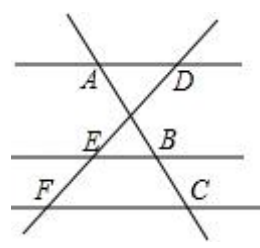


2016 年上海市普陀区中考数学二模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 据统计，2015 年上海市全年接待国际旅游入境者共 80016000 人次，80016000 用科学记数法表示是 ()
- A. 8.0016×10^6 B. 8.0016×10^7 C. 8.0016×10^8 D. 8.0016×10^9
2. (4 分) 下列计算结果正确的是 ()
- A. $a^4 \cdot a^2 = a^8$ B. $(a^4)^2 = a^6$
- C. $(ab)^2 = a^2b^2$ D. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$
3. (4 分) 下列统计图中，可以直观地反映出数据变化的趋势的统计图是 ()
- A. 折线图 B. 扇形图
- C. 条形图 D. 频数分布直方图
4. (4 分) 下列问题中，两个变量成正比例关系的是 ()
- A. 等腰三角形的面积一定，它的底边和底边上的高
- B. 等边三角形的面积与它的边长
- C. 长方形的长确定，它的周长与宽
- D. 长方形的长确定，它的面积与宽
5. (4 分) 如图，已知 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$ ， $DE=4$ ， $DF=6$ ，那么下列结论正确的是 ()
- 
- A. $BC: EF=1: 1$ B. $BC: AB=1: 2$ C. $AD: CF=2: 3$ D. $BE: CF=2: 3$
6. (4 分) 如果圆形纸片的直径是 8cm，用它完全覆盖正六边形，那么正六边形

的边长最大不能超过 ()

- A. 2cm B. $2\sqrt{3}$ cm C. 4cm D. $4\sqrt{3}$ cm

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 分解因式: $ma^2 - mb^2 =$ _____.

8. (4 分) 方程 $\sqrt{x+2}=x$ 的根是_____.

9. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} 2-x > 0 \\ 2x+3 > 1 \end{cases}$ 的解集是_____.

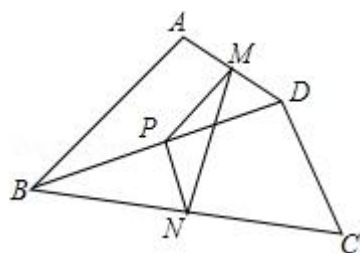
10. (4 分) 如果关于 x 的方程 $x^2+x+a-\frac{7}{4}=0$ 有两个相等的实数根, 那么 a 的值等于_____.

11. (4 分) 函数 $y=\frac{x-1}{4x}$ 的定义域是_____.

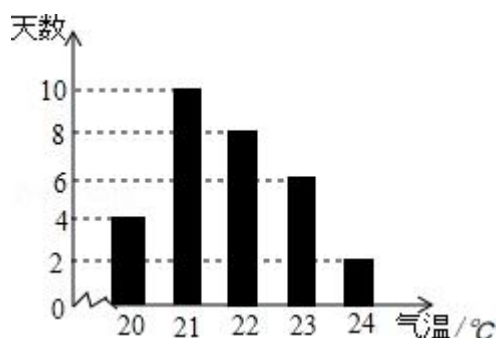
12. (4 分) 某飞机如果在 1200 米的上空测得地面控制点的俯角为 30° , 那么此时飞机离控制点之间的距离是_____米.

13. (4 分) 一个口袋中装有 3 个完全相同的小球, 它们分别标有数字 0, 1, 3, 从口袋中随机摸出一个小球记下数字后不放入, 摇匀后再随机摸出一个小球, 那么两次摸出小球的数字的和为素数的概率是_____.

14. (4 分) 如图, 在四边形 ABCD 中, 点 M、N、P 分别是 AD、BC、BD 的中点, 如果 $\overrightarrow{BA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{DC}=\vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{MN}=$ _____. (用 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 表示)



15. (4 分) 如果某市 6 月份日平均气温统计如图所示, 那么在日平均气温这组数据中, 中位数是_____.

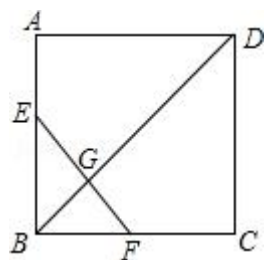


16. (4分) 已知点 $A(x_1, y_1)$ 和点 $B(x_2, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上,

如果当 $0 < x_1 < x_2$, 可得 $y_1 < y_2$, 那么 k _____. (填“>”、“=”、“<”)

17. (4分) 如图, 点 E 、 F 分别在正方形 $ABCD$ 的边 AB 、 BC 上, EF 与对角线

BD 交于点 G , 如果 $BE=5$, $BF=3$, 那么 $FG:EF$ 的比值是_____.



18. (4分) 如图 (1), 在矩形 $ABCD$ 中, 将矩形折叠, 使点 B 落在边 AD 上,

这时折痕与边 AD 和 BC 分别交于点 E 、点 F . 然后再展开铺平, 以 B 、 E 、 F

为顶点的 $\triangle BEF$ 称为矩形 $ABCD$ 的“折痕三角形”. 如图 (2), 在矩形 $ABCD$

中, $AB=2$, $BC=4$, 当“折痕 $\triangle BEF$ ”面积最大时, 点 E 的坐标为_____.

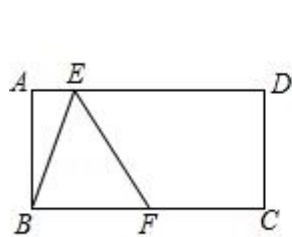


图1

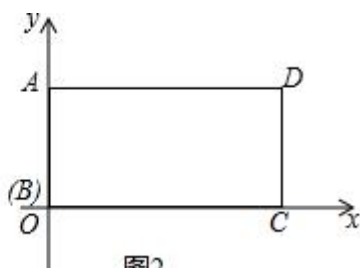


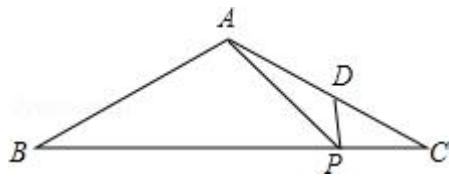
图2

二、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78)

19. (10分) 计算: $-3^2 + |\sqrt{3}-2| + (\frac{1}{3})^{-2} - \frac{2}{\tan 60^\circ - 1}$.

20. (10分) 解方程组:
$$\begin{cases} x+y=5 \\ x^2-3xy+2y^2=0 \end{cases}$$

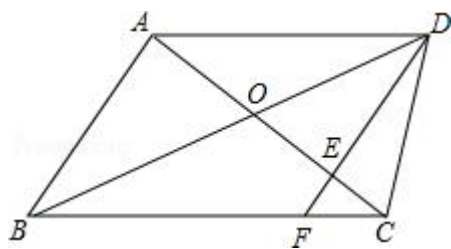
21. (10 分) 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=13$, $BC=24$, 点 P 、 D 分别在边 BC 、 AC 上, $AP^2=AD \cdot AB$, 求 $\angle APD$ 的正弦值.



22. (10 分) 自 2004 年 5 月 1 日起施行的《中华人民共和国道路交通安全法实施条例》中规定: 超速行驶属违法行为. 为确保行车安全, 某一段全程为 200 千米的高速公路限速 120 千米/时 (即任意一时刻的车速都不能超过 120 千米/时). 以下是王师傅和李师傅全程行驶完这线段高速公路时的对话片断. 王: “你的车速太快了, 平均每小时比我快 20 千米, 比我少用 30 分钟就行驶完了全程.” 李: “虽然我的车速快, 但是最快速度比我的平均速度只快 15%, 并没有超速违法啊.” 李师傅超速违法吗? 为什么?

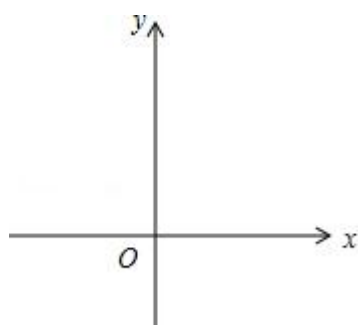
23. (12 分) 如图, 已知在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , BD 平分 $\angle ABC$, 过点 D 作 $DF \parallel AB$ 分别交 AC 、 BC 于点 E 、 F .

- (1) 求证: 四边形 $ABFD$ 是菱形;
(2) 设 $AC \perp AB$, 求证: $AC \cdot OE = AB \cdot EF$.



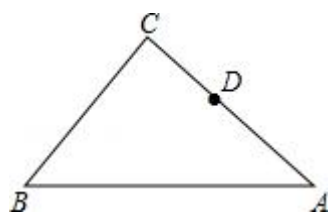
24. (12 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y = \frac{1}{3}x^2 + bx + c$ 的图象与 y 轴交于点 A , 与双曲线 $y = \frac{8}{x}$ 有一个公共点 B , 它的横坐标为 4, 过点 B 作直线 $l \parallel x$ 轴, 与该二次函数图象交于另一个点 C , 直线 AC 在 y 轴上的截距是 -6.

- (1) 求二次函数的解析式；
- (2) 求直线 AC 的表达式；
- (3) 平面内是否存在点 D，使 A、B、C、D 为顶点的四边形是等腰梯形？如果存在，求出点 D 坐标；如果不存在，说明理由.



25. (14 分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=14$ ， $\tan A=\frac{3}{4}$ ，点 D 是边 AC 上一点， $AD=8$ ，点 E 是边 AB 上一点，以点 E 为圆心，EA 为半径作圆，经过点 D，点 F 是边 AC 上一动点（点 F 不与 A、C 重合），作 $FG \perp EF$ ，交射线 BC 于点 G.

- (1) 用直尺圆规作出圆心 E，并求圆 E 的半径长（保留作图痕迹）；
- (2) 当点 G 的边 BC 上时，设 $AF=x$ ， $CG=y$ ，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出它的定义域；
- (3) 联结 EG，当 $\triangle EFG$ 与 $\triangle FCG$ 相似时，推理判断以点 G 为圆心、CG 为半径的圆 G 与圆 E 可能产生的各种位置关系.



2016 年上海市普陀区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 据统计，2015 年上海市全年接待国际旅游入境者共 80016000 人次，80016000 用科学记数法表示是 ()

A. 8.0016×10^6 B. 8.0016×10^7 C. 8.0016×10^8 D. 8.0016×10^9

【考点】11：科学记数法—表示较大的数.

【分析】数据 > 10 时科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数.

【解答】解：80016000 = 8.0016×10^7 .

故选：B.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

2. (4 分) 下列计算结果正确的是 ()

A. $a^4 \cdot a^2 = a^8$

B. $(a^4)^2 = a^6$

C. $(ab)^2 = a^2b^2$

D. $(a - b)^2 = a^2 - b^2$

【考点】46：同底数幂的乘法；47：幂的乘方与积的乘方；4C：完全平方公式.

【分析】根据同底数幂的乘法、幂的乘方、积的乘方、完全平方公式，即可解答.

【解答】解：A、 $a^4 \cdot a^2 = a^6$ ，故错误；

B、 $(a^4)^2 = a^8$ ，故错误；

C、 $(ab)^2 = a^2b^2$ ，正确；

D、 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ ，故错误；

故选：C.

【点评】 本题考查了同底数幂的乘法、幂的乘方、积的乘方、完全平方公式，解决本题的关键是熟记同底数幂的乘法、幂的乘方、积的乘方、完全平方公式.

3. (4 分) 下列统计图中，可以直观地反映出数据变化的趋势的统计图是 ()

A. 折线图

B. 扇形图

C. 条形图

D. 频数分布直方图

【考点】 VE: 统计图的选择.

【分析】 根据统计图的特点进行分析可得：扇形统计图表示的是部分在总体中所占的百分比，但一般不能直接从图中得到具体的数据；折线统计图表示的是事物的变化情况；条形统计图能清楚地表示出每个项目的具体数目.

【解答】 解：可以直观地反映出数据变化的趋势的统计图是折线统计图，

故选：A.

【点评】 本题考查了统计图的选择，利用统计图的特点选择是解题关键.

4. (4 分) 下列问题中，两个变量成正比例关系的是 ()

A. 等腰三角形的面积一定，它的底边和底边上的高

B. 等边三角形的面积与它的边长

C. 长方形的长确定，它的周长与宽

D. 长方形的长确定，它的面积与宽

【考点】 F2: 正比例函数的定义.

【分析】 先列出函数关系式，然后根据正比例函数的定义回答即可.

【解答】 解：A、等腰三角形的面积一定，它的底边和底边上的高成反比，故 A 错误；

B、设等边三角形的边长为 a ，则面积 $S=\frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2} a=\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ ，故 B 错误；

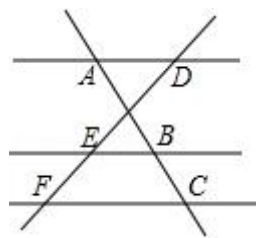
C、周长=2 倍的长+2 倍的宽，故 C 错误；

D、长方形的面积=长×宽，故 D 正确.

故选：D.

【点评】本题主要考查的是正比例函数的定义，根据题意列出函数关系是解题的关键.

5. (4 分) 如图，已知 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$ ， $DE=4$ ， $DF=6$ ，那么下列结论正确的是 ()



A. $BC: EF=1: 1$ B. $BC: AB=1: 2$ C. $AD: CF=2: 3$ D. $BE: CF=2: 3$

【考点】S4：平行线分线段成比例.

【分析】由平行线分线段成比例定理得出 $\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF} = \frac{2}{3}$ ，由比例的性质得出 $\frac{AB}{BC} = \frac{2}{1}$ ，即可得出结论.

【解答】解： $\because l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$,

$$\begin{aligned}\therefore \frac{AB}{AC} &= \frac{DE}{DF} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}, \\ \therefore \frac{AB}{BC} &= \frac{2}{1},\end{aligned}$$

$$\therefore BC: AB=1: 2;$$

故选：B.

【点评】本题考查了平行线分线段成比例定理、比例的性质；由平行线分线段成比例定理得出 $\frac{AB}{AC} = \frac{2}{3}$ 是解决问题的关键.

6. (4 分) 如果圆形纸片的直径是 8cm，用它完全覆盖正六边形，那么正六边形的边长最大不能超过 ()

A. 2cm B. $2\sqrt{3}$ cm C. 4cm D. $4\sqrt{3}$ cm

【考点】MM：正多边形和圆.

【分析】理解清楚题意，此题实际考查的是一个直径为 8cm 的圆内接正六边形的边长.

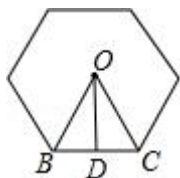
【解答】解：已知圆内接半径 r 为 4cm,

则 $OB=4\text{cm}$,

$$\therefore BD=OB \cdot \sin 30^\circ = 4 \times \frac{1}{2} = 2 \text{ (cm)}.$$

则 $BC=2 \times 2=4 \text{ (cm)}$.

故选：C.



【点评】此题考查了多边形的计算，所求结果比较新颖，要注意题目问题的真正含义，即求圆内接正六边形的边长.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. (4 分) 分解因式： $ma^2 - mb^2 = \underline{m(a+b)(a-b)}$.

【考点】55：提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】应先提取公因式 m ，再对余下的多项式利用平方差公式继续分解.

【解答】解： $ma^2 - mb^2$,

$$=m(a^2 - b^2),$$

$$=m(a+b)(a-b).$$

【点评】本题考查了提公因式法，公式法分解因式，关键在于提取公因式后继续利用平方差公式进行因式分解.

8. (4 分) 方程 $\sqrt{x+2}=x$ 的根是 $\underline{x=2}$.

【考点】AG：无理方程.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 先把方程两边平方, 使原方程化为整式方程 $x+2=x^2$, 解此一元二次方程得到 $x_1=2$, $x_2=-1$, 把它们分别代入原方程得到 $x_2=-1$ 是原方程的增根, 由此得到原方程的根为 $x=2$.

【解答】 解: 方程两边平方得, $x+2=x^2$,

解方程 $x^2 - x - 2 = 0$ 得 $x_1=2$, $x_2=-1$,

经检验 $x_2=-1$ 是原方程的增根,

所以原方程的根为 $x=2$.

故答案为 $x=2$.

【点评】 本题考查了无理方程: 根号内含有未知数的方程叫无理方程; 解无理方程的基本思想是把无理方程转化为有理方程来解, 常常采用平方法去根号.

9. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} 2-x > 0 \\ 2x+3 > 1 \end{cases}$ 的解集是 $-1 < x < 2$.

【考点】 CB: 解一元一次不等式组.

【分析】 首先解每个不等式, 两个不等式的解集的公共部分就是不等式组的解集.

【解答】 解: $\begin{cases} 2-x > 0 \cdots \textcircled{1} \\ 2x+3 > 1 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$,

解①得 $x < 2$,

解②得 $x > -1$,

则不等式组的解集是: $-1 < x < 2$.

故答案是: $-1 < x < 2$.

【点评】 本题考查的是一元一次不等式组的解, 解此类题目常常要结合数轴来判断. 还可以观察不等式的解, 若 $x >$ 较小的数、 $<$ 较大的数, 那么解集为 x 介于两数之间.

10. (4分) 如果关于 x 的方程 $x^2+x+a-\frac{7}{4}=0$ 有两个相等的实数根, 那么 a 的值等于 2.

【考点】AA: 根的判别式.

【分析】根据方程 $x^2+x+a-\frac{7}{4}=0$ 有两个相等的实数根可得 $\Delta=1^2-4(a-\frac{7}{4})=0$, 求出 a 的值即可.

【解答】解: $\because$ 关于的方程 $x^2+x+a-\frac{7}{4}=0$ 有两个相等的实数根,

$$\therefore \Delta=0,$$

$$\therefore 1^2-4(a-\frac{7}{4})=0,$$

$$\therefore a=2.$$

故答案为: 2.

【点评】本题主要考查了根的判别式的知识, 解答本题的关键是掌握一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系: $\Delta=0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根, 此题难度不大.

11. (4分) 函数 $y=\frac{x-1}{4x}$ 的定义域是 $x \neq 0$.

【考点】E4: 函数自变量的取值范围.

【分析】根据分母不等于 0 列式计算即可得解.

【解答】解: 由题意得, $4x \neq 0$,

解得 $x \neq 0$.

故答案为: $x \neq 0$.

【点评】本题考查了函数自变量的范围, 一般从三个方面考虑:

- (1) 当函数表达式是整式时, 自变量可取全体实数;
- (2) 当函数表达式是分式时, 考虑分式的分母不能为 0;
- (3) 当函数表达式是二次根式时, 被开方数非负.

12. (4 分) 某飞机如果在 1200 米的上空测得地面控制点的俯角为 30° , 那么此时飞机离控制点之间的距离是 2400 米.

【考点】TA: 解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题.

【分析】由题意得, 在直角三角形中, 已知角的对边求斜边, 用正弦函数计算即可.

【解答】解: 根据题意, 飞机到控制点的距离是 $\frac{1200}{\sin 30^\circ} = 2400$ (米).

故答案是: 2400.

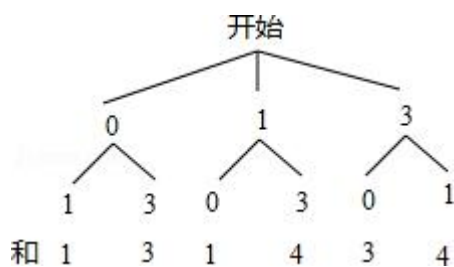
【点评】本题考查俯角的定义, 要求学生能借助俯角构造直角三角形并解直角三角形.

13. (4 分) 一个口袋中装有 3 个完全相同的小球, 它们分别标有数字 0, 1, 3, 从口袋中随机摸出一个小球记下数字后不放回, 摇匀后再随机摸出一个小球, 那么两次摸出小球的数字的和为素数的概率是 $\frac{1}{3}$.

【考点】X6: 列表法与树状图法.

【分析】首先根据题意画出树状图, 然后由树状图求得所有等可能的结果与两次摸出小球的数字的和为素数的情况, 再利用概率公式求解即可求得答案.

【解答】解: 画树状图得:



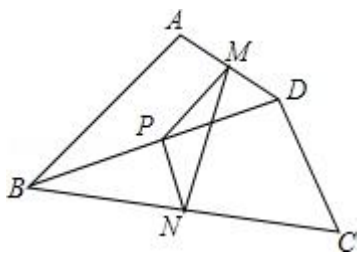
$\therefore$ 共有 6 种等可能的结果, 两次摸出小球的数字的和为素数的有 2 种情况,

$\therefore$ 两次摸出小球的数字的和为素数的概率是: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

故答案为: $\frac{1}{3}$.

【点评】此题考查了列表法或树状图法求概率. 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

14. (4 分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, 点 M 、 N 、 P 分别是 AD 、 BC 、 BD 的中点, 如果 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}$. (用 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 表示)



【考点】LM: *平面向量.

【分析】根据三角形的中位线平行于第三边并且等于第三边的一半表示出 $\overrightarrow{PM}$ 、 $\overrightarrow{PN}$, 然后再利用三角形法则求解即可.

【解答】解: $\because$ 点 M 、 N 、 P 分别是 AD 、 BC 、 BD 的中点,

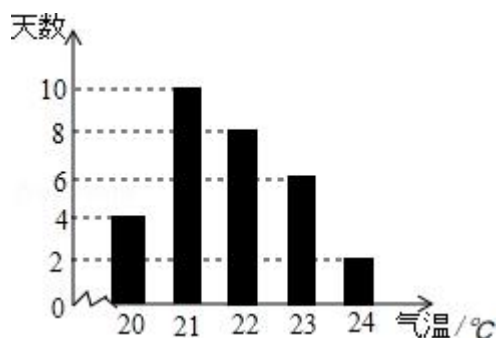
$$\therefore \overrightarrow{PM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} = \frac{1}{2}\vec{a}, \quad \overrightarrow{PN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM} = \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}.$$

故答案为: $\frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}$.

【点评】本题考查了平面向量, 三角形的中位线平行于第三边并且等于第三边的一半, 熟练掌握向量的三角形法则是解题的关键.

15. (4 分) 如果某市 6 月份日平均气温统计如图所示, 那么在日平均气温这组数据中, 中位数是 22.



【考点】VC: 条形统计图; W4: 中位数.

【分析】根据条形统计图得到各数据的权, 然后根据中位数的定义求解.

【解答】解: 这组数据一共有 30 个, 中位数是第 15 和第 16 个数据平均数,

由图可知，第 15 个数和第 16 个数都是 22，所以中位数是 22，

故答案为：22.

【点评】 本题考查了中位数，中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（或最中间两个数的平均数）.

16. (4 分) 已知点 A (x_1 , y_1) 和点 B (x_2 , y_2) 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，

如果当 $0 < x_1 < x_2$ ，可得 $y_1 < y_2$ ，那么 k <. (填“>”、“=”、“<”)

【考点】 G6: 反比例函数图象上点的坐标特征.

【专题】 31: 数形结合.

【分析】 根据反比例函数图象上点的坐标特征得到 $y_1 = \frac{k}{x_1}$, $y_2 = \frac{k}{x_2}$ ，则 $\frac{k}{x_1} < \frac{k}{x_2}$ ，

然后利用 $0 < x_1 < x_2$ 可确定 k 的符号.

【解答】 解：∵ 点 A (x_1 , y_1) 和点 B (x_2 , y_2) 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，

$$\therefore y_1 = \frac{k}{x_1}, y_2 = \frac{k}{x_2},$$

$$\therefore y_1 < y_2,$$

$$\therefore \frac{k}{x_1} < \frac{k}{x_2},$$

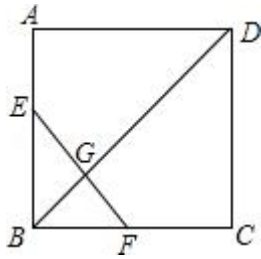
而 $0 < x_1 < x_2$,

$$\therefore k < 0.$$

故答案为 <.

【点评】 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征：反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数， $k \neq 0$) 的图象是双曲线，图象上的点 (x , y) 的横纵坐标的积是定值 k ，即 $xy = k$.

17. (4 分) 如图，点 E、F 分别在正方形 ABCD 的边 AB、BC 上，EF 与对角线 BD 交于点 G，如果 BE=5，BF=3，那么 FG: EF 的比值是 $\frac{3}{8}$.



【考点】LE：正方形的性质；S9：相似三角形的判定与性质.

【分析】作 $GM \perp BC$ 于 M ， $GN \perp AB$ 于 N ，由正方形的性质得出 $\angle ABD = \angle CBD = 45^\circ$ ，由角平分线的性质得出 $GM = GN$ ，得出 $\frac{\triangle BFG \text{ 的面积}}{\triangle BEG \text{ 的面积}} = \frac{BF}{BE} = \frac{3}{5}$ ，即可得出结果.

【解答】解：作 $GM \perp BC$ 于 M ， $GN \perp AB$ 于 N ，如图所示：

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

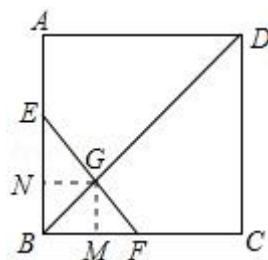
$\therefore \angle ABD = \angle CBD = 45^\circ$ ，

$\therefore GM = GN$ ，

$\therefore \frac{\triangle BFG \text{ 的面积}}{\triangle BEG \text{ 的面积}} = \frac{BF}{BE} = \frac{3}{5}$ ，

$\therefore \frac{\triangle BFG \text{ 的面积}}{\triangle BEF \text{ 的面积}} = \frac{FG}{EF} = \frac{3}{8}$ ；

故答案为： $\frac{3}{8}$.



【点评】本题考查了正方形的性质、三角形的面积关系、角平分线的性质；熟练掌握正方形的性质，通过作辅助线得出三角形的面积关系是解决问题的关键.

18. (4 分) 如图 (1)，在矩形 $ABCD$ 中，将矩形折叠，使点 B 落在边 AD 上，这时折痕与边 AD 和 BC 分别交于点 E 、点 F . 然后再展开铺平，以 B 、 E 、 F 为顶点的 $\triangle BEF$ 称为矩形 $ABCD$ 的“折痕三角形”. 如图 (2)，在矩形 $ABCD$

中， $AB=2$ ， $BC=4$ ，当“折痕 $\triangle BEF$ ”面积最大时，点 E 的坐标为 $(\frac{3}{2}, 2)$ 。

2)_____.

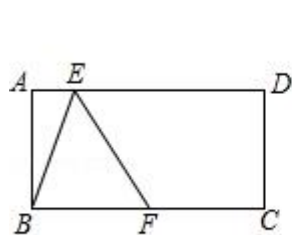


图1

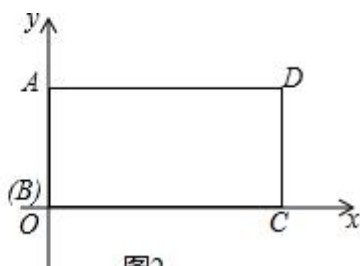


图2

【考点】 PB: 翻折变换 (折叠问题).

【专题】 23: 新定义.

【分析】 如图，当点 B 与点 D 重合时， $\triangle BEF$ 面积最大，设 $BE=ED=x$ ，在 $RT\triangle ABE$ 中利用勾股定理即可解决问题.

【解答】 解：如图，当点 B 与点 D 重合时， $\triangle BEF$ 面积最大，

设 $BE=DE=x$ ，则 $AE=4-x$ ，

在 $RT\triangle ABE$ 中， $\therefore EA^2+AB^2=BE^2$ ，

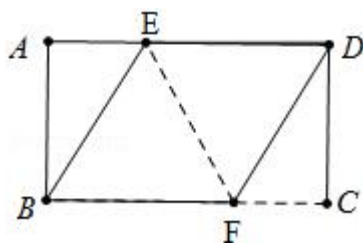
$$\therefore (4-x)^2+2^2=x^2,$$

$$\therefore x=\frac{5}{2},$$

$$\therefore BE=ED=\frac{5}{2}, AE=AD-ED=\frac{3}{2},$$

$$\therefore \text{点 } E \text{ 坐标 } (\frac{3}{2}, 2).$$

故答案为 $(\frac{3}{2}, 2)$.



【点评】 本题考查翻折变换、勾股定理等知识，解题的关键是理解题意，搞清楚什么时候 $\triangle BFE$ 面积最大，属于中考常考题型.

二、解答题：(本大题共 7 题，满分 78)

19. (10 分) 计算： $-3^2 + |\sqrt{3}-2| + (\frac{1}{3})^{-2} - \frac{2}{\tan 60^\circ - 1}$.

【考点】6F：负整数指数幂；79：二次根式的混合运算；T5：特殊角的三角函数值.

【专题】11：计算题.

【分析】先对式子进行化简，然后再合并同类项即可解答本题.

【解答】解： $-3^2 + |\sqrt{3}-2| + (\frac{1}{3})^{-2} - \frac{2}{\tan 60^\circ - 1}$
 $= -9 + 2 - \sqrt{3} + 9 - \frac{2}{\sqrt{3}-1}$
 $= -9 + 2 - \sqrt{3} + 9 - (\sqrt{3}+1)$
 $= -9 + 2 - \sqrt{3} + 9 - \sqrt{3} - 1$
 $= 1 - 2\sqrt{3}.$

【点评】本题考查二次根式的混合运算、负整数指数幂、特殊角的三角函数，解题的关键是明确它们各自的计算方法、算出相应的数值，需要注意的是仔细认真计算.

20. (10 分) 解方程组：
$$\begin{cases} x+y=5 \\ x^2-3xy+2y^2=0 \end{cases}$$

【考点】AF：高次方程.

【分析】将方程②因式分解后可得 $x=y$ 或 $x=2y$ ，分别代入方程①可得方程组的两组解.

【解答】解：
$$\begin{cases} x+y=5 & \text{①} \\ x^2-3xy+2y^2=0 & \text{②} \end{cases}$$

由②可得： $(x-y)(x-2y)=0$ ，即 $x-y=0$ 或 $x-2y=0$,

可得 $x=y$ 或 $x=2y$,

将 $x=y$ 代入①，得： $2y=5$, $y=\frac{5}{2}$,

$$\text{故} \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = \frac{5}{2} \end{cases};$$

将 $x=2y$ 代入①，得： $3y=5$ ， $y=\frac{5}{3}$ ，

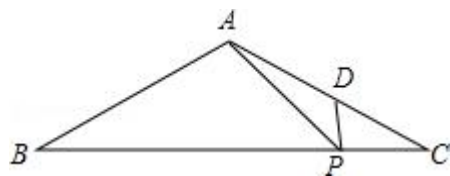
$$\text{则 } x = \frac{10}{3},$$

$$\text{故} \begin{cases} x = \frac{10}{3} \\ y = \frac{5}{3} \end{cases};$$

$$\text{综上, } \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = \frac{5}{2} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = \frac{10}{3} \\ y = \frac{5}{3} \end{cases}.$$

【点评】 本题主要考查解高次方程的能力，解高次方程的根本思想是化归思想，次数较高可通过分解等方法降幂求解即可。

21. (10 分) 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=13$ ， $BC=24$ ，点 P 、 D 分别在边 BC 、 AC 上， $AP^2=AD \cdot AB$ ，求 $\angle APD$ 的正弦值。



【考点】 S9：相似三角形的判定与性质。

【分析】 由 $AP^2=AD \cdot AB$ ， $AB=AC$ ，可证得 $\triangle ADP \sim \triangle APC$ ，由相似三角形的性质得到 $\angle APD = \angle ACB = \angle ABC$ ，作 $AE \perp BC$ 于 E ，根据等腰三角形的性质可求得 AE ，由三角函数的定义可得结论，

【解答】 解： $\because AP^2=AD \cdot AB$ ， $AB=AC$ ，

$$\therefore AP^2=AD \cdot AC,$$

$$\frac{AP}{AC} = \frac{AD}{AP},$$

$$\therefore \angle PAD = \angle CAP,$$

$$\therefore \triangle ADP \sim \triangle APC,$$

$$\therefore \angle APD = \angle ACB = \angle ABC,$$

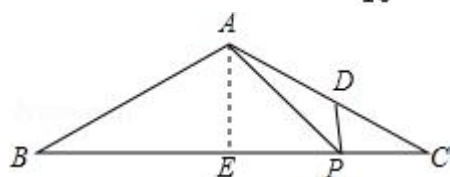
作 $AE \perp BC$ 于 E ,

$$\therefore AB = AC,$$

$$\therefore BE = CE = \frac{1}{2} \times 24 = 12,$$

$$\therefore AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = 5$$

$$\therefore \sin \angle APD = \sin \angle ABC = \frac{5}{13},$$



【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质，等腰三角形的性质，解直角三角形，正确的作出辅助线是解题的关键.

22. (10 分) 自 2004 年 5 月 1 日起施行的《中华人民共和国道路交通安全法实施条例》中规定：超速行驶属违法行为. 为确保行车安全，某一段全程为 200 千米的高速公路限速 120 千米/时 (即任意一时刻的车速都不能超过 120 千米/时). 以下是王师傅和李师傅全程行驶完这线段高速公路时的对话片断. 王：“你的车速太快了，平均每小时比我快 20 千米，比我少用 30 分钟就行驶完了全程.” 李：“虽然我的车速快，但是最快速度比我的平均速度只快 15%，并没有超速违法啊.” 李师傅超速违法吗？为什么？

【考点】 B7：分式方程的应用.

【分析】 由题意可知：王师傅行驶全程的时间 - 李师傅行驶全程的时间 = 0.5 小时，根据等量关系列方程解答即可.

【解答】 解：设李师傅的平均速度为 x 千米/时，则王师傅的平均速度为 $(x - 20)$ 千米/时.

根据题意，得：
$$\frac{200}{x-20} - \frac{200}{x} = 0.5,$$

解得： $x_1=100$, $x_2=-80$,

经检验, $x_1=100$, $x_2=-80$ 都是所列方程的根, 但 $x_2=-80$ 不符合题意, 舍去.

则 $x=100$,

李师傅的最大时速是: $100 \times (1+15\%) = 115$ 千米/时 < 120 千米/时.

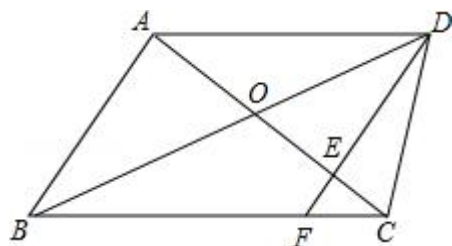
答: 李师傅行驶途中的最大时速在限速范围内, 他没有超速违法.

【点评】 此题考查分式方程的实际运用, 分析题意, 找到关键描述语, 找到合适的等量关系是解决问题的关键.

23. (12 分) 如图, 已知在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , BD 平分 $\angle ABC$, 过点 D 作 $DF \parallel AB$ 分别交 AC 、 BC 于点 E 、 F .

(1) 求证: 四边形 $ABFD$ 是菱形;

(2) 设 $AC \perp AB$, 求证: $AC \cdot OE = AB \cdot EF$.



【考点】 LA: 菱形的判定与性质; S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】 14: 证明题.

【分析】 (1) 根据已知条件得到四边形 $ABFD$ 是平行四边形, 由角平分线的定义得到 $\angle ABD = \angle DBC$, 根据平行线的性质得到 $\angle ADB = \angle CBD$, 等量代换得到 $\angle ADB = \angle ABD$, 证得 $AB = AD$, 即可得到结论;

(2) 连接 AF , OF , 根据菱形的性质得到 BD 垂直平分 AF , 线段垂直平分线的性质得到 $AO = OF$, 由等腰三角形的性质得到 $\angle ABD = \angle FAC$, 推出 $\triangle ABC \sim \triangle EOF$, 根据相似三角形的性质得到结论.

【解答】 证明: (1) $\because AD \parallel BC$, $DF \parallel AB$,

∴ 四边形 ABFD 是平行四边形,

∴ BD 平分 $\angle ABC$,

∴ $\angle ABD = \angle DBC$,

∴ $AD \parallel BC$,

∴ $\angle ADB = \angle CBD$,

∴ $\angle ADB = \angle ABD$,

∴ $AB = AD$,

∴ 四边形 ABFD 是菱形;

(2) 连接 AF, OF,

∴ $AC \perp AB$, ∴ $\angle BAC = 90^\circ$,

∴ $\angle CEF = \angle BAC = 90^\circ$,

∴ 四边形 ABFD 是菱形,

∴ BD 垂直平分 AF,

∴ $AB \perp AC$,

∴ $\angle OAF + \angle AOB = \angle ABD + \angle AOB = 90^\circ$,

∴ $\angle OAF = \angle ABD$,

∴ BD 垂直平分 AF,

∴ $AO = OF$,

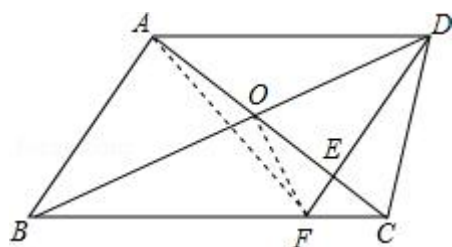
∴ $\angle OAF = \angle OFA$,

∴ $\angle FOE = 2 \angle FAO = 2 \angle ABD = \angle ABC$,

∴ $\triangle ABC \sim \triangle EOF$,

$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{EF}{OE},$$

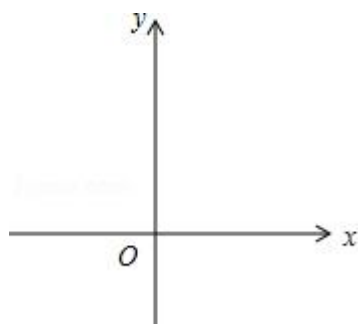
$$\therefore AC \cdot OE = AB \cdot EF.$$



【点评】 本题考查了菱形的判定和性质，平行线的性质，相似三角形的判定和性质，正确的作出辅助线是解题的关键.

24. (12 分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y = \frac{1}{3}x^2 + bx + c$ 的图象与 y 轴交于点 A ，与双曲线 $y = \frac{8}{x}$ 有一个公共点 B ，它的横坐标为 4，过点 B 作直线 $l \parallel x$ 轴，与该二次函数图象交于另一个点 C ，直线 AC 在 y 轴上的截距是 -6 .

- (1) 求二次函数的解析式；
- (2) 求直线 AC 的表达式；
- (3) 平面内是否存在点 D ，使 A 、 B 、 C 、 D 为顶点的四边形是等腰梯形？如果存在，求出点 D 坐标；如果不存在，说明理由.



【考点】 HF：二次函数综合题.

【分析】 (1) 先求得点 A 与点 B 的坐标，然后依据待定系数法可求得抛物线的解析式；

(2) 先求得抛物线的对称轴为 $x = -1$ ，依据点 B 与点 C 关于 $x = -1$ 对称，可求

得点 C 的坐标, 然后依据待定系数法可求得直线 AC 的解析式;

(3) ①当 $CD \parallel AB$ 时, $AC=BC$, 故点 D 不存在; ②如图 1 所示: 当 $AD \parallel BC$ 时, $AB < AC$, 过点 A 作 BC 平行线 l, 以 C 为圆心, AB 为半径作弧, 交 l 与点 D_1 点, 依据点 A 与 D_1 关于 $x = -1$ 对称可求得点 D_1 的坐标; ③如图 2 所示: $BD \parallel AC$ 时, 过点 C 作 $CM \perp x$ 轴, 过点 A 作 $AM \perp y$ 轴, 过点 B 作 $BF \perp AC$, $D_2E \perp AC$. 先依据 AAS 证明 $\triangle AMC \cong \triangle CBF$, 从而可求得 $AF=CE=4$, 于是得到 $D_2B=2$, 然后再证明 $BHD_2 \sim \triangle AMC$, 从而可求得 $BH=\frac{6}{5}$, $HD_2=\frac{8}{5}$, 于是可求得点 D_2 的坐标.

【解答】解: (1) $\therefore$ 将 $x=4$ 代入 $y=\frac{8}{x}$ 得: $y=2$,

$\therefore B(4, 2)$.

$\therefore$ 点 A 在 y 轴上, 且直线 AC 在 y 轴上的截距是 -6,

$\therefore A(0, -6)$.

$\therefore$ 将 $B(4, 2)$ 、 $A(0, -6)$ 代入抛物线的解析式得: $\begin{cases} c=-6 \\ \frac{16}{3}+4b+c=2 \end{cases}$, 解得: $\begin{cases} b=\frac{2}{3} \\ c=-6 \end{cases}$,

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y=\frac{1}{3}x^2+\frac{2}{3}x-6$.

(2) $\therefore$ 抛物线的对称轴为 $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3} \times 2}=-1$.

$\therefore$ 点 B 关于 $x=-1$ 的对称点 C 的坐标为 $(-6, 2)$.

设直线 AC 的解析式为 $y=kx+b$.

$\therefore$ 将点 A $(0, -6)$ 、C $(-6, 2)$ 代入得: $\begin{cases} b=-6 \\ -6k+b=2 \end{cases}$, 解得: $k=-\frac{4}{3}$, $b=-6$,

$\therefore$ 直线 AC 的解析式为 $y=-\frac{4}{3}x-6$.

(3) ① $\therefore B(4, 2)$ C $(-6, 2)$,

$\therefore BC=10$.

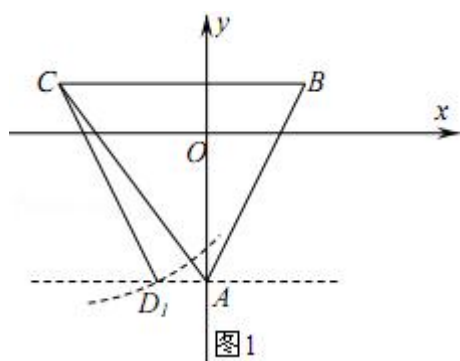
$\therefore A(0, -6), C(-6, 2),$

$$\therefore AC = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10.$$

$$\therefore AC = BC.$$

$\therefore$ 当 $CD \parallel AB$ 时, 不存在点 D 使得四边形 A, B, C, D 为顶点的四边形是等腰梯形.

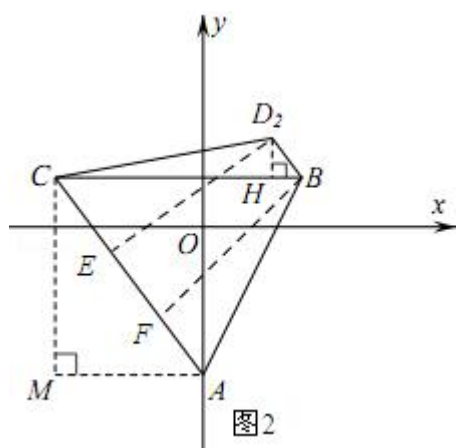
②如图 1 所示:



当 $AD \parallel BC$ 时, $AB < AC$, 过点 A 作 BC 平行线 l , 以 C 为圆心, AB 为半径作弧, 交 l 与点 D_1 点, A 与 D_1 关于 $x = -1$ 对称,

$$\therefore D_1(-2, -6).$$

③如图 2 所示: $BD \parallel AC$ 时, 过点 C 作 $CM \perp x$ 轴, 过点 A 作 $AM \perp y$ 轴, 过点 B 作 $BF \perp AC$, $D_2E \perp AC$.



$$\therefore CB \parallel AM,$$

$$\therefore \angle BCA = \angle CAM.$$

在 $\triangle AMC$ 和 $\triangle CBF$ 中,

$$\begin{cases} \angle BCA = \angle CAM \\ \angle AMC = \angle BFC = 90^\circ, \\ AC = BC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AMC \cong \triangle CBF.$$

$$\therefore CF = AM = 6.$$

$$\therefore AF = 4.$$

$\therefore$ 梯形 ABD_2C 是等腰梯形,

$$\therefore CE = AF = 4.$$

$$\therefore D_2B = EF = 2.$$

$$\therefore BD_2 \parallel AC,$$

$$\therefore \angle D_2BH = \angle BCA.$$

$$\therefore \angle BCA = \angle CAM,$$

$$\therefore \angle D_2BH = \angle CAM.$$

$$\text{又} \therefore \angle M = \angle D_2HB,$$

$$\therefore \triangle BHD_2 \sim \triangle AMC.$$

$$\therefore \frac{D_2H}{HB} = \frac{4}{3}.$$

$$\therefore BD_2 = 2,$$

$$\therefore BH = \frac{6}{5}, \quad HD_2 = \frac{8}{5},$$

$$\therefore D_2 \left(\frac{14}{5}, \frac{18}{5} \right).$$

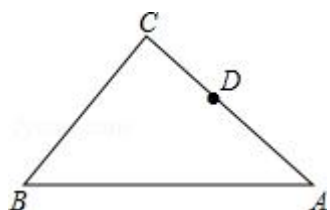
综上所述, 点 D 的坐标为 $(-2, -6)$ 或 $D_2 \left(\frac{14}{5}, \frac{18}{5} \right)$.

【点评】 本题主要考查的是二次函数的综合应用, 解答本题主要应用了待定系数法求一次函数、二次函数的解析式、全等三角形的性质和判定、相似三角形

的性质和判定、等腰梯形的性质，求得 $BD_2=2$ 是解题的关键.

25. (14 分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=14$ ， $\tan A=\frac{3}{4}$ ，点 D 是边 AC 上一点， $AD=8$ ，点 E 是边 AB 上一点，以点 E 为圆心， EA 为半径作圆，经过点 D ，点 F 是边 AC 上一动点（点 F 不与 A 、 C 重合），作 $FG\perp EF$ ，交射线 BC 于点 G .

- (1) 用直尺圆规作出圆心 E ，并求圆 E 的半径长（保留作图痕迹）；
- (2) 当点 G 的边 BC 上时，设 $AF=x$ ， $CG=y$ ，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出它的定义域；
- (3) 联结 EG ，当 $\triangle EFG$ 与 $\triangle FCG$ 相似时，推理判断以点 G 为圆心、 CG 为半径的圆 G 与圆 E 可能产生的各种位置关系.



【考点】 KD: 全等三角形的判定与性质; KQ: 勾股定理; MJ: 圆与圆的位置关系; SO: 相似形综合题; T1: 锐角三角函数的定义.

【专题】 15: 综合题.

【分析】 (1) 由于 $ED=EA$ ，因此点 E 在线段 AD 的垂直平分线上，因而线段 AD 的垂直平分线与线段 AB 的交点即为圆心 E （如图 1），然后只需解 $\text{Rt}\triangle EHA$ 就可解决问题；

(2) 如图 2，易证 $\triangle GCF\sim\triangle FHE$ ，然后运用相似三角形的性质就可解决问题；

(3) 由于点 G 在射线 BC 上，故需分点 G 在线段 BC 上（如图 2、图 3），点 G 在线段 BC 的延长线上（如图 4），然后只需求出 CG 和 GE 就可解决问题.

【解答】 解：(1) 作线段 AD 的垂直平分线，交 AB 于 E ，交 AC 于 H ，如图 1，

$$\begin{aligned}
&\because \triangle GCF \sim \triangle FHE, \\
&\therefore \frac{GF}{FE} = \frac{GC}{FH}, \\
&\therefore \frac{GC}{FC} = \frac{GC}{FH}, \\
&\therefore FC = FH = \frac{1}{2}CH = \frac{1}{2}(14 - 4) = 5, \\
&\therefore x = AF = 5 + 4 = 9, \\
&\therefore y = CG = \frac{25}{3}, \\
&\therefore r_G = GC = \frac{25}{3}, \quad r_E = 5. \\
&\therefore GN = \frac{25}{3} - 3 = \frac{16}{3}, \quad EN = CH = 10, \\
&\therefore EG = \sqrt{GN^2 + EN^2} = \frac{34}{3}, \\
&\therefore r_G - r_E < GE < r_G + r_E, \\
&\therefore \odot E \text{ 与 } \odot G \text{ 相交};
\end{aligned}$$

II. 当 $\angle FGE = \angle CFG$ 时, 如图 3,

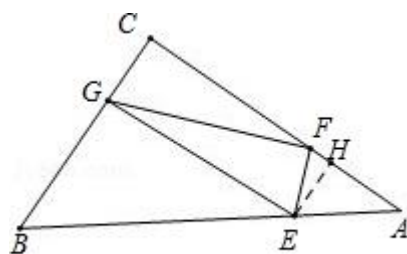


图3

则有 $GE \parallel AC$,

$$\begin{aligned}
&\because \angle C = \angle AHE = 90^\circ, \quad \therefore CG \parallel EH, \\
&\therefore \text{四边形 } CGEH \text{ 是矩形}, \\
&\therefore r_G = CG = EH = 3, \quad GE = CH = 10, \\
&\therefore GE > r_E + r_G, \\
&\therefore \odot E \text{ 与 } \odot G \text{ 外离};
\end{aligned}$$

②当点 G 在 BC 延长线上时, 设 GE 交 AC 于 M , 如图 4,

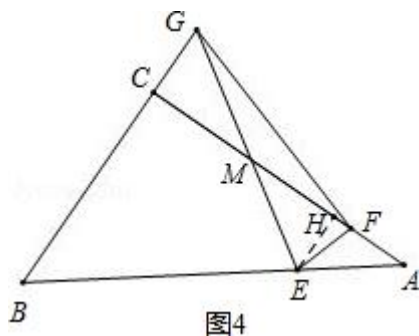


图4

$$\because \angle EHF = \angle GCF = 90^\circ, \quad \angle GFC = \angle HEF = 90^\circ - \angle HFE,$$

$$\therefore \triangle EHF \sim \triangle FCG,$$

$$\therefore \frac{EH}{FC} = \frac{HF}{CG},$$

$$\therefore \frac{3}{14-x} = \frac{4-x}{y},$$

$$\therefore y = \frac{1}{3} (x-4)(x-14).$$

$$\because \angle FGE = \angle CFG, \quad \angle FGE + \angle MEF = 90^\circ, \quad \angle GFM + \angle MFE = 90^\circ,$$

$$\therefore MG = MF, \quad \angle MEF = \angle MFE,$$

$$\therefore ME = MF, \quad \therefore MG = ME.$$

在 $\triangle GCM$ 和 $\triangle EHM$ 中,

$$\begin{cases} \angle GCM = \angle EHM \\ \angle GMC = \angle EMH \\ MG = ME \end{cases}$$

$$\therefore \triangle GCM \cong \triangle EHM,$$

$$\therefore CG = HE = 3, \quad CM = MH = 5,$$

$$\therefore r_G = 3, \quad EG = 2GM = 2\sqrt{34},$$

$$\therefore GE > r_G + r_E,$$

$$\therefore \odot E \text{ 与 } \odot G \text{ 外离}.$$

综上所述: 当 $\triangle EFG$ 与 $\triangle FCG$ 相似时, $\odot E$ 与 $\odot G$ 相交或外离.

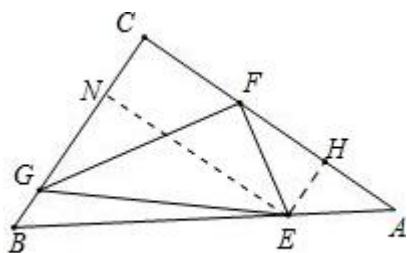


图2

【点评】 本题主要考查了相似三角形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、圆与圆的位置关系、三角函数的定义、勾股定理等知识，正确进行分类是解决第 (3) 小题的关键.