

2016 年上海市闸北区中考数学二模试卷

一. 选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

1. (4 分) 下列代数式中, 属于分式的是 ()

- A. -3 B. $\frac{1}{2}a-b$ C. $\frac{1}{x}$ D. $-4a^3b$

2. (4 分) $\sqrt{4}$ 的值为 ()

- A. 2 B. -2 C. ± 2 D. 不存在

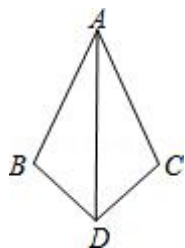
3. (4 分) 下列方程中, 没有实数根的方程是 ()

- A. $x^2+2x-1=0$ B. $x^2+2x+1=0$ C. $x^2-x+2=0$ D. $x^2-x-2=0$

4. (4 分) 方程组 $\begin{cases} 3x+2y=7 \\ 4x-y=13 \end{cases}$ 的解是 ()

- A. $\begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=-3 \\ y=-1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=-1 \\ y=-3 \end{cases}$

5. (4 分) 如图, 已知 $\angle BDA = \angle CDA$, 则不一定能使 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ 的条件是 ()



- A. $BD=DC$ B. $AB=AC$ C. $\angle B = \angle C$ D. $\angle BAD = \angle CAD$

6. (4 分) 若 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相交于两点, 且圆心距 $O_1O_2=5\text{cm}$, 则下列哪一选项中的长度可能为此两圆的半径? ()

- A. 1cm、2cm B. 2cm、3cm C. 10cm、15cm D. 2cm、5cm

二. 填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 计算: $a^5 \div a^2 =$ _____.

8. (4 分) 分解因式: $3x^2 - 6x =$ _____.

9. (4分) 不等式组 $\begin{cases} x+1 > 2 \\ 2x < 6 \end{cases}$ 的解集是_____.

10. (4分) 函数 $y=\sqrt{1-x}$ 的定义域是_____.

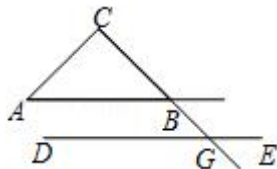
11. (4分) 二次函数 $y=x^2-2x+b$ 的对称轴是直线 $x=$ _____.

12. (4分) 袋子里有 4 个黑球, m 个白球, 它们除颜色外都相同. 经过大量实验, 从中任取一个球恰好是黑球的概率是 $\frac{1}{2}$, 则 m 的值是_____.

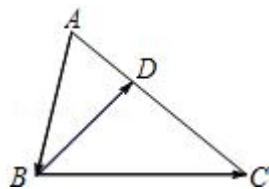
13. (4分) 某中学九(1)班 5 个同学在体育测试“1 分钟跳绳”项目中, 跳绳个数如下: 126, 134, 118, 152, 148. 这组数据中, 中位数是_____.

14. (4分) 某企业 2013 年的年利润为 100 万元, 2014 年和 2015 年连续增长, 且这两年的增长率相同, 据统计 2015 年的年利润为 125 万元. 若设这个相同的增长率为 x , 那么可列出的方程是_____.

15. (4分) 如图, $AB \parallel DE$, $\triangle ACB$ 是等腰直角三角形, 且 $\angle C=90^\circ$, CB 的延长线交 DE 于点 G , 则 $\angle CGE=$ _____度.

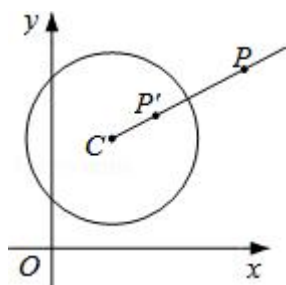


16. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在 AC 边上且 $AD:DC=1:2$, 若 $\overrightarrow{AB}=\vec{m}$, $\overrightarrow{BD}=\vec{n}$, 那么 $\overrightarrow{DC}=$ _____ (用向量 $\vec{m}$ 、 $\vec{n}$ 表示).

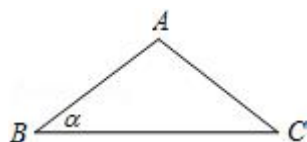


17. (4分) 在平面直角坐标系 xOy 中, $\odot C$ 的半径为 r , 点 P 是与圆心 C 不重合的点, 给出如下定义: 若点 P' 为射线 CP 上一点, 满足 $CP \cdot CP'=r^2$, 则称点 P' 为点 P 关于 $\odot C$ 的反演点. 如图为点 P 及其关于 $\odot C$ 的反演点 P' 的示意

图. 写出点 $M \left(\frac{1}{2}, 0 \right)$ 关于以原点 O 为圆心, 1 为半径的 $\odot O$ 的反演点 M' 的坐标_____.



18. (4 分) 如图, 底角为 α 的等腰 $\triangle ABC$ 绕着点 B 顺时针旋转, 使得点 A 与边 BC 上的点 D 重合, 点 C 与点 E 重合, 联结 AD 、 CE . 已知 $\tan \alpha = \frac{3}{4}$, $AB=5$, 则 $CE=$ _____.



三. 解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

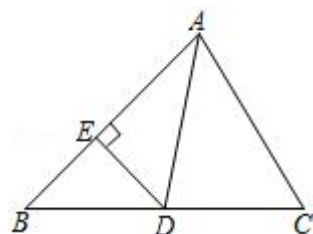
19. (10 分) 计算: $\cos 30^\circ + \frac{1}{\sqrt{3}-1} + |1 - \sqrt{3}| - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$.

20. (10 分) 解方程: $\frac{x-5}{x^2-1} + 1 = \frac{3}{x+1}$.

21. (10 分) 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=45^\circ$, AD 是 BC 边上的中线, 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E , 且 $\sin \angle DAB = \frac{3}{5}$, $DB=3\sqrt{2}$. 求:

(1) AB 的长;

(2) $\angle CAB$ 的余切值.

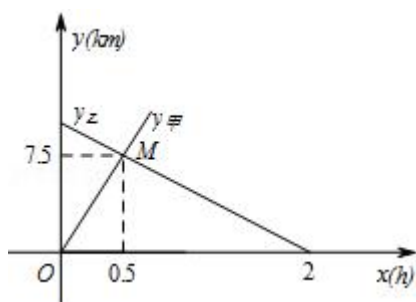


22. (10 分) 甲骑自行车从 A 地出发前往 B 地, 同时乙步行从 B 地出发前往 A 地, 如图所示, $y_{甲}$ 、 $y_{乙}$ 分别表示甲、乙离开 A 地 y (km) 与已用时间 x (h)

之间的关系，且直线 $y_{\text{甲}}$ 与直线 $y_{\text{乙}}$ 相交于点 M .

(1) 求 $y_{\text{甲}}$ 与 x 的函数关系式 (不必注明自变量 x 的取值范围);

(2) 求 A、B 两地之间距离.

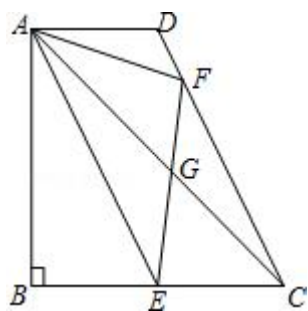


23. (12 分) 如图，直角梯形 $ABCD$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $AD \parallel BC$ ， $BC=2AD$ ，点 E 为边 BC 的中点.

(1) 求证：四边形 $AECD$ 为平行四边形;

(2) 在 CD 边上取一点 F ，联结 AF 、 AC 、 EF ，设 AC 与 EF 交于点 G ，且 $\angle EAF = \angle CAD$. 求证： $\triangle AEC \sim \triangle ADF$;

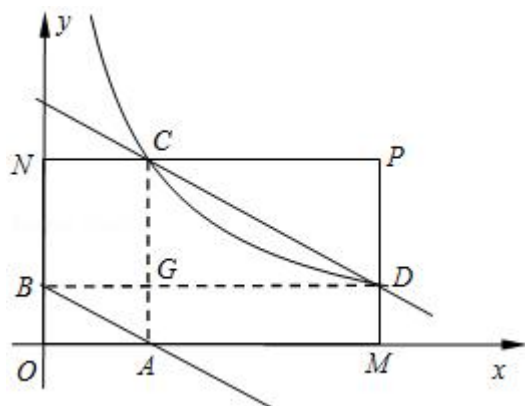
(3) 在 (2) 的条件下，当 $\angle ECA=45^\circ$ 时. 求： $FG:EG$ 的比值.



24. (12 分) 如图，矩形 $OMPN$ 的顶点 O 在原点， M 、 N 分别在 x 轴和 y 轴的正半轴上， $OM=6$ ， $ON=3$ ，反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象与 PN 交于 C ，与 PM 交于 D ，过点 C 作 $CA \perp x$ 轴于点 A ，过点 D 作 $DB \perp y$ 轴于点 B ， AC 与 BD 交于点 G .

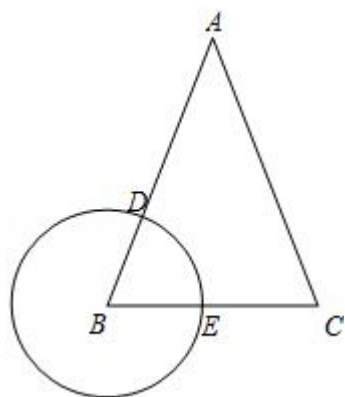
(1) 求证： $AB \parallel CD$;

- (2) 在直角坐标平面内是否若存在点 E ，使以 B 、 C 、 D 、 E 为顶点， BC 为腰的梯形是等腰梯形？若存在，求点 E 的坐标；若不存在请说明理由。



25. (14 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=6$ ， $BC=4$ ， $\odot B$ 与边 AB 相交于点 D ，与边 BC 相交于点 E ，设 $\odot B$ 的半径为 x 。

- (1) 当 $\odot B$ 与直线 AC 相切时，求 x 的值；
- (2) 设 DC 的长为 y ，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出定义域；
- (3) 若以 AC 为直径的 $\odot P$ 经过点 E ，求 $\odot P$ 与 $\odot B$ 公共弦的长。



2016 年上海市闸北区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一. 选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

1. (4 分) 下列代数式中, 属于分式的是 ()

- A. -3 B. $\frac{1}{2}a-b$ C. $\frac{1}{x}$ D. $-4a^3b$

【考点】61: 分式的定义.

【分析】判断分式的依据是看分母中是否含有字母, 如果含有字母则是分式, 如果不含有字母则不是分式.

【解答】解: A、3 是整式, 故 A 错误;

B、 $\frac{1}{2}a-b$ 是整式, 故 B 错误;

C、 $\frac{1}{x}$ 是分式不是整式, 故 C 正确;

D、 $-4a^3b$ 是整式, 故 D 错误;

故选: C.

【点评】本题主要考查分式的定义, 含有字母则是分式, 如果不含有字母则不是分式, 注意 π 不是字母, 是常数.

2. (4 分) $\sqrt{4}$ 的值为 ()

- A. 2 B. -2 C. ± 2 D. 不存在

【考点】22: 算术平方根.

【专题】11: 计算题.

【分析】直接根据算术平方根的定义求解.

【解答】解: 因为 4 的算术平方根是 2, 所以 $\sqrt{4}=2$.

故选: A.

【点评】此题主要考查了算术平方根的定义, 属于基础题型.

3. (4分) 下列方程中, 没有实数根的方程是 ()

A. $x^2+2x-1=0$ B. $x^2+2x+1=0$ C. $x^2-x+2=0$ D. $x^2-x-2=0$

【考点】AA: 根的判别式.

【分析】分别求出每一个方程中判别式 Δ 的值, 如果 $\Delta < 0$, 那么一元二次方程没有实数根.

【解答】解: A、 $\because \Delta=4+4=8 > 0$, $\therefore$ 方程有两个不相等的两个实数根;

B、 $\because \Delta=4-4=0$, $\therefore$ 方程有两个相等的两个实数根;

C、 $\because \Delta=1-8=-7 < 0$, $\therefore$ 方程没有实数根;

D、 $\because \Delta=1+8=9 > 0$, $\therefore$ 方程有两个不相等的两个实数根;

故选: C.

【点评】本题考查了根的判别式, 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系:

①当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的两个实数根;

②当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的两个实数根;

③当 $\Delta < 0$ 时, 方程无实数根.

4. (4分) 方程组 $\begin{cases} 3x+2y=7 \\ 4x-y=13 \end{cases}$ 的解是 ()

A. $\begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=-3 \\ y=-1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=-1 \\ y=-3 \end{cases}$

【考点】98: 解二元一次方程组.

【分析】本题解法有多种. 可用加减消元法或代入消元法解方程组 $\begin{cases} 3x+2y=7 \\ 4x-y=13 \end{cases}$,

解得 x 、 y 的值; 也可以将 A、B、C、D 四个选项的数值代入原方程检验, 能使每个方程的左右两边相等的 x 、 y 的值即是方程的解.

【解答】解: 将方程组中 $4x-y=13$ 乘以 2, 得

$$8x - 2y = 26 \text{ ①},$$

将方程①与方程 $3x + 2y = 7$ 相加，得

$$x = 3.$$

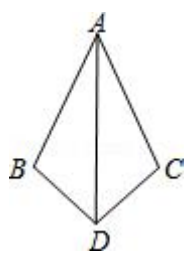
再将 $x = 3$ 代入 $4x - y = 13$ 中，得

$$y = -1.$$

故选：B.

【点评】 这类题目的解题关键是掌握方程组解法中的加减消元法.

5. (4 分) 如图，已知 $\angle BDA = \angle CDA$ ，则不一定能使 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ 的条件是 ()



- A. $BD = DC$ B. $AB = AC$ C. $\angle B = \angle C$ D. $\angle BAD = \angle CAD$

【考点】 KB: 全等三角形的判定.

【分析】 全等三角形的判定定理有 SAS, ASA, AAS, SSS, 根据以上定理逐个判断即可.

【解答】 解：A、 $BD = DC$ ， $\angle BDA = \angle CDA$ ， $AD = AD$ ，符合全等三角形的判定定理 SAS，能推出 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ ，故本选项错误；

B、 $AB = AC$ ， $\angle BDA = \angle CDA$ ， $AD = AD$ ，不符合全等三角形的判定定理，不能推出 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ ，故本选项正确；

C、 $\angle B = \angle C$ ， $\angle BDA = \angle CDA$ ， $AD = AD$ ，符合全等三角形的判定定理 AAS，能推出 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ ，故本选项错误；

D、 $\angle BDA = \angle CDA$ ， $AD = AD$ ， $\angle BAD = \angle CAD$ ，符合全等三角形的判定定理 ASA，

能推出 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ ，故本选项错误；

故选：B.

【点评】 本题考查了全等三角形的判定定理的应用，能熟记全等三角形的判定定理是解此题的关键，注意：全等三角形的判定定理有 SAS, ASA, AAS, SSS.

6. (4 分) 若 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相交于两点，且圆心距 $O_1O_2=5\text{cm}$ ，则下列哪一选项中的长度可能为此两圆的半径？ ()

A. 1cm、2cm B. 2cm、3cm C. 10cm、15cm D. 2cm、5cm

【考点】 MJ：圆与圆的位置关系.

【分析】 由各选项中 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 的半径以及圆心距 $O_1O_2=5\text{cm}$ ，根据圆和圆的位置与两圆的圆心距、半径的数量之间的关系，得出 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 的位置关系即可求解.

【解答】 解：A、 $\because 5 > 2+1$ ， $\therefore d > R+r$ ， $\therefore$ 两圆外离，故本选项错误；

B、 $\because 5 = 2+3$ ， $\therefore d = R+r$ ， $\therefore$ 两圆外切，故本选项错误；

C、 $\because 5 = 15 - 10$ ， $\therefore d = R - r$ ， $\therefore$ 两圆内切，故本选项错误；

D、 $\because 5 - 2 < 5 < 5+2$ ， $\therefore R - r < d < R+r$ ， $\therefore$ 两圆相交，故本选项正确；

故选：D.

【点评】 本题考查了圆和圆的位置与两圆的圆心距、半径的数量之间的关系，如果设两圆的半径分别为 R 和 r ，且 $R \geq r$ ，圆心距为 d ，则

①两圆外离 $\Leftrightarrow d > R+r$ ；

②两圆外切 $\Leftrightarrow d = R+r$ ；

③两圆相交 $\Leftrightarrow R - r < d < R+r$ ($R \geq r$)；

④两圆内切 $\Leftrightarrow d = R - r$ ($R > r$)；

⑤两圆内含 $\Leftrightarrow d < R - r$ ($R > r$).

二. 填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 计算: $a^5 \div a^2 = \underline{a^3}$.

【考点】48: 同底数幂的除法.

【分析】根据同底数幂相除, 底数不变指数相减计算即可.

【解答】解: $a^5 \div a^2 = a^{5-2} = a^3$.

【点评】本题主要考查同底数幂的除法运算性质, 熟练掌握运算性质是解题的关键.

8. (4 分) 分解因式: $3x^2 - 6x = \underline{3x(x-2)}$.

【考点】54: 因式分解 - 运用公式法.

【分析】首先确定公因式为 $3x$, 然后提取公因式 $3x$, 进行分解.

【解答】解: $3x^2 - 6x = 3x(x-2)$.

故答案为: $3x(x-2)$.

【点评】此题考查的是因式分解 - 提公因式法, 解答此题的关键是先确定公因式 $3x$.

9. (4 分) 不等式组 $\begin{cases} x+1 > 2 \\ 2x < 6 \end{cases}$ 的解集是 $\underline{1 < x < 3}$.

【考点】CB: 解一元一次不等式组.

【分析】分别求出每一个不等式的解集, 根据口诀: 同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集.

【解答】解: 解不等式 $x+1 > 2$, 得: $x > 1$,

解不等式 $2x < 6$, 得: $x < 3$,

$\therefore$ 不等式组的解集为: $1 < x < 3$,

故答案为: $1 < x < 3$.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组, 正确求出每一个不等式解集是基础,

熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

10. (4 分) 函数 $y=\sqrt{1-x}$ 的定义域是 $x\leq 1$.

【考点】 72: 二次根式有意义的条件; E4: 函数自变量的取值范围.

【分析】 本题主要考查自变量的取值范围, 函数关系中主要有二次根式. 根据二次根式的意义, 被开方数是非负数.

【解答】 解: 根据题意得: $1-x\geq 0$,

解得 $x\leq 1$.

【点评】 函数自变量的范围一般从三个方面考虑:

- (1) 当函数表达式是整式时, 自变量可取全体实数;
- (2) 当函数表达式是分式时, 考虑分式的分母不能为 0;
- (3) 当函数表达式是二次根式时, 被开方数为非负数.

11. (4 分) 二次函数 $y=x^2-2x+b$ 的对称轴是直线 $x=\underline{1}$.

【考点】 H3: 二次函数的性质.

【分析】 将二次函数配方成顶点式即可确定对称轴方程.

【解答】 解: $\because y=x^2-2x+b$

$$=x^2-2x+1+b-1$$

$$=(x-1)^2+b-1$$

故对称轴是直线 $x=1$.

故答案为: 1.

【点评】 本题考查了二次函数的性质, 解题的关键是能够对二次函数进行配方, 也可以利用对称轴公式, 难度不大.

12. (4 分) 袋子里有 4 个黑球, m 个白球, 它们除颜色外都相同. 经过大量实验, 从中任取一个球恰好是黑球的概率是 $\frac{1}{2}$, 则 m 的值是 4.

【考点】X4: 概率公式.

【分析】根据概率公式列出从中任取一个球恰好是黑球的概率公式, 求出 m 的值即可.

【解答】解: 袋子里有 4 个黑球, m 个白球, 若从中任取一个球恰好是黑球的概率是 $\frac{4}{4+m}$, 根据题意可得:

$$\frac{4}{4+m} = \frac{1}{2},$$

解得 $m=4$.

故答案为: 4.

【点评】此题考查概率的求法: 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

13. (4 分) 某中学九 (1) 班 5 个同学在体育测试“1 分钟跳绳”项目中, 跳绳个数如下: 126, 134, 118, 152, 148. 这组数据中, 中位数是 134.

【考点】W4: 中位数.

【分析】把这组数按从大到小 (或从小到大) 的顺序排列, 因为数的个数是奇数个, 所以中间哪个数就是中位数.

【解答】解: 按照从小到大的顺序排列为: 118, 126, 134, 148, 152,

中位数为: 134.

故答案为: 134;

【点评】本题考查了中位数的定义, 解题时牢记中位数定义是关键.

14. (4 分) 某企业 2013 年的年利润为 100 万元, 2014 年和 2015 年连续增长, 且这两年的增长率相同, 据统计 2015 年的年利润为 125 万元. 若设这个相同的增长率为 x , 那么可列出的方程是 $100(1+x)^2=125$.

【考点】AC: 由实际问题抽象出一元二次方程.

【专题】123：增长率问题.

【分析】一般用增长后的量=增长前的量 $\times$ (1+增长率), 2014 年年利润是 100

(1+x) 万元, 在 2014 年的基础上再增长 x, 就是 2015 年的年利润, 即可列出方程.

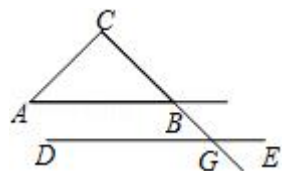
【解答】解: 设增长率为 x, 根据题意 2014 年为 100 (1+x) 万元, 2015 年为 100 (1+x)² 万元.

则 100 (1+x)²=125;

故答案为: 100 (1+x)²=125.

【点评】本题考查了一元二次方程中增长率的知识. 增长前的量 $\times$ (1+年平均增长率)^{年数}=增长后的量.

15. (4 分) 如图, AB//DE, $\triangle ACB$ 是等腰直角三角形, 且 $\angle C=90^\circ$, CB 的延长线交 DE 于点 G, 则 $\angle CGE=$ 135 度.



【考点】JA: 平行线的性质; KW: 等腰直角三角形.

【分析】先根据等腰直角三角形的性质求出 $\angle ABC$ 的度数, 再由平行线的性质求出 $\angle DGB$ 的度数, 根据补角的定义即可得出结论.

【解答】解: $\because \triangle ACB$ 是等腰直角三角形, 且 $\angle C=90^\circ$,

$$\therefore \angle ABC=45^\circ.$$

$$\because AB \parallel DE,$$

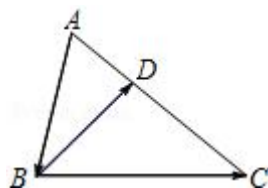
$$\therefore \angle DGB=\angle ABC=45^\circ,$$

$$\therefore \angle CGE=180^\circ - 45^\circ=135^\circ.$$

故答案为：135.

【点评】本题考查的是平行线的性质，用到的知识点为：两直线平行，同位角相等.

16. (4分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点D在AC边上且AD:DC=1:2，若 $\overrightarrow{AB}=\vec{\pi}$ ， $\overrightarrow{BD}=\vec{n}$ ，那么 $\overrightarrow{DC}=\underline{2\vec{\pi}+2\vec{n}}$ (用向量 $\vec{\pi}$ 、 $\vec{n}$ 表示).



【考点】LM: *平面向量.

【分析】由 $\overrightarrow{AB}=\vec{\pi}$ ， $\overrightarrow{BD}=\vec{n}$ ，直接利用三角形法则求解，即可求得 $\overrightarrow{AD}$ ，又由点D在AC边上且AD:DC=1:2，即可求得答案.

【解答】解： $\because \overrightarrow{AB}=\vec{\pi}$ ， $\overrightarrow{BD}=\vec{n}$ ，

$$\therefore \overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\vec{\pi}+\vec{n},$$

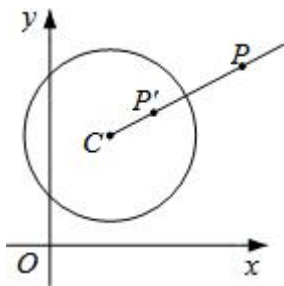
$\because$ 点D在AC边上且AD:DC=1:2,

$$\therefore \overrightarrow{DC}=2\overrightarrow{AD}=2\vec{\pi}+2\vec{n}.$$

故答案为： $2\vec{\pi}+2\vec{n}$.

【点评】此题考查了平面向量的知识. 注意掌握三角形法则的应用是解此题的关键.

17. (4分) 在平面直角坐标系xOy中， $\odot C$ 的半径为r，点P是与圆心C不重合的点，给出如下定义：若点P'为射线CP上一点，满足 $CP \cdot CP'=r^2$ ，则称点P'为点P关于 $\odot C$ 的反演点. 如图为点P及其关于 $\odot C$ 的反演点P'的示意图. 写出点M $(\frac{1}{2}, 0)$ 关于以原点O为圆心，1为半径的 $\odot O$ 的反演点M'的坐标 $(2, 0)$.



【考点】 D5: 坐标与图形性质; M8: 点与圆的位置关系; S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 根据点 P' 为射线 CP 上一点, 满足 $CP \cdot CP' = r^2$, 点 P' 为点 P 关于 $\odot C$ 的反演点列式计算即可.

【解答】 解: 设点 M' 的坐标为 $(a, 0)$,

由题意得, $\frac{1}{2}a = 1^2$,

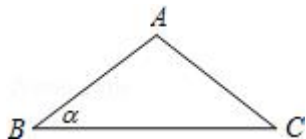
解得, $a = 2$,

则设点 M' 的坐标为 $(2, 0)$,

故答案为: $(2, 0)$.

【点评】 本题考查的是坐标与图形的性质、点与圆的位置关系, 掌握点 P' 为点 P 关于 $\odot C$ 的反演点的定义是解题的关键.

18. (4 分) 如图, 底角为 α 的等腰 $\triangle ABC$ 绕着点 B 顺时针旋转, 使得点 A 与边 BC 上的点 D 重合, 点 C 与点 E 重合, 联结 AD 、 CE . 已知 $\tan \alpha = \frac{3}{4}$, $AB = 5$, 则 $CE = \frac{8\sqrt{10}}{5}$.



【考点】 KH: 等腰三角形的性质; R2: 旋转的性质.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 如图, 作 $AH \perp BC$ 于 H , $EF \perp BC$ 于 F , 则 $BH = CH$, 先利用三角形函

数的定义和勾股定理可计算出 $BH=4$ ，则 $BC=2BH=8$ ，再根据旋转的性质得

$\angle CBE=\alpha$ ， $BE=BC=8$ ，接着在 $Rt\triangle BEF$ 中利用三角函数的定义可计算出 EF

和 BF ，然后在 $Rt\triangle CEF$ 中利用勾股定理计算 CE 。

【解答】解：如图，作 $AH\perp BC$ 于 H ， $EF\perp BC$ 于 F ，则 $BH=CH$ ，

在 $Rt\triangle ABH$ 中， $\tan\angle ABH=\tan\alpha=\frac{AH}{BH}=\frac{3}{4}$ ，

设 $AH=3t$ ，则 $BH=4t$ ，

$$\therefore AB=\sqrt{(3t)^2+(4t)^2}=5t,$$

$\therefore 5t=5$ ，解得 $t=1$ ，

$$\therefore BC=2BH=8,$$

$\therefore$ 等腰 $\triangle ABC$ 绕着点 B 顺时针旋转，使得点 A 与边 BC 上的点 D 重合，

$$\therefore \angle CBE=\alpha, BE=BC=8,$$

在 $Rt\triangle BEF$ 中， $\tan\angle EBF=\tan\alpha=\frac{EF}{BF}=\frac{3}{4}$ ，

设 $AH=3x$ ，则 $BH=4x$ ， $BE=5x$ ，

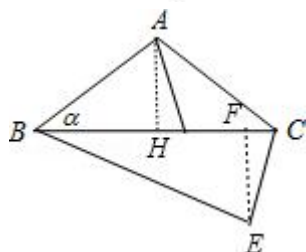
$$\therefore 5x=8, \text{ 解得 } x=\frac{8}{5},$$

$$\therefore EF=\frac{24}{5}, BF=\frac{32}{5},$$

$$\therefore CF=8-\frac{32}{5}=\frac{8}{5},$$

在 $Rt\triangle CEF$ 中， $CE=\sqrt{\left(\frac{8}{5}\right)^2+\left(\frac{24}{5}\right)^2}=\frac{8\sqrt{10}}{5}$ 。

故答案为 $\frac{8\sqrt{10}}{5}$ 。



【点评】 本题考查了旋转的性质：对应点到旋转中心的距离相等；对应点与旋转

中心所连线段的夹角等于旋转角；旋转前、后的图形全等. 解决本题的关键作 $EF \perp BC$ 构建直角三角形.

三. 解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 计算: $\cos 30^\circ + \frac{1}{\sqrt{3}-1} + |1 - \sqrt{3}| - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$.

【考点】2C: 实数的运算; 6F: 负整数指数幂; T5: 特殊角的三角函数值.

【专题】11: 计算题; 511: 实数.

【分析】原式第一项利用特殊角的三角函数值计算, 第二项分母有理化, 第三项利用绝对值的代数意义化简, 最后一项利用负整数指数幂法则计算即可得到结果.

【解答】解: 原式 $= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}+1}{2} + \sqrt{3} - 1 - 3 = 2\sqrt{3} - \frac{7}{2}$.

【点评】此题考查了实数的运算, 熟练掌握运算是解本题的关键.

20. (10 分) 解方程: $\frac{x-5}{x^2-1} + 1 = \frac{3}{x+1}$.

【考点】B3: 解分式方程.

【专题】11: 计算题; 522: 分式方程及应用.

【分析】分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

【解答】解: 去分母得: $x - 5 + x^2 - 1 = 3x - 3$,

整理得: $(x - 3)(x + 1) = 0$,

解得: $x_1 = 3$, $x_2 = -1$,

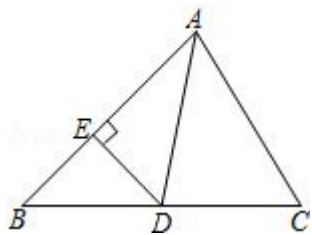
经检验 $x = -1$ 是增根, 分式方程的解为 $x = 3$.

【点评】此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

21. (10 分) 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 45^\circ$, AD 是 BC 边上的中线,

过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E , 且 $\sin \angle DAB = \frac{3}{5}$, $DB = 3\sqrt{2}$. 求:

- (1) AB 的长;
- (2) $\angle CAB$ 的余切值.



【考点】 T7: 解直角三角形.

【分析】 (1) 在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中, 求得 $BE=DE=3$, 在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, 得到 $AE=4$, 根据线段的和差即可得到结论;

(2) 作 $CH \perp AB$ 于 H, 根据已知条件得到 $BC=6\sqrt{2}$, 由等腰直角三角形的性质得到 $BH=CH=6$, 根据三角函数的定义即可得到结论.

【解答】 解: (1) 在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中, $DE \perp AB$, $BD=3\sqrt{2}$, $\angle ABC=45^\circ$,

$$\therefore BE=DE=3,$$

在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $\sin \angle DAB = \frac{3}{5}$, $DE=3$,

$$\therefore AE=4, AB=AE+BE=4+3=7;$$

(2) 作 $CH \perp AB$ 于 H,

$\therefore AD$ 是 BC 边上中线, $BD=3\sqrt{2}$,

$$\therefore BC=6\sqrt{2},$$

$$\therefore \angle ABC=45^\circ,$$

$$\therefore BH=CH=6,$$

$$\therefore AH=7-6=1,$$

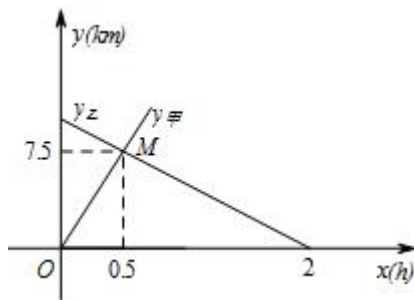
在 $\text{Rt}\triangle CHA$ 中, $\cot \angle CAB = \frac{AH}{CH} = \frac{1}{6}$.

【点评】 本题考查了解直角三角形, 正确的作出辅助线构造直角三角形是解题的

关键.

22. (10 分) 甲骑自行车从 A 地出发前往 B 地, 同时乙步行从 B 地出发前往 A 地, 如图所示, $y_{\text{甲}}$ 、 $y_{\text{乙}}$ 分别表示甲、乙离开 A 地 y (km) 与已用时间 x (h) 之间的关系, 且直线 $y_{\text{甲}}$ 与直线 $y_{\text{乙}}$ 相交于点 M.

- (1) 求 $y_{\text{甲}}$ 与 x 的函数关系式 (不必注明自变量 x 的取值范围);
- (2) 求 A、B 两地之间距离.



【考点】FH: 一次函数的应用.

【分析】(1) 设 $y_{\text{甲}}=kx$ ($k \neq 0$), 由点 M 的坐标利用待定系数法即可求出 $y_{\text{甲}}$ 关于 x 的函数关系式;

(2) 设 $y_{\text{乙}}=mx+n$, 由函数图象得出点的坐标, 结合点的坐标利用待定系数法即可求出 $y_{\text{乙}}$ 关于 x 的函数关系式, 再令 $x=0$ 求出 y 值即可得出结论.

【解答】解: (1) 设 $y_{\text{甲}}=kx$ ($k \neq 0$),

$\because$ 点 M (0.5, 7.5) 在直线 $y_{\text{甲}}$ 的图象上,

$\therefore 0.5k=7.5$, 解得: $k=15$.

$\therefore y_{\text{甲}}$ 关于 x 的函数关系式为 $y_{\text{甲}}=15x$.

(2) 设 $y_{\text{乙}}=mx+n$,

将点 (0.5, 7.5), 点 (2, 0) 代入函数关系式得:

$$\begin{cases} 7.5=0.5m+n \\ 0=2m+n \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} m=-5 \\ n=10 \end{cases}.$$

$\therefore y_z$ 关于 x 的函数关系式为 $y_z = -5x + 10$.

令 $y_z = -5x + 10$ 中 $x = 0$, 则 $y = 10$.

$\therefore$ A、B 两地之间距离为 10 千米.

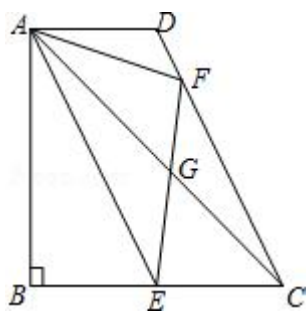
【点评】 本题考查了一次函数的图象以及待定系数法求函数解析式, 解题的关键是利用待定系数法求出函数解析式. 本题属于基础题, 难度不大, 解决该题型题目时, 根据函数图象找出点的坐标, 结合点的坐标利用待定系数法求出函数解析式是关键.

23. (12 分) 如图, 直角梯形 ABCD 中, $\angle B = 90^\circ$, $AD \parallel BC$, $BC = 2AD$, 点 E 为边 BC 的中点.

(1) 求证: 四边形 AECD 为平行四边形;

(2) 在 CD 边上取一点 F, 联结 AF、AC、EF, 设 AC 与 EF 交于点 G, 且 $\angle EAF = \angle CAD$. 求证: $\triangle AEC \sim \triangle ADF$;

(3) 在 (2) 的条件下, 当 $\angle ECA = 45^\circ$ 时. 求: FG: EG 的比值.



【考点】 SO: 相似形综合题.

【专题】 15: 综合题; 55D: 图形的相似.

【分析】 (1) 由 E 为 BC 中点, 得到 $BC = 2CE$, 再由 $BC = 2AD$, 得到 $CE = AD$, 再由 AD 与 CE 平行, 利用一组对边平行且相等的四边形为平行四边形即可得证;

(2) 由四边形 AECD 为平行四边形, 得到对角相等, 再由已知角相等, 利用两

对角相等的三角形相似即可得证；

(3) 设 $AD=BE=CE=a$ ，由 $\angle ECA=45^\circ$ ，得到 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形，即 $AB=BC=2a$ ，在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中，根据勾股定理表示出 AE ，由三角形 AEC 与三角形 ADF 相似得比例，表示出 DF ，由 $CD-DF$ 表示出 CF ，再由 AE 与 DC 平行得比例，即可求出所求式子之比。

【解答】解：(1) $\because BC=2AD$ ，点 E 为 BC 中点，

$$\therefore BC=2CE,$$

$$\therefore AD=CE,$$

$$\therefore AD \parallel CE,$$

$\therefore$ 四边形 $AECD$ 为平行四边形；

(2) $\because$ 四边形 $AECD$ 为平行四边形，

$$\therefore \angle D = \angle AEC,$$

$$\therefore \angle EAF = \angle CAD,$$

$$\therefore \angle EAC = \angle DAF,$$

$$\therefore \triangle AEC \sim \triangle ADF,$$

(3) 设 $AD=BE=CE=a$ ，由 $\angle ECA=45^\circ$ ，得到 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形，即

$$AB=BC=2a,$$

$$\therefore \text{在 } \text{Rt}\triangle ABE \text{ 中, 根据勾股定理得: } AE = \sqrt{AB^2 + BE^2} = \sqrt{5}a,$$

$$\therefore \triangle AEC \sim \triangle ADF,$$

$$\therefore \frac{AE}{AD} = \frac{EC}{DF}, \text{ 即 } \frac{\sqrt{5}a}{a} = \frac{a}{DF},$$

$$\therefore DF = \frac{\sqrt{5}}{5}a,$$

$$\therefore CF = CD - DF = \sqrt{5}a - \frac{\sqrt{5}}{5}a = \frac{4\sqrt{5}}{5}a,$$

$$\therefore AE \parallel DC,$$

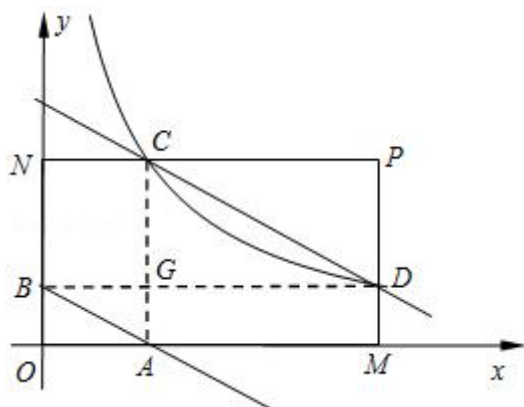
$$\therefore \frac{FG}{EG} = \frac{FC}{AE} = \frac{\frac{4\sqrt{5}}{5}}{\sqrt{5}a} = \frac{4}{5}.$$

【点评】此题属于相似形综合题，涉及的知识有：平行四边形的判定与性质，相似三角形的判定与性质，勾股定理，平行线的性质，以及等腰直角三角形的性质，熟练掌握性质及判定是解本题的关键.

24. (12分) 如图，矩形 OMPN 的顶点 O 在原点，M、N 分别在 x 轴和 y 轴的正半轴上，OM=6，ON=3，反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象与 PN 交于 C，与 PM 交于 D，过点 C 作 CA⊥x 轴于点 A，过点 D 作 DB⊥y 轴于点 B，AC 与 BD 交于点 G.

(1) 求证：AB∥CD；

(2) 在直角坐标平面内是否若存在点 E，使以 B、C、D、E 为顶点，BC 为腰的梯形是等腰梯形？若存在，求点 E 的坐标；若不存在请说明理由.



【考点】GB：反比例函数综合题.

【分析】(1) 首先求得 C 和 D 的坐标，证明 $\frac{AG}{GC} = \frac{BG}{GD}$ 即可证得；

(2) 分成 PN∥DB 和 CD∥AB 两种情况进行讨论，即可求解.

【解答】(1) 证明：∵ 四边形 OMPN 是矩形，OM=6，ON=3，

∴ P 的坐标是 (6, 3).

∵ 点 C 和 D 都在反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象上，且点 C 在 PN 上，点 D 在 PM 上，

∴点 C (2, 3), 点 D (6, 1).

又∵DB⊥y 轴, CA⊥x 轴,

∴A 的坐标是 (2, 0), B 的坐标是 (0, 1).

∵BG=2, GD=4, CG=2, AG=1.

$$\therefore \frac{AG}{GC} = \frac{1}{2}, \frac{BG}{GD} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{AG}{GC} = \frac{BG}{GD},$$

∴AB//CD;

(2) 解: ①∵PN//DB,

∴当 DE₁=BC 时, 四边形 BCE₁D 是等腰梯形, 此时直角△CNB≌直角△E₁PD,

∴PE₁=CN=2,

∴点 E₁ 的坐标是 (4, 3);

②∵CD//AB, 当 E₂ 在直线 AB 上, DE₂=BC=2√2, 四边形 BCDE₂ 为等腰梯形,

直线 AB 的解析式是 $y = -\frac{1}{2}x + 1$,

∴设点 E₂ (x, $-\frac{1}{2}x + 1$), DE₂=BC=2√2,

$$\therefore (x - 6)^2 + \left(\frac{1}{2}x\right)^2 = 8,$$

解得: $x_1 = \frac{28}{5}$, $x_2 = 4$ (舍去).

∴E₂ 的坐标是 $\left(\frac{28}{5}, -\frac{9}{5}\right)$.

【解答】解：（1）如图 1，

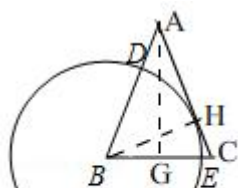


图1

作 $AG \perp BC$, $BH \perp AC$,

$\therefore AB=AC$, $AG \perp BC$,

$\therefore BG=CG=2$,

$\therefore AG=\sqrt{AC^2-CG^2}=4\sqrt{2}$,

$\therefore AG \times BC=BH \times AC$,

$\therefore BH=\frac{AG \times BC}{AC}=\frac{8\sqrt{2}}{3}$,

$\therefore$ 当 $\odot B$ 与直线 AC 相切时, $x=\frac{8\sqrt{2}}{3}$;

（2）如图 2，

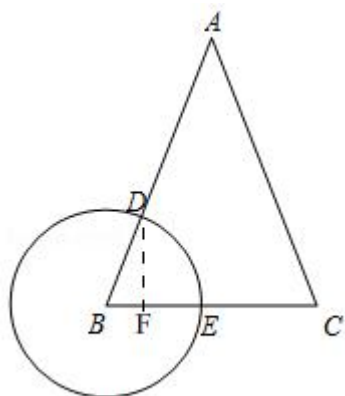


图2

作 $DF \perp BC$,

$\therefore DF \parallel AG$,

$\therefore \frac{BD}{AB}=\frac{DF}{AG}$,

$$\therefore \frac{x}{6} = \frac{DF}{4\sqrt{2}},$$

$$\therefore DF = \frac{2\sqrt{2}}{3}x,$$

$$\therefore CF = 4 - \frac{1}{3}x,$$

在 $\text{Rt}\triangle CFD$ 中, $CD^2 = DE^2 + CF^2$,

$$\therefore y = \sqrt{\left(4 - \frac{1}{3}x\right)^2 + \left(\frac{2\sqrt{2}}{3}x\right)^2} = \sqrt{x^2 - \frac{8}{3}x + 16} \quad (0 < x \leq 4),$$

(3) ①如图 3,

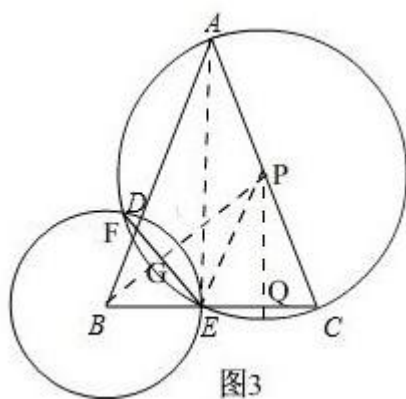


图3

作 $PQ \perp BC$, 连接 PE , AE ,

$\therefore EF$ 是 $\odot B$, $\odot P$ 的公共弦,

$\therefore \odot P$ 经过点 E ,

$\therefore PA = PE = PC$,

$\therefore AE \perp BC$,

$\therefore AC = AB$,

$\therefore BE = CE = 2$,

$\therefore PQ \parallel AE$, 且 P 是 AC 中点,

$\therefore PQ = \frac{1}{2}AE = 2\sqrt{2}$, $CP = 3$,

$\therefore CQ = 1$, $BQ = 3$,

$$\therefore BP = \sqrt{17},$$

$\therefore EF$ 是 $\odot P$, $\odot B$ 的公共弦,

$\therefore \angle BGE = 90^\circ = \angle BQP$ (两圆的连心线垂直于公共弦)

$$\therefore \angle EBG = \angle PBQ$$

$$\therefore \triangle BQP \sim \triangle BGE,$$

$$\therefore \frac{EG}{PQ} = \frac{BE}{BP},$$

$$\therefore \frac{EG}{2\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{17}},$$

$$\therefore EG = \frac{4\sqrt{34}}{17},$$

$$\therefore EF = \frac{8\sqrt{34}}{17};$$

$$\textcircled{2} \text{ 当点 } E, \text{ 与点 } C \text{ 重合时, } EF = \frac{16\sqrt{34}}{17}.$$

【点评】 此题是圆的综合题, 主要考查了勾股定理, 切线的判定, 相似三角形的判定和性质, 解本题的关键是用圆中角的关系, 判断三角形相似.