

2016 年上海市杨浦区中考数学二模试卷

一、选择题

1. (3 分) 下列等式成立的是 ()

- A. $\sqrt{4} = \pm 2$ B. $\frac{22}{7} = \pi$ C. $\sqrt{8} = 2^{\frac{3}{2}}$ D. $|a+b| = a+b$

2. (3 分) 下列关于 x 的方程一定有实数解的是 ()

- A. $2x = m$ B. $x^2 = m$ C. $\frac{1}{x+1} = m$ D. $\sqrt{x+1} = m$

3. (3 分) 下列函数中, 图象经过第二象限的是 ()

- A. $y = 2x$ B. $y = \frac{2}{x}$ C. $y = x - 2$ D. $y = x^2 - 2$

4. (3 分) 下列图形中既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()

- A. 正五边形 B. 正六边形 C. 等腰三角形 D. 等腰梯形

5. (3 分) 某射击选手在一次训练中的成绩如下表所示, 该选手训练成绩的中位数是 ()

成绩 (环)	6	7	8	9	10
次数	1	4	2	6	3

- A. 2 B. 3 C. 8 D. 9

6. (3 分) 已知圆 O 是正 n 边形 $A_1A_2 \dots A_n$ 的外接圆, 半径长为 18, 如果弧 A_1A_2 的长为 π , 那么边数 n 为 ()

- A. 5 B. 10 C. 36 D. 72

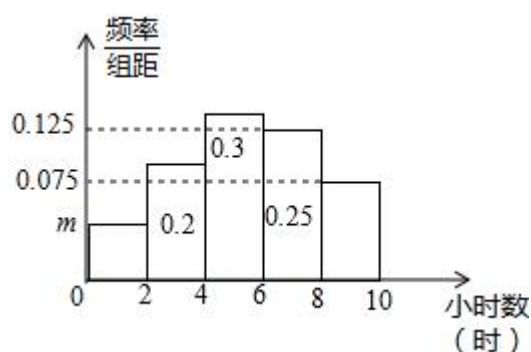
二、填空题

7. (3 分) 计算: $\frac{b}{a-b} + \frac{a}{b-a} =$ _____.

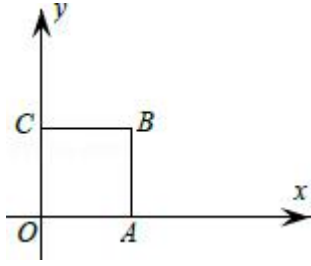
8. (3 分) 写出 $\sqrt{a-b}$ 的一个有理化因式: _____.

9. (3 分) 如果关于 x 的方程 $mx^2 - mx + 1 = 0$ 有两个相等的实数根, 那么实数 m 的值是 _____.

10. (3分) 函数 $y = \frac{1}{2-x} + x$ 的定义域是_____.
11. (3分) 如果函数 $y = x^2 - m$ 的图象向左平移 2 个单位后经过原点, 那么 $m =$ _____.
12. (3分) 在分别写有数字 -1, 0, 2, 3 的四张卡片中随机抽取一张, 放回后再抽取一张, 如果以第一次抽取的数字作为横坐标, 第二次抽取的数字作为纵坐标, 那么所得点落在第一象限的概率为_____.
13. (3分) 在 $\triangle ABC$ 中, 点 M、N 分别在边 AB、AC 上, 且 $AM:MB=CN:NA=1:2$, 如果 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{MN} =$ _____ (用 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示).
14. (3分) 某大型超市有斜坡式的自动扶梯, 人站在自动扶梯上, 沿着斜坡向上方向前进 13 米时, 在铅锤方向上升了 5 米, 如果自动扶梯所在的斜坡的坡度 $i=1:m$, 那么 $m =$ _____.
15. (3分) 某校为了解本校学生每周阅读课外书籍的时间, 对本校全体学生进行了调查, 并绘制如图所示的频率分布直方图 (不完整), 则图中 m 的值是_____.

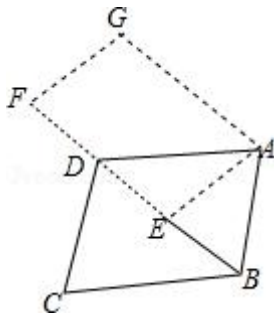


16. (3分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 正方形 $OABC$ 的边长为 2. 写出一个函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$), 使它的图象与正方形 $OABC$ 有公共点, 这个函数的表达式为_____.



17. (3分) 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=3$, $AD=4$, 点 O 为边 AD 的中点, 如果以点 O 为圆心, r 为半径的圆与对角线 BD 所在的直线相切, 那么 r 的值是_____.

18. (3分) 如图, 将平行四边形 $ABCD$ 绕点 A 旋转到平行四边形 $AEFG$ 的位置, 其中点 B 、 C 、 D 分别落在点 E 、 F 、 G 处, 且点 B 、 E 、 D 、 F 在一直线上, 如果点 E 恰好是对角线 BD 的中点, 那么 $\frac{AB}{AD}$ 的值是_____.



三、解答题

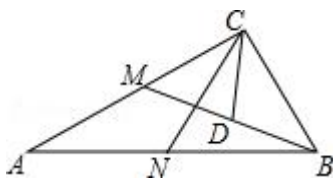
19. 计算: $(\sqrt{3}-2)^0 + (\frac{1}{3})^{-2} + 6\cos 30^\circ - |\sqrt{3} - \sqrt{27}|$.

20. 解不等式组: $\begin{cases} 2x-1 > 3(x-1) \\ \frac{5-x}{2} < x+5 \end{cases}$, 并写出它的所有非负整数解.

21. 已知, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle A=30^\circ$, 点 M 、 N 分别是边 AC 、 AB 的中点, 点 D 是线段 BM 的中点.

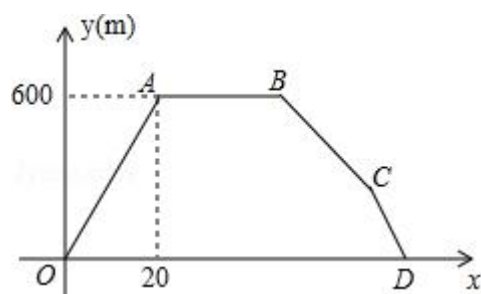
(1) 求证: $\frac{CN}{AB} = \frac{CD}{MB}$;

(2) 求 $\angle NCD$ 的余切值.



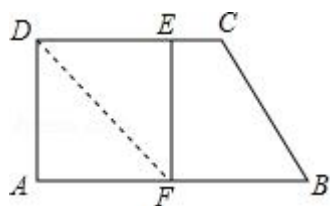
22. 某山山脚的 M 处到山顶的 N 处有一条长为 600 米的登山路，小李沿此路从 M 走到 N，停留后再原路返回，期间小李离开 M 处的路程 y 米与离开 M 处的时间 x 分 ($x > 0$) 之间的函数关系如图中折线 OABCD 所示.

- (1) 求上山时 y 关于 x 的函数解析式，并写出定义域；
- (2) 已知小李下山的时间共 26 分钟，其中前 18 分钟内的平均速度与后 8 分钟内的平均速度之比为 2: 3，试求点 C 的纵坐标.



23. 已知: 如图, 在直角梯形纸片 ABCD 中, $DC \parallel AB$, $AB > CD > AD$, $\angle A = 90^\circ$, 将纸片沿过点 D 的直线翻折, 使点 A 落在边 CD 上的点 E 处, 折痕为 DF, 联结 EF 并展开纸片.

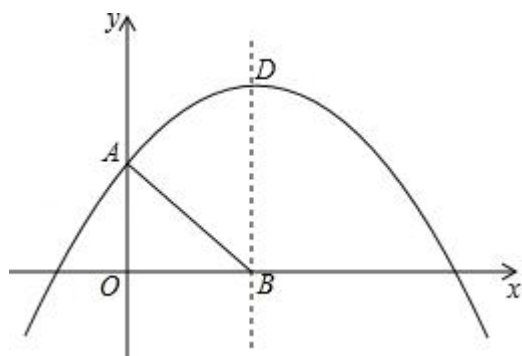
- (1) 求证: 四边形 ADEF 为正方形;
- (2) 取线段 AF 的中点 G, 联结 GE, 当 $BG = CD$ 时, 求证: 四边形 GBCE 为等腰梯形.



24. 已知在直角坐标系中, 抛物线 $y = ax^2 - 8ax + 3$ ($a < 0$) 与 y 轴交于点 A, 顶点为 D, 其对称轴交 x 轴于点 B, 点 P 在抛物线上, 且位于抛物线对称轴的右侧.

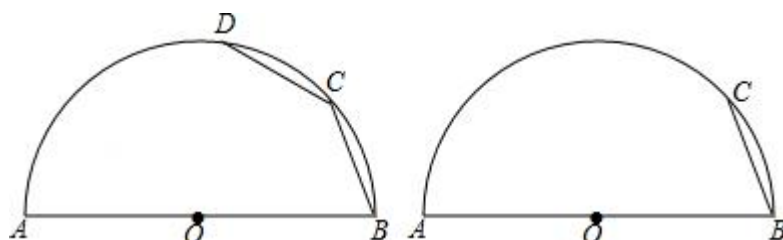
- (1) 当 $AB = BD$ 时 (如图), 求抛物线的表达式;
- (2) 在第 (1) 小题的条件下, 当 $DP \parallel AB$ 时, 求点 P 的坐标;

(3) 点 G 在对称轴 BD 上, 且 $\angle AGB = \frac{1}{2} \angle ABD$, 求 $\triangle ABG$ 的面积.



25. 已知: 半圆 O 的直径 $AB=6$, 点 C 在半圆 O 上, 且 $\tan \angle ABC=2\sqrt{2}$, 点 D 为弧 AC 上一点, 联结 DC (如图)

- (1) 求 BC 的长;
- (2) 若射线 DC 交射线 AB 于点 M, 且 $\triangle MBC$ 与 $\triangle MOC$ 相似, 求 CD 的长;
- (3) 联结 OD, 当 $OD \parallel BC$ 时, 作 $\angle DOB$ 的平分线交线段 DC 于点 N, 求 ON 的长.



2016 年上海市杨浦区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题

1. (3 分) 下列等式成立的是 ()

- A. $\sqrt{4} = \pm 2$ B. $\frac{22}{7} = \pi$ C. $\sqrt{8} = 2^{\frac{3}{2}}$ D. $|a+b| = a+b$

【考点】15: 绝对值; 2C: 实数的运算.

【专题】17: 推理填空题; 511: 实数.

【分析】A: 根据求一个数的算术平方根的方法计算即可.

B: 分别把 $\frac{22}{7}$ 、 π 化成小数, 判断出它们的大小关系即可.

C: 根据 $8=2^3$, 可得 $\sqrt{8}=2^{\frac{3}{2}}$, 据此判断即可.

D: ①当 $a+b$ 是正有理数时, $a+b$ 的绝对值是它本身 $a+b$; ②当 $a+b$ 是负有理数时, $a+b$ 的绝对值是它的相反数 $-(a+b)$; ③当 $a+b$ 是零时, $a+b$ 的绝对值是零.

【解答】解: $\because \sqrt{4}=2$,

$\therefore$ 选项 A 不正确;

$\because \frac{22}{7} \approx 3.142857$, $\pi \approx 3.1415927$,

$\therefore \frac{22}{7} \neq \pi$,

$\therefore$ 选项 B 不正确;

$\because 8=2^3$,

$\therefore \sqrt{8}=2^{\frac{3}{2}}$,

∴ 选项 C 正确;

当 $a+b$ 是正有理数时, $|a+b|=a+b$;

当 $a+b$ 是负有理数时, $|a+b|=- (a+b)$;

当 $a+b$ 是零时, $|a+b|=0$;

∴ 选项 D 不正确.

故选: C.

【点评】 (1) 此题主要考查了实数的运算, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: 在进行实数运算时, 和有理数运算一样, 要从高级到低级, 即先算乘方、开方, 再算乘除, 最后算加减, 有括号的要先算括号里面的, 同级运算要按照从左到右的顺序进行. 另外, 有理数的运算律在实数范围内仍然适用.

(2) 此题还考查了绝对值的含义和应用, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: ①当 a 是正有理数时, a 的绝对值是它本身 a ; ②当 a 是负有理数时, a 的绝对值是它的相反数 $-a$; ③当 a 是零时, a 的绝对值是零.

2. (3 分) 下列关于 x 的方程一定有实数解的是 ()

A. $2x=m$

B. $x^2=m$

C. $\frac{1}{x+1}=m$

D. $\sqrt{x+1}=m$

【考点】 85: 一元一次方程的解; AA: 根的判别式; AG: 无理方程; B2: 分式方程的解.

【分析】 根据一元一次方程的解、无理方程、一元二次方程和分式方程的解的特点分别对每一项进行判断即可.

【解答】 解: A. $2x=m$, 一定有实数解;

B. $x^2=m$, 当 $m < 0$ 时, 无解;

C. $\frac{1}{x+1}=m$, 当 $m=0$ 或 $-\frac{1}{2}$ 时无解;

D. $\sqrt{x+1}=m$, 当 $m < 0$ 时, 无解;

故选：A.

【点评】 本题考查了一元一次方程的解、无理方程、一元二次方程和分式方程，关键是灵活运用有关知识点进行判断.

3. (3 分) 下列函数中，图象经过第二象限的是 ()

- A. $y=2x$ B. $y=\frac{2}{x}$ C. $y=x-2$ D. $y=x^2-2$

【考点】 F5: 一次函数的性质; F6: 正比例函数的性质; G4: 反比例函数的性质; H3: 二次函数的性质.

【分析】 分别根据正比例函数的性质、反比例函数的性质、二次函数的性质、一次函数的性质进行解答.

【解答】 解: A、 $\because y=2x$ 的系数 $2 > 0$,

$\therefore$ 函数图象过一三象限，故本选项错误;

B、 $\because y=\frac{2}{x}$ 中， $2 > 0$,

$\therefore$ 函数图象过一、三象限，故本选项错误;

C、在 $y=x-2$ 中， $k=1 > 0$ ， $b=-2 < 0$,

则函数过一三四象限，故本选项错误;

D、 $\because y=x^2-2$ 开口向上，

对称轴是 y 轴，且函数图象过 $(0, -2)$ 点，

则函数图象过一、二、三、四象限，故本选项正确;

故选：D.

【点评】 本题考查了正比例函数的性质、反比例函数的性质、二次函数的性质、一次函数的性质，关键是根据系数的符号判断图象的位置.

4. (3 分) 下列图形中既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()

- A. 正五边形 B. 正六边形 C. 等腰三角形 D. 等腰梯形

【考点】 P3: 轴对称图形; R5: 中心对称图形.

【分析】 根据轴对称图形与中心对称图形的概念求即可.

【解答】解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形，故 A 错误；

B、是轴对称图形，也是中心对称图形，故 B 正确；

C、是轴对称图形，不是中心对称图形，故 C 错误；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故 D 错误．

故选：B．

【点评】本题主要考查的是中心对称图形与轴对称图形，掌握中心对称图形与轴对称图形的特点是解题的关键．

5. (3 分) 某射击选手在一次训练中的成绩如下表所示，该选手训练成绩的中位数是 ()

成绩 (环)	6	7	8	9	10
次数	1	4	2	6	3

A. 2

B. 3

C. 8

D. 9

【考点】W4：中位数．

【分析】根据中位数的定义先把这组数据从小到大排列，找出最中间的数或中间两数的平均数即可．

【解答】解：∵共 16 次射击，

∴中位数是第 8 和第 9 的平均数，分别为 9 环、9 环，

∴中位数为 9 环，

故选：D．

【点评】此题考查了中位数，中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数），叫做这组数据的中位数．

6. (3 分) 已知圆 O 是正 n 边形 $A_1A_2\dots A_n$ 的外接圆，半径长为 18，如果弧 A_1A_2 的长为 π ，那么边数 n 为 ()

A. 5

B. 10

C. 36

D. 72

【考点】MM: 正多边形和圆.

【分析】设正多边形的中心角的度数是 x , 根据弧长公式即可求得 x 的值, 然后利用 360 度除以 x 即可得到.

【解答】解: 设正多边形的中心角的度数是 x ,

根据题意得: $\frac{18\pi x}{180} = \pi$,

解得: $x=10$.

则 $n = \frac{360}{10} = 36$.

故选: C.

【点评】本题考查了正多边形的计算以及扇形的弧长公式, 正确求得中心角的度数是关键.

二、填空题

7. (3 分) 计算: $\frac{b}{a-b} + \frac{a}{b-a} = \underline{-1}$.

【考点】6B: 分式的加减法.

【分析】把原式化为 $\frac{b}{a-b} - \frac{a}{a-b}$, 再根据同分母的分式相加减进行计算即可.

【解答】解: 原式 $= \frac{b}{a-b} - \frac{a}{a-b}$
 $= \frac{b-a}{a-b}$
 $= -1$.

故答案为: -1 .

【点评】本题考查了分式的加减法则, 注意: 同分母的分式相加减, 分母不变, 把分子相加减.

8. (3 分) 写出 $\sqrt{a-b}$ 的一个有理化因式: $\underline{\sqrt{a+b}}$.

【考点】76: 分母有理化.

【分析】根据这种式子的特点: $\sqrt{a-b}$ 和 $\sqrt{a+b}$ 的互为有理化因式解答即可.

【解答】解： $\sqrt{a-b}$ 的一个有理化因式： $\sqrt{a+b}$ ；

故答案为： $\sqrt{a+b}$.

【点评】本题主要考查分母有理化的方法，分母有理化常常是乘二次根式本身（分母只有一项）或与原分母组成平方差公式.

9. (3 分) 如果关于 x 的方程 $mx^2 - mx + 1 = 0$ 有两个相等的实数根，那么实数 m 的值是 4.

【考点】A1：一元二次方程的定义；AA：根的判别式.

【分析】根据方程 $mx^2 - mx + 1 = 0$ 有两个相等的实数根，则根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ ，列出 m 的方程，求出 m 的值即可.

【解答】解： $\because$ 关于 x 的方程 $mx^2 - mx + 1 = 0$ 有两个相等的实数根，

$$\therefore \Delta = (-m)^2 - 4 \times m = 0, \text{ 且 } m \neq 0,$$

解得 $m = 4$.

故答案是：4.

【点评】本题考查了根的判别式. 一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系：

(1) $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根；

(2) $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根；

(3) $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根.

10. (3 分) 函数 $y = \frac{1}{2-x} + x$ 的定义域是 $x \neq 2$.

【考点】E4：函数自变量的取值范围.

【分析】根据分母不等于 0 列式计算即可得解.

【解答】解：由题意得， $2 - x \neq 0$,

解得 $x \neq 2$.

故答案为： $x \neq 2$.

【点评】 本题考查了函数自变量的范围，一般从三个方面考虑：

- (1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；
- (2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；
- (3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

11. (3 分) 如果函数 $y=x^2-m$ 的图象向左平移 2 个单位后经过原点，那么 $m=$
4.

【考点】 H6: 二次函数图象与几何变换.

【专题】 46: 几何变换.

【分析】 先确定抛物线 $y=x^2-m$ 的顶点坐标为 $(0, m)$ ，再利用点平移的规律得到把点 $(0, -m)$ 平移后的对应点的坐标为 $(-2, -m)$ ，接着利用顶点式写出平移后的抛物线解析式为 $y=(x+2)^2-m$ ，然后把原点坐标代入可求出 m 的值.

【解答】 解：函数 $y=x^2-m$ 的顶点坐标为 $(0, m)$ ，把点 $(0, -m)$ 向左平移 2 个单位后所得对应点的坐标为 $(-2, -m)$ ，所以平移后的抛物线解析式为 $y=(x+2)^2-m$,

把点 $(0, 0)$ 代入 $y=(x+2)^2-m$ 得 $4-m=0$ ，解得 $m=4$.

故答案为 4.

【点评】 本题考查了二次函数图象与几何变换：由于抛物线平移后的形状不变，故 a 不变，所以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法：一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标，利用待定系数法求出解析式；二是只考虑平移后的顶点坐标，即可求出解析式.

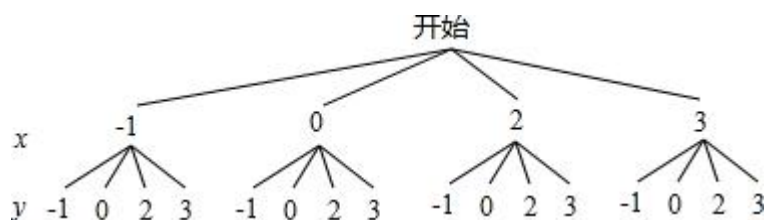
12. (3 分) 在分别写有数字 $-1, 0, 2, 3$ 的四张卡片中随机抽取一张，放回后再抽取一张，如果以第一次抽取的数字作为横坐标，第二次抽取的数字作为

纵坐标，那么所得点落在第一象限的概率为 $\frac{1}{4}$ 。

【考点】D1：点的坐标；X6：列表法与树状图法。

【分析】首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与所得点落在第一象限的情况，再利用概率公式求解即可求得答案。

【解答】解：画树状图得：



∴共有 16 种等可能的结果，所得点落在第一象限的有 4 种情况，

∴所得点落在第一象限的概率为： $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ 。

故答案为： $\frac{1}{4}$ 。

【点评】此题考查了列表法或树状图法求概率。用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比。

13. (3 分) 在 $\triangle ABC$ 中，点 M、N 分别在边 AB、AC 上，且 $AM:MB=CN:NA=1:2$ ，如果 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ ， $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$ ，那么 $\overrightarrow{MN}=\frac{2}{3}\vec{b}-\frac{1}{3}\vec{a}$ (用 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ 表示)。

【考点】LM：*平面向量。

【分析】首先根据题意画出图形，由 $AM:MB=CN:NA=1:2$ ，可表示出 $\overrightarrow{AM}$ 与 $\overrightarrow{AN}$ ，再利用三角形法则求解即可求得答案。

【解答】解：∵ $AM:MB=CN:NA=1:2$ ，

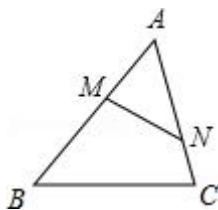
$$\therefore AM = \frac{1}{3}AB, AN = \frac{2}{3}AC,$$

$$\therefore \overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AC} = \vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\vec{a}, \overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{a}.$$

故答案为： $\frac{2}{3}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{a}$ 。



【点评】此题考查了平面向量的知识．注意掌握三角形法则的应用是关键．

14. (3 分) 某大型超市有斜坡式的自动扶梯，人站在自动扶梯上，沿着斜坡向上方向前进 13 米时，在铅锤方向上升了 5 米，如果自动扶梯所在的斜坡的坡度 $i=1: m$ ，那么 $m=\frac{12}{5}$ ．

【考点】T9：解直角三角形的应用－坡度坡角问题．

【分析】根据在一个斜面上前进 13 米，铅锤方向上升了 5 米，可以计算出此时的水平距离，水平高度与水平距离的比值即为坡度，从而可以解答本题．

【解答】解：设在自动扶梯上前进 13 米，在铅锤方向上升了 5 米，此时水平距离为 x 米，

根据勾股定理，得 $x^2+5^2=13^2$ ，

解得， $x=12$ （舍去负值），

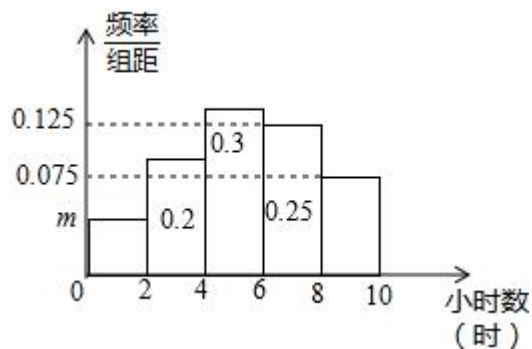
故该斜坡坡度 $i=5: 12=1: m$ ．

所以 $m=\frac{12}{5}$ ．

故答案为： $m=\frac{12}{5}$ ．

【点评】本题考查解直角三角形的应用－坡度坡角问题，解题的关键是明确坡度的定义．

15. (3 分) 某校为了解本校学生每周阅读课外书籍的时间，对本校全体学生进行了调查，并绘制如图所示的频率分布直方图（不完整），则图中 m 的值是 0.05．



【考点】V8: 频数（率）分布直方图.

【分析】利用 1 减去其它组的频率即可求得.

【解答】解：由题意可得组距为 2,

则 8 - 10 小时对应的频率为: $0.075 \times 2 = 0.15$,

所以 0 - 2 小时对应的频率为: $1 - 0.2 - 0.3 - 0.25 - 0.15 = 0.1$,

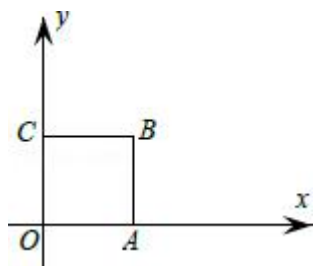
所以 $m = \frac{0.1}{2} = 0.05$

故答案是: 0.05.

【点评】本题考查了频率分布直方图, 了解各组的频率的和是 1 是关键.

16. (3 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 正方形 $OABC$ 的边长为 2. 写出

一个函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$), 使它的图象与正方形 $OABC$ 有公共点, 这个函数的表达式为 $y = \frac{1}{x}$, $y = \frac{k}{x}$ ($0 < k \leq 4$) (答案不唯一).



【考点】G6: 反比例函数图象上点的坐标特征.

【专题】26: 开放型.

【分析】先根据正方形的性质得到 B 点坐标为 (2, 2), 然后根据反比例函数图

象上点的坐标特征求出过 B 点的反比例函数解析式即可.

【解答】解: $\because$ 正方形 OABC 的边长为 2,

$\therefore$ B 点坐标为 (2, 2),

当函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 过 B 点时, $k = 2 \times 2 = 4$,

$\therefore$ 满足条件的一个反比例函数解析式为 $y = \frac{1}{x}$.

故答案为: $y = \frac{1}{x}$, $y = \frac{k}{x}$ ($0 < k \leq 4$) (答案不唯一).

【点评】 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征: 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象是双曲线, 图象上的点 (x, y) 的横纵坐标的积是定值 k , 即 $xy = k$.

17. (3 分) 在矩形 ABCD 中, $AB = 3$, $AD = 4$, 点 O 为边 AD 的中点, 如果以点 O 为圆心, r 为半径的圆与对角线 BD 所在的直线相切, 那么 r 的值是 $\frac{6}{5}$.

【考点】 MB: 直线与圆的位置关系.

【分析】 根据题意画出图形, 当以点 O 为圆心, r 为半径的圆与对角线 BD 所在的直线相切, 再利用 $\triangle ODE \sim \triangle BDA$, 求出答案.

【解答】 解: 如图所示: 当以点 O 为圆心, r 为半径的圆与对角线 BD 所在的直线相切,

则 $OE \perp BD$, 且 $OE = r$,

$\therefore \angle OED = \angle A = 90^\circ$,

$\angle ADE = \angle EDO$,

$\therefore \triangle ODE \sim \triangle BDA$,

$\therefore \frac{OD}{DB} = \frac{EO}{AB}$,

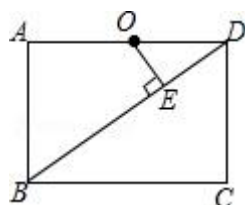
$\therefore AB = 3$, $AD = 4$,

$$\therefore BD=5,$$

$$\therefore \frac{2}{5} = \frac{EO}{3},$$

$$\text{解得: } EO = \frac{6}{5}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{6}{5}.$$

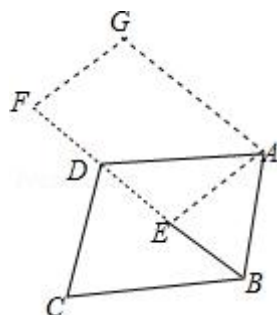


【点评】此题主要考查了直线与圆的位置关系以及相似三角形的判定与性质，正确得出 $\triangle ODE \sim \triangle BDA$ 是解题关键.

18. (3 分) 如图，将平行四边形 $ABCD$ 绕点 A 旋转到平行四边形 $AEFG$ 的位置，

其中点 B 、 C 、 D 分别落在点 E 、 F 、 G 处，且点 B 、 E 、 D 、 F 在一直线上，

如果点 E 恰好是对角线 BD 的中点，那么 $\frac{AB}{AD}$ 的值是 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.



【考点】L5：平行四边形的性质；R2：旋转的性质.

【专题】11：计算题.

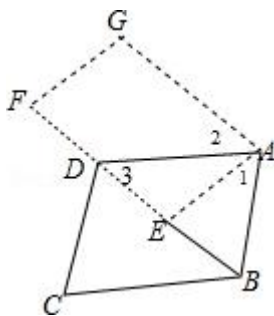
【分析】先利用旋转的性质得 $\angle 1 = \angle 2$ ， $BE = \frac{1}{2}BD$ ， $AB = AE$ ，再证明 $\angle 1 = \angle 3$ ，

则可判断 $\triangle BAE \sim \triangle BDA$ ，利用相似比可得 $\frac{AB}{BD} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，然后证明 $AD = BD$ 即可得到 $\frac{AB}{AD}$ 的值.

【解答】解： $\because$ 平行四边形 $ABCD$ 绕点 A 旋转到平行四边形 $AEFG$ 的位置，点 E 恰好是对角线 BD 的中点，

$$\begin{aligned}
&\therefore \angle 1 = \angle 2, \quad BE = \frac{1}{2}BD, \quad AB = AE, \\
&\therefore EF \parallel AG, \\
&\therefore \angle 2 = \angle 3, \\
&\therefore \angle 1 = \angle 3, \\
&\therefore \angle ABE = \angle DBA, \\
&\therefore \triangle BAE \sim \triangle BDA, \\
&\therefore AB : BD = BE : AB, \quad \angle AEB = \angle DAB, \\
&\therefore AB^2 = \frac{1}{2}BD^2, \\
&\therefore \frac{AB}{BD} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \\
&\therefore AE = AB, \\
&\therefore \angle AEB = \angle ABD, \\
&\therefore \angle ABD = \angle DAB, \\
&\therefore DB = DA, \\
&\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{\sqrt{2}}{2}.
\end{aligned}$$

故答案为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.



【点评】 本题考查了旋转的性质：对应点到旋转中心的距离相等；对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角；旋转前、后的图形全等．解决本题的关键是证明 $\triangle BAE \sim \triangle BDA$,

三、解答题

19. 计算: $(\sqrt{3}-2)^0 + (\frac{1}{3})^{-2} + 6\cos 30^\circ - |\sqrt{3}-\sqrt{27}|$.

【考点】 2C: 实数的运算; 6E: 零指数幂; 6F: 负整数指数幂; T5: 特殊角的三角函数值.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 根据实数的运算顺序, 首先计算乘方、开方、乘法, 然后从左向右依次计算, 求出算式的值是多少即可.

【解答】 解: $(\sqrt{3}-2)^0 + (\frac{1}{3})^{-2} + 6\cos 30^\circ - |\sqrt{3}-\sqrt{27}|$
 $= 1 + 9 + 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - |\sqrt{3} - 3\sqrt{3}|$
 $= 10 + 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$
 $= 10 + \sqrt{3}$

【点评】 (1) 此题主要考查了实数的运算, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: 在进行实数运算时, 和有理数运算一样, 要从高级到低级, 即先算乘方、开方, 再算乘除, 最后算加减, 有括号的要先算括号里面的, 同级运算要按照从左到右的顺序进行. 另外, 有理数的运算律在实数范围内仍然适用.

(2) 此题还考查了零指数幂的运算, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确:

① $a^0 = 1$ ($a \neq 0$); ② $0^0 \neq 1$.

(3) 此题还考查了负整数指数幂的运算, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: ① $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ ($a \neq 0$, p 为正整数); ② 计算负整数指数幂时, 一定要根据负整数指数幂的意义计算; ③ 当底数是分数时, 只要把分子、分母颠倒, 负指数就可变为正指数.

(4) 此题还考查了特殊角的三角函数值, 要牢记 30° 、 45° 、 60° 角的各种三角函数值.

20. 解不等式组: $\begin{cases} 2x-1 > 3(x-1) \\ \frac{5-x}{2} < x+5 \end{cases}$, 并写出它的所有非负整数解.

【考点】 CB: 解一元一次不等式组; CC: 一元一次不等式组的整数解.

【分析】首先解每个不等式, 两个不等式的解集的公共部分就是不等式组的解集, 然后确定非负整数解即可.

【解答】解:
$$\begin{cases} 2x-1 > 3(x-1) \cdots \textcircled{1} \\ \frac{5-x}{2} < x+5 \cdots \textcircled{2} \end{cases},$$

解①得 $x < 2$,

解②得 $x > -\frac{5}{3}$.

则不等式组的解集是: $-\frac{5}{3} < x < 2$.

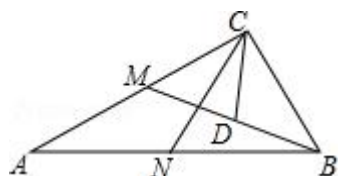
则非负整数解是: 0, 1.

【点评】本题考查的是一元一次不等式组的解, 解此类题目常常要结合数轴来判断. 还可以观察不等式的解, 若 $x >$ 较小的数、 $<$ 较大的数, 那么解集为 x 介于两数之间.

21. 已知, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle A=30^\circ$, 点 M 、 N 分别是边 AC 、 AB 的中点, 点 D 是线段 BM 的中点.

(1) 求证: $\frac{CN}{AB} = \frac{CD}{MB}$;

(2) 求 $\angle NCD$ 的余切值.



【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质; T7: 解直角三角形.

【分析】 (1) 根据直角三角形的性质即可得到结论;

(2) 过 M 作 $MN \perp AB$ 于 H , 由直角三角形的性质得到 $CN=AN=\frac{1}{2}AB$, 由等腰三角形的性质得到 $\angle ACN=\angle A=30^\circ$, 解直角三角形即可得到结论.

【解答】 解: (1) $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 点 N 分别是边 AB 的中点, 点 D 是线段 BM 的中点,

$$\therefore \frac{CN}{AB} = \frac{1}{2}, \quad \frac{CD}{MB} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{CN}{AB} = \frac{CD}{MB};$$

(2) 过 M 作 $MN \perp AB$ 于 H,

$\therefore$ 点 N 分别是边 AB 的中点,

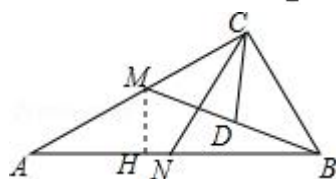
$$\therefore CN = AN = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore \angle ACN = \angle A = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle NCD = \angle MCD - 30^\circ = \angle CMB - 30^\circ = \angle MBA,$$

$$\therefore \text{设 } BC = 2k, \text{ 则 } MA = \sqrt{3}k, \quad MH = \frac{\sqrt{3}}{2}k, \quad HB = 4k - \frac{3}{2}k = \frac{5}{2}k,$$

$$\therefore \cot \angle NCD = \frac{HB}{MH} = \frac{\frac{5}{2}k}{\frac{\sqrt{3}}{2}k} = \frac{5\sqrt{3}}{3}.$$

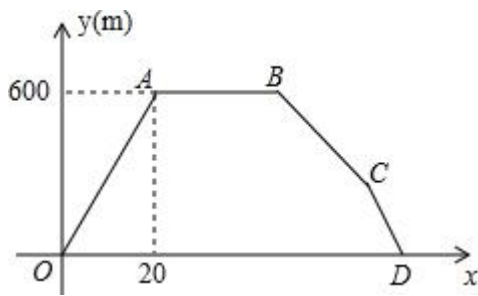


【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质，解直角三角形，直角三角形的性质，正确的作出辅助线是解题的关键.

22. 某山山脚的 M 处到山顶的 N 处有一条长为 600 米的登山路，小李沿此路从 M 走到 N，停留后再原路返回，期间小李离开 M 处的路程 y 米与离开 M 处的时间 x 分 ($x > 0$) 之间的函数关系如图中折线 OABCD 所示.

(1) 求上山时 y 关于 x 的函数解析式，并写出定义域:

(2) 已知小李下山的时间共 26 分钟，其中前 18 分钟内的平均速度与后 8 分钟内的平均速度之比为 2:3，试求点 C 的纵坐标.



【考点】 FH: 一次函数的应用.

【分析】 (1) 由 OA 过原点 O , 故设上山时 y 关于 x 的函数解析式为 $y=kx$, 将点 A 的坐标代入函数解析式得出关于 k 的一元一次方程, 解方程即可得出函数解析;

(2) 根据比例关系设下山前 18 分钟内的平均速度为 $2a\text{m/min}$, 后 8 分钟内的平均速度为 $3a\text{m/min}$, 结合路程=速度 $\times$ 时间, 得出关于 a 的一元一次方程, 解方程可求出 a 的值, 再根据路程=速度 $\times$ 时间可得出 C 点的纵坐标.

【解答】 解: (1) 设上山时 y 关于 x 的函数解析式为 $y=kx$,
根据已知可得: $600=20k$,
解得: $k=30$.

故上山时 y 关于 x 的函数解析式为 $y=30x$ ($0\leq x\leq 20$).

(2) 设下山前 18 分钟内的平均速度为 $2a\text{m/min}$, 后 8 分钟内的平均速度为 $3a\text{m/min}$,

由已知得: $18\times 2a+8\times 3a=600$,

解得: $a=10$.

故 $8\times 3a=8\times 3\times 10=240$ (米).

答: 点 C 的纵坐标为 240.

【点评】 本题考查了一次函数的应用、待定系数法求函数解析式以及一元一次方程的应用, 解题的关键是: (1) 待定系数法求函数解析式; (2) 根据数量关

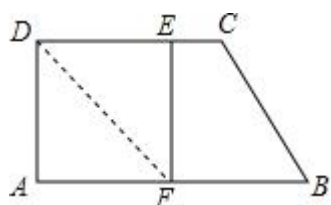
系列出关于 a 的一元一次方程. 本题属于基础题, 难度不大, (1) 没有难度;

(2) 巧用比例关系设未知数, 解该类型题目时, 由数量关系列出方程 (或方程组) 是关键.

23. 已知: 如图, 在直角梯形纸片 $ABCD$ 中, $DC \parallel AB$, $AB > CD > AD$, $\angle A = 90^\circ$, 将纸片沿过点 D 的直线翻折, 使点 A 落在边 CD 上的点 E 处, 折痕为 DF , 联结 EF 并展开纸片.

(1) 求证: 四边形 $ADEF$ 为正方形;

(2) 取线段 AF 的中点 G , 联结 GE , 当 $BG = CD$ 时, 求证: 四边形 $GBCE$ 为等腰梯形.



【考点】 LF: 正方形的判定; LK: 等腰梯形的判定; PB: 翻折变换 (折叠问题).

【分析】 (1) 由题意知, $AD = DE$, 易证四边形 $AFED$ 是矩形, 继而证得四边形 $AFED$ 是正方形;

(2) 由 BG 与 CD 平行且相等, 可得四边形 $BCDG$ 是平行四边形, 即证得 $CB = DG$, 在正方形 $AFED$ 中, 易证 $\triangle DAG \cong \triangle EFG$, 则可得 $DG = EG = BC$, 即四边形 $GBCE$ 是等腰梯形.

【解答】 (1) 证明: $\because DC \parallel AB$, $\angle A = 90^\circ$,

$\therefore \angle ADE = 90^\circ$,

由折叠的性质可得: $\angle A = \angle DEF = 90^\circ$, $AD = ED$, $AF = EF$,

$\therefore$ 四边形 $ADEF$ 为矩形,

∴ 四边形 ADEF 为正方形；

(2) 连接 EG, DG,

∵ BG // CD, 且 BG = CD,

∴ 四边形 BCDG 是平行四边形.

∴ CB = DG.

∵ 四边形 ADEF 是正方形,

∴ EF = DA, $\angle EFG = \angle A = 90^\circ$.

∵ G 是 AF 的中点,

∴ AG = FG.

在 $\triangle DAG$ 和 $\triangle EFG$ 中,

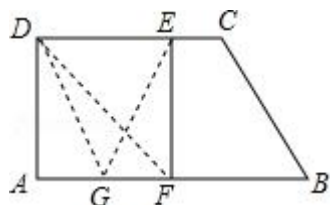
$$\begin{cases} DA = EF \\ \angle A = \angle EFG, \\ AG = FG \end{cases}$$

∴ $\triangle DAG \cong \triangle EFG$ (SAS),

∴ DG = EG,

∴ EG = BC.

∴ 四边形 GBCE 是等腰梯形.

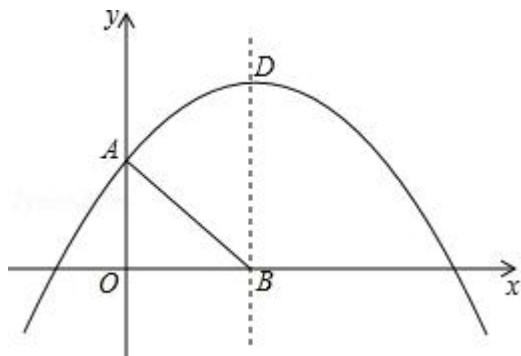


【点评】 此题考查了直角梯形的性质，矩形的判定和性质，全等三角形的判定和性质以及等腰三角形的判定. 注意证得四边形 BCDG 是平行四边形与 $\triangle DAG \cong \triangle EFG$ 是关键.

24. 已知在直角坐标系中，抛物线 $y = ax^2 - 8ax + 3$ ($a < 0$) 与 y 轴交于点 A，顶

点为 D，其对称轴交 x 轴于点 B，点 P 在抛物线上，且位于抛物线对称轴的右侧.

- (1) 当 $AB=BD$ 时 (如图)，求抛物线的表达式；
- (2) 在第 (1) 小题的条件下，当 $DP \parallel AB$ 时，求点 P 的坐标；
- (3) 点 G 在对称轴 BD 上，且 $\angle AGB = \frac{1}{2} \angle ABD$ ，求 $\triangle ABG$ 的面积.



【考点】HF：二次函数综合题.

【专题】15：综合题.

【分析】(1) 用抛物线的解析式化为顶点式确定顶点坐标，对称轴，利用两点间距离，即可；

(2) 先确定出直线 AB 解析式，再由 $DP \parallel AB$ 确定出直线 DP 解析式，利用方程组确定出交点坐标；

(3) 利用平面坐标系中求三角形面积常用的方法解决，(选用坐标轴或平行于坐标轴的直线上的线段作为底).

【解答】解：(1) $\because y = ax^2 - 8ax + 3 = a(x - 4)^2 + 3 - 16a$,

$\therefore$ 对称轴为 $x=4$ ，B (4, 0)，A (0, 3)，

$\therefore AB=5$,

$\because AB=BD$,

$\therefore BD=5$,

$\therefore$ 抛物线的顶点为 D，其对称轴交 x 轴于点 B，

$$\therefore 3 - 16a = BD = 5,$$

$$\therefore a = -\frac{1}{8},$$

$$\therefore y = -\frac{1}{8}x^2 + x + 3,$$

$$(2) \because B(4, 0), A(0, 3),$$

$$\therefore \text{直线 AB 解析式为 } y = -\frac{3}{4}x + 3,$$

$$\therefore DP \parallel AB,$$

$$\text{设直线 DP 解析式为 } y = -\frac{3}{4}x + b,$$

$$\therefore D(4, 5) \text{ 在直线 DP 上,}$$

$$\therefore b = 8,$$

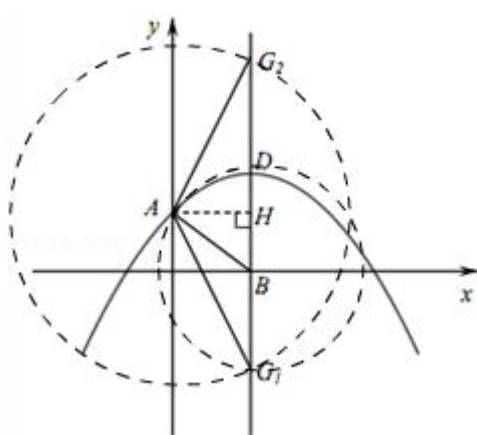
$$\therefore \text{直线 DP 解析式为 } y = -\frac{3}{4}x + 8,$$

$$\text{由 } \begin{cases} y = -\frac{3}{4}x + 8 \\ y = -\frac{1}{8}x^2 + x + 3 \end{cases},$$

$$\therefore x_1 = 10, x_2 = 4 \text{ (舍)},$$

$$\therefore P(10, \frac{1}{2});$$

(3) 如图



①以 B 为圆心, BA 为半径作圆, 交 DB 延长线于 G_1 ,

$$\therefore BG = AB,$$

$$\therefore \angle BAG_1 = \angle BG_1A,$$

$$\therefore \angle AGB = \frac{1}{2} \angle ABD,$$

$\therefore AB=5$, 点 G 在对称轴 BD 上 $x=4$,

$$\therefore G_1 (4, -5),$$

$$\therefore S_{\triangle ABG_1} = \frac{1}{2} \times BG_1 \times AH = \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10;$$

②以 A 为圆心, AG_1 为半径作圆, 交 BD 延长线于 G_2 ,

过点 A 作 $AH \perp BD$ 于 H ,

$$\therefore HG_2 = HG_1 = BH + BG_1 = 8,$$

$$\therefore BG_2 = 11,$$

$$\therefore G_2 (4, 11),$$

$$S_{\triangle ABG_2} = \frac{1}{2} \times BG_2 \times AH = \frac{1}{2} \times 11 \times 4 = 22;$$

即: $S_{\triangle ABG} = 10$ 或 22 ,

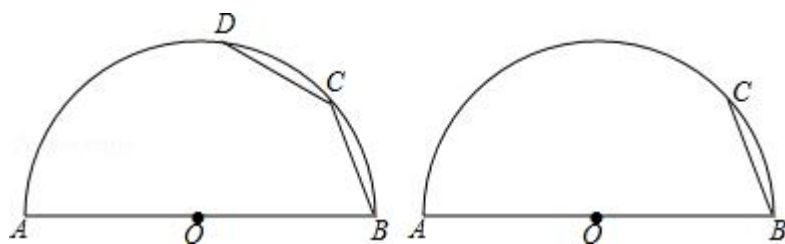
【点评】此题是二次函数综合题, 主要考查了抛物线的一般形式化成顶点形式的方法, 图象交点坐标的确定, 两直线平行的特点, 坐标系中确定三角形面积的常用方法, 解本题的关键是确定出抛物线的解析式.

25. 已知: 半圆 O 的直径 $AB=6$, 点 C 在半圆 O 上, 且 $\tan \angle ABC = 2\sqrt{2}$, 点 D 为弧 AC 上一点, 联结 DC (如图)

(1) 求 BC 的长;

(2) 若射线 DC 交射线 AB 于点 M , 且 $\triangle MBC$ 与 $\triangle MOC$ 相似, 求 CD 的长;

(3) 联结 OD , 当 $OD \parallel BC$ 时, 作 $\angle DOB$ 的平分线交线段 DC 于点 N , 求 ON 的长.



【考点】MR: 圆的综合题.

【分析】(1) 如图 1 中, 根据 AB 是直径, 得 $\triangle ABC$ 是直角三角形, 利用勾股定理即可解决问题.

(2) 如图 2 中, 只要证明 $\triangle OBC \cong \triangle OCD$ 得 $BC=CD$, 即可解决问题.

(3) 如图 3 中, 延长 ON 交 BC 的延长线于 G , 作 $GH \perp OB$ 于 H , 先求出 BG , 根据 $\tan \angle HBG = 2\sqrt{2}$, 利用勾股定理求出线段 HB 、 HG , 再利用 $CG \parallel DO$ 得 $\frac{CG}{OD} = \frac{GN}{ON}$, 由此即可解决.

【解答】解: (1) 如图 1 中, 连接 AC ,

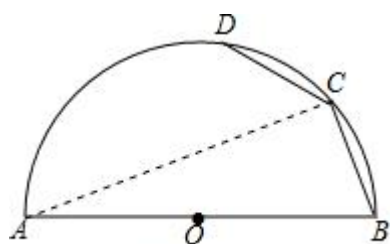


图1

$\because AB$ 是直径,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$,

$\because \tan \angle ABC = 2\sqrt{2}$,

$\therefore$ 可以假设 $AC = 2\sqrt{2}k$, $BC = k$,

$\because AB = 6$, $AB^2 = AC^2 + BC^2$,

$\therefore 36 = 8k^2 + k^2$,

$\therefore k^2 = 4$,

$\because k > 0$,

$\therefore k=2$, $BC=2$.

(2) 如图 2 中,

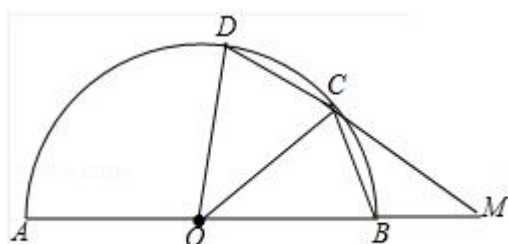


图2

$\therefore \triangle MBC$ 与 $\triangle MOC$ 相似,

$\therefore \angle MBC = \angle MCO$,

$\therefore \angle MBC + \angle OBC = 180^\circ$, $\angle MCO + \angle OCD = 180^\circ$,

$\therefore \angle OBC = \angle OCD$,

$\therefore OB = OC = OD$,

$\therefore \angle OBC = \angle OCB = \angle OCD = \angle ODC$,

在 $\triangle OBC$ 和 $\triangle OCD$ 中,

$$\begin{cases} \angle OBC = \angle OCD \\ \angle OCB = \angle ODC, \\ OB = OC \end{cases}$$

$\therefore \triangle OBC \cong \triangle OCD$,

$\therefore BC = CD = 2$.

(3) 如图 3 中, 延长 ON 交 BC 的延长线于 G , 作 $GH \perp OB$ 于 H .

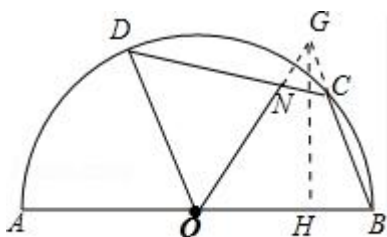


图3

$\therefore BC \parallel OD$,

$$\therefore \angle DOG = \angle OGB = \angle GOB,$$

$$\therefore BO = BG = 3,$$

$$\therefore \tan \angle HBG = \frac{GH}{HB} = 2\sqrt{2}, \text{ 设 } GH = 2\sqrt{2}a, HB = a,$$

$$\therefore BG^2 = GH^2 + HB^2,$$

$$\therefore 8a^2 + a^2 = 9,$$

$$\therefore a^2 = 1,$$

$$\therefore a > 0,$$

$$\therefore a = 1, HB = 1, GH = 2\sqrt{2}, OH = 2, OG = \sqrt{OH^2 + HG^2} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore GC \parallel DO,$$

$$\therefore \frac{GN}{ON} = \frac{CG}{OD} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore ON = \frac{3}{4} \times 2\sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

【点评】 本题考查圆的有关知识、全等三角形的判定和性质、相似三角形的性质、勾股定理等知识，灵活应用这些知识解决问题是解题的关键，第三个问题的关键是利用平行线分线段成比例定理，属于中考压轴题.