

2016 年上海市崇明县中考数学二模试卷

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

1. (4 分) 下列计算中, 正确的是 ()

- A. $a^3+a^3=a^6$ B. $a^3 \cdot a^2=a^6$ C. $(-a^3)^2=a^9$ D. $(-a^2)^3=-a^6$

2. (4 分) 下列说法不一定成立的是 ()

- A. 若 $a > b$, 则 $a+c > b+c$ B. 若 $a+c > b+c$, 则 $a > b$
C. 若 $a > b$, 则 $ac^2 > bc^2$ D. 若 $ac^2 > bc^2$, 则 $a > b$

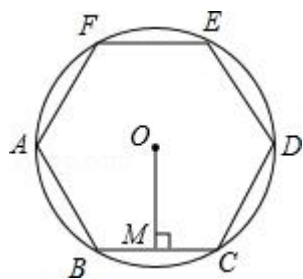
3. (4 分) 抛物线 $y=x^2-8x-1$ 的对称轴为 ()

- A. 直线 $x=4$ B. 直线 $x=-4$ C. 直线 $x=8$ D. 直线 $x=-8$

4. (4 分) 一个不透明的盒子中装有 3 个红球, 2 个黄球和 1 个绿球, 这些球除了颜色外无其他差别, 从中随机摸出一个小球, 恰好是黄球的概率为 ()

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

5. (4 分) 如图, 正六边形 $ABCDEF$ 内接于 $\odot O$, 半径为 4, 则这个正六边形的边心距 OM 和 $\widehat{BC}$ 的长分别为 ()



- A. $2, \frac{\pi}{3}$ B. $2\sqrt{3}, \pi$ C. $\sqrt{3}, \frac{2\pi}{3}$ D. $2\sqrt{3}, \frac{4\pi}{3}$

6. (4 分) 下列判断错误的是 ()

- A. 对角线相互垂直且相等的平行四边形是正方形
B. 对角线相互垂直平分的四边形是菱形
C. 对角线相等的四边形是矩形

D. 对角线相互平分的四边形是平行四边形

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 购买单价为 a 元的笔记本 3 本和单价为 b 元的铅笔 5 支应付款
元.

8. (4 分) 分解因式: $x^2 - 2x - 8 =$ _____.

9. (4 分) 方程 $\sqrt{x+2}=x$ 的根是_____.

10. (4 分) 函数 $y = -\frac{2x}{\sqrt{x-3}}$ 的定义域为_____.

11. (4 分) 如果关于 x 的方程 $x^2 - 2x + k = 0$ (k 为常数) 有两个不相等的实数根,
那么 k 的取值范围是_____.

12. (4 分) 如果一个正比例函数的图象过点 $(2, -4)$, 那么这个正比例函数的
解析式为_____.

13. (4 分) 崇明县校园足球运动正在蓬勃发展, 已知某校学生“足球社团”成员
的年龄与人数情况如下表所示: 那么“足球社团”成员年龄的中位数是
岁.

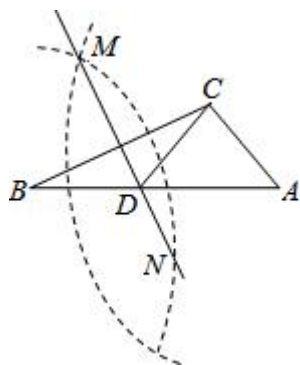
年龄 (岁)	11	12	13	14	15
人数	3	3	7	12	14

14. (4 分) 如图, 在已知的 $\triangle ABC$ 中, 按以下步骤作图:

若 $CD=AC$, $\angle A=50^\circ$, 则 $\angle ACB$ 的度数为_____.

①分别以 B, C 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}BC$ 的长为半径作弧, 两弧相交于两点 M, N ;

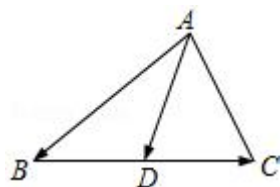
②作直线 MN 交 AB 于点 D , 连接 CD .



15. (4分) 已知一斜坡的坡比为 1: 2, 坡角为 α , 那么 $\sin\alpha=$ _____.

16. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是边 BC 上的中线, 设向量 $\overrightarrow{AB}=\overline{a}$, $\overrightarrow{AD}=\overline{b}$,

如果用向量 $\overline{a}$, $\overline{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{BC}$, 那 $\overrightarrow{BC}=$ _____.

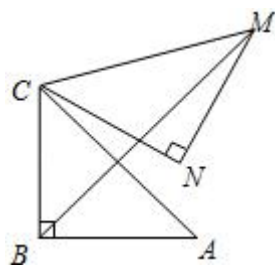


17. (4分) 如果一个平行四边形一个内角的平分线分它的一边为 1: 2 的两部分,

那么称这样的平行四边形为“协调平行四边形”, 称该边为“协调边”. 当“协调边”为 3 时, 它的周长为_____.

18. (4分) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, $AB=BC=2$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 逆

时针旋转 60° , 得到 $\triangle MNC$, 连接 BM , 那么 BM 的长是_____.



三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

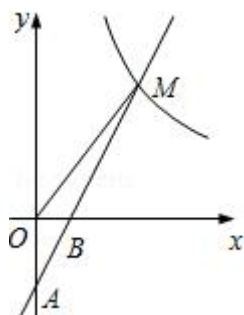
19. (10分) 计算: $27^{\frac{1}{3}}+(\sqrt{3}-1)^2-(\frac{1}{2})^{-1}+\frac{2}{\sqrt{3}+1}$.

20. (10分) 解方程组:
$$\begin{cases} x+2y=1 \\ x^2-3xy+2y^2=0 \end{cases}$$

21. (10 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 的图象经过 $A(0, -2)$, $B(1, 0)$ 两点, 与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ ($m \neq 0$) 的图象在第一象限内交于点 M , 若 $\triangle OBM$ 的面积是 2.

(1) 求一次函数和反比例函数的解析式;

(2) 若点 P 是 x 轴正半轴上一点且 $\angle AMP=90^\circ$, 求点 P 的坐标.

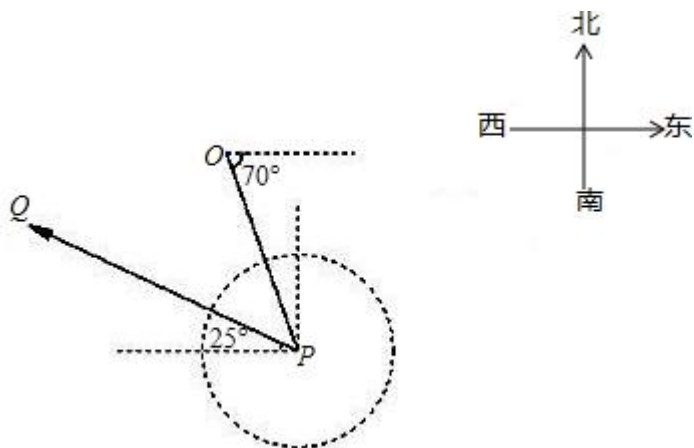


22. (10 分) 如图, 在某海滨城市 O 附近海面有一股台风, 据监测, 当前台风中心位于该城市的东偏南 70° 方向 200 千米的海面 P 处, 并以 20 千米/时的速度向西偏北 25° 的 PQ 的方向移动, 台风侵袭范围是一个圆形区域, 当前半径为 60 千米, 且圆的半径以 10 千米/时速度不断扩张.

(1) 当台风中心移动 4 小时时, 受台风侵袭的圆形区域半径增大到_____千米; 又台风中心移动 t 小时时, 受台风侵袭的圆形区域半径增大到_____千米;

(2) 当台风中心移动到与城市 O 距离最近时, 这股台风是否侵袭这座海滨城市?

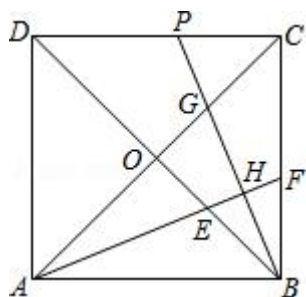
请说明理由 (参考数据 $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$).



23. (12 分) 已知正方形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O , $\angle CAB$ 的平分线分别交 BD 、 BC 于点 E 、 F , 作 $BH \perp AF$, 垂足为 H , BH 的延长线分别交 AC 、 CD 于点 G 、 P .

(1) 求证: $AE = BG$;

(2) 求证: $GO \cdot AG = CG \cdot AO$.

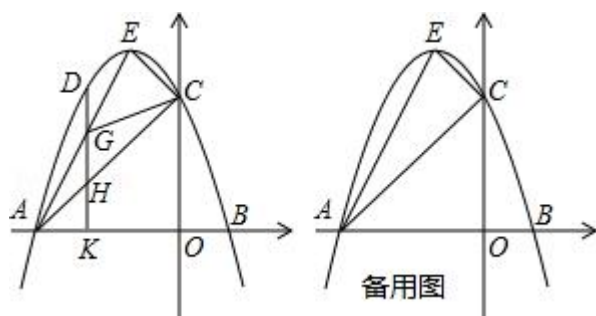


24. (12 分) 已知, 一条抛物线的顶点为 $E(-1, 4)$, 且过点 $A(-3, 0)$, 与 y 轴交于点 C , 点 D 是这条抛物线上一点, 它的横坐标为 m , 且 $-3 < m < -1$, 过点 D 作 $DK \perp x$ 轴, 垂足为 K , DK 分别交线段 AE 、 AC 于点 G 、 H .

(1) 求这条抛物线的解析式;

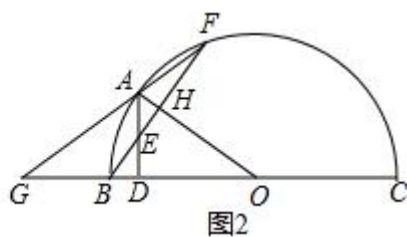
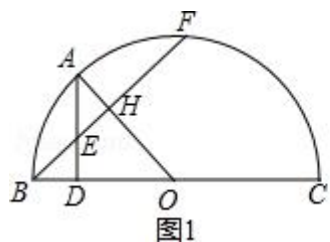
(2) 求证: $GH = HK$;

(3) 当 $\triangle CGH$ 是等腰三角形时, 求 m 的值.



25. (14 分) 如图, 已知 BC 是半圆 O 的直径, $BC=8$, 过线段 BO 上一动点 D , 作 $AD \perp BC$ 交半圆 O 于点 A , 联结 AO , 过点 B 作 $BH \perp AO$, 垂足为点 H , BH 的延长线交半圆 O 于点 F .

- (1) 求证: $AH=BD$;
- (2) 设 $BD=x$, $BE \cdot BF=y$, 求 y 关于 x 的函数关系式;
- (3) 如图 2, 若联结 FA 并延长交 CB 的延长线于点 G , 当 $\triangle FAE$ 与 $\triangle FBG$ 相似时, 求 BD 的长度.



2016 年上海市崇明县中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 下列计算中，正确的是 ()

A. $a^3+a^3=a^6$ B. $a^3 \cdot a^2=a^6$ C. $(-a^3)^2=a^9$ D. $(-a^2)^3=-a^6$

【考点】35：合并同类项；46：同底数幂的乘法；47：幂的乘方与积的乘方.

【分析】分别根据同底数幂的乘法、幂的乘方与积的乘方、合并同类项的法则进行逐一计算即可.

【解答】解：A、 $a^3+a^3=2a^3$ ，错误；

B、 $a^3 \cdot a^2=a^5$ ，错误；

C、 $(-a^3)^2=a^6$ ，错误；

D、 $(-a^2)^3=-a^6$ ，正确.

故选：D.

【点评】本题考查合并同类项、同底数幂的乘法、幂的乘方与积的乘方，熟练掌握性质和法则是解题的关键.

2. (4 分) 下列说法不一定成立的是 ()

A. 若 $a > b$ ，则 $a+c > b+c$ B. 若 $a+c > b+c$ ，则 $a > b$

C. 若 $a > b$ ，则 $ac^2 > bc^2$ D. 若 $ac^2 > bc^2$ ，则 $a > b$

【考点】C2：不等式的性质.

【分析】根据不等式的性质进行判断.

【解答】解：A、在不等式 $a > b$ 的两边同时加上 c ，不等式仍成立，即 $a+c > b+c$ ，不符合题意；

B、在不等式 $a+c > b+c$ 的两边同时减去 c ，不等式仍成立，即 $a > b$ ，不符合题

意;

C、当 $c=0$ 时, 若 $a > b$, 则不等式 $ac^2 > bc^2$ 不成立, 符合题意;

D、在不等式 $ac^2 > bc^2$ 的两边同时除以不为 0 的 c^2 , 该不等式仍成立, 即 $a > b$, 不符合题意.

故选: C.

【点评】 主要考查了不等式的基本性质. “0”是很特殊的一个数, 因此, 解答不等式的问题时, 应密切关注“0”存在与否, 以防掉进“0”的陷阱. 不等式的基本性质:

(1) 不等式两边加 (或减) 同一个数 (或式子), 不等号的方向不变.

(2) 不等式两边乘 (或除以) 同一个正数, 不等号的方向不变.

(3) 不等式两边乘 (或除以) 同一个负数, 不等号的方向改变.

3. (4 分) 抛物线 $y=x^2-8x-1$ 的对称轴为 ()

A. 直线 $x=4$ B. 直线 $x=-4$ C. 直线 $x=8$ D. 直线 $x=-8$

【考点】 H3: 二次函数的性质.

【分析】 根据抛物线对称轴公式: $x=-\frac{b}{2a}$ 代入计算即可.

【解答】 解: 抛物线: $y=x^2-8x-1$, 的对称轴 $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{-8}{2}=4$,

故选: A.

【点评】 本题考查抛物线的对称轴公式, 记住对称轴公式是解题的关键, 也可以用配方法确定对称轴, 解题时灵活应用, 属于中考常考题型.

4. (4 分) 一个不透明的盒子中装有 3 个红球, 2 个黄球和 1 个绿球, 这些球除了颜色外无其他差别, 从中随机摸出一个小球, 恰好是黄球的概率为 ()

A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

【考点】 X4: 概率公式.

【专题】 11: 计算题.

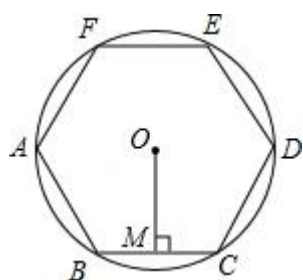
【分析】直接根据概率公式求解.

【解答】解：从中随机摸出一个小球，恰好是黄球的概率 $=\frac{2}{3+2+1}=\frac{1}{3}$.

故选：B.

【点评】本题考查了概率公式：随机事件A的概率 $P(A)=\frac{\text{事件A可能出现的结果数}}{\text{所有可能出现的结果数}}$.

5. (4分) 如图，正六边形ABCDEF内接于 $\odot O$ ，半径为4，则这个正六边形的边心距OM和 $\widehat{BC}$ 的长分别为 ()



- A. $2, \frac{\pi}{3}$ B. $2\sqrt{3}, \pi$ C. $\sqrt{3}, \frac{2\pi}{3}$ D. $2\sqrt{3}, \frac{4\pi}{3}$

【考点】MM：正多边形和圆；MN：弧长的计算.

【专题】16：压轴题.

【分析】正六边形的边长与外接圆的半径相等，构建直角三角形，利用直角三角形的边角关系即可求出OM，再利用弧长公式求解即可.

【解答】解：连接OB，

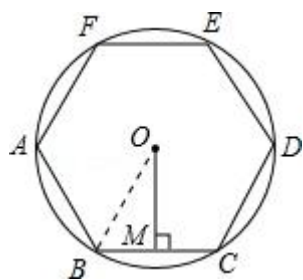
$$\therefore OB=4,$$

$$\therefore BM=2,$$

$$\therefore OM=2\sqrt{3},$$

$$\widehat{BC}=\frac{60\pi \times 4}{180}=\frac{4}{3}\pi,$$

故选：D.



【点评】 本题考查了正多边形和圆以及弧长的计算，将扇形的弧长公式与多边形的性质相结合，构思巧妙，利用了正六边形的性质，是一道好题.

6. (4 分) 下列判断错误的是 ()

- A. 对角线相互垂直且相等的平行四边形是正方形
- B. 对角线相互垂直平分的四边形是菱形
- C. 对角线相等的四边形是矩形
- D. 对角线相互平分的四边形是平行四边形

【考点】 L1: 多边形.

【分析】 根据平行四边形的判定方法、正方形的判定方法、矩形的判定方法以及菱形的判定方法逐项分析即可.

【解答】 解: A、对角线相互垂直且相等的平行四边形是正方形，正确；

B、对角线相互垂直平分的四边形是菱形，正确；

C、对角线相等平分的四边形是矩形，错误；

D、对角线相互平分的四边形是平行四边形，正确；

故选: C.

【点评】 本题考查了平行四边形、矩形、菱形、正方形的判定等内容，要求学生对这些基本的图形熟练掌握.

二、填空题 (本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. (4 分) 购买单价为 a 元的笔记本 3 本和单价为 b 元的铅笔 5 支应付款 $3a+5b$ 元.

【考点】32: 列代数式.

【分析】用 3 本笔记本的总价加上 5 支铅笔的总价即可.

【解答】解: 应付款 $3a+5b$ 元.

故答案为: $3a+5b$.

【点评】此题考查列代数式, 理解题意, 利用单价 $\times$ 数量=总价三者之间的关系解决问题.

8. (4 分) 分解因式: $x^2 - 2x - 8 = \underline{(x-4)(x+2)}$.

【考点】57: 因式分解 - 十字相乘法等.

【分析】因为 $-4 \times 2 = -8$, $-4+2 = -2$, 所以利用十字相乘法分解因式即可.

【解答】解: $x^2 - 2x - 8 = (x-4)(x+2)$,

故答案为: $(x-4)(x+2)$.

【点评】本题考查十字相乘法分解因式, 运用十字相乘法分解因式时, 要注意观察, 尝试, 并体会它实质是二项式乘法的逆过程.

9. (4 分) 方程 $\sqrt{x+2}=x$ 的根是 $\underline{x=2}$.

【考点】AG: 无理方程.

【专题】11: 计算题.

【分析】先把方程两边平方, 使原方程化为整式方程 $x+2=x^2$, 解此一元二次方程得到 $x_1=2$, $x_2=-1$, 把它们分别代入原方程得到 $x_2=-1$ 是原方程的增根, 由此得到原方程的根为 $x=2$.

【解答】解: 方程两边平方得, $x+2=x^2$,

解方程 $x^2 - x - 2=0$ 得 $x_1=2$, $x_2=-1$,

经检验 $x_2=-1$ 是原方程的增根,

所以原方程的根为 $x=2$.

故答案为 $x=2$.

【点评】 本题考查了无理方程：根号内含有未知数的方程叫无理方程；解无理方程的基本思想是把无理方程转化为有理方程来解，常常采用平方法去根号.

10. (4 分) 函数 $y = \frac{2x}{\sqrt{x-3}}$ 的定义域为 $x > 3$.

【考点】 E4: 函数自变量的取值范围.

【分析】 二次根式有意义的条件就是被开方数大于或等于 0；分式有意义的条件是分母不为 0. 依此即可求解.

【解答】 解：根据题意得： $x - 3 > 0$,

解得： $x > 3$.

故答案为： $x > 3$.

【点评】 考查了函数自变量的取值范围，函数自变量的范围一般从三个方面考虑：

- (1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；
- (2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；
- (3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数为非负数.

11. (4 分) 如果关于 x 的方程 $x^2 - 2x + k = 0$ (k 为常数) 有两个不相等的实数根，那么 k 的取值范围是 $k < 1$.

【考点】 AA: 根的判别式.

【分析】 根据一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式的意义得到 $\Delta > 0$ ，即 $(-2)^2 - 4 \times 1 \times k > 0$ ，然后解不等式即可.

【解答】 解： $\because$ 关于 x 的方程 $x^2 - 2x + k = 0$ (k 为常数) 有两个不相等的实数根，

$\therefore \Delta > 0$ ，即 $(-2)^2 - 4 \times 1 \times k > 0$,

解得 $k < 1$,

$\therefore k$ 的取值范围为 $k < 1$.

故答案为： $k < 1$.

【点评】 本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$, a , b , c 为常数) 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$. 当 $\Delta > 0$, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$, 方程没有实数根.

12. (4 分) 如果一个正比例函数的图象过点 $(2, -4)$, 那么这个正比例函数的解析式为 $y = -2x$.

【考点】 FB: 待定系数法求正比例函数解析式.

【专题】 11: 计算题; 533: 一次函数及其应用.

【分析】 设正比例函数解析式为 $y=kx$, 将已知点坐标代入求出 k 的值, 即可确定出解析式.

【解答】 解: 设正比例函数解析式为 $y=kx$,

将 $(2, -4)$ 代入得: $-4=2k$, 即 $k=-2$,

则正比例解析式为 $y=-2x$,

故答案为: $y=-2x$.

【点评】 此题考查了待定系数法求正比例函数解析式, 熟练掌握待定系数法是解本题的关键.

13. (4 分) 崇明县校园足球运动正在蓬勃发展, 已知某校学生“足球社团”成员的年龄与人数情况如下表所示: 那么“足球社团”成员年龄的中位数是 14 岁.

年龄 (岁)	11	12	13	14	15
人数	3	3	7	12	14

【考点】 W4: 中位数.

【分析】 要求中位数, 因表中是按从小到大的顺序排列的, 所以只要找出最中间的一个数 (或最中间的两个数) 即可.

【解答】解：“足球社团”成员年龄的中位数是 14 岁.

故答案为：14.

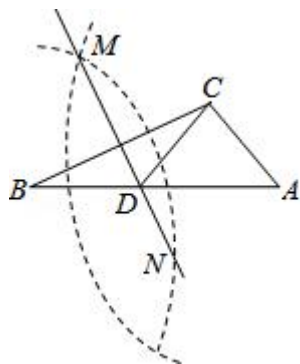
【点评】考查了确定一组数据的中位数和众数的能力. 注意找中位数的时候一定要先排好顺序，然后再根据奇数和偶数个来确定中位数，如果数据有奇数个，则正中间的数字即为所求. 如果是偶数个则找中间两位数的平均数.

14. (4 分) 如图，在已知的 $\triangle ABC$ 中，按以下步骤作图：

若 $CD=AC$ ， $\angle A=50^\circ$ ，则 $\angle ACB$ 的度数为 105°.

①分别以 B ， C 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}BC$ 的长为半径作弧，两弧相交于两点 M ， N ；

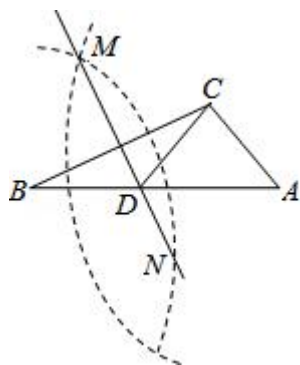
②作直线 MN 交 AB 于点 D ，连接 CD .



【考点】KG：线段垂直平分线的性质；N2：作图—基本作图.

【分析】根据要求先画出图形，利用等腰三角形的性质以及三角形外角定理求出 $\angle CDB$ 和 $\angle ACD$ 即可.

【解答】解：直线 MN 如图所示：



$\therefore MN$ 垂直平分 BC ,

$$\therefore CD=BD,$$

$$\therefore \angle DBC=\angle DCB$$

$$\because CD=AC, \angle A=50^\circ,$$

$$\therefore \angle CDA=\angle A=50^\circ,$$

$$\because \angle CDA=\angle DBC+\angle DCB,$$

$$\therefore \angle DCB=\angle DBC=25^\circ, \angle DCA=180^\circ-\angle CDA-\angle A=80^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB=\angle CDB+\angle ACD=25^\circ+80^\circ=105^\circ.$$

故答案为 105° .

【点评】 本题考查基本作图、垂直平分线的性质、三角形的外角定理、等腰三角形的性质等知识，解题的关键是灵活应用这些性质解决问题，属于中考常考题型.

15. (4 分) 已知一斜坡的坡比为 1: 2, 坡角为 α , 那么 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

【考点】 T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【分析】 坡比=坡角的正切值, 设竖直直角边为 x , 水平直角边为 $2x$, 由勾股定理求出斜边, 进而可求出 α 的正弦值.

【解答】 解: 如图所示:

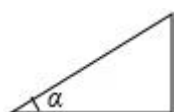
由题意, 得: $\tan\alpha=i=\frac{1}{2},$

设竖直直角边为 x , 水平直角边为 $2x$,

$$\text{则斜边}=\sqrt{x^2+(2x)^2}=\sqrt{5}x,$$

$$\text{则 } \sin\alpha=\frac{x}{\sqrt{5}x}=\frac{\sqrt{5}}{5}.$$

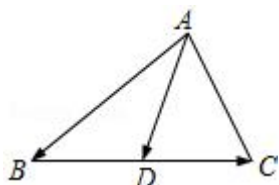
$$\text{故答案为 } \frac{\sqrt{5}}{5}.$$



【点评】 此题主要考查坡比、坡角的关系以及勾股定理; 熟记坡角的正切等于坡

比是解决问题的关键.

16. (4 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是边 BC 上的中线, 设向量 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{b}$, 如果用向量 $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{BC}$, 那 $\overrightarrow{BC}=\underline{2\overrightarrow{b}-2\overrightarrow{a}}$.



【考点】LM: *平面向量.

【分析】由向量 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{b}$, 利用三角形法则, 即可求得 $\overrightarrow{BD}$, 再由 AD 是边 BC 上的中线, 即可求得答案.

【解答】解: $\because$ 向量 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{b}$,

$$\therefore \overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{b}-\overrightarrow{a},$$

$\because AD$ 是边 BC 上的中线,

$$\therefore \overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{BD}=2(\overrightarrow{b}-\overrightarrow{a})=2\overrightarrow{b}-2\overrightarrow{a}.$$

故答案为: $2\overrightarrow{b}-2\overrightarrow{a}$.

【点评】此题考查了平面向量的知识. 注意掌握三角形法则的应用.

17. (4 分) 如果一个平行四边形一个内角的平分线分它的一边为 1: 2 的两部分, 那么称这样的平行四边形为“协调平行四边形”, 称该边为“协调边”. 当“协调边”为 3 时, 它的周长为8 或 10.

【考点】L5: 平行四边形的性质.

【专题】32: 分类讨论.

【分析】由平行四边形的性质和角平分线的定义得出 $AB=AE$; 分两种情况: ①

当 $AE=1$, $DE=2$ 时; ②当 $AE=2$, $DE=1$ 时; 即可求出平行四边形 $ABCD$ 的周长.

【解答】解：如图所示：①当 $AE=1$ ， $DE=2$ 时，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore BC=AD=3$ ， $AB=CD$ ， $AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle AEB = \angle CBE$ ，

$\because BE$ 平分 $\angle ABC$ ，

$\therefore \angle ABE = \angle CBE$ ，

$\therefore \angle ABE = \angle AEB$ ，

$\therefore AB=AE=1$ ，

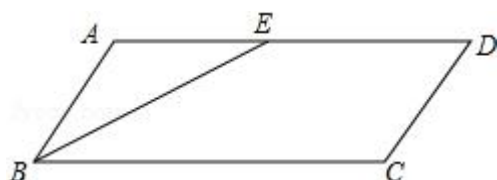
$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 的周长 $= 2(AB+AD) = 8$ ；

②当 $AE=2$ ， $DE=1$ 时，

同理得： $AB=AE=2$ ，

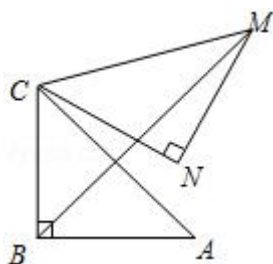
$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 的周长 $= 2(AB+AD) = 10$ ；

故答案为：8 或 10.



【点评】本题考查了平行四边形的性质、等腰三角形的判定；熟练掌握平行四边形的性质，并能进行推理计算是解决问题的关键；注意分类讨论思想的运用，避免漏解.

18. (4 分) 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=90^\circ$ ， $AB=BC=2$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 逆时针旋转 60° ，得到 $\triangle MNC$ ，连接 BM ，那么 BM 的长是 $\sqrt{6}+\sqrt{2}$.



【考点】R2: 旋转的性质.

【分析】如图，连接 AM ，由题意得： $CA=CM$ ， $\angle ACM=60^\circ$ ，得到 $\triangle ACM$ 为等边三角形根据 $AB=BC$ ， $CM=AM$ ，得出 BM 垂直平分 AC ，于是求出 $BO=\frac{1}{2}AC=\sqrt{2}$ ， $OM=CM\cdot\sin 60^\circ=\sqrt{6}$ ，最终得到 $BM=BO+OM$.

【解答】解：如图，连接 AM ，

由题意得： $CA=CM$ ， $\angle ACM=60^\circ$ ，

$\therefore \triangle ACM$ 为等边三角形，

$\therefore AM=CM$ ， $\angle MAC=\angle MCA=\angle AMC=60^\circ$ ；

$\because \angle ABC=90^\circ$ ， $AB=BC=2$ ，

$\therefore AC=CM=2\sqrt{2}$ ，

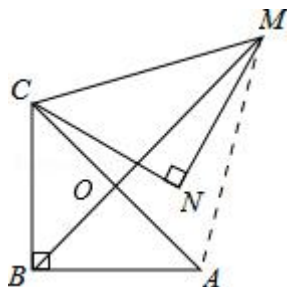
$\because AB=BC$ ， $CM=AM$ ，

$\therefore BM$ 垂直平分 AC ，

$\therefore BO=\frac{1}{2}AC=\sqrt{2}$ ， $OM=CM\cdot\sin 60^\circ=\sqrt{6}$ ，

$\therefore BM=BO+OM=\sqrt{2}+\sqrt{6}$ ，

故答案为： $\sqrt{2}+\sqrt{6}$.



【点评】 本题考查了图形的变换－旋转，等腰直角三角形的性质，等边三角形的判定和性质，线段的垂直平分线的性质，准确把握旋转的性质是解题的关键.

三、解答题 (本大题共 7 题，满分 78 分)

19. (10 分) 计算: $27^{\frac{1}{3}} + (\sqrt{3}-1)^2 - (\frac{1}{2})^{-1} + \frac{2}{\sqrt{3}+1}$.

【考点】 2F: 分数指数幂; 6E: 零指数幂; 6F: 负整数指数幂; 79: 二次根式的混合运算.

【分析】 分别依据分数指数幂、完全平方公式、负整数指数幂、分母有理化化简各式, 再合并同类二次根式即可.

【解答】 解: 原式 $= \sqrt[3]{27} + (\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} + 1 - \frac{1}{\frac{1}{2}} + \frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}$

$$= 3 + 3 - 2\sqrt{3} + 1 - 2 + \sqrt{3} - 1$$

$$= 4 - \sqrt{3}.$$

【点评】 本题主要考查二次根式的混合运算, 掌握分式的混合运算顺序是解题的根本, 准确运算分数指数幂、负整数指数幂、完全平方公式及分母有理化等是解题的关键.

20. (10 分) 解方程组: $\begin{cases} x+2y=1 \\ x^2-3xy+2y^2=0 \end{cases}$.

【考点】 AF: 高次方程.

【分析】 先将第 2 个方程变形为 $x-2y=0$, $x-y=0$, 从而得到两个二元一次方程组, 再分别求解即可.

【解答】 解: $\begin{cases} x+2y=1 \text{ ①} \\ x^2-3xy+2y^2=0 \text{ ②} \end{cases}$

由②得: $x-2y=0$, $x-y=0$,

原方程组可化为 $\begin{cases} x+2y=1 \\ x-2y=0 \end{cases}$, $\begin{cases} x+2y=1 \\ x-y=0 \end{cases}$,

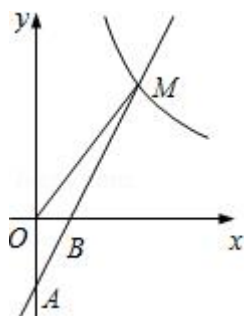
故原方程组的解为 $\begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=\frac{1}{4} \end{cases}, \begin{cases} x=\frac{1}{3} \\ y=\frac{1}{3} \end{cases}$.

【点评】 本题考查的是高次方程，关键是通过分解，把高次方程降次，得到二元一次方程组，用到的知识点是因式分解、加减法.

21. (10 分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 的图象经过 $A(0, -2)$, $B(1, 0)$ 两点，与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ ($m \neq 0$) 的图象在第一象限内交于点 M ，若 $\triangle OBM$ 的面积是 2.

(1) 求一次函数和反比例函数的解析式;

(2) 若点 P 是 x 轴正半轴上一点且 $\angle AMP=90^\circ$ ，求点 P 的坐标.



【考点】 G8: 反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】 (1) 把 A 、 B 两点代入 $y=kx+b$ 即可求出一次函数解析式，根据面积求出点 M 坐标，即可求出反比例函数解析式.

(2) 由 $\triangle OAB \sim \triangle MPB$ ，利用相似三角形的性质求出 PB 即可.

【解答】 解: (1) $\because$ 一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 的图象经过 $A(0, -2)$, $B(1, 0)$ 两点,

$$\therefore \begin{cases} k+b=0 \\ b=-2 \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} k=2 \\ b=-2 \end{cases},$$

$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y=2x-2$,

设点 M 的坐标为 $(x, 2x-2)$,

$\therefore \triangle OBM$ 的面积是 2, M 在第一象限内,

$$\therefore \frac{1}{2} \times 1 \times (2x - 2) = 2$$

$$\therefore x = 3,$$

$$\therefore M(3, 4),$$

$\therefore$ 点 $M(3, 4)$ 在反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ ($m \neq 0$) 的图象上,

$$\therefore m = 12,$$

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为 } y = \frac{12}{x}.$$

$$(2) \because A(0, -2), B(1, 0), O(0, 0), M(3, 4),$$

$$\therefore OB = 1, AB = \sqrt{1 + (-2)^2} = \sqrt{5}, MB = \sqrt{(3-1)^2 + 4^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore \angle AOB = \angle AMP = 90^\circ,$$

$$\angle OBA = \angle MBP,$$

$$\therefore \triangle OAB \sim \triangle MPB,$$

$$\therefore \frac{OB}{BM} = \frac{AB}{BP},$$

$$\therefore BP = 10,$$

$$\therefore P(11, 0).$$

【点评】 本题考查一次函数以及反比例函数的有关性质，学会待定系数法确定函数的解析式，解题的关键是利用相似三角形的性质解决问题的，属于中考常考题型.

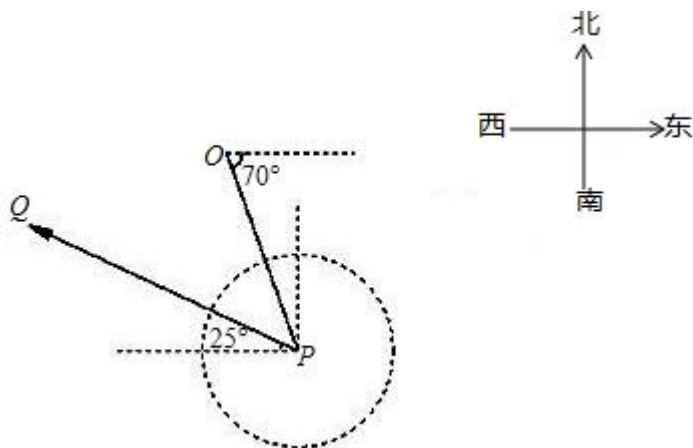
22. (10 分) 如图，在某海滨城市 O 附近海面有一股台风，据监测，当前台风中心位于该城市的东偏南 70° 方向 200 千米的海面 P 处，并以 20 千米/时的速度向西偏北 25° 的 PQ 的方向移动，台风侵袭范围是一个圆形区域，当前半径为 60 千米，且圆的半径以 10 千米/时速度不断扩张.

(1) 当台风中心移动 4 小时时，受台风侵袭的圆形区域半径增大到 100 千米；又台风中心移动 t 小时时，受台风侵袭的圆形区域半径增大到 $(60+10t)$

千米;

(2) 当台风中心移动到与城市 O 距离最近时, 这股台风是否侵袭这座海滨城市?

请说明理由 (参考数据 $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$).



【考点】 TB: 解直角三角形的应用 – 方向角问题.

【专题】 12: 应用题.

【分析】 (1) 根据题意易求;

(2) 实质就是将最近距离与区域半径进行比较, 所以需作垂线. 作 $OH \perp PQ$ 于点 H, 在 $Rt\triangle OPH$ 中, $\angle OPH = 45^\circ$, $OP = 200$, 运用三角函数求出 PH 的长, 从而求出时间再求半径, 比较后得出结论.

【解答】 解: (1) $60 + 10 \times 4 = 100$; $(60 + 10t)$;

(2) 作 $OH \perp PQ$ 于点 H, $\therefore \angle OHP = 90^\circ$,

$\therefore \angle OPH = 70^\circ - 25^\circ = 45^\circ$,

在等腰直角三角形 OPH 中, $OP = 200$ 千米,

根据勾股定理可算得 $OH = 100\sqrt{2} \approx 141$ (千米),

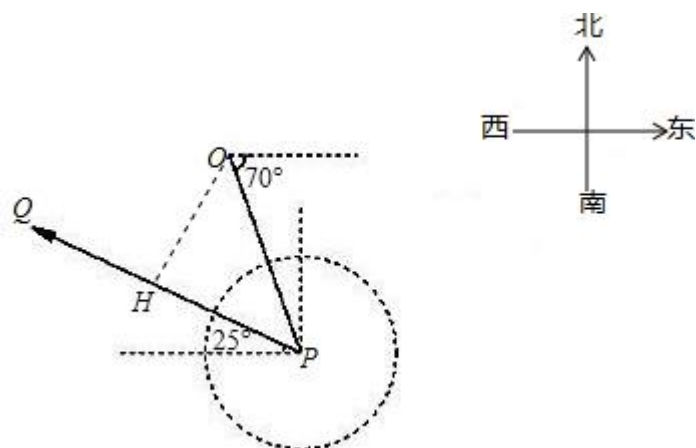
设经过 t 小时, 台风中心从 P 移动到 H,

则 $PH = 20t = 100\sqrt{2}$, 算得 $t = 5\sqrt{2}$ (小时),

此时，受台风侵袭地区的圆的半径为：

$$60+10 \times 5\sqrt{2} \approx 130.5 \text{ (千米)} < 141 \text{ (千米)}.$$

$\therefore$ 城市 O 不会受到侵袭.

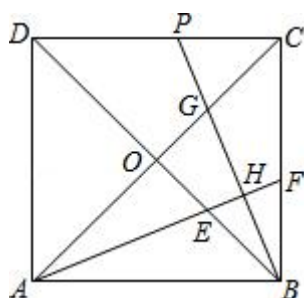


【点评】 此题的难度在于半径的变化，理解半径又是随时间的变化而变化，所以转化为求时间，又已知速度，归结为求路程即三角形边长，解三角形求解.

23. (12 分) 已知正方形 ABCD 的对角线相交于点 O， $\angle CAB$ 的平分线分别交 BD、BC 于点 E、F，作 $BH \perp AF$ ，垂足为 H，BH 的延长线分别交 AC、CD 于点 G、P.

(1) 求证：AE=BG；

(2) 求证：GO·AG=CG·AO.



【考点】 KD：全等三角形的判定与性质；LE：正方形的性质；S9：相似三角形的判定与性质.

【专题】 14：证明题.

【分析】 (1) 利用“ASA”证明 $\triangle OAE \cong \triangle OBG$ 可得到 AE=BG；

(2) 由 $\triangle OAE \cong \triangle OBG$ 得到 $OG=OE$, 再由 $AB \parallel CD$ 得到 $PC: AB=CG: AG$,
 即 $PC: BC=CG: AG$, 再证明 $Rt\triangle OAE \sim Rt\triangle CBP$ 得到 $OA: BC=OE: PC$,
 用等线段代换得到 $PC: BC=OG: OA$, 利用等量代换得到 $OG: OA=CG: AG$, 然后利用比例性质即可得到结论.

【解答】 证明: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore OA=OB, \angle AOE=\angle BOG=90^\circ,$$

$$\therefore BH \perp AF,$$

$$\therefore \angle AHG=90^\circ,$$

$$\therefore \angle GAH+\angle AGH=90^\circ, \angle OBG+\angle AGH=90^\circ,$$

$$\therefore \angle GAH=\angle OBG,$$

在 $\triangle OAE$ 和 $\triangle OBG$ 中,

$$\begin{cases} \angle OAE=\angle OBG \\ OA=OB \\ \angle AOE=\angle BOG \end{cases},$$

$$\therefore \triangle OAE \cong \triangle OBG \text{ (ASA)},$$

$$\therefore AE=BG;$$

$$(2) \because \triangle OAE \cong \triangle OBG,$$

$$\therefore OG=OE,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore AB=BC, \angle ABC=\angle BCD=90^\circ, AB \parallel CD$$

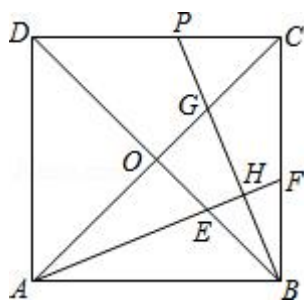
$$\therefore PC: AB=CG: AG,$$

$$\therefore PC: BC=CG: AG,$$

$$\therefore \angle AHG=\angle ABC=90^\circ$$

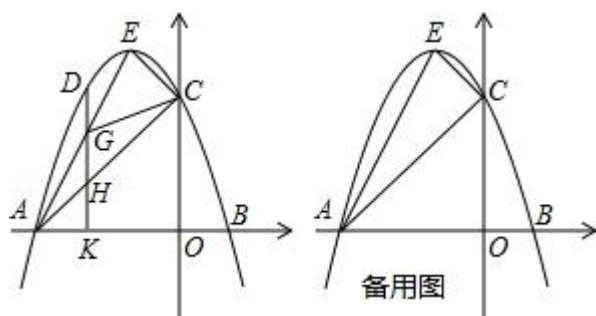
$$\therefore \angle FAB+\angle ABH=\angle CBP+\angle ABH=90^\circ,$$

$\therefore \angle FAB = \angle CBP$,
 $\therefore AF$ 平分 $\angle CAB$,
 $\therefore \angle FAC = \angle FAB$,
 $\therefore \angle FAC = \angle CBP$,
 $\therefore \text{Rt}\triangle OAE \sim \text{Rt}\triangle CBP$,
 $\therefore OA:BC = OE:PC$,
 $\therefore OE = OG$,
 即 $PC:BC = OG:OA$,
 $\therefore OG:OA = CG:AG$,
 即 $GO \cdot AG = CG \cdot AO$.



【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质：两个三角形相似对应角相等，对应边的比相等．在判定两个三角形相似时，应注意利用图形中已有的公共角、公共边等隐含条件，以充分发挥基本图形的作用．解决本题的关键是灵活应用正方形的性质和利用结论找相似三角形．

24. (12 分) 已知，一条抛物线的顶点为 $E(-1, 4)$ ，且过点 $A(-3, 0)$ ，与 y 轴交于点 C ，点 D 是这条抛物线上一点，它的横坐标为 m ，且 $-3 < m < -1$ ，过点 D 作 $DK \perp x$ 轴，垂足为 K ， DK 分别交线段 AE 、 AC 于点 G 、 H ．
- (1) 求这条抛物线的解析式；
 - (2) 求证： $GH = HK$ ；
 - (3) 当 $\triangle CGH$ 是等腰三角形时，求 m 的值．



【考点】HF：二次函数综合题.

【分析】(1) 设抛物线的解析式为 $y=a(x+1)^2+4$ ($a \neq 0$), 将点 A 的坐标代入求得 a 的值即可求得抛物线的解析式;

(2) 先求得直线 AE、AC 的解析式, 由点 D 的横坐标为 m , 可求得 KG、KH 的长 (用含 m 的式子), 从而可证明 $GH=HK$;

(3) 可分为 $CG=CH$, $GH=GC$, $HG=HC$ 三种情况, 接下来依据两点间的距离公式列方程求解即可.

【解答】(1) 解: $\because$ 抛物线的顶点为 $E(-1, 4)$,

$\therefore$ 设抛物线的解析式为 $y=a(x+1)^2+4$ ($a \neq 0$).

又 $\because$ 抛物线过点 $A(-3, 0)$,

$\therefore 4a+4=0$, 解得: $a=-1$.

$\therefore$ 这条抛物线的解析式为 $y=-(x+1)^2+4$.

(2) 设直线 AE 的解析式为 $y=kx+b$.

$\therefore$ 将 $A(-3, 0)$, $E(-1, 4)$, 代入得: $\begin{cases} -3k+b=0 \\ -k+b=4 \end{cases}$, 解得: $k=2$, $b=6$,

$\therefore$ 直线 AE 的解析式为 $y=2x+6$.

设直线 AC 的解析式为 $y=k_1x+b_1$.

$\therefore$ 将 $A(-3, 0)$, $C(0, 3)$ 代入得: $\begin{cases} -3k+b=0 \\ b=3 \end{cases}$, 解得: $k=1$, $b=3$,

$\therefore$ 直线 AC 的解析式为 $y=x+3$.

∴ D 的横坐标为 m , $DK \perp x$ 轴

∴ $G(m, 2m+6)$, $H(m, m+3)$.

∴ $K(m, 0)$

∴ $GH=m+3$, $HK=m+3$.

∴ $GH=HK$.

(3) 由 (2) 可知: $C(0, 3)$, $G(m, 2m+6)$, $H(m, m+3)$

①若 $CG=CH$, 则 $\sqrt{m^2+(2m+3)^2}=\sqrt{m^2+m^2}$, 整理得: $(2m+3)^2=m^2$, 解得开平

方得: $2m+3=\pm m$ 解得 $m_1=-1$, $m_2=-3$,

∴ $-3 < m < -1$,

∴ $m \neq -1$ 且 $m \neq -3$.

∴ 这种情况不存在.

②若 $GC=GH$, 则 $\sqrt{m^2+(2m+3)^2}=m+3$, 整理得: $2m^2+3m=0$ 解得 $m_1=0$ (舍去),

$$m_2=-\frac{3}{2}.$$

③若 $HC=HG$, 则 $\sqrt{m^2+m^2}=m+3$, 整理得: $m^2-6m-9=0$, 解得: $m_1=3-3\sqrt{2}$,

$$m_2=3+3\sqrt{2} \text{ (舍去)}.$$

综上所述: 当 $\triangle CGH$ 是等腰三角形时, m 的值为 $-\frac{3}{2}$ 或 $3-3\sqrt{2}$.

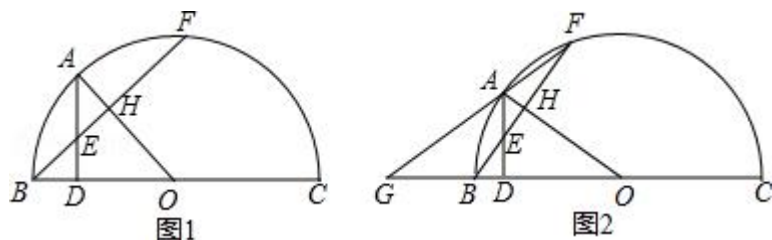
【点评】 本题主要考查的是二次函数的综合应用, 解答本题主要应用了待定系数法求一次函数、二次函数的解析式、等腰三角形的判定、两点间的距离公式的应用, 依据两点间的距离公式列出关于 m 的方程是解题的关键.

25. (14 分) 如图, 已知 BC 是半圆 O 的直径, $BC=8$, 过线段 BO 上一动点 D , 作 $AD \perp BC$ 交半圆 O 于点 A , 联结 AO , 过点 B 作 $BH \perp AO$, 垂足为点 H , BH 的延长线交半圆 O 于点 F .

(1) 求证: $AH=BD$;

(2) 设 $BD=x$, $BE \cdot BF=y$, 求 y 关于 x 的函数关系式;

(3) 如图 2, 若联结 FA 并延长交 CB 的延长线于点 G , 当 $\triangle FAE$ 与 $\triangle FBG$ 相似时, 求 BD 的长度.



【考点】MR: 圆的综合题.

【专题】15: 综合题; 559: 圆的有关概念及性质.

【分析】(1) 由 $AD \perp BC$, $BH \perp AO$, 利用垂直的定义得到一对直角相等, 再由一对公共角, 且半径相等, 利用 AAS 得到三角形 ADO 与三角形 BHO 全等, 利用全等三角形对应边相等得到 $OH=OD$, 利用等式的性质化简即可得证;

(2) 连接 AB , AF , 如图 1 所示, 利用 HL 得到直角三角形 ADB 与直角三角形 BHA 全等, 利用全等三角形对应角相等得到一对角相等, 再由公共角相等得到三角形 ABE 与三角形 AFB 相似, 由相似得比例即可确定出 y 与 x 的函数解析式;

(3) 连接 OF , 如图 2 所示, 利用两对角相等的三角形相似得到三角形 AFO 与三角形 FOG 相似, 由相似得比例求出 BD 的长即可.

【解答】(1) 证明: $\because AD \perp BC$, $BH \perp AO$,

$$\therefore \angle ADO = \angle BHO = 90^\circ,$$

在 $\triangle ADO$ 与 $\triangle BHO$ 中,

$$\begin{cases} \angle ADO = \angle BHO \\ \angle AOD = \angle BOH, \\ OA = OB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADO \cong \triangle BHO \text{ (AAS),}$$

$$\therefore OH=OD,$$

$$\text{又} \because OA=OB,$$

$$\therefore AH=BD;$$

(2) 解: 连接 AB、AF, 如图 1 所示,

$$\because AO \text{ 是半径, } AO \perp \text{ 弦 } BF,$$

$$\therefore AB=AF,$$

$$\therefore \angle ABF = \angle AFB,$$

在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 与 $\text{Rt}\triangle BHA$ 中,

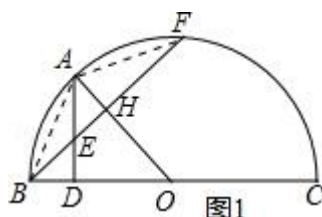
$$\begin{cases} AH=BD \\ AB=BA \end{cases},$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ADB \cong \text{Rt}\triangle BHA \text{ (HL)},$$

$$\therefore \angle ABF = \angle BAD,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle AFB,$$

$$\text{又} \because \angle ABF = \angle EBA,$$



$$\therefore \triangle BEA \sim \triangle BAF,$$

$$\therefore \frac{BE}{BA} = \frac{BA}{BF},$$

$$\therefore BA^2 = BE \cdot BF,$$

$$\because BE \cdot BF = y,$$

$$\therefore y = BA^2,$$

$$\because \angle ADO = \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore AD^2 = AO^2 - DO^2, \quad AD^2 = AB^2 - BD^2,$$

$$\therefore AO^2 - DO^2 = AB^2 - BD^2,$$

$$\therefore \text{直径 } BC=8, \quad BD=x,$$

$$\therefore AB^2=8x,$$

$$\text{则 } y=8x \quad (0 < x < 4);$$

$$\text{方法二: } \therefore BE \cdot BF=y, \quad BF=2BH,$$

$$\therefore BE \cdot BH = \frac{1}{2}y,$$

$$\therefore \triangle BED \sim \triangle BOH,$$

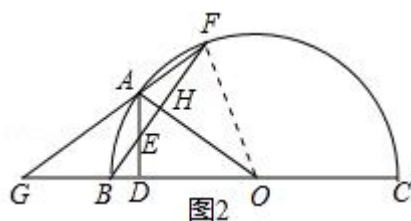
$$\therefore \frac{BE}{OB} = \frac{BD}{BH},$$

$$\therefore OB \cdot BD = BE \cdot BH,$$

$$\therefore 4x = \frac{1}{2}y,$$

$$\therefore y=8x \quad (0 < x < 4);$$

(3) 解: 连接 OF, 如图 2 所示,



$$\therefore \angle GFB \text{ 是公共角, } \angle FAE > \angle G,$$

$$\therefore \text{当 } \triangle FAE \sim \triangle FBG \text{ 时, } \angle AEF = \angle G,$$

$$\therefore \angle BHA = \angle ADO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEF + \angle DAO = 90^\circ, \quad \angle AOD + \angle DAO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEF = \angle AOD,$$

$$\therefore \angle G = \angle AOD,$$

$$\therefore AG=AO=4,$$

$$\therefore \angle AOD=\angle AOF,$$

$$\therefore \angle G=\angle AOF,$$

又 $\angle GFO$ 是公共角,

$$\therefore \triangle FAO \sim \triangle FOG,$$

$$\therefore \frac{AF}{OF} = \frac{OF}{FG},$$

$$\therefore AB^2=8x, \quad AB=AF,$$

$$\therefore AF=2\sqrt{2}x,$$

$$\therefore \frac{2\sqrt{2}x}{4} = \frac{4}{4+2\sqrt{2}x},$$

$$\text{解得: } x=3 \pm \sqrt{5},$$

$$\therefore 3+\sqrt{5} > 4, \text{ 舍去,}$$

$$\therefore BD=3 - \sqrt{5}.$$

【点评】此题属于圆的综合题，涉及的知识有：全等三角形的判定与性质，相似三角形的判定与性质，圆周角定理，熟练掌握判定与性质是解本题的关键.