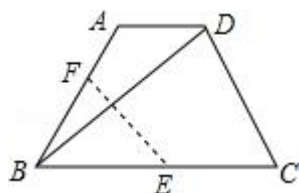


2016 年上海市宝山区中考数学二模试卷

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

1. (4 分) -2 的倒数是 ()
A. -2 B. 2 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$
2. (4 分) 下列计算正确的是 ()
A. $2a - a = 1$ B. $a^2 + a^2 = 2a^4$
C. $a^2 \cdot a^3 = a^5$ D. $(a - b)^2 = a^2 - b^2$
3. (4 分) 某地气象局预报称: 明天 A 地区降水概率为 80%, 这句话指的是 ()
A. 明天 A 地区 80% 的时间都下雨
B. 明天 A 地区的降雨量是同期的 80%
C. 明天 A 地区 80% 的地方都下雨
D. 明天 A 地区下雨的可能性是 80%
4. (4 分) 某老师在试卷分析中说: 参加这次考试的 82 位同学中, 考 91 的人数最多, 有 11 人之众, 但是十分遗憾最低的同学仍然只得了 56 了. 这说明本次考试分数的众数是 ()
A. 82 B. 91 C. 11 D. 56
5. (4 分) 如果点 K、L、M、N 分别是四边形 ABCD 的四条边 AB、BC、CD、DA 的中点, 且四边形 KLMN 是菱形, 那么下列选项正确的是 ()
A. $AB \perp BC$ B. $AC \perp BD$ C. $AB = BC$ D. $AC = BD$
6. (4 分) 如图, 梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $AB = DC$, $\angle DBC = 45^\circ$, 点 E 在 BC 上, 点 F 在 AB 上, 将梯形 ABCD 沿直线 EF 翻折, 使得点 B 与点 D 重合. 如

果 $\frac{AD}{BC} = \frac{1}{4}$, 那么 $\frac{AF}{BF}$ 的值是 ()



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 据统计, 今年上海“樱花节”活动期间顾村公园入园赏樱人数约 312 万人次, 用科学记数法可表示为_____人次.

8. (4 分) 因式分解: $2a^2 - 8 =$ _____.

9. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} x+1 < 3 \\ 2x-1 > x \end{cases}$ 的解集是_____.

10. (4 分) 如果在组成反比例函数 $y = \frac{1-k}{x}$ 图象的每条曲线上, y 都随 x 的增大而增大, 那么 k 的取值范围是_____.

11. (4 分) 如果函数 $y = f(x)$ 的图象沿 x 轴的正方向平移 1 个单位后与抛物线 $y = x^2 - 2x + 3$ 重合, 那么函数 $y = f(x)$ 的解析式是_____.

12. (4 分) 甲、乙、丙、丁四位同学五次数学测验成绩统计如下表. 如果从这四位同学中, 选出一位成绩较好且状态稳定的同学参加上海市初中数学竞赛, 那么应选_____同学.

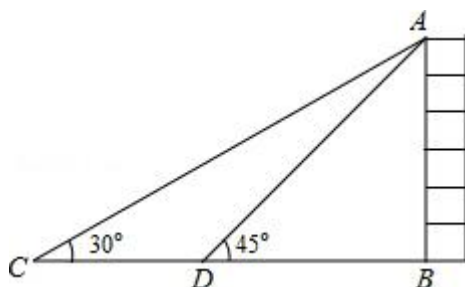
	甲	乙	丙	丁
平均数	70	85	85	70
标准差	6.5	6.5	7.6	7.6

13. (4 分) 方程 $x+1 = -\sqrt{x+1}$ 的解是_____.

14. (4 分) 已知在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 M 、 N 分别是边 AB 、 BC 的中点, 如果 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 那么向量 $\overrightarrow{MN} =$ _____ (结果用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示).

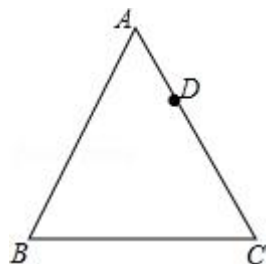
15. (4分) 以点 A、B、C 为圆心的圆分别记作 $\odot A$ 、 $\odot B$ 、 $\odot C$ ，其中 $\odot A$ 的半径长为 1， $\odot B$ 的半径长为 2， $\odot C$ 的半径长为 3，如果这三个圆两两外切，那么 $\cos B$ 的值是_____.

16. (4分) 如图，如果在大厦 AB 所在的平地上选择一点 C，测得大厦顶端 A 的仰角为 30° ，然后向大厦方向前进 40 米，到达点 D 处 (C、D、B 三点在同一直线上)，此时测得大厦顶端 A 的仰角为 45° ，那么大厦 AB 的高度为米 (保留根号).



17. (4分) 对于实数 m 、 n ，定义一种运算“ $*$ ”为： $m*n=mn+n$ 。如果关于 x 的方程 $x*(a*x) = -\frac{1}{4}$ 有两个相等的实数根，那么满足条件的实数 a 的值是_____.

18. (4分) 如图，点 D 在边长为 6 的等边 $\triangle ABC$ 的边 AC 上，且 $AD=2$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针方向旋转 60° ，若此时点 A 和点 D 的对应点分别记作点 E 和点 F，联结 BF 交边 AC 与点 G，那么 $\tan \angle AEG =$ _____.

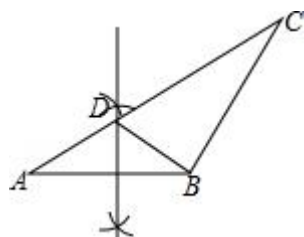


三、解答题 (本大题共 7 题，满分 78 分)

19. (10分) 化简求值： $(\sqrt{x} - \frac{x}{x+\sqrt{x}}) \div \frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ ，其中 $x=2+\sqrt{2}$.

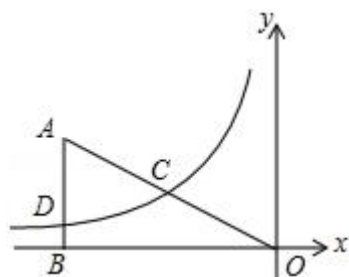
20. (10 分) 解方程: $\frac{2x-1}{x} - \frac{3x}{2x-1} + 2 = 0$.

21. (10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 按以下步骤作图: ①分别以 A 、 B 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径画弧, 相交于两点 M 、 N ; ②联结 MN , 直线 MN 交 $\triangle ABC$ 的边 AC 与点 D , 联结 BD . 如果此时测得 $\angle A = 34^\circ$, $BC = CD$. 求 $\angle ABC$ 与 $\angle C$ 的度数.



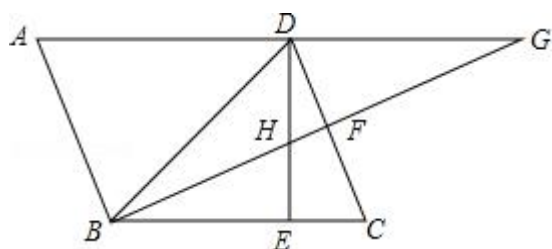
22. (10 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 过点 $A(-4, 2)$ 向 x 轴作垂线, 垂足为 B , 联结 AO 得到 $\triangle AOB$, 过边 AO 中点 C 的反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与边 AB 交于点 D . 求:

- (1) 反比例函数的解析式;
- (2) 求直线 CD 与 x 轴的交点坐标.



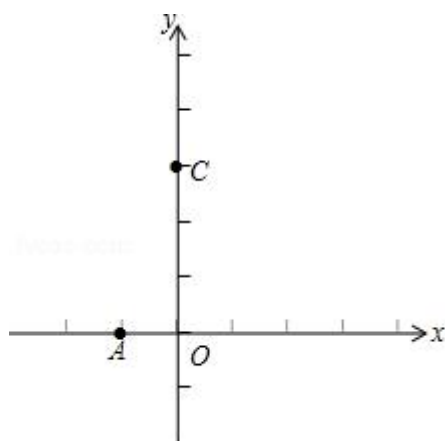
23. (12 分) 如图, BD 是平行四边形 $ABCD$ 的对角线, 若 $\angle DBC = 45^\circ$, $DE \perp BC$ 于 E , $BF \perp CD$ 于 F , DE 与 BF 相交于 H , BF 与 AD 的延长线相交于 G . 求证:

- (1) $CD = BH$;
- (2) AB 是 AG 和 HE 的比例中项.



24. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy (如图) 中, 经过点 $A(-1, 0)$ 的抛物线 $y = -x^2 + bx + 3$ 与 y 轴交于点 C , 点 B 与点 A 、点 D 与点 C 分别关于该抛物线的对称轴对称.

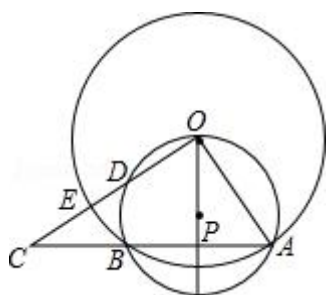
- (1) 求 b 的值以及直线 AD 与 x 轴正方向的夹角;
- (2) 如果点 E 是抛物线上一动点, 过 E 作 EF 平行于 x 轴交直线 AD 于点 F , 且 F 在 E 的右边, 过点 E 作 $EG \perp AD$ 于点 G , 设 E 的横坐标为 m , $\triangle EFG$ 的周长为 l , 试用 m 表示 l ;
- (3) 点 M 是该抛物线的顶点, 点 P 是 y 轴上一点, Q 是坐标平面内一点, 如果以点 A 、 M 、 P 、 Q 为顶点的四边形是矩形, 求该矩形的顶点 Q 的坐标.



25. (14 分) 如图, $\odot O$ 与过点 O 的 $\odot P$ 交于 AB , D 是 $\odot P$ 的劣弧 OB 上一点, 射线 OD 交 $\odot O$ 于点 E , 交 AB 延长线于点 C . 如果 $AB=24$, $\tan \angle AOP = \frac{2}{3}$.

- (1) 求 $\odot P$ 的半径长;
- (2) 当 $\triangle AOC$ 为直角三角形时, 求线段 OD 的长;
- (3) 设线段 OD 的长度为 x , 线段 CE 的长度为 y , 求 y 与 x 之间的函数关系式

及其定义域.



2016 年上海市宝山区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) -2 的倒数是 ()

- A. -2 B. 2 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

【考点】17：倒数.

【专题】11：计算题.

【分析】根据倒数的定义：乘积是 1 的两数互为倒数. 一般地， $a \cdot \frac{1}{a} = 1$ ($a \neq 0$)，就说 a ($a \neq 0$) 的倒数是 $\frac{1}{a}$.

【解答】解： -2 的倒数是 $-\frac{1}{2}$ ，

故选：C.

【点评】此题主要考查倒数的概念及性质. 倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数.

2. (4 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $2a - a = 1$ B. $a^2 + a^2 = 2a^4$
C. $a^2 \cdot a^3 = a^5$ D. $(a - b)^2 = a^2 - b^2$

【考点】35：合并同类项；46：同底数幂的乘法；4C：完全平方公式.

【分析】根据合并同类项，积的乘方，完全平方公式，即可解答.

【解答】解：A. $2a - a = a$ ，故错误；

B. $a^2 + a^2 = 2a^2$ ，故错误；

C. $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，正确；

D. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ，故错误；

故选：C.

【点评】 本题考查了合并同类项，积的乘方，完全平方公式，解决本题的关键是熟记完全平方公式.

3. (4 分) 某地气象局预报称：明天 A 地区降水概率为 80%，这句话指的是 ()

- A. 明天 A 地区 80% 的时间都下雨
- B. 明天 A 地区的降雨量是同期的 80%
- C. 明天 A 地区 80% 的地方都下雨
- D. 明天 A 地区下雨的可能性是 80%

【考点】 X3: 概率的意义.

【分析】 降水概率就是降水的可能性，根据概率的意义即可作出判断.

【解答】 解：“明天 A 地区降水概率为 80%”是指明天 A 地区下雨的可能性是 80%. 且明天下雨的可能性较大，

故 A、B、C 都错误，只有 D 正确；

故选：D.

【点评】 本题主要考查了概率的意义，掌握概率是反映出现的可能性大小的量是解题的关键.

4. (4 分) 某老师在试卷分析中说：参加这次考试的 82 位同学中，考 91 的人数最多，有 11 人之众，但是十分遗憾最低的同学仍然只得了 56 了. 这说明本次考试分数的众数是 ()

- A. 82
- B. 91
- C. 11
- D. 56

【考点】 W5: 众数.

【分析】 利用众数的定义直接回答即可.

【解答】 解：∵ 考 91 的人数最多，

∴众数为 91 分,

故选: B.

【点评】 本题考查了众数的定义, 一组数据中出现次数最多的数是众数, 可能不唯一.

5. (4 分) 如果点 K、L、M、N 分别是四边形 ABCD 的四条边 AB、BC、CD、DA 的中点, 且四边形 KLMN 是菱形, 那么下列选项正确的是 ()

A. $AB \perp BC$ B. $AC \perp BD$ C. $AB=BC$ D. $AC=BD$

【考点】 LN: 中点四边形.

【分析】 由 E、F、G、H 分别为 AB、BC、CD、DA 的中点, 得出 KL, MN 是中位线, 再得出四条边相等, 根据四条边都相等的四边形是菱形.

【解答】 解: ∵点 K、L、M、N 分别是四边形 ABCD 的四条边 AB、BC、CD、DA,

$$\therefore KL \parallel AC, KL = \frac{1}{2}AC, MN \parallel BD, MN = \frac{1}{2}BD,$$

∴四边形 EFGH 为菱形,

$$\therefore AC=BD,$$

故选: D.

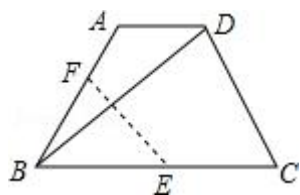
【点评】 本题考查了中点四边形. 菱形的判别方法是说明一个四边形为菱形的理论依据, 常用三种方法:

①定义;

②四边相等;

③对角线互相垂直平分.

6. (4 分) 如图, 梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $AB=DC$, $\angle DBC=45^\circ$, 点 E 在 BC 上, 点 F 在 AB 上, 将梯形 ABCD 沿直线 EF 翻折, 使得点 B 与点 D 重合. 如果 $\frac{AD}{BC} = \frac{1}{4}$, 那么 $\frac{AF}{BF}$ 的值是 ()



A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{3}{5}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

【考点】PB：翻折变换（折叠问题）.

【分析】根据对称的性质得到 $\triangle BFE \cong \triangle DFE$ ，得到 $DE=BE$ 。根据已知条件得到 $\angle DEB=90^\circ$ ，设 $AD=1$ ， $BC=4$ ，过 A 作 $AG \perp BC$ 于 G，根据矩形的性质得到 $GE=AD=1$ ，根据全等三角形的性质得到 $BG=EC=1.5$ ，根据勾股定理得到 $AB=CD=\sqrt{AG^2+BG^2}=5\sqrt{34}$ ，通过 $\triangle BDC \sim \triangle DEF$ ，得到 $\frac{DF}{CD}=\frac{DE}{BC}$ ，求出 $BF=\frac{25\sqrt{34}}{8}$ ，于是得到结论.

【解答】解： $\because EF$ 是点 B、D 的对称轴，

$$\therefore \triangle BFE \cong \triangle DFE,$$

$$\therefore DE=BE.$$

$$\because \text{在 } \triangle BDE \text{ 中, } DE=BE, \angle DBE=45^\circ,$$

$$\therefore \angle BDE=\angle DBE=45^\circ.$$

$$\therefore \angle DEB=90^\circ,$$

$$\therefore DE \perp BC.$$

$$\text{在等腰梯形 } ABCD \text{ 中, } \therefore \frac{AD}{BC}=\frac{1}{4},$$

$$\therefore \text{设 } AD=1, BC=4,$$

$$\text{过 A 作 } AG \perp BC \text{ 于 G,}$$

$$\therefore \text{四边形 } AGED \text{ 是矩形.}$$

$$\therefore GE=AD=1,$$

$$\therefore \text{Rt} \triangle ABG \cong \text{Rt} \triangle DCE,$$

$$\therefore BG=EC=1.5,$$

$$\therefore AG = DE = BE = 2.5$$

$$\therefore AB=CD=\sqrt{AG^2+BG^2}=5\sqrt{34},$$

$$\therefore \angle ABC = \angle C = \angle FDE,$$

$$\therefore \angle CDE + \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FDE + \angle CDE = 90^\circ$$

$$\therefore \angle FDB + \angle BDC + \angle FDB = \angle FDB + \angle DFE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle DFE,$$

$$\therefore \angle DEF = \angle DBC = 45^\circ,$$

$$\therefore \triangle BDC \sim \triangle DEF,$$

$$\therefore \frac{DF}{CD} = \frac{DE}{BC},$$

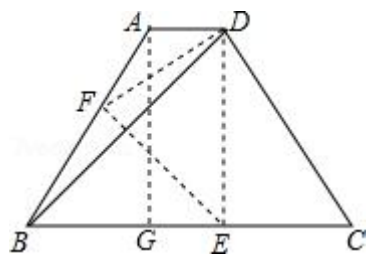
$$\therefore DF = \frac{25\sqrt{34}}{8},$$

$$\therefore BF = \frac{25\sqrt{34}}{8},$$

$$\therefore AF = AB - BF = \frac{15\sqrt{34}}{8},$$

$$\therefore \frac{AF}{BF} = \frac{3}{5}.$$

故选: B.



【点评】此题考查等腰梯形的性质，翻折的性质，三角形全等的判定与性质，等腰直角三角形的性质，相似三角形的判定和性质等知识，注意结合图形，作出常用辅助线解决问题.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4分) 据统计, 今年上海“樱花节”活动期间顾村公园入园赏樱人数约 312 万人次, 用科学记数法可表示为 3.12×10^6 人次.

【考点】11: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: 将 312 万用科学记数法表示为 3.12×10^6 ,

故答案为: 3.12×10^6 .

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

8. (4分) 因式分解: $2a^2 - 8 = 2(a+2)(a-2)$.

【考点】55: 提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】首先提取公因式 2, 进而利用平方差公式分解因式即可.

【解答】解: $2a^2 - 8 = 2(a^2 - 4) = 2(a+2)(a-2)$.

故答案为: $2(a+2)(a-2)$.

【点评】此题主要考查了提取公因式法以及公式法分解因式, 熟练应用乘法公式是解题关键.

9. (4分) 不等式组 $\begin{cases} x+1 < 3 \\ 2x-1 > x \end{cases}$ 的解集是 $1 < x < 2$.

【考点】CB: 解一元一次不等式组.

【分析】分别求出两个不等式的解集, 然后再求出两个解集的公共部分.

【解答】解: 解不等式 $x+1 < 3$ 得, $x < 2$;

解不等式 $2x - 1 > 1$ 得, $x > 1$;

则不等式组 $\begin{cases} x+1 < 3 \\ 2x-1 > x \end{cases}$ 的解集为 $1 < x < 2$.

故答案为 $1 < x < 2$.

【点评】 本题考查了解一元一次不等式组: 求解出两个不等式的解集, 然后按照“同大取大, 同小取小, 大于小的小于大的取中间, 小于小的大于大的无解”确定不等式组的解集.

10. (4 分) 如果在组成反比例函数 $y = \frac{1-k}{x}$ 图象的每条曲线上, y 都随 x 的增大而增大, 那么 k 的取值范围是 $k > 1$.

【考点】 G4: 反比例函数的性质.

【分析】 根据反比例函数的增减性列出关于 k 的不等式, 求出 k 的取值范围即可.

【解答】 解: $\because$ 反比例函数 $y = \frac{1-k}{x}$ 图象的每条曲线上, y 都随 x 的增大而增大,

$\therefore 1 - k < 0$, 解得 $k > 1$.

故答案为: $k > 1$.

【点评】 本题考查的是反比例函数的性质, 熟知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象是双曲线, 当 $k < 0$ 时, 双曲线的两支分别位于第二、第四象限, 在每一象限内 y 随 x 的增大而增大是解答此题的关键.

11. (4 分) 如果函数 $y = f(x)$ 的图象沿 x 轴的正方向平移 1 个单位后与抛物线 $y = x^2 - 2x + 3$ 重合, 那么函数 $y = f(x)$ 的解析式是 $y = x^2 + 2$.

【考点】 H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】 把 $y = x^2 - 2x + 3$ 沿 x 轴负方向平移 1 个单位后得到要求的抛物线.

【解答】 解: 根据题意, $y = x^2 - 2x + 3 = (x - 1)^2 + 2$, 沿 x 轴负方向平移 1 个单位, 得到 $y = x^2 + 2$.

故答案为 $y=x^2+2$.

【点评】 本题考查的是二次函数的图象与几何变换，不仅考查了对平移的理解，同时考查了学生将一般式转化顶点式的能力.

12. (4 分) 甲、乙、丙、丁四位同学五次数学测验成绩统计如下表. 如果从这四位同学中，选出一位成绩较好且状态稳定的同学参加上海市初中数学竞赛，那么应选 乙 同学.

	甲	乙	丙	丁
平均数	70	85	85	70
标准差	6.5	6.5	7.6	7.6

【考点】 W8: 标准差.

【分析】 此题有两个要求：①成绩较好，②状态稳定. 于是应选平均数大、方差小的同学参赛.

【解答】 解：由于乙的方差较小、平均数较大，故选乙.

故答案为：乙.

【点评】 本题考查平均数和方差的意义. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大，数据越不稳定；反之，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定.

13. (4 分) 方程 $x+1=-\sqrt{x+1}$ 的解是 $x=-1$.

【考点】 AG: 无理方程.

【专题】 17: 推理填空题.

【分析】 根据方程 $x+1=-\sqrt{x+1}$ 可知等号左边的 $x+1 \leq 0$ ，等号右边根号里面的 $x+1 \geq 0$ ，联立不等式组，即可解答本题.

【解答】 解： $\because x+1=-\sqrt{x+1}$,

$$\therefore \begin{cases} x+1 \leq 0 \\ x+1 \geq 0 \end{cases},$$

解得， $x=-1$,

故答案为: $x = -1$.

【点评】 本题考查解无理方程, 解题的关键是明确无理方程的解法, 由无理方程可以发现隐含条件.

14. (4分) 已知在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 M 、 N 分别是边 AB 、 BC 的中点, 如果 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 那么向量 $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ (结果用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示).

【考点】 LM: *平面向量.

【分析】 首先根据题意画出图形, 然后连接 AC , 由三角形法则, 即可求得 $\overrightarrow{AC}$,

然后由点 M 、 N 分别是边 AB 、 BC 的中点, 根据三角形中位线的性质, 求得答案.

【解答】 解: 如图, 连接 AC ,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} = \vec{b},$$

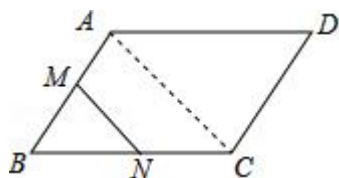
$$\therefore \overrightarrow{AB} = \vec{a},$$

$$\therefore \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \vec{a} + \vec{b},$$

$\because$ 点 M 、 N 分别是边 AB 、 BC 的中点,

$$\therefore \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}.$$

故答案为: $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$.



【点评】 此题考查了平面向量的知识、平行四边形的性质以及三角形中位线的性质. 注意掌握三角形法则的应用是关键.

15. (4分) 以点 A 、 B 、 C 为圆心的圆分别记作 $\odot A$ 、 $\odot B$ 、 $\odot C$, 其中 $\odot A$ 的半径长为 1, $\odot B$ 的半径长为 2, $\odot C$ 的半径长为 3, 如果这三个圆两两外切,

那么 $\cos B$ 的值是 $\frac{3}{5}$.

【考点】MK：相切两圆的性质.

【分析】由已知条件得出 $\triangle ABC$ 的三边长，由勾股定理的逆定理证明 $\triangle ABC$ 是直角三角形， $\angle A=90^\circ$ ，再由三角函数的定义即可得出结果.

【解答】解：如图所示：

$\because \odot A$ 的半径长为 1， $\odot B$ 的半径长为 2， $\odot C$ 的半径长为 3，且这三个圆两两外切，

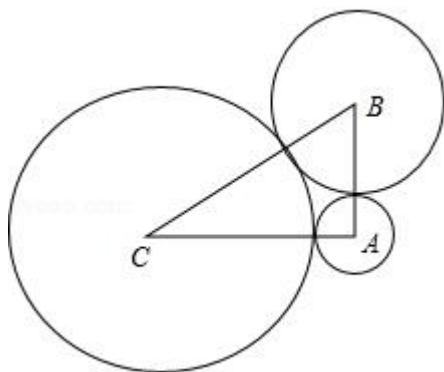
$\therefore AB=1+2=3$ ， $AC=3+1=4$ ， $BC=3+2=5$ ，

$\therefore AB^2+AC^2=BC^2$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形， $\angle A=90^\circ$ ，

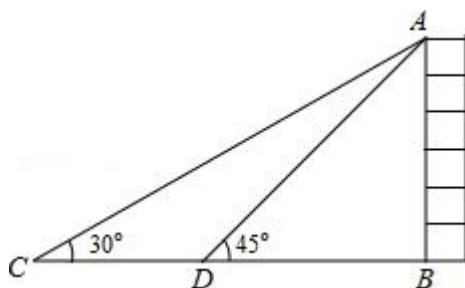
$\therefore \cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5}$.

故答案为： $\frac{3}{5}$.



【点评】本题考查了相切两圆的性质、勾股定理的逆定理、三角函数；熟练掌握相切两圆的性质，由勾股定理的逆定理证出三角形是直角三角形是解决问题的关键.

16. (4 分) 如图，如果在大厦 AB 所在的平地上选择一点 C ，测得大厦顶端 A 的仰角为 30° ，然后向大厦方向前进 40 米，到达点 D 处 (C 、 D 、 B 三点在同一直线上)，此时测得大厦顶端 A 的仰角为 45° ，那么大厦 AB 的高度为 $20\sqrt{3}+20$ 米 (保留根号).



【考点】TA：解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题.

【分析】先设 $AB=x$ ；根据题意分析图形：本题涉及到两个直角三角形 $Rt\triangle ACB$ 和 $Rt\triangle ADB$ ，应利用其公共边 BA 构造等量关系，解三角形可求得 DB 、 CB 的数值，再根据 $CD=BC-BD=40$ ，进而可求出答案.

【解答】解：设 $AB=x$ ，

在 $Rt\triangle ACB$ 和 $Rt\triangle ADB$ 中，

$$\because \angle C=30^\circ, \angle ADB=45^\circ, CD=40,$$

$$\therefore DB=x, AC=2x,$$

$$\therefore BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=\sqrt{3}x,$$

$$\therefore \because CD=BC-BD=40,$$

$$\sqrt{3}x-x=40,$$

$$\therefore x=20(\sqrt{3}+1),$$

故答案为： $20\sqrt{3}+20$.

【点评】本题考查的是解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题，掌握仰角俯角的概念：仰角是向上看的视线与水平线的夹角，俯角是向下看的视线与水平线的夹角、熟记锐角三角函数的定义是解题的关键.

17. (4 分) 对于实数 m 、 n ，定义一种运算“ $*$ ”为： $m*n=mn+n$. 如果关于 x 的方程 $x*(a*x)=-\frac{1}{4}$ 有两个相等的实数根，那么满足条件的实数 a 的值是 0.

【考点】AA：根的判别式.

【专题】23：新定义.

【分析】由于定义一种运算“*”为： $m*n=mn+n$ ，所以关于 x 的方程 $x*(a*x)=-\frac{1}{4}$ 变为 $(a+1)x^2+(a+1)x+\frac{1}{4}=0$ ，而此方程有两个相等的实数根，所以根据判别式和一元二次方程的一般形式的定义可以得到关于 a 的关系式，即可解决问题.

【解答】解：由 $x*(a*x)=-\frac{1}{4}$ ，
得 $(a+1)x^2+(a+1)x+\frac{1}{4}=0$ ，

依题意有 $a+1 \neq 0$ ，

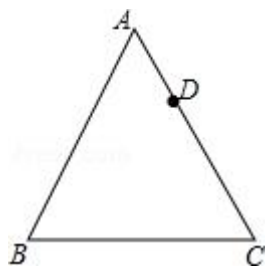
$$\Delta = (a+1)^2 - (a+1) = 0,$$

解得， $a=0$ ，或 $a=-1$ （舍去）.

故答案为：0.

【点评】此题主要考查了一元二次方程的判别式，解题时首先正确理解定义的运算法则得到关于 x 的方程，然后根据判别式和一元二次方程的定义得到关系式解决问题.

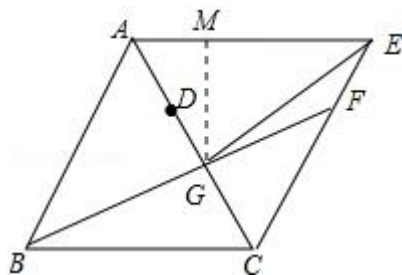
18. (4 分) 如图，点 D 在边长为 6 的等边 $\triangle ABC$ 的边 AC 上，且 $AD=2$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针方向旋转 60° ，若此时点 A 和点 D 的对应点分别记作点 E 和点 F ，联结 BF 交边 AC 与点 G ，那么 $\tan \angle AEG = \frac{3\sqrt{3}}{7}$.



【考点】KK：等边三角形的性质；R2：旋转的性质.

【分析】作 $GM \perp AE$ 于 M ，则 $\angle AMG=90^\circ$ ，由等边三角形的性质得出 $AB=BC=AC=6$ ， $\angle BAC=\angle ABC=60^\circ$ ，由旋转的性质得出 $\triangle AEC \cong \triangle ABC$ ， $EF=AD=2$ ，因此 $AE=CE=AB=6$ ， $\angle EAC=\angle ACE=60^\circ$ ， $CF=CE-EF=4$ ，得出 $AB \parallel CF$ ，证出 $\triangle ABG \sim \triangle CFG$ ，得出对应边成比例 $\frac{AG}{CG} = \frac{AB}{CF} = \frac{3}{2}$ ，求出 AG ，再求出 AM ，得出 GM 、 ME ，即可得出结果。

【解答】解：如图所示：作 $GM \perp AE$ 于 M ，
 则 $\angle AMG=90^\circ$ ，
 $\because \triangle ABC$ 是边长为 6 的等边三角形，
 $\therefore AB=BC=AC=6$ ， $\angle BAC=\angle ABC=60^\circ$ ，
 由旋转的性质得： $\triangle AEC \cong \triangle ABC$ ， $EF=AD=2$ ，
 $\therefore AE=CE=AB=6$ ， $\angle EAC=\angle ACE=60^\circ$ ， $CF=CE-EF=4$ ，
 $\therefore AB \parallel CF$ ，
 $\therefore \triangle ABG \sim \triangle CFG$ ，
 $\therefore \frac{AG}{CG} = \frac{AB}{CF} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ ，
 $\therefore AG = \frac{3}{5}AC = 3.6$ ，
 $\therefore \angle AGM = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ ，
 $\therefore AM = \frac{1}{2}AG = 1\frac{9}{5}$ ，
 $\therefore GM = \sqrt{3}AM = \frac{9}{5}\sqrt{3}$ ， $ME = AE - AM = \frac{21}{5}$ ，
 $\therefore \tan \angle AEG = \frac{GM}{ME} = \frac{\frac{9\sqrt{3}}{5}}{\frac{21}{5}} = \frac{3\sqrt{3}}{7}$ ，
 故答案为： $\frac{3\sqrt{3}}{7}$ 。



【点评】 本题考查了旋转的性质、等边三角形的判定与性质、平行线的判定与性质、相似三角形的判定与性质、三角函数；熟练掌握旋转的性质和等边三角形的性质，求出 GM 和 ME 是解决问题的关键.

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 化简求值: $(\sqrt{x} - \frac{x}{x+\sqrt{x}}) \div \frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$, 其中 $x=2+\sqrt{2}$.

【考点】 7A: 二次根式的化简求值.

【分析】 括号内通分, 化除法为乘法进行化简, 然后代入求值.

【解答】 解: 原式 $= \frac{x\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}} = \frac{x}{x-1}$.

将 $x=2+\sqrt{2}$ 代入, 得

$$\text{原式} = \frac{2+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = \sqrt{2}.$$

【点评】 本题考查了二次根式的化简求值. 二次根式运算的最后, 注意结果要化到最简二次根式, 二次根式的乘除运算要与加减运算区分, 避免互相干扰.

20. (10 分) 解方程: $\frac{2x-1}{x} - \frac{3x}{2x-1} + 2 = 0$.

【考点】 B3: 解分式方程.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 方程两边乘以 $x(2x-1)$ 去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

【解答】 解: 方程两边同时乘以 $x(2x-1)$, 得 $(2x-1)^2 - 3x^2 + 2x(2x-1) = 0$,

整理后, 得 $5x^2 - 6x + 1 = 0$,

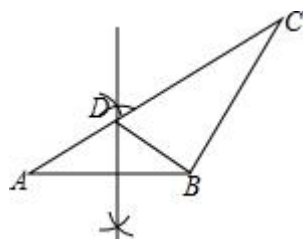
解得： $x_1=1$ ， $x_2=\frac{1}{5}$ ，

经检验： $x_1=1$ ， $x_2=\frac{1}{5}$ 是原方程的根，

则原方程的根是 $x_1=1$ ， $x_2=\frac{1}{5}$ 。

【点评】 此题考查了解分式方程，解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解。解分式方程一定要注意要验根。

21. (10 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，按以下步骤作图：①分别以 A、B 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径画弧，相交于两点 M、N；②联结 MN，直线 MN 交 $\triangle ABC$ 的边 AC 与点 D，联结 BD。如果此时测得 $\angle A=34^\circ$ ， $BC=CD$ 。求 $\angle ABC$ 与 $\angle C$ 的度数。



【考点】 KG：线段垂直平分线的性质；N2：作图—基本作图。

【专题】 13：作图题。

【分析】 利用基本作图可判断 MN 垂直平分 AB，则 $DA=DB$ ，根据等腰三角形的性质和三角形外角性质得 $\angle CDB=68^\circ$ ，再由 $CB=CD$ 得到 $\angle CBD=\angle CDB=68^\circ$ ，所以 $\angle ABC=\angle DBA+\angle CBD=102^\circ$ ，然后利用三角形内角和定理计算 $\angle C$ 的度数。

【解答】 解：由作法得 MN 垂直平分 AB，则 $DA=DB$ ，

$$\therefore \angle DBA=\angle A=34^\circ,$$

$$\therefore \angle CDB=\angle DBA+\angle A=68^\circ,$$

$$\because CB=CD,$$

$$\therefore \angle CBD = \angle CDB = 68^\circ,$$

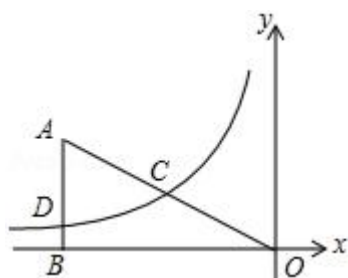
$$\therefore \angle ABC = \angle DBA + \angle CBD = 34^\circ + 68^\circ = 102^\circ,$$

$$\angle C = 180^\circ - 68^\circ - 68^\circ = 44^\circ.$$

【点评】 本题考查了作图 - 基本作图：熟练掌握基本作图（作一条线段等于已知线段；作一个角等于已知角；作已知线段的垂直平分线；作已知角的角平分线；过一点作已知直线的垂线）. 利用等腰三角形的性质和三角形内角和进行角度计算.

22. (10 分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，过点 $A(-4, 2)$ 向 x 轴作垂线，垂足为 B ，联结 AO 得到 $\triangle AOB$ ，过边 AO 中点 C 的反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与边 AB 交于点 D . 求：

- (1) 反比例函数的解析式；
- (2) 求直线 CD 与 x 轴的交点坐标.



【考点】 G7：待定系数法求反比例函数解析式.

【分析】 (1) 由 A 点的坐标结合中点的坐标公式可得出点 C 的坐标，将点 C 的坐标代入到反比例函数解析式即可求出 k 值，从而得出反比例函数的解析式；

(2) 令 $x = -4$ ，找出 D 点的坐标，由待定系数法求出直线 CD 的函数解析式，再令 $y = 0$ ，解关于 x 的一元一次方程即可得出直线 CD 与 x 轴的交点坐标.

【解答】 解：(1) $\because$ 点 C 为线段 AO 的中点，

$\therefore C$ 点的坐标为 $(-2, 1)$,

将点 C (-2, 1) 代入到反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 中得:

$$1 = \frac{k}{-2}, \text{ 解得: } k = -2.$$

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为 } y = -\frac{2}{x}.$$

$$(2) \text{ 令 } x = -4, \text{ 则 } y = -\frac{2}{-4} = \frac{1}{2}.$$

即点 D 的坐标为 $(-4, \frac{1}{2})$.

设直线 CD 的解析式为 $y = ax + b$,

由点 C、D 在直线 CD 的图象上可知:

$$\begin{cases} 1 = -2a + b \\ \frac{1}{2} = -4a + b \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = \frac{3}{2} \end{cases}.$$

$$\therefore \text{直线 CD 的解析式为 } y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2}.$$

$$\text{令 } y = 0, \text{ 则有 } -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2} = 0,$$

$$\text{解得: } x = -6.$$

$\therefore$ 直线 CD 与 x 轴的交点坐标为 $(-6, 0)$.

【点评】 本题考查了待定系数法求函数解析式以及中点坐标公式, 解题的关键是:

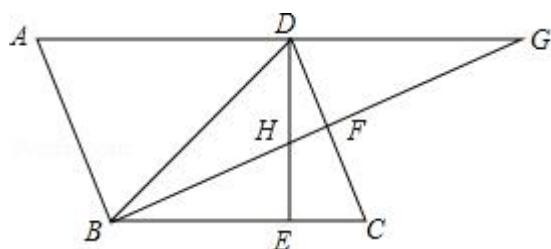
(1) 求出点 C 的坐标; (2) 由待定系数法求出直线 CD 的函数解析式. 本题属于基础题, 难度不大, 解决该题型题目时, 结合点的坐标利用待定系数法求出函数解析式是关键.

23. (12 分) 如图, BD 是平行四边形 ABCD 的对角线, 若 $\angle DBC = 45^\circ$, $DE \perp$

BC 于 E, $BF \perp CD$ 于 F, DE 与 BF 相交于 H, BF 与 AD 的延长线相交于 G. 求证:

(1) $CD = BH$;

(2) AB 是 AG 和 HE 的比例中项.



【考点】L5: 平行四边形的性质; S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】14: 证明题.

【分析】(1) 根据已知利用 AAS 判定 $\triangle BEH \cong \triangle DEC$, 从而得到 $BH=DC$;

(2) 根据两组角对应相等的两个三角形相似得到 $\triangle BEH \sim \triangle GBA$, 相似三角形的对应边成比例所以 $BH \cdot AB = EH \cdot AG$, 由于 $BH=DC=AB$ 所以推出了 $AB^2 = GA \cdot HE$.

【解答】证明: (1) $\because$ 在 $\square ABCD$ 中, $DE \perp BC$, $\angle DBC = 45^\circ$,

$\therefore \angle DEC = \angle BEH = 90^\circ$, $DE = BE$,

$\therefore \angle EBH + \angle BHE = 90^\circ$, $\angle DHF + \angle CDE = 90^\circ$,

$\therefore \angle EBH = \angle EDC$,

在 $\triangle BEH$ 与 $\triangle DEC$ 中,

$$\begin{cases} \angle EBH = \angle CDE \\ BE = DE \\ \angle BEH = \angle CED \end{cases},$$

$\therefore \triangle BEH \cong \triangle DEC$.

$\therefore BH = DC$;

(2) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AG \parallel BC$, $\angle A = \angle C = \angle BHE$, $AB = CD$,

$\therefore \angle G = \angle HBE$,

$\therefore \triangle BEH \sim \triangle GBA$,

$$\therefore BH \cdot AB = EH \cdot AG,$$

$$\therefore BH = DC = AB,$$

$$\therefore AB^2 = GA \cdot HE.$$

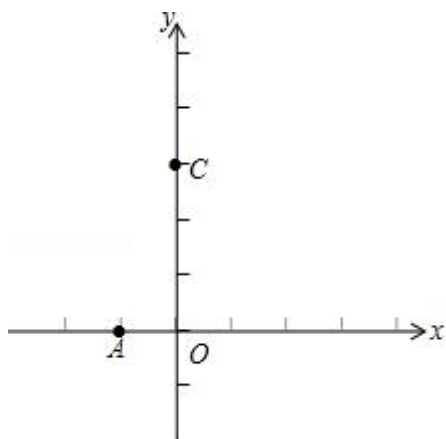
【点评】此题主要考查了平行四边形的性质，全等三角形的判定和性质，相似三角形的判定和性质，熟练掌握相似三角形的性质定理是解题的关键.

24. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy (如图) 中, 经过点 $A(-1, 0)$ 的抛物线 $y = -x^2 + bx + 3$ 与 y 轴交于点 C , 点 B 与点 A 、点 D 与点 C 分别关于该抛物线的对称轴对称.

(1) 求 b 的值以及直线 AD 与 x 轴正方向的夹角;

(2) 如果点 E 是抛物线上一动点, 过 E 作 EF 平行于 x 轴交直线 AD 于点 F , 且 F 在 E 的右边, 过点 E 作 $EG \perp AD$ 于点 G , 设 E 的横坐标为 m , $\triangle EFG$ 的周长为 l , 试用 m 表示 l ;

(3) 点 M 是该抛物线的顶点, 点 P 是 y 轴上一点, Q 是坐标平面内一点, 如果以点 A 、 M 、 P 、 Q 为顶点的四边形是矩形, 求该矩形的顶点 Q 的坐标.



【考点】HF: 二次函数综合题.

【分析】(1) 将点 $A(-1, 0)$ 代入抛物线的解析式可求得 b 的值, 然后可得到抛物线的解析式, 从而可求得抛物线的对称轴, 再依据对称性可求得 $D(2,$

3), B (3, 0), 最后依据待定系数法求得 AD 的解析式可求得直线 AD 与 x 轴正方向的夹角;

(2) 设 E (m, $-m^2+2m+3$), 则 F ($-m^2+2m+2$, $-m^2+2m+3$), $EF = -m^2+m+2$. 然后证明 $\triangle EFG$ 为等腰直角三角形, 从而得到 $EF = (1+\sqrt{2}) EG$, 于是可求得 l 与 m 的关系式;

(3) 先利用配方法求得点 M 的坐标, 然后根据①AM 为矩形的对角线时, ②当 AM 为矩形的一边时两种情况求解即可.

【解答】解: (1) $\because$ 将点 A (-1, 0) 代入抛物线的解析式得: $-1 - b + 3 = 0$,

解得: $b = 2$,

$$\therefore y = -x^2 + 2x + 3.$$

$\therefore$ 抛物线的对称轴为直线 $x = 1$.

令 $x = 0$ 得: $y = 3$, 则 C (0, 3).

$\because$ 点 B 与点 A、点 D 与点 C 分别关于该抛物线的对称轴对称,

$\therefore$ D (2, 3), B (3, 0).

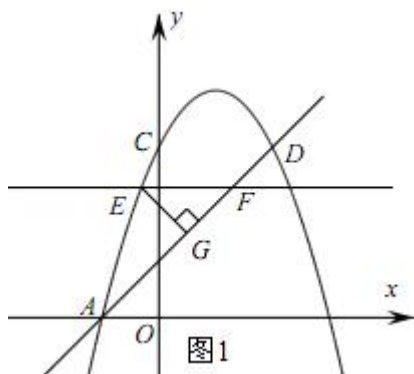
设直线 AD 的解析式为 $y = kx + b$.

$\therefore$ 将 A (-1, 0)、D (2, 3) 代入得: $\begin{cases} -k + b = 0 \\ 2k + b = 3 \end{cases}$, 解得: $k = 1$, $b = 1$,

$\therefore$ 直线 AD 的解析式为 $y = x + 1$.

$\therefore$ 直线 AD 与 x 轴正方向的夹角为 45° .

(2) 如图 1 所示:



设 $E(m, -m^2+2m+3)$, 则 $F(-m^2+2m+2, -m^2+2m+3)$, $EF = -m^2+2m+2 - m = -m^2+m+2$.

$\therefore \angle EGF = 90^\circ$, $\angle EFG = 45^\circ$,

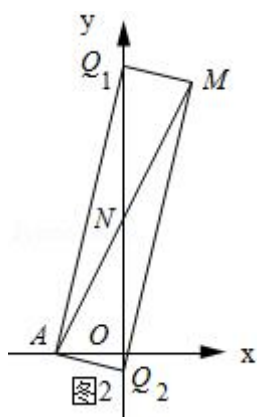
$\therefore \triangle EFG$ 为等腰直角三角形.

$\therefore l = EF + FG + EG = EF + \frac{\sqrt{2}}{2}EF + \frac{\sqrt{2}}{2}EF = (1+\sqrt{2})EF = (1+\sqrt{2})(-m^2+m+2) = -(\sqrt{2}+1)m^2 + (\sqrt{2}+1)m + 2\sqrt{2}+2$.

(3) $\therefore y = -x^2+2x+3 = -(x-1)^2+4$,

$\therefore M(1, 4)$.

① AM 为矩形的对角线时, 如图 2 所示:



$\therefore$ 由矩形的性质可知: N 为 AM 的中点, $A(-1, 0)$, $M(1, 4)$,

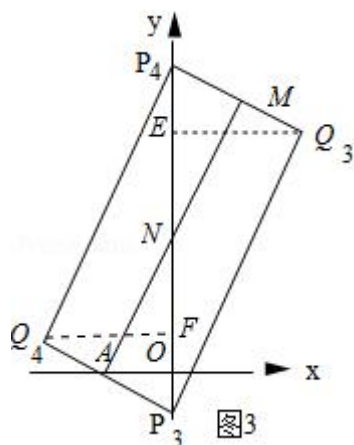
$\therefore N(0, 2)$.

$\therefore$ 由两点间的距离公式可知: $MN = \sqrt{(1-0)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{5}$.

$\therefore NQ_1 = NQ_2 = \sqrt{5}$,

$$\therefore Q_1 (0, 2+\sqrt{5}), Q_2 (0, 2-\sqrt{5}).$$

②当 AM 为矩形的一边时，如图 3 所示：过 Q_3 作 $Q_3E \perp y$ 轴，垂足为 E，过 Q_4 作 $Q_4F \perp y$ 轴，垂足为 F.



$\therefore$ 在 $\triangle ANO$ 中， $AO=1$ ， $ON=2$ ，

$$\therefore \tan \angle ANO = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \tan \angle MNP_4 = \frac{1}{2},$$

$$\therefore P_4M \cdot \frac{1}{2}MN = \frac{\sqrt{5}}{2}, \quad NP_4 = \frac{\sqrt{5}}{2}MN = \frac{5}{2}.$$

$$\therefore P_4Q_3 = \sqrt{5}.$$

$$\therefore P_4E = \frac{\sqrt{5}}{5}P_4Q_3 = 1, \quad EQ_3 = \frac{2\sqrt{5}}{5}P_4Q_3 = 2.$$

$$\therefore OE = OP_4 - P_4E = 4.5 - 1 = 3.5,$$

$$\therefore Q_3 \text{ 的坐标为 } (2, 3.5).$$

$\therefore$ 点 Q_3 与 Q_4 关于点 N 对称，

$$\therefore Q_4 (-2, \frac{1}{2}).$$

综上所述，点 Q 的坐标为 $(0, 2+\sqrt{5})$ ，或 $(0, 2-\sqrt{5})$ 或 $(2, 3.5)$ 或 $(-2, \frac{1}{2})$.

【点评】 本题主要考查的是二次函数的综合应用，解答本题主要应用了待定系数法求二次函数的解析式、配方法求抛物线的顶点坐标、矩形的性质、锐角三

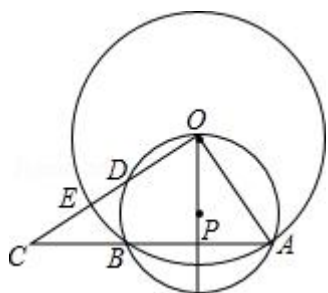
角函数的定义，根据题意画出符合题意的图形是解题的关键.

25. (14分) 如图， $\odot O$ 与过点 O 的 $\odot P$ 交于 AB ， D 是 $\odot P$ 的劣弧 OB 上一点，射线 OD 交 $\odot O$ 于点 E ，交 AB 延长线于点 C 。如果 $AB=24$ ， $\tan \angle AOP = \frac{2}{3}$ 。

(1) 求 $\odot P$ 的半径长；

(2) 当 $\triangle AOC$ 为直角三角形时，求线段 OD 的长；

(3) 设线段 OD 的长度为 x ，线段 CE 的长度为 y ，求 y 与 x 之间的函数关系式及其定义域。



【考点】MR：圆的综合题。

【分析】(1) 首先设 OP 的延长线交 AB 于点 H ，连接 AP ，由垂径定理可求得 AH 的长，然后由三角函数，求得 OH 的长，再设 $\odot P$ 的半径为 r ，由在 $Rt\triangle AHP$ 中， $AH^2 + PH^2 = AP^2$ ，即可求得答案；

(2) 首先过点 P 作 $PG \perp OD$ 于点 G ，求得 OA 的长，易证得 $\triangle PGO \sim \triangle OHA$ ，然后由相似三角形的对应边成比例，求得答案；

(3) 首先过点 H 作 $HI \perp OC$ 于点 I ，可得 $PG \parallel HI$ ，然后由平行线分线段成比例定理，求得 OI ，再由 $\triangle OHI \sim \triangle OCH$ ，求得答案。

【解答】解：(1) 设 OP 的延长线交 AB 于点 H ，连接 AP ，

$$\therefore AH = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 24 = 12, \quad \tan \angle AOP = \frac{2}{3},$$

$$\therefore OH = \frac{AH}{\tan \angle AOP} = 18,$$

设 $\odot P$ 的半径为 r ，

在 Rt $\triangle AHP$ 中, $AH^2+PH^2=AP^2$,

$$\therefore (18-r)^2+12^2=r^2,$$

解得: $r=13$,

答: $\odot P$ 的半径长为 13;

(2) 过点 P 作 $PG \perp OD$ 于点 G,

$$\text{则 } OA = \sqrt{AH^2 + OH^2} = \sqrt{12^2 + 18^2} = 6\sqrt{13},$$

$$\therefore \angle AOC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle POG + \angle AOH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOH + \angle OAH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle POG = \angle OAH,$$

$$\therefore \triangle PGO \sim \triangle OHA,$$

$$\therefore \frac{OG}{AH} = \frac{OP}{OA},$$

$$\text{即 } \frac{OG}{12} = \frac{13}{6\sqrt{13}},$$

$$\text{解得: } OD = 4\sqrt{13};$$

(3) 如图 2, 过点 H 作 $HI \perp OC$ 于点 I, 则 $OE = OA = 6\sqrt{13}$,

$$\therefore PG \parallel HI,$$

$$\therefore \frac{OG}{OI} = \frac{OP}{OH},$$

$$\text{即 } \frac{\frac{1}{2}x}{OI} = \frac{13}{18},$$

$$\therefore OI = \frac{9}{13}x,$$

$$\therefore \angle O \text{ 是公共角, } \angle OUH = \angle OHC = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle OHI \sim \triangle OCH,$$

$$\therefore \frac{OH}{OC} = \frac{OI}{OH},$$

$$\therefore \frac{18}{\frac{9}{13}x} = \frac{y+6\sqrt{13}}{18},$$

$$\therefore y = \frac{468}{x} - 6\sqrt{13} \quad (0 < x < 6\sqrt{13}).$$

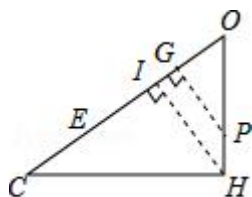


图2

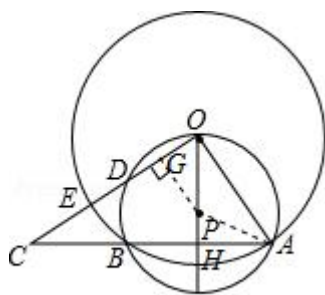


图1

【点评】此题属于圆的综合题. 考查了切线的判定与性质、相似三角形的判定与性质、平行线分线段成比例定理以及三角函数等知识. 注意准确作出辅助线是解此题的关键.