

2016 年上海市静安区中考数学一模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 的相反数是 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $-\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

2. (4 分) 下列方程中，有实数解的是 ()

- A. $x^2 - x + 1 = 0$ B. $\sqrt{x-2} = 1 - x$ C. $\frac{1-x}{x^2-x} = 0$ D. $\frac{1-x}{x^2-x} = 1$

3. (4 分) 化简 $(x^{-1} - 1)^{-1}$ 的结果是 ()

- A. $\frac{x}{1-x}$ B. $\frac{x}{x-1}$ C. $x-1$ D. $1-x$

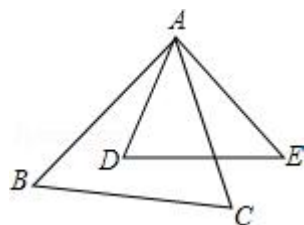
4. (4 分) 如果点 A (2, m) 在抛物线 $y=x^2$ 上，将抛物线向右平移 3 个单位后，点 A 同时平移到点 A'，那么 A' 坐标为 ()

- A. (2, 1) B. (2, 7) C. (5, 4) D. (-1, 4)

5. (4 分) 在 Rt△ABC 中，∠C=90°，CD 是高，如果 AD=m，∠A=α，那么 BC 的长为 ()

- A. $m \cdot \tan \alpha \cdot \cos \alpha$ B. $m \cdot \cot \alpha \cdot \cos \alpha$
C. $\frac{m \cdot \tan \alpha}{\cos \alpha}$ D. $\frac{m \cdot \tan \alpha}{\sin \alpha}$

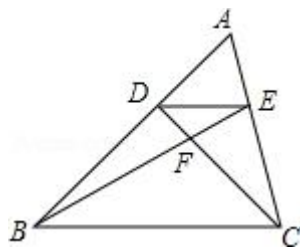
6. (4 分) 如图，在△ABC 与△ADE 中，∠BAC=∠D，要使△ABC 与△ADE 相似，还需满足下列条件中的 ()



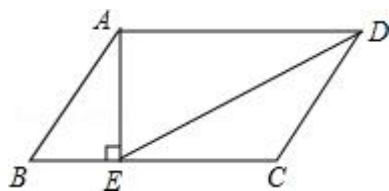
- A. $\frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AE}$ B. $\frac{AC}{AD} = \frac{BC}{DE}$ C. $\frac{AC}{AD} = \frac{AB}{DE}$ D. $\frac{AC}{AD} = \frac{BC}{AE}$

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 44 分）

7. (4分) 化简: $(-2a^2)^3 =$ _____.
8. (4分) 函数 $y = \frac{x-3}{x+2}$ 的定义域是_____.
9. (4分) 方程 $\sqrt{x+5} = x - 1$ 的根为_____.
10. (4分) 如果函数 $y = (m-3)x + 1 - m$ 的图象经过第二、三、四象限, 那么常数 m 的取值范围为_____.
11. (4分) 二次函数 $y = x^2 - 6x + 1$ 的图象的顶点坐标是_____.
12. (4分) 如果抛物线 $y = ax^2 - 2ax + 5$ 与 y 轴交于点 A , 那么点 A 关于此抛物线对称轴的对称点坐标是_____.
13. (4分) 如图, 已知 D 、 E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB 和 AC 上的点, $DE \parallel BC$, BE 与 CD 相交于点 F , 如果 $AE=1$, $CE=2$, 那么 $EF:BF$ 等于_____.

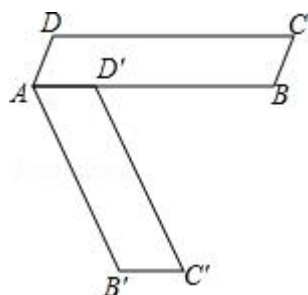


14. (4分) 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 点 G 是重心, 如果 $\sin A = \frac{1}{3}$, $BC=2$, 那么 GC 的长等于_____.
15. (4分) 已知在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $BC=2AD$, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{CD} =$ _____. (用向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 的式子表示)
16. (4分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AE \perp BC$, 垂足为 E , 如果 $AB=5$, $BC=8$, $\sin B = \frac{4}{5}$, 那么 $\tan \angle CDE =$ _____.



17. (4分) 将 $\square ABCD$ (如图) 绕点 A 旋转后, 点 D 落在边 AB 上的点 D' , 点

C 落到 C' ，且点 C' 、B、C 在一直线上. 如果 $AB=13$ ， $AD=3$ ，那么 $\angle A$ 的余弦值为_____.



三、解答题：(本大题 7 题，满分 78 分)

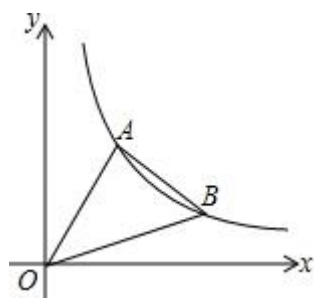
18. (10 分) 化简： $\frac{x^2-x-6}{x^2-4} \div \frac{x^2-6x+9}{x^2-2x}$ ，并求当 $x=\frac{1}{3^2}$ 时的值.

19. (10 分) 用配方法解方程： $2x^2 - 3x - 3 = 0$.

20. (10 分) 如图，直线 $y=\frac{4}{3}x$ 与反比例函数的图象交于点 A (3, a)，第一象限内的点 B 在这个反比例函数图象上，OB 与 x 轴正半轴的夹角为 α ，且 $\tan\alpha=\frac{1}{3}$.

(1) 求点 B 的坐标；

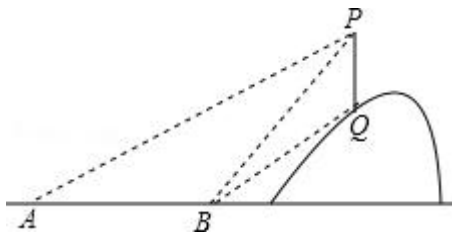
(2) 求 $\triangle OAB$ 的面积.



21. (10 分) 如图，从地面上的点 A 看一山坡上的电线杆 PQ，测得杆顶端点 P 的仰角是 26.6° ，向前走 30 米到达 B 点，测得杆顶端点 P 和杆底端点 Q 的仰角分别是 45° 和 33.7° ，求该电线杆 PQ 的高度 (结果精确到 1 米)

(备用数据： $\sin 26.6^\circ=0.45$ ， $\cos 26.6^\circ=0.89$ ， $\tan 26.6^\circ=0.50$ ， $\cot 26.6^\circ=2.00$ ；

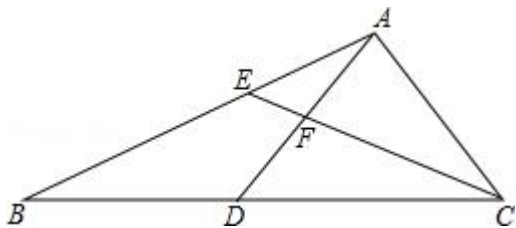
$\sin 33.7^\circ=0.55$ ， $\cos 33.7^\circ=0.83$ ， $\tan 33.7^\circ=0.67$ ， $\cot 33.7^\circ=1.50$)



22. (12 分) 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 BC 、 AB 上, $BD=AD=AC$, AD 与 CE 相交于点 F , $AE^2=EF \cdot EC$.

(1) 求证: $\angle ADC = \angle DCE + \angle EAF$;

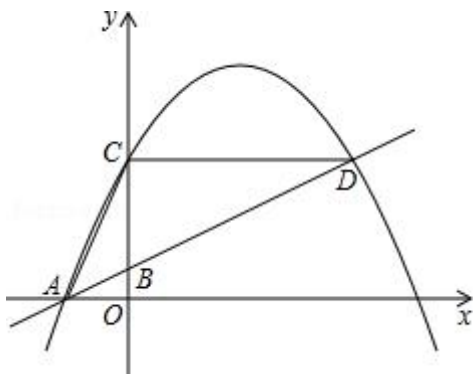
(2) 求证: $AF \cdot AD = AB \cdot EF$.



23. (12 分) 如图, 直线 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 与 x 轴、 y 轴分别相交于点 A 、 B , 二次函数的图象与 y 轴相交于点 C , 与直线 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 相交于点 A 、 D , $CD \parallel x$ 轴, $\angle CDA = \angle OCA$.

(1) 求点 C 的坐标;

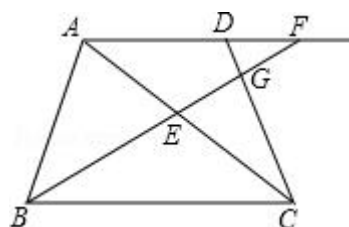
(2) 求这个二次函数的解析式.



24. (14 分) 已知: 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AC=BC=10$, $\cos \angle ACB = \frac{4}{5}$,

点 E 在对角线 AC 上, 且 $CE=AD$, BE 的延长线与射线 AD 、射线 CD 分别相交于点 F 、 G , 设 $AD=x$, $\triangle AEF$ 的面积为 y .

- (1) 求证: $\angle DCA = \angle EBC$;
- (2) 如图, 当点 G 在线段 CD 上时, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出它的定义域;
- (3) 如果 $\triangle DFG$ 是直角三角形, 求 $\triangle AEF$ 的面积.



2016 年上海市静安区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)

1. (4 分) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 的相反数是 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $-\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

【考点】28：实数的性质.

【专题】11：计算题.

【分析】符号不同的两个数互为相反数，因此 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 的相反数为 $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ ，分母有理化得 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

【解答】解：根据相反数定义得：

$\frac{1}{\sqrt{2}}$ 的相反数为： $-\frac{1}{\sqrt{2}}$,

分子分母同乘 $\sqrt{2}$ 得： $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

故选：D.

【点评】题目考查了相反数和最简二次根式的定义，学生在进行相反数转换后，不要忘记对二次根式进行化简.

2. (4 分) 下列方程中，有实数解的是 ()

- A. $x^2 - x + 1 = 0$ B. $\sqrt{x-2} = 1 - x$ C. $\frac{1-x}{x^2-x} = 0$ D. $\frac{1-x}{x^2-x} = 1$

【考点】AA：根的判别式；AG：无理方程；B2：分式方程的解.

【分析】A、根据 Δ 的值判断即可，

B、根据二次根式的意义判断即可；

C、根据分式方程的解的定义判断即可；

D、根据分式方程的解的定义判断即可.

【解答】解：A、 $\because \Delta = 1 - 4 = -3 < 0$,

$\therefore$ 原方程无实数根,

B、当 $1 - x < 0$, 即 $x > 1$ 时, 原方程无实数根,

C、当 $x^2 - x = 0$, 即 $x = 1$, 或 $x = 0$ 时, 原方程无实数根,

D、 $\because \frac{1-x}{x^2-x} = 1$,

$\therefore x = -1$.

故选：D.

【点评】本题考查了一元二次方程的根的判别式, 无理方程的解, 分式方程的解, 正确的解方程是解题的关键.

3. (4 分) 化简 $(x^{-1} - 1)^{-1}$ 的结果是 ()

A. $\frac{x}{1-x}$

B. $\frac{x}{x-1}$

C. $x - 1$

D. $1 - x$

【考点】6F: 负整数指数幂.

【分析】根据 $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ ($a \neq 0$, p 为正整数) 先计算 x^{-1} , 再计算括号里面的减法, 然后再次计算 $(\frac{1-x}{x})^{-1}$ 即可.

【解答】解：原式 $= (\frac{1}{x} - 1)^{-1}$
 $= (\frac{1-x}{x})^{-1}$
 $= \frac{x}{1-x}.$

故选：A.

【点评】此题主要考查了负整数指数幂, 关键是掌握负整数指数为正整数指数的倒数.

4. (4 分) 如果点 A (2, m) 在抛物线 $y = x^2$ 上, 将抛物线向右平移 3 个单位后, 点 A 同时平移到点 A', 那么 A' 坐标为 ()

A. (2, 1)

B. (2, 7)

C. (5, 4)

D. (-1, 4)

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【专题】46: 几何变换.

【分析】先把 A (2, m) 代入 $y=x^2$ 得 $m=4$, 于是得到 A 点坐标为 (2, 4), 由于抛物线向右平移 3 个单位, 则抛物线上所有点都右平移 3 个单位, 然后根据点平移的规律可确定点 A' 坐标.

【解答】解: 把 A (2, m) 代入 $y=x^2$ 得 $m=4$, 则 A 点坐标为 (2, 4), 把点 A (2, 4) 向右平移 3 个单位后所得对应点 A' 的坐标为 (5, 4).

故选: C.

【点评】本题考查了二次函数图象与几何变换: 由于抛物线平移后的形状不变, 故 a 不变, 所以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法: 一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标, 利用待定系数法求出解析式; 二是只考虑平移后的顶点坐标, 即可求出解析式.

5. (4 分) 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, CD 是高, 如果 $AD=m$, $\angle A=\alpha$, 那么 BC 的长为 ()

A. $m \cdot \tan \alpha \cdot \cos \alpha$

B. $m \cdot \cot \alpha \cdot \cos \alpha$

C. $\frac{m \cdot \tan \alpha}{\cos \alpha}$

D. $\frac{m \cdot \tan \alpha}{\sin \alpha}$

【考点】T7: 解直角三角形.

【专题】2B: 探究型.

【分析】根据在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, CD 是高, 如果 $AD=m$, $\angle A=\alpha$, 可以用含 m 和 α 的三角函数值表示出 CD, 通过角相等, 它们的三角函数值也相等, 可以解答本题.

【解答】解: $\because$ 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, CD 是高, 如果 $AD=m$, $\angle A=\alpha$,

$$\therefore \tan \alpha = \frac{CD}{AD} = \frac{CD}{m},$$

$$\therefore CD = m \cdot \tan \alpha,$$

$$\because \angle ACB = \angle A + \angle B = 90^\circ, \quad \angle BDC = \angle B + \angle BCD = 90^\circ, \quad \angle A = \alpha,$$

$$\therefore \angle BCD = \alpha,$$

$$\therefore \cos \angle BCD = \frac{CD}{BC} = \frac{m \cdot \tan \alpha}{BC},$$

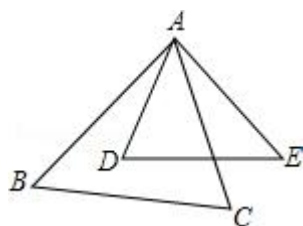
$$\text{即 } \cos \alpha = \frac{m \cdot \tan \alpha}{BC},$$

$$BC = \frac{m \cdot \tan \alpha}{\cos \alpha}.$$

故选：C.

【点评】 本题考查解直角三角函数，解题的关键是明确各个三角函数值的意义，利用转化的思想找到所求问题需要的条件.

6. (4分) 如图，在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 中， $\angle BAC = \angle D$ ，要使 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 相似，还需满足下列条件中的 ()



A. $\frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AE}$

B. $\frac{AC}{AD} = \frac{BC}{DE}$

C. $\frac{AC}{AD} = \frac{AB}{DE}$

D. $\frac{AC}{AD} = \frac{BC}{AE}$

【考点】 S8：相似三角形的判定.

【专题】 14：证明题.

【分析】 本题中已知 $\angle BAC = \angle D$ ，则对应的夹边比值相等即可使 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 相似，结合各选项即可得问题答案.

【解答】 解： $\because \angle BAC = \angle D$, $\frac{AC}{AD} = \frac{AB}{DE}$,

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADE.$$

故选：C.

【点评】 此题考查了相似三角形的判定：①有两个对应角相等的三角形相似；②

有两个对应边的比相等，且其夹角相等，则两个三角形相似；③三组对应边的比相等，则两个三角形相似，熟记各种判定相似三角形的方法是解题关键.

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 44 分)

7. (4 分) 化简： $(-2a^2)^3 = -8a^6$.

【考点】47：幂的乘方与积的乘方.

【分析】根据积得乘方与幂的乘方的运算法则计算即可.

【解答】解： $(-2a^2)^3 = (-2)^3 \cdot (a^2)^3 = -8a^6$.

故答案为： $-8a^6$.

【点评】本题主要考查的是积得乘方与幂的乘方的运算，掌握积得乘方与幂的乘方的运算法则是解题的关键.

8. (4 分) 函数 $y = \frac{x-3}{x+2}$ 的定义域是 $x \neq -2$.

【考点】62：分式有意义的条件；E4：函数自变量的取值范围.

【专题】11：计算题.

【分析】分式有意义，分母不能为 0，故分母 $x+2 \neq 0$ ，解得 x 的范围.

【解答】解：根据题意得： $x+2 \neq 0$

解得 $x \neq -2$.

故答案为 $x \neq -2$.

【点评】本题考查了函数自变量取值范围的求法. 分式有意义，分母不能为 0.

9. (4 分) 方程 $\sqrt{x+5} = x - 1$ 的根为 4 .

【考点】AG：无理方程.

【专题】11：计算题.

【分析】首先根据二次根式的基本性质得出 x 的取值范围，将无理方程两边平方取消二次根号，整理得一元二次方程，解一元二次方程，将解代回 x 的取值

范围验算即可得出答案.

【解答】解: 由二次根式性质得:

$$x+5 \geq 0 \text{ 且 } x-1 \geq 0,$$

$$\therefore x \geq 1.$$

将 $\sqrt{x+5}=x-1$ 两边平方得:

$$x+5=x^2-2x+1,$$

$$\text{整理得: } x^2-3x-4=0,$$

$$\text{分解因式: } (x-4)(x+1)=0,$$

$$\text{得: } x_1=4, x_2=-1,$$

$$\therefore x \geq 1,$$

$$\therefore x=4.$$

故答案为: 4.

【点评】题目考查了无理方程的求解和二次根式的性质, 求解无理方程常用的方法是平方法, 不过求出的解一定要带回无理方程进行验算, 看是否符合二次根式的性质.

10. (4分) 如果函数 $y=(m-3)x+1-m$ 的图象经过第二、三、四象限, 那么常数 m 的取值范围为 $1 < m < 3$.

【考点】F7: 一次函数图象与系数的关系.

【分析】根据一次函数的性质列出关于 m 的不等式组, 求出 m 的取值范围即可.

【解答】解: $\because$ 函数 $y=(m-3)x+1-m$ 的图象经过第二、三、四象限,

$$\therefore \begin{cases} m-3 < 0 \\ 1-m < 0 \end{cases},$$

$$\text{解得 } 1 < m < 3.$$

故答案为: $1 < m < 3$.

【点评】 本题考查的是一次函数的图象上与系数的关系，熟知一次函数 $y=kx+b$

($k \neq 0$) 中，当 $k < 0$ ， $b < 0$ 时，函数图象经过第二、三、四象限是解答此题的关键.

11. (4 分) 二次函数 $y=x^2-6x+1$ 的图象的顶点坐标是 (3, -8).

【考点】 H3: 二次函数的性质.

【分析】 利用配方法将一般式转化为顶点式，即可得出顶点坐标.

【解答】 解: $\because y=x^2-6x+1=(x-3)^2-8$,

$\therefore$ 抛物线顶点坐标为 (3, -8).

故答案为: (3, -8).

【点评】 本题考查了二次函数的性质，掌握抛物线的顶点式 $y=a(x-h)^2+k$,

顶点坐标为 (h, k) 是解决问题的关键.

12. (4 分) 如果抛物线 $y=ax^2-2ax+5$ 与 y 轴交于点 A，那么点 A 关于此抛物线对称轴的对称点坐标是 (2, 5).

【考点】 H5: 二次函数图象上点的坐标特征.

【分析】 首先求得点 A 的坐标为 (0, 5)，抛物线 $y=ax^2-2ax+5$ 对称轴为 $x=-\frac{-2a}{2a}=1$ ，进一步利用二次函数的对称性求得点 A 关于此抛物线对称轴的对称点坐标是即可.

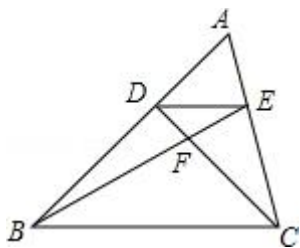
【解答】 解: $\because$ 抛物线 $y=ax^2-2ax+5$ 与 y 轴交于点 A 坐标为 (0, 5)，对称轴为 $x=-\frac{-2a}{2a}=1$,

$\therefore$ 点 A (0, 5) 关于此抛物线对称轴的对称点坐标是 (2, 5).

故答案为: (2, 5).

【点评】 本题考查了二次函数图象上点的坐标特征，二次函数的对称性，求得对称轴，掌握二次函数的对称性是解决问题的关键.

13. (4分) 如图, 已知 D、E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB 和 AC 上的点, $DE \parallel BC$, BE 与 CD 相交于点 F, 如果 $AE=1$, $CE=2$, 那么 EF: BF 等于 $\frac{1}{3}$.



【考点】S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】由 $DE \parallel BC$, 证得 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 根据相似三角形的性质得到

$$\frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} = \frac{1}{3}, \text{ 由于 } \triangle DEF \sim \triangle BCF, \text{ 根据相似三角形的性质即可得到结论.}$$

【解答】解: $\because AE=1$, $CE=2$,

$$\therefore AC=3,$$

$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} = \frac{1}{3},$$

$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle DEF \sim \triangle BCF,$$

$$\therefore \frac{EF}{BF} = \frac{DE}{BC} = \frac{1}{3},$$

故答案为: 1: 3.

【点评】本题考查了相似三角形的判定和性质, 熟练正确相似三角形的判定和性质是解题的关键.

14. (4分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 点 G 是重心, 如果 $\sin A = \frac{1}{3}$, $BC=2$, 那么 GC 的长等于 2.

【考点】K5: 三角形的重心.

【分析】根据题意画出图形，根据 $\sin A = \frac{1}{3}$ ， $BC=2$ 可得出 $AB=3BC=6$ ，利用直

角三角形的性质求出 CE 的长，根据三角形重心的性质即可得出结论.

【解答】解：如图所示，

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\sin A = \frac{1}{3}$ ， $BC=2$ ，

$\therefore AB=3BC=6$.

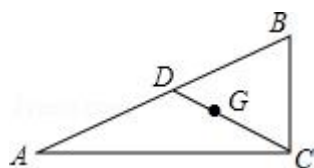
$\therefore$ 点 G 是重心，

$\therefore CD$ 为 $\triangle ABC$ 的中线，

$\therefore CD = \frac{1}{2}AB=3$ ，

$\therefore CG = \frac{2}{3}CD = \frac{2}{3} \times 3 = 2$.

故答案为：2.



【点评】本题考查的是三角形的重心，根据题意画出图形，由锐角三角函数的定义求出 AB 的长是解答此题的关键.

15. (4 分) 已知在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $BC=2AD$ ，设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ，那么 $\overrightarrow{CD} = \underline{-\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}}$. (用向量 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ 的式子表示)

【考点】LM：*平面向量.

【分析】首先根据题意画出图形，然后过点 D 作 $DE \parallel AB$ ，交 BC 于点 E ，易得四边形 $ABED$ 是平行四边形，则可求得 $\overrightarrow{DE}$ 与 $\overrightarrow{EC}$ ，再利用三角形法则求解即可求得答案.

【解答】解：如图，过点 D 作 $DE \parallel AB$ ，交 BC 于点 E ，

$\therefore AD \parallel BC$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABED$ 是平行四边形，

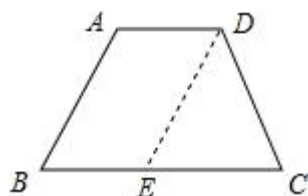
$$\therefore BE=AD, DE=AB,$$

$$\therefore BC=2AD, \overrightarrow{AB}=\vec{a}, \overrightarrow{BC}=\vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AB}=\vec{a}, \overrightarrow{EC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}\vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{CD}=-\overrightarrow{DC}=-(\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{EC})=-\left(\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}\right)=-\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}.$$

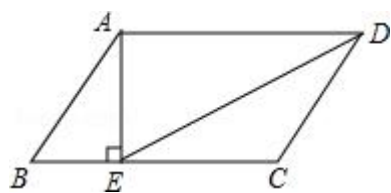
故答案为: $-\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}$.



【点评】此题考查了平面向量的知识以及平行四边形的判定与性质. 注意结合题意画出图形, 利用图形求解是关键.

16. (4 分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AE \perp BC$, 垂足为 E, 如果 $AB=5$, $BC=8$,

$$\sin B = \frac{4}{5}, \text{ 那么 } \tan \angle CDE = \frac{1}{2}.$$



【考点】 L5: 平行四边形的性质; T7: 解直角三角形.

【分析】首先由已知条件和勾股定理计算 $CE=5$, 所以 $CD=AB$, 进而得到 $\angle CDE = \angle CED = \angle ADE$, 所以 $\tan \angle CDE = \tan \angle ADE$, 于是得到结论.

【解答】解: 在 $\triangle ABE$ 中, $AE \perp BC$, $AB=5$, $\sin B = \frac{4}{5}$, $\therefore BE=3$, $AE=4$.

$$\therefore EC=BC-BE=8-3=5.$$

$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$,

$$\therefore CD=AB=5.$$

$\therefore \triangle CED$ 为等腰三角形.

$$\therefore \angle CDE = \angle CED.$$

$\therefore AD \parallel BC$,

$\therefore \angle ADE = \angle CED$.

$\therefore \angle CDE = \angle ADE$.

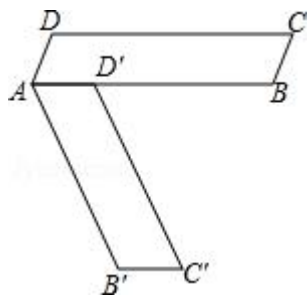
在 $Rt\triangle ADE$ 中, $AE=4$, $AD=BC=8$,

$$\therefore \tan \angle CDE = \frac{4}{8} = \frac{1}{2},$$

故答案为: $\frac{1}{2}$.

【点评】 本题考查了解直角三角形的运用、勾股定理的运用、平行四边形的性质和等腰三角形的判定和性质, 解题的关键是找到图形中相等的角.

17. (4 分) 将 $\square ABCD$ (如图) 绕点 A 旋转后, 点 D 落在边 AB 上的点 D' , 点 C 落到 C' , 且点 C' 、 B 、 C 在一直线上. 如果 $AB=13$, $AD=3$, 那么 $\angle A$ 的余弦值为 $\frac{5}{13}$.



【考点】 L5: 平行四边形的性质; R2: 旋转的性质.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 根据平行四边形的性质得 $\angle DAB = \angle D'AB'$, $AB = AB' = C'D' = 13$, 再由 $AB' \parallel C'D'$ 得 $\angle D'AB' = \angle BD'C'$, 加上 $\angle C = \angle DAB$, 则 $\angle C = \angle BD'C'$, 接着由点 C' 、 B 、 C 在一直线上, $AB \parallel CD$ 得到 $\angle C = \angle C'BD'$, 所以 $\angle C'BD' = \angle BD'C'$, 可判断 $\triangle C'BD'$ 为等腰三角形, 作 $C'H \perp D'B$, 根据等腰三角形的性质得 $BH = D'H$, 由于 $BD' = 10$ 得到 $D'H = 5$, 然后根据余弦的定义得到 $\cos \angle HD'C' = \frac{5}{13}$, 由此得到 $\angle A$ 的余弦值.

【解答】解： $\because \square ABCD$ 绕点 A 旋转后得到 $\square AB'C'D'$,

$$\therefore \angle DAB = \angle D'AB', \quad AB = AB' = C'D' = 13,$$

$$\therefore AB' \parallel C'D',$$

$$\therefore \angle D'AB' = \angle BD'C',$$

$\because$ 四边形 ABCD 为平行四边形,

$$\therefore \angle C = \angle DAB,$$

$$\therefore \angle C = \angle BD'C',$$

$\because$ 点 C' 、B、C 在一直线上,

而 $AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle C = \angle C'BD',$$

$$\therefore \angle C'BD' = \angle BD'C',$$

$\therefore \triangle C'BD'$ 为等腰三角形,

作 $C'H \perp D'B$, 则 $BH = D'H$,

$$\therefore AB = 13, \quad AD = 3,$$

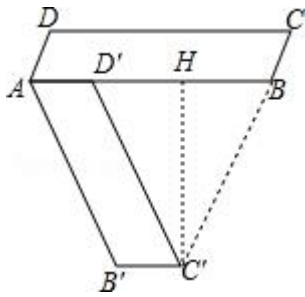
$$\therefore BD' = 10,$$

$$\therefore D'H = 5,$$

$$\therefore \cos \angle HD'C' = \frac{D'H}{D'C'} = \frac{5}{13},$$

即 $\angle A$ 的余弦值为 $\frac{5}{13}$.

故答案为 $\frac{5}{13}$.



【点评】 本题考查了旋转的性质：对应点到旋转中心的距离相等；对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角；旋转前、后的图形全等．也考查了平行四边形的性质．解决本题的关键是证明 $\triangle C'BD'$ 为等腰三角形．

三、解答题：（本大题 7 题，满分 78 分）

18. (10 分) 化简： $\frac{x^2-x-6}{x^2-4} \div \frac{x^2-6x+9}{x^2-2x}$ ，并求当 $x=\frac{1}{3^2}$ 时的值．

【考点】 6D：分式的化简求值．

【分析】 先根据分式混合运算的法则把原式进行化简，再把 x 的值代入进行计算即可．

【解答】 解：原式 $= \frac{(x-3)(x+2)}{(x+2)(x-2)} \cdot \frac{x(x-2)}{(x-3)^2}$
 $= \frac{x}{x-3}$ ，

当 $x=\frac{7}{2}$ 时，原式 $= \frac{\frac{7}{2}}{\frac{7}{2}-3} = 7$ ．

【点评】 本题考查的是分式的化简求值，熟知分式混合运算的法则是解答此题的关键．

19. (10 分) 用配方法解方程： $2x^2 - 3x - 3 = 0$ ．

【考点】 A6：解一元二次方程 – 配方法．

【分析】 首先把方程的二次项系数化为 1，移项，然后在方程的左右两边同时加上一次项系数一半的平方，左边就是完全平方式，右边就是常数，然后利用平方根的定义即可求解．

【解答】 解： $2x^2 - 3x - 3 = 0$ ，

$$x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{3}{2} = 0,$$

$$x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = \frac{9}{16} + \frac{3}{2},$$

$$\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{33}{16},$$

$$x - \frac{3}{4} = \pm \frac{\sqrt{33}}{4},$$

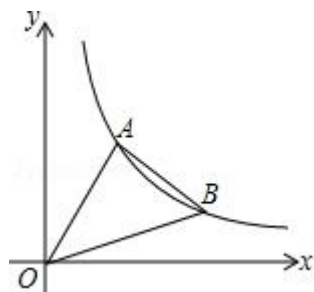
$$\text{解得: } x_1 = \frac{3+\sqrt{33}}{4}, \quad x_2 = \frac{3-\sqrt{33}}{4}.$$

【点评】此题考查利用配方法解一元二次方程，用配方法解一元二次方程时，最好使方程的二次项的系数为 1，一次项的系数是 2 的倍数.

20. (10 分) 如图，直线 $y = \frac{4}{3}x$ 与反比例函数的图象交于点 A (3, a)，第一象限内的点 B 在这个反比例函数图象上，OB 与 x 轴正半轴的夹角为 α ，且 $\tan \alpha = \frac{1}{3}$.

(1) 求点 B 的坐标;

(2) 求 $\triangle OAB$ 的面积.



【考点】 G8: 反比例函数与一次函数的交点问题.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 (1) 用直线求出点 A 坐标为 (3, 4)，反比例函数解析式 $y = \frac{12}{x}$ ，设点

B 坐标为 $(x, \frac{12}{x})$ ， $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ ，得出 $\frac{12}{x^2} = \frac{1}{3}$ ， $x = 6$ ，得出 B 点坐标 (6, 2);

(2) 过 A 点做 $AC \perp x$ 轴，交 OB 于点 C，将三角形 OAB 分为两个三角形，分别求解即可.

【解答】 解: (1) $\because$ 直线 $y = \frac{4}{3}x$ 与反比例函数的图象交于点 A (3, a),

$$\therefore A(3, 4),$$

$$\text{反比例函数解析式 } y = \frac{12}{x},$$

$\therefore$ 点 B 在这个反比例函数图象上,

$$\text{设 } B(x, \frac{12}{x}),$$

$$\therefore \tan \alpha = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{\frac{12}{x}}{x} = \frac{1}{3},$$

$$\text{解得: } x = \pm 6,$$

$\therefore$ 点 B 在第一象限,

$$\therefore x = 6,$$

$$\therefore B(6, 2).$$

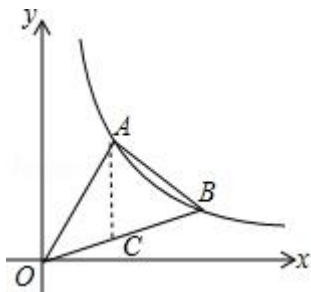
答: 点 B 坐标为 (6, 2).

(2) 设直线 OB 为 $y = kx$, ($k \neq 0$),

将点 B (6, 2) 代入得: $k = \frac{1}{3}$,

$$\therefore \text{OB 直线解析式为: } y = \frac{1}{3}x,$$

过 A 点做 $AC \perp x$ 轴, 交 OB 于点 C, 如下图:



则点 C 坐标为: (3, 1),

$$\therefore AC = 3$$

$S_{\triangle OAB}$ 的面积

$=S_{\triangle OAC}$ 的面积 $+S_{\triangle ACB}$ 的面积,

$$=\frac{1}{2} \times |AC| \times 6$$

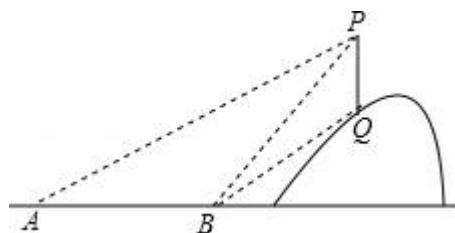
$=9$.

$\triangle OAB$ 的面积为 9.

【点评】 题目考查了一次函数与反比例函数的基本性质. 求函数解析式及函数交点是函数常见问题. 题目整体较为简单, 学生在解决 (2) 中的面积问题可以利用多种方法求解.

21. (10 分) 如图, 从地面上的点 A 看一山坡上的电线杆 PQ, 测得杆顶端点 P 的仰角是 26.6° , 向前走 30 米到达 B 点, 测得杆顶端点 P 和杆底端点 Q 的仰角分别是 45° 和 33.7° , 求该电线杆 PQ 的高度 (结果精确到 1 米)

(备用数据: $\sin 26.6^\circ=0.45$, $\cos 26.6^\circ=0.89$, $\tan 26.6^\circ=0.50$, $\cot 26.6^\circ=2.00$;
 $\sin 33.7^\circ=0.55$, $\cos 33.7^\circ=0.83$, $\tan 33.7^\circ=0.67$, $\cot 33.7^\circ=1.50$)



【考点】 TA: 解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题.

【分析】 延长 PQ 交直线 AB 于点 E, 设 $PE=x$ 米, 在直角 $\triangle APE$ 和直角 $\triangle BPE$ 中, 根据三角函数利用 x 表示出 AE 和 BE, 根据 $AB=AE-BE$ 即可列出方程求得 x 的值, 再在直角 $\triangle BQE$ 中利用三角函数求得 QE 的长, 则 PQ 的长度即可求解.

【解答】 解: 延长 PQ 交直线 AB 于点 E, 设 $PE=x$ 米.

在直角 $\triangle ABE$ 中, $\angle PBE=45^\circ$,

【专题】14: 证明题.

【分析】(1) 根据等腰三角形的性质得到 $\angle B = \angle BAD$, $\angle ADC = \angle ACD$, 推出

$\triangle EAF \sim \triangle ECA$, 根据相似三角形的性质得到 $\angle EAF = \angle ECA$, 于是得到 $\angle$

$ADC = \angle ACD = \angle ACE + \angle ECB = \angle DCE + \angle EAF$;

(2) 根据相似三角形的性质得到 $\frac{AE}{EF} = \frac{AC}{AF}$, 即 $\frac{AF}{EF} = \frac{AC}{AE}$, 推出 $\triangle FAE \sim \triangle ABC$, 根

据相似三角形的性质得到 $\frac{FA}{AB} = \frac{EF}{AC}$, 于是得到 $FA \cdot AC = EF \cdot AB$, 等量代换即可得到结论.

【解答】证明: (1) $\because BD = AD = AC$,

$\therefore \angle B = \angle BAD$, $\angle ADC = \angle ACD$,

$\therefore AE^2 = EF \cdot EC$,

$\therefore \frac{AE}{CE} = \frac{EF}{AE}$,

$\therefore \angle E = \angle E$,

$\therefore \triangle EAF \sim \triangle ECA$,

$\therefore \angle EAF = \angle ECA$,

$\therefore \angle ADC = \angle ACD = \angle ACE + \angle ECB = \angle DCE + \angle EAF$;

(2) $\because \triangle EAF \sim \triangle ECA$,

$\therefore \frac{AE}{EF} = \frac{AC}{AF}$, 即 $\frac{AF}{EF} = \frac{AC}{AE}$,

$\therefore \angle EFA = \angle BAC$, $\angle EAF = \angle B$,

$\therefore \triangle FAE \sim \triangle ABC$,

$\therefore \frac{FA}{AB} = \frac{EF}{AC}$,

$\therefore FA \cdot AC = EF \cdot AB$,

$\therefore AC = AD$,

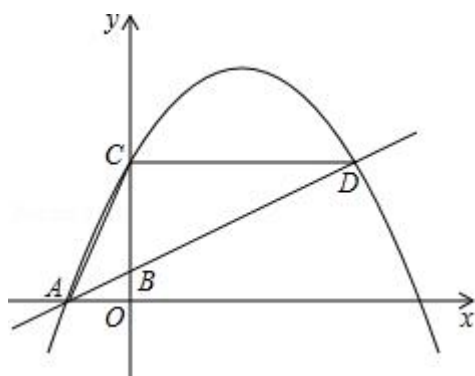
$$\therefore AF \cdot AD = AB \cdot EF.$$

【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质，等腰三角形的性质，三角形的外角的性质，证得 $\triangle EAF \sim \triangle ECA$ 是解题的关键.

23. (12 分) 如图，直线 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 与 x 轴、 y 轴分别相交于点 A 、 B ，二次函数的图象与 y 轴相交于点 C ，与直线 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 相交于点 A 、 D ， $CD \parallel x$ 轴， $\angle CDA = \angle OCA$.

(1) 求点 C 的坐标;

(2) 求这个二次函数的解析式.



【考点】 HF：二次函数综合题.

【分析】 (1) 首先利用一次函数解析式计算出 A 、 B 两点坐标，然后再根据平行线的性质可得 $\angle ACO = \angle BAO$ ，再利用三角函数可得 CO 长，进而可得 C 点坐标;

(2) 首先证明 $\triangle CBD \sim \triangle OBA$ ，根据相似三角形的性质可得 $\frac{BO}{CB} = \frac{AO}{CD}$ ，然后可得 D 点坐标，再设出二次函数解析式，利用待定系数法求出解析式即可.

【解答】 解：(1) $\because$ 函数 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 中，当 $y = 0$ 时， $x = -2$,

$$\therefore A(-2, 0),$$

$$\therefore \text{函数 } y = \frac{1}{2}x + 1 \text{ 中，当 } x = 0 \text{ 时，} y = 1,$$

$$\therefore B(0, 1),$$

$\therefore CD \parallel x$ 轴,

$\therefore \angle BAO = \angle ADC$,

$\therefore \angle CDA = \angle OCA$,

$\therefore \angle ACO = \angle BAO$,

$\therefore \tan \angle ACO = \tan \angle BAO = \frac{1}{2}$,

$\therefore CO = 4$,

$\therefore C(0, 4)$;

(2) $\therefore \angle AOB = \angle OCD = 90^\circ$, $\angle BAO = \angle BDC = 90^\circ$,

$\therefore \triangle CBD \sim \triangle OBA$,

$\therefore \frac{BO}{CB} = \frac{AO}{CD}$,

$\therefore \frac{1}{3} = \frac{2}{CD}$,

$\therefore CD = 6$,

$\therefore D(6, 4)$,

设二次函数的解析式为 $y = ax^2 + bx + c$,

$\therefore$ 图象经过 $A(-2, 0)$, $D(6, 4)$, $C(0, 4)$,

$$\therefore \begin{cases} 0 = 4a - 2b + c \\ 4 = c \\ 4 = 36a + 6b + c \end{cases},$$

解得:
$$\begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = \frac{3}{2} \\ c = 4 \end{cases}.$$

$\therefore$ 二次函数的解析式为 $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 4$.

【点评】 此题主要考查了一次函数、二次函数以及相似三角形和三角函数的综合应用，关键是掌握一次函数与坐标轴交点的求法，以及待定系数法求二次函

数解析式的方法.

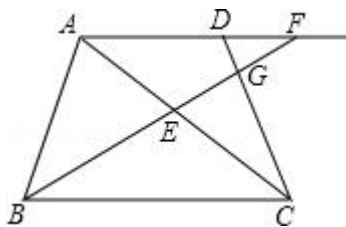
24. (14 分) 已知: 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AC=BC=10$, $\cos \angle ACB = \frac{4}{5}$,

点 E 在对角线 AC 上, 且 $CE=AD$, BE 的延长线与射线 AD 、射线 CD 分别相交于点 F 、 G , 设 $AD=x$, $\triangle AEF$ 的面积为 y .

(1) 求证: $\angle DCA = \angle EBC$;

(2) 如图, 当点 G 在线段 CD 上时, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出它的定义域;

(3) 如果 $\triangle DFG$ 是直角三角形, 求 $\triangle AEF$ 的面积.



【考点】SO: 相似形综合题.

【专题】16: 压轴题; 31: 数形结合.

【分析】(1) 由 AD 与 BC 平行, 得到一对内错角相等, 再由 $AD=CE$, $AC=BC$, 利用 SAS 可得 $\triangle DCA \cong \triangle ECB$, 由全等三角形的性质可得结论;

(2) 由 AD 与 BC 平行, 得到三角形 AEF 与三角形 CEB 相似, 由相似得比例表示出 AF , 过 E 作 EH 垂直于 AF , 根据锐角三角函数定义表示出 EH , 进而表示出 y 与 x 的函数解析式, 并求出 x 的范围即可;

(3) 分两种情况考虑: ①当 $\angle FDG=90^\circ$ 时, 如图 2 所示, 在直角三角形 ACD 中, 利用锐角三角函数定义求出 AD 的长, 即为 x 的值, 代入求出 y 的值, 即为三角形 AEF 面积; ②当 $\angle DGF=90^\circ$ 时, 过 E 作 $EM \perp BC$ 于点 M , 如图 3 所示, 由相似列出关于 x 的方程, 求出方程的解得到 x 的值, 进而求出 y 的值, 即为三角形 AEF 面积.

【解答】(1) 证明: $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle DAC = \angle ECB,$$

在 $\triangle DCA$ 和 $\triangle ECB$ 中,

$$\begin{cases} AD=CE \\ \angle DAC=\angle ECB \\ AC=BC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle DCA \cong \triangle ECB \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle DCA = \angle ECB;$$

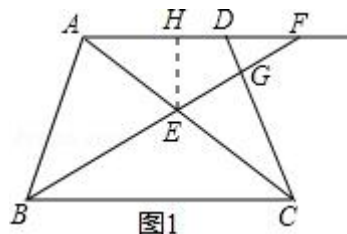
$$(2) \because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle CEB,$$

$$\therefore \frac{AF}{BC} = \frac{AE}{CE}, \text{ 即 } \frac{AF}{10-x} = \frac{x}{x},$$

$$\text{解得: } AF = \frac{10(10-x)}{x},$$

作 $EH \perp AF$ 于 H , 如图 1 所示,



$$\therefore \cos \angle ACB = \frac{4}{5},$$

$$\therefore EH = \frac{3}{5}AE = \frac{3}{5}(10-x),$$

$$\therefore y = S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{5}(10-x) \times \frac{10(10-x)}{x} = \frac{3(10-x)^2}{x},$$

$$\therefore y = \frac{3x^2 - 60x + 300}{x},$$

$\because$ 点 G 在线段 CD 上,

$$\therefore AF \geq AD, \text{ 即 } \frac{10(10-x)}{x} \geq x,$$

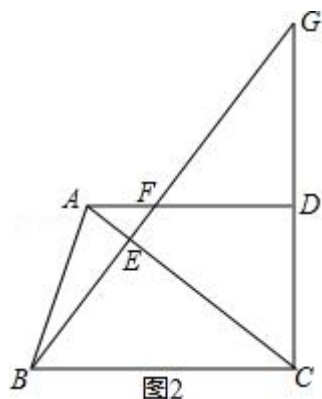
$$\therefore x \leq 5\sqrt{5} - 5,$$

$$\therefore 0 < x \leq 5\sqrt{5} - 5,$$

$\therefore y$ 关于 x 的函数解析式为: $y = \frac{3x^2 - 60x + 300}{x}$, ($0 < x \leq 5\sqrt{5} - 5$);

(3) 分两种情况考虑:

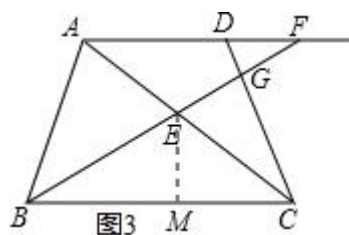
①当 $\angle FDG = 90^\circ$ 时, 如图 2 所示:



在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $AD = AC \times \frac{4}{5} = 8$, 即 $x = 8$,

$$\therefore S_{\triangle AEF} = y = \frac{3 \times (10 - 8)^2}{8} = \frac{3}{2};$$

②当 $\angle DGF = 90^\circ$ 时, 过 E 作 $EM \perp BC$ 于点 M , 如图 3 所示,



由 (1) 得: $CE = AF = x$,

在 $\text{Rt}\triangle EMC$ 中, $EM = \frac{3}{5}x$, $MC = \frac{4}{5}x$,

$$\therefore BM = BC - MC = 10 - \frac{4}{5}x,$$

$$\therefore \angle GCE = \angle GBC, \quad \angle EGC = \angle CGB,$$

$$\therefore \triangle CGE \sim \triangle BGC,$$

$$\therefore \frac{CE}{CB} = \frac{CG}{BG}, \quad \text{即} \quad \frac{x}{10} = \frac{CG}{BG},$$

$$\therefore \angle EBM = \angle CBG, \quad \angle BME = \angle BGC = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle BME \sim \triangle BGC,$$

$$\therefore \frac{CG}{BG} = \frac{EM}{BM} = \frac{\frac{3}{5}x}{10 - \frac{4}{5}x},$$

$$\therefore \frac{x}{10} = \frac{\frac{3}{5}x}{10 - \frac{4}{5}x}, \text{ 即 } x=5,$$

$$\text{此时 } y = \frac{3 \times (10-5)^2}{5} = 15,$$

综上，此时 $\triangle AEF$ 的面积为 $\frac{3}{2}$ 或 15.

【点评】此题属于相似型综合题，涉及的知识有：平行线的判定，全等三角形的判定与性质，相似三角形的判定与性质，锐角三角函数定义，利用了分类讨论的思想，熟练掌握相似三角形的判定与性质是解本题的关键.