. 方程两边都乘最简公分母，可把分式方程转换为整式方程求解. 结果需检验.

【解答】解：方程两边都乘 $(x+2)(x-2)$ ，得

$$x(x-2) + (x+2)^2 = 8,$$

$$x^2 - 2x + x^2 + 4x + 4 = 8,$$

$$\text{整理得 } x^2 + x - 2 = 0.$$

解得 $x_1 = -2$, $x_2 = 1$.

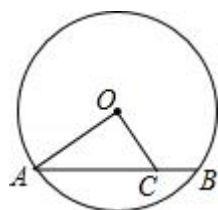
经检验, $x_2 = 1$ 为原方程的根, $x_1 = -2$ 是增根 (舍去).

$\therefore$ 原方程的根是 $x = 1$.

【点评】 (1) 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 方程两边都乘最简公分母, 把分式方程转化为整式方程求解;

(2) 解分式方程一定要注意要代入最简公分母验根.

21. (10 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的弦, C 是 AB 上一点, $\angle AOC = 90^\circ$, $OA = 4$, $OC = 3$, 求弦 AB 的长.

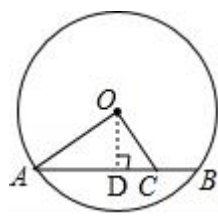


【考点】 M2: 垂径定理.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 首先过点 O 作 $OD \perp AB$ 于 D , 应用直角三角形的性质和三角函数的求法, 求出 AD 的长度是多少; 然后应用垂径定理, 求出弦 AB 的长是多少即可.

【解答】 解: 如图, 过点 O 作 $OD \perp AB$ 于 D ,



$$\therefore OA^2 + OC^2 = AC^2,$$

$$\therefore AC^2 = 4^2 + 3^2 = 25,$$

$$\therefore AC = 5.$$

在 $Rt\triangle AOC$ 中, $\cos \angle OAC = \frac{OA}{AC} = \frac{4}{5}$,

在 $\text{Rt}\triangle ADO$ 中, $\cos\angle OAD = \frac{AD}{AO}$,

$$\therefore \frac{AD}{AO} = \frac{OA}{AC} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore AD = \frac{4}{5} \times 4 = \frac{16}{5}.$$

$$\therefore OD \perp AB,$$

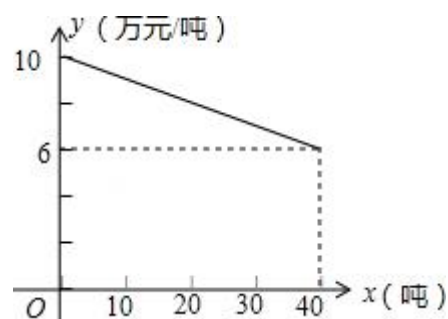
$$\therefore AB = 2AD = 2 \times \frac{16}{5} = \frac{32}{5}.$$

【点评】此题主要考查了垂径定理的应用, 直角三角形的性质和三角函数的求法, 要熟练掌握.

22. (10 分) 某工厂生产一种产品, 当生产数量不超过 40 吨时, 每吨的成本 y (万元/吨) 与生产数量 x (吨) 的函数关系式如图所示:

(1) 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出它的定义域;

(2) 当生产这种产品的总成本为 210 万元时, 求该产品的生产数量. (注: 总成本 = 每吨的成本 $\times$ 生产数量)



【考点】 FH: 一次函数的应用.

【分析】 (1) 直接利用待定系数法求出一次函数解析式进而得出答案;

(2) 直接利用每吨的成本 $\times$ 生产吨数 = 总成本为 210 万元, 进而得出等式求出答案.

【解答】 解: (1) 设函数解析式为: $y = kx + b$, 将 $(0, 10)$, $(40, 6)$ 分别代入 $y = kx + b$ 得:

$$\begin{cases} 10 = b \\ 6 = 40k + b \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} k=-\frac{1}{10}, \\ b=10 \end{cases}$

所以 $y = -\frac{1}{10}x + 10$ ($0 \leq x \leq 40$);

(2) 由 $(-\frac{1}{10}x + 10) \cdot x = 210$,

解得: $x_1 = 30$, $x_2 = 70$,

由于 $0 \leq x \leq 40$,

所以 $x = 30$,

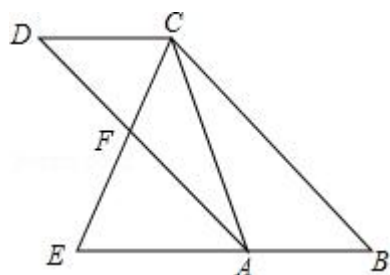
答: 该产品的生产数量是 30 吨.

【点评】 此题主要考查了一次函数的应用, 正确利用待定系数法求出一函数解析式是解题关键.

23. (12 分) 如图, 已知: 四边形 ABCD 是平行四边形, 点 E 在边 BA 的延长线上, CE 交 AD 于点 F, $\angle ECA = \angle D$

(1) 求证: $\triangle EAC \sim \triangle ECB$;

(2) 若 $DF = AF$, 求 AC: BC 的值.



【考点】 L5: 平行四边形的性质; S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 由四边形 ABCD 是平行四边形、 $\angle ECA = \angle D$ 可得 $\angle ECA = \angle B$, $\angle E$ 为公共角可得 $\triangle EAC \sim \triangle ECB$;

(2) 由 $CD \parallel AE$ 、 $DF = AF$ 可得 $CD = AE$, 进而有 $BE = 2AE$, 根据 $\triangle EAC \sim \triangle ECB$

得 $CE^2 = AE \cdot BE = \frac{1}{2}BE^2$, 即: $\frac{CE}{BE} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 可得答案.

【解答】解：(1) $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形，

$$\therefore \angle B = \angle D,$$

$$\therefore \angle ECA = \angle D,$$

$$\therefore \angle ECA = \angle B,$$

$$\therefore \angle E = \angle E,$$

$$\therefore \triangle EAC \sim \triangle ECB;$$

(2) $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形，

$$\therefore CD \parallel AB, \text{ 即: } CD \parallel AE$$

$$\therefore \frac{CD}{AE} = \frac{DF}{AF},$$

$$\therefore DF = AF$$

$$\therefore CD = AE,$$

$\therefore$ 四边形 ABCD 是平行四边形，

$$\therefore AB = CD,$$

$$\therefore AE = AB, \therefore BE = 2AE,$$

$$\therefore \triangle EAC \sim \triangle ECB,$$

$$\therefore \frac{AE}{CE} = \frac{CE}{BE} = \frac{AC}{BC},$$

$$\therefore CE^2 = AE \cdot BE = \frac{1}{2} BE^2, \text{ 即: } \frac{CE}{BE} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

【点评】本题主要考查相似三角形的判定与性质及平行四边形的性质，熟练掌握相似形的对应边成比例和平行四边形的性质是关键.

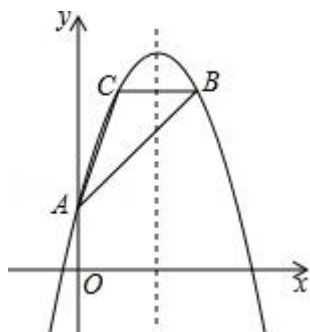
24. (12 分) 如图，二次函数 $y = ax^2 - 4ax + 2$ 的图象与 y 轴交于点 A，且过点 B

(3, 6).

(1) 试求二次函数的解析式及点 A 的坐标；

(2) 若点 B 关于二次函数对称轴的对称点为点 C，试求 $\angle CAB$ 的正切值；

(3) 若在 x 轴上有一点 P，使得点 B 关于直线 AP 的对称点 B_1 在 y 轴上，试求点 P 的坐标.



【考点】 H3: 二次函数的性质; H5: 二次函数图象上点的坐标特征; H8: 待定系数法求二次函数解析式.

【分析】 (1) 把 B (3, 6) 代入 $y=ax^2-4ax+2$, 求出 a 的值, 得到二次函数的解析式, 进而求出点 A 的坐标;

(2) 先求出抛物线的对称轴, 根据对称性得出 C 点坐标, 求出 $BC=2$, $AB=5$, $\tan \angle CBA=\frac{4}{3}$, 过点 C 作 $CH \perp AB$ 于点 H, 再求出 $CH=\frac{8}{5}$, $AH=\frac{19}{5}$, 根据正切函数定义即可求出 $\angle CAB$ 的正切值;

(3) 由 $AB=AB_1=5$, 从而点 B_1 的坐标为 (0, -3) 或 (0, 7), 设 P (x, 0) 根据 $PB=PB_1$, 分 B_1 的坐标为 (0, -3) 或 (0, 7) 两种情况利用勾股定理求得 x 值.

【解答】 解: (1) $\because$ 二次函数 $y=ax^2-4ax+2$ 的图象过点 B (3, 6),

$$\therefore 6=9a-12a+2,$$

$$\text{解得 } a=-\frac{4}{3},$$

$$\text{所以二次函数的解析式为 } y=-\frac{4}{3}x^2+\frac{16}{3}x+2,$$

$$\therefore \text{二次函数 } y=-\frac{4}{3}x^2+\frac{16}{3}x+2 \text{ 的图象与 } y \text{ 轴交于点 A,}$$

∴ 点 A 的坐标为 (0, 2);

$$(2) \because y = -\frac{4}{3}x^2 + \frac{16}{3}x + 2 = -\frac{4}{3}(x-2)^2 + \frac{22}{3},$$

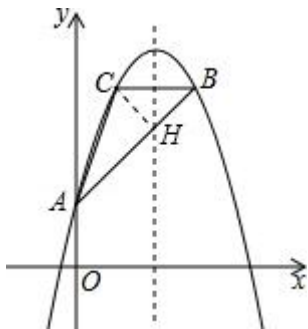
∴ 对称轴为直线 $x=2$,

∴ 点 B (3, 6) 关于二次函数对称轴的对称点为点 C,

∴ C (1, 6),

$$\therefore BC=2, AB=\sqrt{3^2+(6-2)^2}=5, \tan \angle CBA=\frac{4}{3},$$

过点 C 作 $CH \perp AB$ 于点 H,

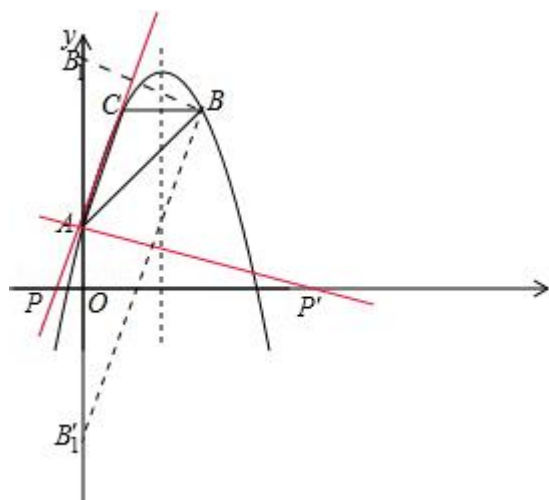


$$\text{则 } CH=\frac{8}{5}, BH=\frac{6}{5}, AH=\frac{19}{5},$$

$$\therefore \tan \angle CAB = \frac{CH}{AH} = \frac{8}{19};$$

(3) 由题意, $AB=AB_1=5$, 从而点 B_1 的坐标为 (0, -3) 或 (0, 7).

设 P (x, 0).



①如果点 $B_1 (0, 7)$,

$\because$ 点 B 关于直线 AP 的对称点 B_1 在 y 轴上,

$$\therefore PB=PB_1, \text{ 即 } (x-3)^2+6^2=x^2+7^2,$$

$$\text{解得 } x=-\frac{2}{3}, \text{ 即 } P(-\frac{2}{3}, 0);$$

②如果点 $B_1' (0, -3)$,

$\because$ 点 B 关于直线 AP 的对称点 B_1 在 y 轴上,

$$\therefore PB=PB_1, \text{ 即 } (x-3)^2+6^2=x^2+3^2,$$

$$\text{解得 } x=6, \text{ 即 } P(6, 0);$$

综上所述, 所求点 P 的坐标为 $(-\frac{2}{3}, 0)$ 或 $(6, 0)$.

【点评】 本题主要考查待定系数求二次函数解析式、解直角三角形、勾股定理等, 求二次函数解析式是基础, 构建直角三角形求三角函数值是基本做法, 通过勾股定理得出点坐标间联系是关键.

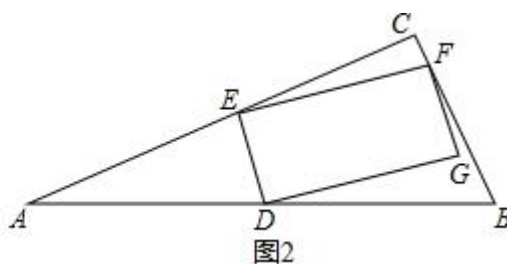
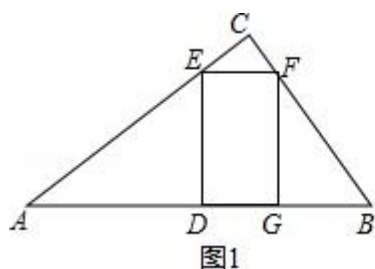
25. (14 分) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $BC=6$, 点 D 为斜边 AB 的中点, 点 E 为边 AC 上的一个动点. 联结 DE , 过点 E 作 DE 的垂线与边 BC 交于点 F , 以 DE , EF 为邻边作矩形 $DEFG$.

(1) 如图 1, 当 $AC=8$, 点 G 在边 AB 上时, 求 DE 和 EF 的长;

(2) 如图 2, 若 $\frac{DE}{EF}=\frac{1}{2}$, 设 $AC=x$, 矩形 $DEFG$ 的面积为 y , 求 y 关于 x 的函数

解析式；

(3) 若 $\frac{DE}{EF} = \frac{2}{3}$ ，且点 G 恰好落在 Rt△ABC 的边上，求 AC 的长.



【考点】LO：四边形综合题.

【分析】(1) 根据勾股定理求出 AB，根据相似三角形的判定定理得到 $\triangle ADE \sim$

$\triangle ACB$ ，根据相似三角形的性质求出 DE 和 BG，求出 EF；

(2) 作 $DH \perp AC$ 于 H，根据相似三角形的性质得到 y 关于 x 的函数解析式；

(3) 根据点 G 在边 BC 上和点 G 在边 AB 上两种情况，根据相似三角形的性质解答.

【解答】解：(1) $\because \angle ACB = 90^\circ$ ， $BC = 6$ ， $AC = 8$ ，

$$\therefore AB = \sqrt{BC^2 + AC^2} = 10,$$

$\because D$ 为斜边 AB 的中点，

$$\therefore AD = BD = 5,$$

$\because DEFG$ 为矩形，

$$\therefore \angle ADE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle C, \text{ 又 } \angle A = \angle A,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ACB,$$

$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{DE}{BC}, \text{ 即 } \frac{5}{8} = \frac{DE}{6},$$

$$\text{解得, } DE = \frac{15}{4},$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle FGB,$$

$$\therefore \frac{AD}{GF} = \frac{DE}{BG},$$

$$\text{则 } BG = \frac{45}{16},$$

$$\therefore EF = DG = AB - AD - BG = \frac{35}{16};$$

(2) 如图 2, 作 $DH \perp AC$ 于 H ,

$$\therefore DH \parallel BC, \text{ 又 } AD = DB,$$

$$\therefore DH = \frac{1}{2}BC = 3,$$

$$\therefore DH \perp AC, \angle C = 90^\circ, \angle DEF = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle DHE \sim \triangle ECF,$$

$$\therefore \frac{DE}{EF} = \frac{DH}{EC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore EC = 2DH = 6, EH = \frac{1}{2}x - 6,$$

$$\therefore DE^2 = 3^2 + \left(\frac{1}{2}x - 6\right)^2 = \frac{1}{4}x^2 - 6x + 45,$$

$$\therefore y = DE \cdot EF = 2DE^2 = \frac{1}{2}x^2 - 12x + 90,$$

(3) 如图 3, 当点 G 在边 BC 上时,

$$\therefore \frac{DE}{EF} = \frac{2}{3}, DE = 3,$$

$$\therefore EF = \frac{9}{2},$$

$$\therefore AC = 9,$$

如图 4, 当点 G 在边 AB 上时,

设 $AD = DB = a$, $DE = 2b$, $EF = 3b$,

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle FGB,$$

$$\therefore \frac{AD}{DE} = \frac{FG}{GB}, \text{ 即 } \frac{a}{2b} = \frac{2b}{a-3b},$$

整理得, $a^2 - 3ab - 4b^2 = 0$,

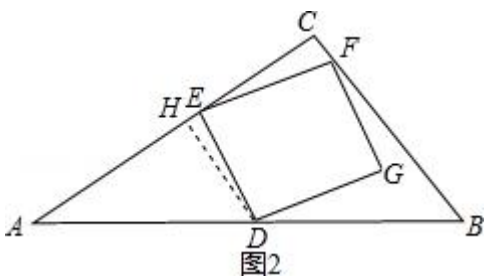
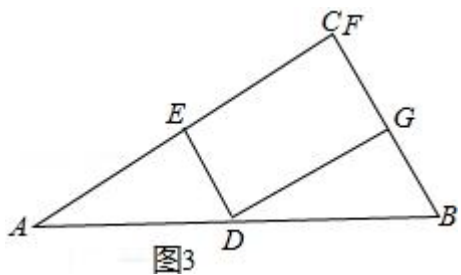
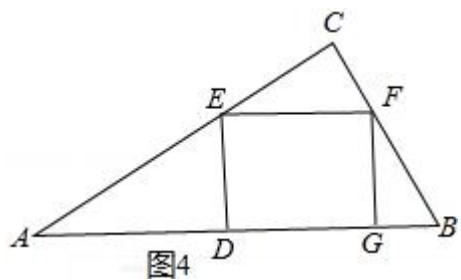
解得, $a = 4b$, $a = -b$ (舍去),

$$\therefore AD=2DE,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ACB,$$

$$\therefore AC=2BC=12,$$

综上所述，点 G 恰好落在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的边上，AC 的长为 9 或 12.



【点评】 本题的是矩形的性质、勾股定理的应用、相似三角形的判定和性质、二次函数解析式的求法以及三角形中位线定理，掌握相似三角形的判定定理和性质定理、三角形中位线定理是解题的关键，注意分情况讨论思想的运用.