

2016 年上海市奉贤区中考数学二模试卷

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)

1. (4 分) 如果两个实数 a 、 b 满足 $a+b=0$ ，那么 a 、 b 一定是 ()
A. 都等于 0 B. 一正一负 C. 互为相反数 D. 互为倒数
2. (4 分) 若 $x=2$ ， $y=-1$ ，那么代数式 $x^2+2xy+y^2$ 的值是 ()
A. 0 B. 1 C. 2 D. 4.
3. (4 分) 一次函数 $y=-2x+3$ 的图象不经过的象限是 ()
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
4. (4 分) 一组数据 3, 3, 2, 5, 8, 8 的中位数是 ()
A. 3 B. 4 C. 5 D. 8.
5. (4 分) 下列说法中，正确的是 ()
A. 关于某条直线对称的两个三角形一定全等
B. 两个全等三角形一定关于某条直线对称
C. 面积相等的两个三角形一定关于某条直线之间对称
D. 周长相等的两个三角形一定关于某条直线之间对称
6. (4 分) 已知 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 外离， $\odot O_1$ 的半径是 5，圆心距 $O_1O_2=7$ ，那么 $\odot O_2$ 的半径可以是 ()
A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. (4 分) 化简： $\sqrt{16a}=\underline{\hspace{2cm}}$.
8. (4 分) 因式分解： $a^2-a=\underline{\hspace{2cm}}$.
9. (4 分) 函数 $y=\frac{1}{x-1}$ 的定义域是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. (4分) 一个不透明的袋子中装有若干个除颜色外形状大小完全相同的小球. 如果其中有 2 个白球 n 个黄球, 从中随机摸出白球的概率是 $\frac{2}{3}$, 那么 $n=$ _____.

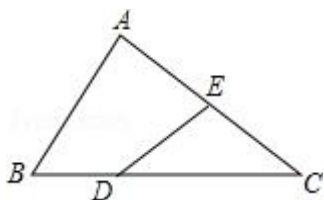
11. (4分) 不等式组 $\begin{cases} x-1 > 2 \\ -2x < 8 \end{cases}$ 的解集是_____.

12. (4分) 已知反比例函数 $y = \frac{3}{x}$, 在其图象所在的每个象限内, y 的值随 x 值的增大而_____ (填“增大”或“减小”).

13. (4分) 直线 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 平行于直线 $y = \frac{1}{2}x$ 且经过点 $(0, 2)$, 那么这条直线的解析式是_____.

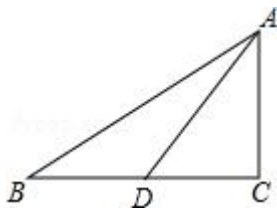
14. (4分) 小明在高为 18 米的楼上看到停在地面上的一辆汽车的俯角为 60° , 那么这辆汽车到楼底的距离是_____. (结果保留根号)

15. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 BC 上, 且 $DC = 2BD$, 点 E 是边 AC 的中点, 设 $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{DE} =$ _____; (用不 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的线性组合表示)

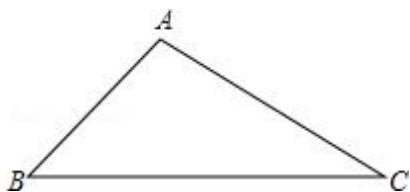


16. (4分) 四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle D = 90^\circ$, 如果再添加一个条件, 可以得到四边形 $ABCD$ 是矩形, 那么可以添加的条件是_____. (不再添加线或字母, 写出一种情况即可)

17. (4分) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, AD 是边 BC 边上的中线, 如果 $AD = BC$, 那么 $\cot \angle CAB$ 的值是_____.



18. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=45^\circ$, $\angle C=30^\circ$, $AC=2$, 点D在BC上, 将 $\triangle ACD$ 沿直线AD翻折后, 点C落在点E处, 边AE交边BC于点F, 如果 $DE \parallel AB$, 那么 $\frac{CF}{BF}$ 的值是_____.



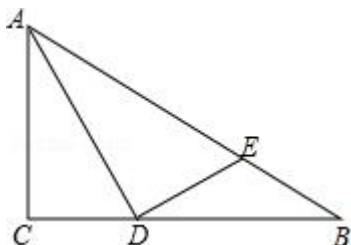
三、解答题: (本大题共7题, 满分78)

19. (10分) 计算: $(2016)^0 - (\sqrt{2})^{-1} - 8^{\frac{1}{3}} + |2 - \cos 45^\circ|$.

20. (10分) 解方程: $\frac{x+2}{x-2} - \frac{1}{x+2} = \frac{16}{x^2-4}$.

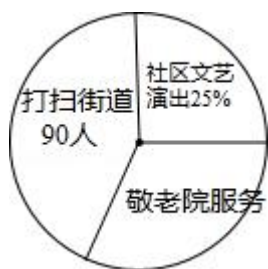
21. (10分) 已知, 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AB=4$, AD是 $\angle BAC$ 的平分线, 过点D作 $DE \perp AD$, 垂足为点D, 交AB于点E, 且 $\frac{BE}{AB} = \frac{1}{4}$.

- (1) 求线段BD的长;
- (2) 求 $\angle ADC$ 的正切值.



22. (10分) 今年3月5日, 某中学组织六、七年级200位学生参与了“走出校门, 服务社会”的活动, 该校某数学学习小组的同学对那天参与打扫街道、敬老院服务和社区文艺演出的三组人数进行分别统计, 部分数据如图所示:
- (1) 参与社区文艺演出的学生人数是_____人, 参与敬老院服务的学生人数是_____人;
 - (2) 该数学学习小组的同学还发现, 六、七年级参与打扫街道的学生人数分别比参与敬老院服务的学生人数多了40%和60%, 求参与敬老院服务的六、七

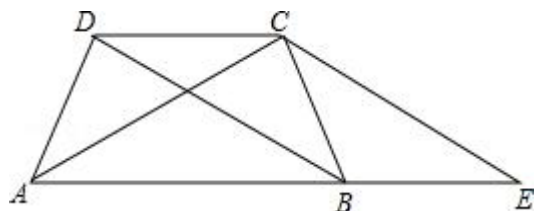
年级学生分别有多少人？



23. (12 分) 已知：如图，梯形 $ABCD$ 中， $DC \parallel AB$ ， $AD=BC=DC$ ， AC 、 BD 是对角线， E 是 AB 延长线上一点，且 $\angle BCE = \angle ACD$ ，联结 CE 。

(1) 求证：四边形 $DBEC$ 是平行四边形；

(2) 求证： $AC^2 = AD \cdot AE$ 。

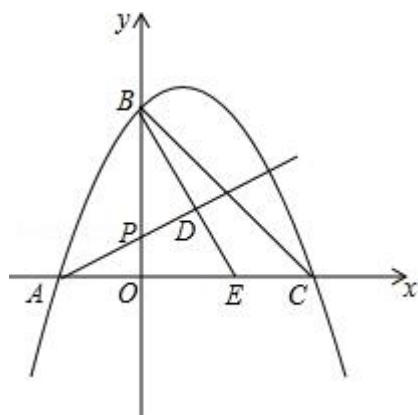


24. (12 分) 已知在平面直角坐标系 xOy (如图) 中，抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$ 与点 $C(3, 0)$ ，与 y 轴交于点 B ，点 P 为 OB 上一点，过点 B 作射线 AP 的垂线，垂足为点 D ，射线 BD 交 x 轴于点 E 。

(1) 求该抛物线的解析式；

(2) 连结 BC ，当 P 点坐标为 $(0, \frac{2}{3})$ 时，求 $\triangle EBC$ 的面积；

(3) 当点 D 落在抛物线的对称轴上时，求点 P 的坐标。



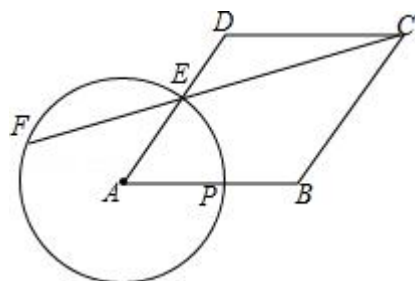
25. (14 分) 如图, 边长为 5 的菱形 $ABCD$ 中, $\cos A = \frac{3}{5}$, 点 P 为边 AB 上一点,

以 A 为圆心, AP 为半径的 $\odot A$ 与边 AD 交于点 E , 射线 CE 与 $\odot A$ 另一个交点为点 F .

(1) 当点 E 与点 D 重合时, 求 EF 的长;

(2) 设 $AP = x$, $CE = y$, 求 y 关于 x 的函数关系式及定义域;

(3) 是否存在一点 P , 使得 $\widehat{EF} = 2\widehat{PE}$? 若存在, 求 AP 的长; 若不存在, 请说明理由.



2016 年上海市奉贤区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)

1. (4 分) 如果两个实数 a 、 b 满足 $a+b=0$ ，那么 a 、 b 一定是 ()

- A. 都等于 0 B. 一正一负 C. 互为相反数 D. 互为倒数

【考点】2C：实数的运算.

【专题】11：计算题；511：实数.

【分析】利用相反数的性质判断即可.

【解答】解：由 $a+b=0$ ，得到 a 、 b 互为相反数，

故选：C.

【点评】此题考查了实数的运算，熟练掌握运算是解本题的关键.

2. (4 分) 若 $x=2$ ， $y=-1$ ，那么代数式 $x^2+2xy+y^2$ 的值是 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 4.

【考点】33：代数式求值.

【分析】首先利用完全平方公式的逆运算，然后代入即可.

【解答】解： $x^2+2xy+y^2 = (x+y)^2 = (2-1)^2 = 1$ ，

故选：B.

【点评】本题主要考查了代数式求值，利用完全平方公式的逆运算，然后代入是解答此题的关键.

3. (4 分) 一次函数 $y=-2x+3$ 的图象不经过的象限是 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【考点】F5：一次函数的性质.

【分析】首先确定 k ， $k > 0$ ，必过第二、四象限，再确定 b ，看与 y 轴交点，即

可得到答案.

【解答】解: $\because y = -2x + 3$ 中, $k = -2 < 0$,

$\therefore$ 必过第二、四象限,

$\because b = 3$,

$\therefore$ 交 y 轴于正半轴.

$\therefore$ 过第一、二、四象限, 不过第三象限,

故选: C.

【点评】此题主要考查了一次函数的性质, 直线所过象限, 受 k , b 的影响.

4. (4分) 一组数据 3, 3, 2, 5, 8, 8 的中位数是 ()

A. 3

B. 4

C. 5

D. 8.

【考点】W4: 中位数.

【分析】根据中位数计算: 将一组数据按照从小到大 (或从大到小) 的顺序排列, 如果数据的个数是奇数, 则处于中间位置的数就是这组数据的中位数. 如果这组数据的个数是偶数, 则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

【解答】解: 把这组数据按照从小到大的顺序排列为: 2, 3, 3, 5, 8, 8,

$\therefore$ 这组数据的中位数是 $\frac{3+5}{2} = 4$,

故选: B.

【点评】本题考查了中位数的定义, 解题的关键是牢记定义, 此题比较简单, 易于掌握.

5. (4分) 下列说法中, 正确的是 ()

A. 关于某条直线对称的两个三角形一定全等

B. 两个全等三角形一定关于某条直线对称

C. 面积相等的两个三角形一定关于某条直线之间对称

D. 周长相等的两个三角形一定关于某条直线之间对称

【考点】 P2: 轴对称的性质.

【分析】认真阅读各选项提供的已知条件, 根据轴对称的性质对个选项逐一验证, 其中选项 A 是正确的.

【解答】解: A、关于某条直线对称的两个图形能够完全重合, 所以关于某条直线对称的两个三角形是全等三角形, 正确;

B、全等三角形不一定关于某直线对称, 错误;

C、面积相等的两个三角形不一定关于某条直线之间对称, 错误;

D、周长相等的两个三角形不一定关于某条直线之间对称, 错误;

故选: A.

【点评】主要考查了轴对称的性质; 找着每个选项正误的具体原因是正确解答本题的关键.

6. (4 分) 已知 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 外离, $\odot O_1$ 的半径是 5, 圆心距 $O_1O_2=7$, 那么 $\odot O_2$ 的半径可以是 ()

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

【考点】 MJ: 圆与圆的位置关系.

【分析】由 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 外离, $\odot O_1$ 的半径是 5, 圆心距 $O_1O_2=7$, 可求得 $\odot O_2$ 的半径 < 2 , 继而求得答案.

【解答】解: $\because \odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 外离, 圆心距 $O_1O_2=7$,

$\therefore \odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 的半径和 < 7 ,

$\because \odot O_1$ 的半径是 5,

$\therefore \odot O_2$ 的半径 < 2 ,

$\therefore \odot O_2$ 的半径可以是: 1.

故选: D.

【点评】此题考查了圆与圆的位置关系. 注意掌握两圆位置关系与圆心距 d , 两圆半径 R, r 的数量关系间的联系是解此题的关键.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 化简: $\sqrt{16a} = 4\sqrt{a}$.

【考点】73: 二次根式的性质与化简.

【分析】根据二次根式的性质, 化简即可.

【解答】解: $\sqrt{16a} = 4\sqrt{a}$.

故答案为: $4\sqrt{a}$.

【点评】本题考查了二次根式的性质, 解决本题的关键是熟记二次根式的性质.

8. (4 分) 因式分解: $a^2 - a = a(a - 1)$.

【考点】53: 因式分解 - 提公因式法.

【分析】直接提取公因式 a , 进而分解因式得出即可.

【解答】解: $a^2 - a = a(a - 1)$.

故答案为: $a(a - 1)$.

【点评】此题主要考查了提取公因式法分解因式, 正确找出公因式是解题关键.

9. (4 分) 函数 $y = \frac{1}{x-1}$ 的定义域是 $x \neq 1$.

【考点】E4: 函数自变量的取值范围.

【分析】根据分母不等于 0 列式计算即可得解.

【解答】解: 由题意得, $x - 1 \neq 0$,

解得 $x \neq 1$.

故答案为: $x \neq 1$.

【点评】本题考查了函数自变量的范围, 一般从三个方面考虑:

(1) 当函数表达式是整式时, 自变量可取全体实数;

(2) 当函数表达式是分式时, 考虑分式的分母不能为 0;

(3) 当函数表达式是二次根式时, 被开方数非负.

10. (4 分) 一个不透明的袋子中装有若干个除颜色外形状大小完全相同的小球. 如果其中有 2 个白球 n 个黄球, 从中随机摸出白球的概率是 $\frac{2}{3}$, 那么 $n=$ 1.

【考点】 X4: 概率公式.

【分析】 根据有 2 个白球 n 个黄球, 从中随机摸出白球的概率是 $\frac{2}{3}$, 列出等式解答即可.

【解答】 解: $\because$ 有 2 个白球 n 个黄球, 从中随机摸出白球的概率是 $\frac{2}{3}$,

$$\therefore \frac{2}{2+n} = \frac{2}{3},$$

解得 $n=1$;

故答案为: 1.

【点评】 此题考查概率的求法: 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

11. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} x-1 > 2 \\ -2x < 8 \end{cases}$ 的解集是 $x > 3$.

【考点】 CB: 解一元一次不等式组.

【分析】 首先解每个不等式, 两个不等式的解集的公共部分就是不等式组的解集.

【解答】 解: $\begin{cases} x-1 > 2 \cdots \textcircled{1} \\ -2x < 8 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$

解①得 $x > 3$,

解②得 $x > -4$.

则不等式组的解集是: $x > 3$.

故答案是: $x > 3$.

【点评】 本题考查的是一元一次不等式组的解，解此类题目常常要结合数轴来判断．还可以观察不等式的解，若 $x >$ 较小的数、 $<$ 较大的数，那么解集为 x 介于两数之间．

12. (4 分) 已知反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ ，在其图象所在的每个象限内， y 的值随 x 值的增大而 减小 (填“增大”或“减小”).

【考点】 G4: 反比例函数的性质.

【分析】 根据反比例函数的性质， $k=3 > 0$ ， y 随 x 的增大而减小.

【解答】 解：反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 中， $k=3 > 0$ ，故每个象限内， y 随 x 增大而减小.

故答案为：减小.

【点评】 本题考查了反比例函数的性质，应注意 $y = \frac{k}{x}$ 中 k 的取值.

13. (4 分) 直线 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 平行于直线 $y = \frac{1}{2}x$ 且经过点 $(0, 2)$ ，那么这条直线的解析式是 $y = \frac{1}{2}x + 2$.

【考点】 G8: 反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】 根据两直线平行的问题得到 $k = \frac{1}{2}$ ，然后把 $(0, 2)$ 代入 $y = \frac{1}{2}x + b$ ，求出 b 的值即可.

【解答】 解：根据题意得 $k = \frac{1}{2}$,

把 $(0, 2)$ 代入 $y = \frac{1}{2}x + b$ 得 $b = 2$,

所以直线解析式为 $y = \frac{1}{2}x + 2$.

故答案为 $y = \frac{1}{2}x + 2$.

【点评】 本题考查了两直线平行或相交的问题：直线 $y = k_1x + b_1$ ($k_1 \neq 0$) 和直线 $y = k_2x + b_2$ ($k_2 \neq 0$) 平行，则 $k_1 = k_2$ ；若直线 $y = k_1x + b_1$ ($k_1 \neq 0$) 和直线 $y = k_2x + b_2$ ($k_2 \neq 0$) 相交，则交点坐标满足两函数的解析式．也考查了待定系数法求函数的解析式.

14. (4分) 小明在高为 18 米的楼上看到停在地面上的一辆汽车的俯角为 60° ,

那么这辆汽车到楼底的距离是 $6\sqrt{3}$ 米. (结果保留根号)

【考点】TA: 解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题.

【分析】由俯角的正切值和楼高可求得这辆汽车到楼底的距离.

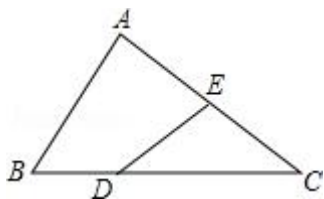
【解答】解: 由于楼高 18 米, 塔顶看停在地面上的一辆汽车的俯角为 60° ,

则这辆汽车到楼底的距离为 $\frac{18}{\tan 60^\circ} = 6\sqrt{3}$ (米).

故答案是: $6\sqrt{3}$ 米.

【点评】本题考查俯角的定义, 要求学生能借助俯角构造直角三角形并解直角三角形.

15. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 BC 上, 且 $DC=2BD$, 点 E 是边 AC 的中点, 设 $\overrightarrow{BC}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{DE}=\frac{2}{3}\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}$; (用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的线性组合表示)



【考点】LM: *平面向量.

【分析】由在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 BC 上, 且 $DC=2BD$, 点 E 是边 AC 的中点,

设 $\overrightarrow{BC}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$, 可表示出 $\overrightarrow{DC}$ 与 $\overrightarrow{EC}$, 然后利用三角形法则求解即可求得答案.

【解答】解: $\because DC=2BD$, 点 E 是边 AC 的中点, 设 $\overrightarrow{BC}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$,

$$\therefore \overrightarrow{DC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} = \frac{2}{3}\vec{a}, \quad \overrightarrow{EC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{EC} = \frac{2}{3}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}.$$

故答案为: $\frac{2}{3}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$.

【点评】此题考查了平面向量的知识. 注意掌握三角形法则的应用是解此题的关键.

16. (4 分) 四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle D=90^\circ$, 如果再添加一个条件, 可以得到四边形 $ABCD$ 是矩形, 那么可以添加的条件是 $AD=BC$. (不再添加线或字母, 写出一种情况即可)

【考点】LC: 矩形的判定.

【分析】添加 $AD=BC$, 再有条件 $AD \parallel BC$ 可得四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 再加上条件 $\angle D=90^\circ$ 可根据有一个角是直角的平行四边形是矩形判定四边形 $ABCD$ 是矩形.

【解答】解: 添加 $AD=BC$,

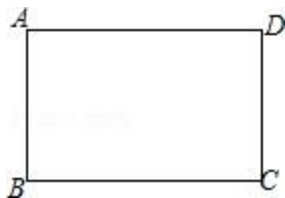
$\because AD \parallel BC$, $AD=BC$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\because \angle D=90^\circ$,

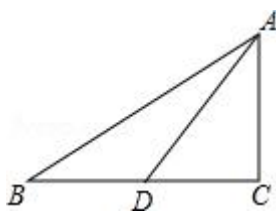
$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

故答案为: $AD=BC$.



【点评】此题主要考查了矩形的判定, 关键是掌握有一个角是直角的平行四边形是矩形.

17. (4 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, AD 是边 BC 边上的中线, 如果 $AD=BC$, 那么 $\cot \angle CAB$ 的值是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.



【考点】KO: 含 30° 度角的直角三角形; T7: 解直角三角形.

【专题】11：计算题.

【分析】设 $AD=BC=2x$ ，利用中线定义得到 $CD=BD=x$ ，则可根据勾股定理表示出 AC ，然后利用余切的定义求解.

【解答】解：设 $AD=BC=2x$ ，则 $CD=BD=x$ ，

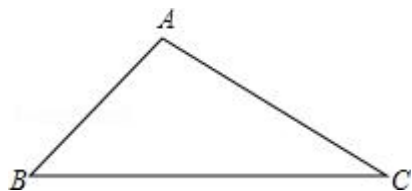
在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中， $AC=\sqrt{AD^2-CD^2}=\sqrt{(2x)^2-x^2}=\sqrt{3}x$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\cot\angle CAB=\frac{AC}{BC}=\frac{\sqrt{3}x}{2x}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

故答案为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

【点评】本题考查了解直角三角形：在直角三角形中，由已知元素求未知元素的过程就是解直角三角形. 解决本题的关键是灵活运用勾股定理和锐角三角函数的定义.

18. (4 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=45^\circ$ ， $\angle C=30^\circ$ ， $AC=2$ ，点 D 在 BC 上，将 $\triangle ACD$ 沿直线 AD 翻折后，点 C 落在点 E 处，边 AE 交边 BC 于点 F ，如果 $DE\parallel AB$ ，那么 $\frac{CF}{BF}$ 的值是 $\sqrt{3}+1$.



【考点】PB：翻折变换（折叠问题）.

【分析】作 $AM\perp BC$ 垂足为 M ，先求出 AM 、 BM 、 MC ，再证明 $CA=CF$ ，由此即可解决问题.

【解答】解：如图作 $AM\perp BC$ 垂足为 M ，

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78）

19. (10 分) 计算： $(2016)^0 - (\sqrt{2})^{-1} - 8^{\frac{1}{3}} + |2 - \cos 45^\circ|$.

【考点】2C：实数的运算；2F：分数指数幂；6E：零指数幂；6F：负整数指数幂；T5：特殊角的三角函数值.

【专题】11：计算题；511：实数.

【分析】原式第一项利用零指数幂法则计算，第二项利用负整数指数幂法则计算，第三项利用立方根定义计算，最后一项利用绝对值的代数意义化简，计算即可得到结果.

【解答】解：原式 $= 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} - 2 + 2 - \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 - \sqrt{2}$.

【点评】此题考查了实数的运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

20. (10 分) 解方程： $\frac{x+2}{x-2} - \frac{1}{x+2} = \frac{16}{x^2-4}$.

【考点】B3：解分式方程.

【专题】11：计算题.

【分析】观察可得最简公分母是 $(x^2 - 4)$ ，方程两边乘最简公分母，可以把分式方程转化为整式方程求解.

【解答】解：方程的两边同乘 $(x^2 - 4)$ ，得

$$(x+2)^2 - (x-2) = 16,$$

解得 $x_1=2$, $x_2=-5$.

检验：把 $x=2$ 代入 $(x^2 - 4) = 0$,

所以 $x=2$ 是原方程的增根.

把 $x=-5$ 代入 $(x^2 - 4) = 21 \neq 0$,

$\therefore$ 原方程的解为 $x=-5$.

【点评】本题考查了分式方程的解法，(1) 解分式方程的基本思想是“转化思想”，

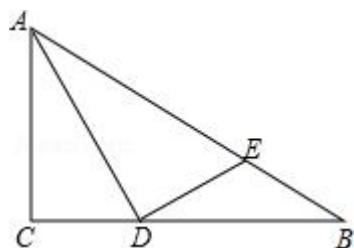
把分式方程转化为整式方程求解.

(2) 解分式方程一定要注意要验根.

21. (10 分) 已知, 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AB=4$, AD 是 $\angle BAC$ 的平分线, 过点 D 作 $DE \perp AD$, 垂足为点 D , 交 AB 于点 E , 且 $\frac{BE}{AB} = \frac{1}{4}$.

(1) 求线段 BD 的长;

(2) 求 $\angle ADC$ 的正切值.



【考点】S9: 相似三角形的判定与性质; T7: 解直角三角形.

【分析】(1) 根据余角的性质得到 $\angle CAD = \angle DAB$, 推出 $\angle BAD = \angle BDE$, 得到

$\triangle BED \sim \triangle BDA$, 由相似三角形的性质得到 $BD^2 = BE \cdot BA$, 即可得到结论;

(2) 由余角的性质得到 $\angle ADE = \angle AED$, 根据余角的性质得到 $\frac{AD}{AE} = \frac{AB}{BD}$, 根据三角形函数的定义即可得到结论.

【解答】解: (1) $\because DE \perp AD$,

$$\therefore \angle BDE = \angle CAD = 90^\circ - \angle CDA,$$

$$\because \angle CAD = \angle DAB,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle BDE,$$

$$\because \angle B = \angle B,$$

$$\therefore \triangle BED \sim \triangle BDA,$$

$$\therefore BD^2 = BE \cdot BA,$$

$$\because AB = 4, \frac{BE}{AB} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore BE = 1,$$

$$\therefore BD^2 = 1 \times 4 = 4,$$

$$\therefore BD = 2;$$

$$(2) \because DE \perp AD,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle C = 90^\circ,$$

$$\because \angle CAD = \angle DAB,$$

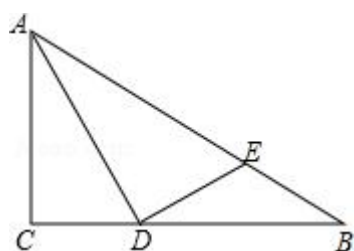
$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle ADE,$$

$$\therefore \frac{AC}{CD} = \frac{AD}{DE},$$

$$\because \triangle BED \sim \triangle BDA,$$

$$\therefore \frac{AD}{DE} = \frac{AB}{BD} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \tan \angle ADC = \tan \angle AED = \frac{AD}{DE} = 2.$$



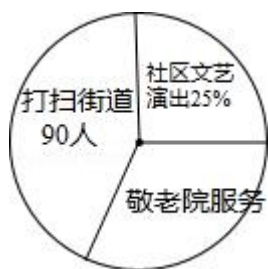
【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质，三角函数的定义，熟练掌握相似三角形的判定和性质是解题的关键.

22. (10 分) 今年 3 月 5 日，某中学组织六、七年级 200 位学生参与了“走出校门，服务社会”的活动，该校某数学学习小组的同学对那天参与打扫街道、敬老院服务和社区文艺演出的三组人数进行分别统计，部分数据如图所示：

(1) 参与社区文艺演出的学生人数是 50 人，参与敬老院服务的学生人数是 60 人；

(2) 该数学学习小组的同学还发现，六、七年级参与打扫街道的学生人数分别比参与敬老院服务的学生人数多了 40% 和 60%，求参与敬老院服务的六、七

年级学生分别有多少人？



【考点】VB：扇形统计图.

【分析】(1) 用学生总数乘以参与社区文艺演出的学生所占百分比得到参与社区文艺演出的学生人数；用学生总数分别减去打扫街道、社区文艺演出的人数得到参与敬老院服务的学生人数；

(2) 设六年级参与敬老院服务的学生有 x 人，则七年级参与敬老院服务的学生有 $(60 - x)$ 人，根据六、七年级参与打扫街道总人数为 90 人列出方程求解可得.

【解答】解：(1) 参与社区文艺演出的学生人数是： $200 \times 25\% = 50$ 人，

参与敬老院服务的学生人数是： $200 - 90 - 50 = 60$ 人；

(2) 设六年级参与敬老院服务的学生有 x 人，则七年级参与敬老院服务的学生有 $(60 - x)$ 人，

根据题意，得： $(1+40\%)x + (1+60\%)(60 - x) = 90$,

解得： $x = 30$,

答：六年级参与敬老院服务的学生有 30 人，则七年级参与敬老院服务的学生有 30 人.

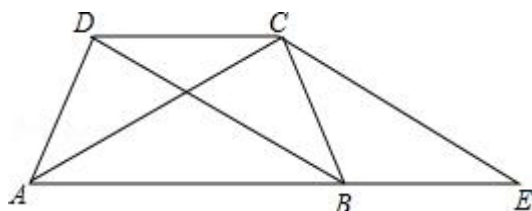
【点评】本题主要考查读扇形统计图和列方程解决实际问题的能力，根据扇形统计图读出有用信息依据计算公式计算是基础，抓住相等关系列方程解决实际问题是关键.

23. (12 分) 已知：如图，梯形 $ABCD$ 中， $DC \parallel AB$ ， $AD = BC = DC$ ， AC 、 BD

是对角线，E 是 AB 延长线上一点，且 $\angle BCE = \angle ACD$ ，联结 CE.

(1) 求证：四边形 DBEC 是平行四边形；

(2) 求证： $AC^2 = AD \cdot AE$.



【考点】 L6: 平行四边形的判定；S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】 14: 证明题.

【分析】 (1) 由等腰梯形的性质得出 $\angle ADC = \angle BCD$ ，由 SAS 证明 $\triangle ADC \cong \triangle BCD$ ，得出 $\angle ACD = \angle BDC$ ，由等腰三角形的性质和已知条件得出 $\angle BCE = \angle CBD$ ，证出 $BD \parallel CE$ ，即可得出结论；

(2) 证出 $CE = AC$ ，证明 $\triangle EAC \sim \triangle EBC$ ，得出对应边成比例 $\frac{CE}{BC} = \frac{AE}{AC}$ ，即可得出结论.

【解答】 证明：(1) $\because$ 梯形 ABCD 中， $DC \parallel AB$ ， $AD = BC = DC$ ，

$$\therefore \angle ADC = \angle BCD,$$

在 $\triangle ADC$ 和 $\triangle BCD$ 中，

$$\begin{cases} AD=BC \\ \angle ADC=\angle BCD \\ CD=DC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle BCD \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle ACD = \angle BDC,$$

$$\because BC = DC,$$

$$\therefore \angle CBD = \angle BDC,$$

$$\therefore \angle CBD = \angle ACD,$$

$$\therefore \angle BCE = \angle ACD,$$

$$\therefore \angle BCE = \angle CBD,$$

$$\therefore BD \parallel CE,$$

$$\text{又} \because DC \parallel AB,$$

$\therefore$ 四边形 DBEC 是平行四边形;

(2) 由 (1) 得: 四边形 DBEC 是平行四边形,

$$\therefore \angle E = \angle BDC,$$

$$\because DC \parallel AB,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle ACD,$$

$$\because \angle BCE = \angle ACD,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle BCE = \angle E,$$

$$\therefore CE = AC,$$

$$\text{又} \because \angle B = \angle B,$$

$$\therefore \triangle EAC \sim \triangle EBC,$$

$$\therefore \frac{CE}{BC} = \frac{AE}{AC},$$

$$\text{即} \frac{AC}{AD} = \frac{AE}{AC},$$

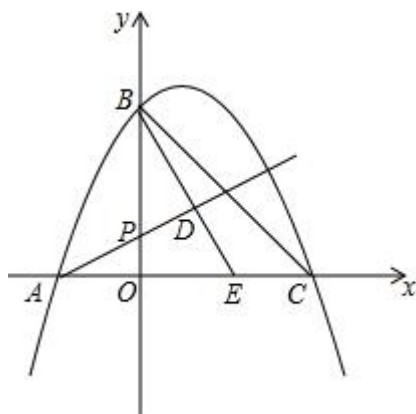
$$\therefore AC^2 = AD \cdot AE.$$

【点评】 本题考查了平行四边形的判定与性质、相似三角形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、等腰梯形的性质、等腰三角形的性质等知识; 熟练掌握平行四边形的判定与性质, 证明三角形相似得出比例式是解决问题 (2) 的关键.

24. (12 分) 已知在平面直角坐标系 xOy (如图) 中, 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$ 与点 $C(3, 0)$, 与 y 轴交于点 B , 点 P 为 OB 上一点,

过点 B 作射线 AP 的垂线，垂足为点 D，射线 BD 交 x 轴于点 E.

- (1) 求该抛物线的解析式；
- (2) 连结 BC，当 P 点坐标为 $(0, \frac{2}{3})$ 时，求 $\triangle EBC$ 的面积；
- (3) 当点 D 落在抛物线的对称轴上时，求点 P 的坐标.



【考点】 HF：二次函数综合题.

【分析】 (1) 将 A、C 点的坐标代入抛物线解析式，得到关于 b、c 的二元一次方程，解方程即可得出结论；

(2) 由 $\angle APO$ 、 $\angle AED$ 均与 $\angle PAO$ 互余得出 $\angle APO = \angle AED$ ，再结合 $\angle AOP = \angle BOE = 90^\circ$ 可得出 $\triangle AOP \sim \triangle BOE$ ，由相似三角形的性质得出 $\frac{OE}{OP} = \frac{OB}{OA}$ ，代入数据可得出 OE 的长度，结合 C 点坐标可得出 CE 长度，将 CE、OB 的长度代入三角形的面积公式，即可得出结论；

(3) 令对称轴与 x 轴的交点为 H，过点 B 作 $BF \perp$ 直线 $x=1$ 于点 F，先证 $\triangle ADH \sim \triangle DBF$ ，再由相似三角形的性质找出 $\frac{AH}{DF} = \frac{HD}{FB}$ ，设 $DH=a$ ，由此可得出关于 a 的一元二次方程，解方程可求出 a 的值，再根据 $\frac{OP}{HD} = \frac{AO}{AH} = \frac{1}{2}$ 可得出 OP 的长度，从而得出 P 点的坐标.

【解答】 解：(1) 将点 A $(-1, 0)$ ，点 C $(3, 0)$ 的坐标代入抛物线解析式，

$$\text{得: } \begin{cases} 0 = -1 - b + c \\ 0 = -9 + 3b + c \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} b=2 \\ c=3 \end{cases}$.

故该抛物线的解析式为 $y = -x^2 + 2x + 3$.

(2) $\because BD \perp AD$,

$\therefore \angle ADE = 90^\circ$,

$\therefore \angle PAO + \angle APO = \angle PAO + \angle AED = 90^\circ$,

$\therefore \angle APO = \angle AED = \angle BEO$,

又 $\because \angle AOP = \angle BOE = 90^\circ$,

$\therefore \triangle AOP \sim \triangle BOE$,

$$\therefore \frac{OE}{OP} = \frac{OB}{OA}.$$

令 $x=0$, $y=3$, 即点 B 的坐标为 $(0, 3)$,

$\therefore$ 点 A $(-1, 0)$, 点 C $(3, 0)$, 点 P $(0, \frac{2}{3})$,

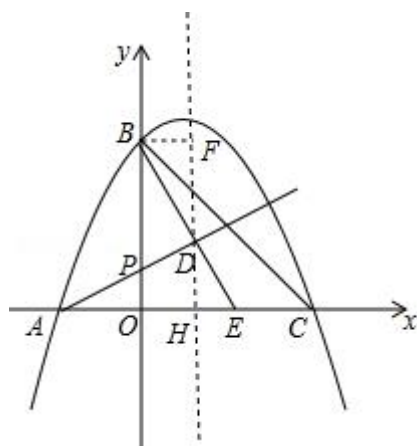
$\therefore OE=2$,

$\therefore CE = OC - OE = 3 - 2 = 1$.

$$S_{\triangle EBC} = \frac{1}{2} CE \cdot OB = \frac{3}{2}.$$

(3) 抛物线对称轴直线 $x = -\frac{2}{-1} = 1$, 令对称轴与 x 轴的交点为 H, 过点 B 作 BF

$\perp$ 直线 $x=1$ 于点 F, 如图所示.



$\therefore DH \perp x$ 轴, $BF \perp FD$,

$$\therefore \angle AHD = \angle DFB = 90^\circ,$$

$$\because \angle BDF + \angle BDA + \angle ADH = 180^\circ, \quad \angle BDA = 90^\circ, \quad \angle BDF + \angle DBF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADH = \angle DBF,$$

$$\therefore \triangle ADH \sim \triangle DBF,$$

$$\therefore \frac{AH}{DF} = \frac{HD}{FB}.$$

设 $DH = a$.

$$\because AH = 2, \quad DF = BO - DH = 3 - a, \quad FB = 1,$$

$$\therefore \text{有 } \frac{2}{3-a} = \frac{a}{1},$$

解得: $a_1 = 1, \quad a_2 = 2$.

$$\text{又 } \because \frac{OP}{HD} = \frac{AO}{AH} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore OP = \frac{1}{2} \text{ 或 } 1.$$

故点 P 的坐标为 $(0, 1)$ 或 $(0, \frac{1}{2})$.

【点评】 本题考查了待定系数法求函数解析式、相似三角形的判定及性质、解一元二次方程，解题的关键：(1) 待定系数法求解析式的系数；(2) 找出线段 CE 的长度；(3) 由相似三角形的性质找出关于 a 的一元二次方程. 本题属于中档题，(1) 难度不大；(2) (3) 有点难度. 解决该类问题，利用相似三角形的性质找出比例关系，解方程即可得出结论.

25. (14 分) 如图，边长为 5 的菱形 ABCD 中， $\cos A = \frac{3}{5}$ ，点 P 为边 AB 上一点，

以 A 为圆心，AP 为半径的 $\odot A$ 与边 AD 交于点 E，射线 CE 与 $\odot A$ 另一个交点为点 F.

(1) 当点 E 与点 D 重合时，求 EF 的长；

(2) 设 $AP = x$ ， $CE = y$ ，求 y 关于 x 的函数关系式及定义域；

(3) 是否存在一点 P，使得 $\widehat{EF} = 2\widehat{PE}$ ？若存在，求 AP 的长；若不存在，请说明

