

2016 年上海市闵行区中考数学一模试卷

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，共 24 分）

1. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中，点 D、E 分别在边 AB、AC 上，下列条件中不能判定 $DE \parallel BC$ 的是 ()

- A. $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ B. $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ C. $\frac{DB}{EC} = \frac{AB}{AC}$ D. $\frac{AD}{DB} = \frac{DE}{BC}$

2. (4 分) 将二次函数 $y = x^2 - 1$ 的图象向右平移一个单位，向下平移 2 个单位得到 ()

- A. $y = (x - 1)^2 + 1$ B. $y = (x + 1)^2 + 1$ C. $y = (x - 1)^2 - 3$ D. $y = (x + 1)^2 + 3$

3. (4 分) 已知 α 为锐角，且 $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ ，那么 α 的余弦值为 ()

- A. $\frac{5}{12}$ B. $\frac{12}{5}$ C. $\frac{5}{13}$ D. $\frac{12}{13}$

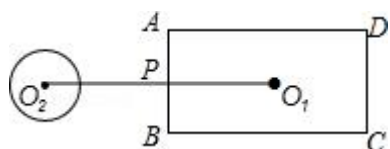
4. (4 分) 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象经过原点和第一、二、三象限，那么下列结论成立的是 ()

- A. $a > 0, b > 0, c = 0$ B. $a > 0, b < 0, c = 0$
C. $a < 0, b > 0, c = 0$ D. $a < 0, b < 0, c = 0$

5. (4 分) 在比例尺为 1: 10000 的地图上，一块面积为 2cm^2 的区域表示的实际面积是 ()

- A. 2000000cm^2 B. 20000m^2 C. 4000000m^2 D. 40000m^2

6. (4 分) 如图，矩形 ABCD 的长为 6，宽为 3，点 O_1 为矩形的中心， $\odot O_2$ 的半径为 1， $O_1O_2 \perp AB$ 于点 P， $O_1O_2 = 6$ 。若 $\odot O_2$ 绕点 P 按顺时针方向旋转 360° ，在旋转过程中， $\odot O_2$ 与矩形的边只有一个公共点的情况一共出现 ()



A. 3 次

B. 4 次

C. 5 次

D. 6 次

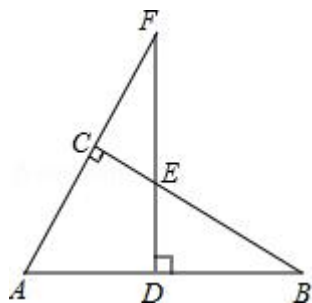
二、填空题 (本大题共 12 小题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4 分) 如果 $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$, 那么 $\frac{x+y}{y} =$ _____.

8. (4 分) 如果两个相似三角形周长的比是 2: 3, 那么它们的相似比是_____.

9. (4 分) 已知线段 AB 的长为 2 厘米, 点 P 是线段 AB 的黄金分割点 ($AP < BP$), 那么 BP 的长是_____厘米.

10. (4 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 F 在边 AC 的延长线上, 且 $FD \perp AB$, 垂足为点 D, 如果 $AD = 6$, $AB = 10$, $ED = 2$, 那么 $FD =$ _____.



11. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\cos A = \frac{1}{3}$, $AC = 2$, 那么 $BC =$ _____.

12. (4 分) 已知一条斜坡, 向上前进 5 米, 水平高度升高了 4 米, 那么坡比为_____.

13. (4 分) 过 $\triangle ABC$ 的重心作 $DE \parallel BC$, 分别交 AB 于点 D, AC 于点 E, 如果 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{DE} =$ _____.

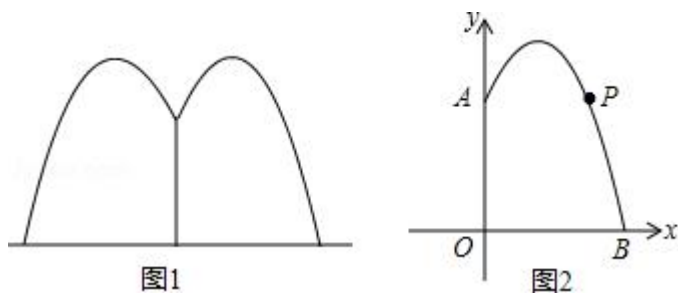
14. (4 分) 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两根为 -3 和 1, 那么抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的对称轴是直线_____.

15. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 12$, $BC = 5$, 以点 A 为圆心作 $\odot A$, 要使 B、C 两点中的一点在圆外, 另一点在圆内, 那么 $\odot A$ 的半径长 r 的取值范围为_____.

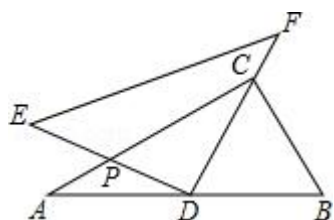
16. (4 分) 已知 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 内切, $\odot O_1$ 的半径长是 3 厘米, 圆心距 $O_1O_2 = 2$

厘米，那么 $\odot O_2$ 的半径长等于_____厘米.

17. (4分) 闵行体育公园的圆形喷水池的水柱 (如图 1) 如果曲线 APB 表示落点 B 离点 O 最远的一条水流 (如图 2), 其上的水珠的高度 y (米) 关于水平距离 x (米) 的函数解析式为 $y = -x^2 + 4x + \frac{9}{4}$, 那么圆形水池的半径至少为米时, 才能使喷出的水流不落在水池外.

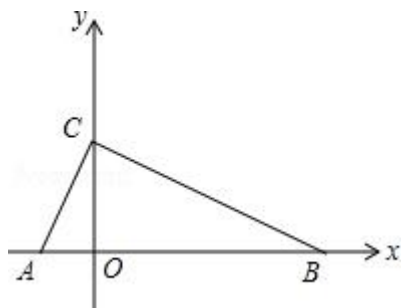


18. (4分) 将一副三角尺如图摆放, 其中在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle B=60^\circ$, 在 $Rt\triangle EDF$ 中, $\angle EDF=90^\circ$, $\angle E=45^\circ$. 点 D 为边 AB 的中点, DE 交 AC 于点 P , DF 经过点 C , 将 $\triangle EDF$ 绕点 D 顺时针方向旋转角 α ($0^\circ < \alpha < 60^\circ$) 后得 $\triangle E'DF'$, DE' 交 AC 于点 M , DF' 交 BC 于点 N , 那么 $\frac{PM}{CN}$ 的值为_____.

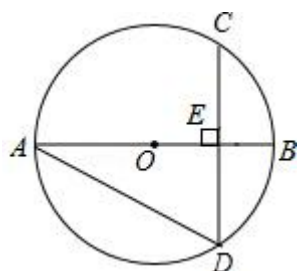


三、解答题 (本大题共 7 小题, 满分 78 分)

19. (10分) 如图, 已知 $Rt\triangle ABC$ 的斜边 AB 在 x 轴上, 斜边上的高 CO 在 y 轴的正半轴上, 且 $OA=1$, $OC=2$, 求经过 A 、 B 、 C 三点的二次函数解析式.

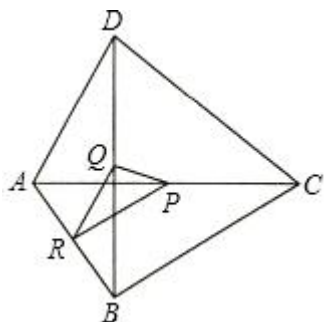


20. (10 分) 已知: 如图, 在 $\odot O$ 中, 弦 CD 垂直于直径 AB , 垂足为点 E , 如果 $\angle BAD=30^\circ$, 且 $BE=2$, 求弦 CD 的长.



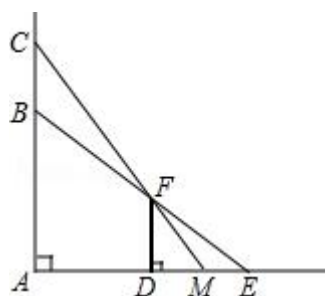
21. (10 分) 如图, 已知四边形 $ABCD$, 点 P 、 Q 、 R 分别是对角线 AC 、 BD 和边 AB 的中点, 设 $\overrightarrow{BC}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$.

- (1) 试用 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 的线性组合表示向量 $\overrightarrow{PQ}$; (需写出必要的说理过程)
- (2) 画出向量 $\overrightarrow{PQ}$ 分别在 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 方向上的分向量.



22. (10 分) 如图, 一只猫头鹰蹲在树 AC 上的 B 处, 通过墙顶 F 发现一只老鼠在 E 处, 刚想起飞捕捉时, 老鼠突然跑到矮墙 DF 的阴影下, 猫头鹰立即从 B 处向上飞至树上 C 处时, 恰巧可以通过墙顶 F 看到老鼠躲在 M 处 (A 、 D 、 M 、 E 四点在同一条直线上).

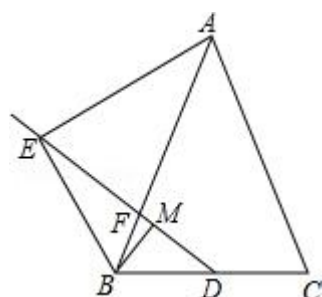
已知, 猫头鹰从 B 点观测 E 点的俯角为 37° , 从 C 点观察 M 点的俯角为 53° , 且 $DF=3$ 米, $AB=6$ 米. 求猫头鹰从 B 处飞高了多少米时, 又发现了这只老鼠? (结果精确到 0.01 米) (参考数据: $\sin 37^\circ=\cos 53^\circ=0.602$, $\cos 37^\circ=\sin 53^\circ=0.799$, $\tan 37^\circ=\cot 53^\circ=0.754$, $\cot 37^\circ=\tan 53^\circ=1.327$).



23. (12 分) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中 $AB=AC$, 点 D 为 BC 边的中点, 点 F 在边 AB 上, 点 E 在线段 DF 的延长线上, 且 $\angle BAE = \angle BDF$, 点 M 在线段 DF 上, 且 $\angle EBM = \angle C$.

(1) 求证: $EB \cdot BD = BM \cdot AB$;

(2) 求证: $AE \perp BE$.

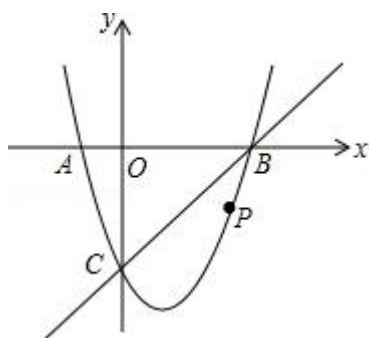


24. (12 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴交于 A 、 B 两点, B 点的坐标为 $(3, 0)$, 与 y 轴交于点 $C(0, -3)$, 点 P 是直线 BC 下方抛物线上的任意一点.

(1) 求这个二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的解析式.

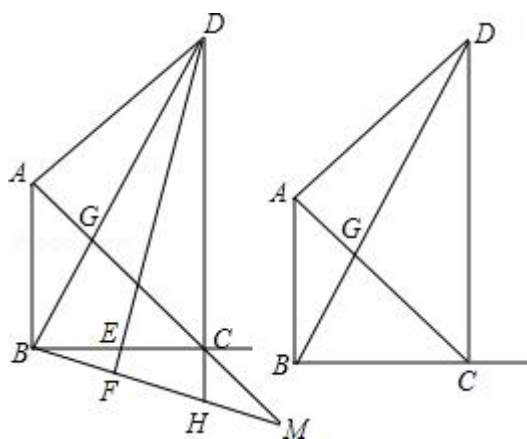
(2) 连接 PO , PC , 并将 $\triangle POC$ 沿 y 轴对折, 得到四边形 $POP'C$, 如果四边形 $POP'C$ 为菱形, 求点 P 的坐标.

(3) 如果点 P 在运动过程中, 能使得以 P 、 C 、 B 为顶点的三角形与 $\triangle AOC$ 相似, 请求出此时点 P 的坐标.



25. (14 分) 如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle ABC = 90^\circ$, 对角线 AC 、 BD 交于点 G , 已知 $AB = BC = 3$, $\tan \angle BDC = \frac{1}{2}$, 点 E 是射线 BC 上任意一点, 过点 B 作 $BF \perp DE$, 垂足为点 F , 交射线 AC 于点 M , 射线 DC 于点 H .

- (1) 当点 F 是线段 BH 中点时, 求线段 CH 的长;
- (2) 当点 E 在线段 BC 上时 (点 E 不与 B 、 C 重合), 设 $BE = x$, $CM = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并指出 x 的取值范围;
- (3) 连接 GF , 如果线段 GF 与直角梯形 $ABCD$ 中的一条边 (AD 除外) 垂直时, 求 x 的值.



2016 年上海市闵行区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，共 24 分）

1. (4 分) 在 $\triangle ABC$ 中，点 D、E 分别在边 AB、AC 上，下列条件中不能判定 $DE \parallel BC$ 的是 ()

- A. $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ B. $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ C. $\frac{DB}{EC} = \frac{AB}{AC}$ D. $\frac{AD}{DB} = \frac{DE}{BC}$

【考点】S4：平行线分线段成比例.

【分析】根据平行线分线段成比例定理对各个选项进行判断即可.

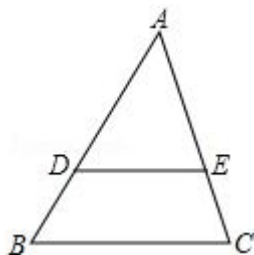
【解答】解： $\because \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$, $\therefore DE \parallel BC$, 选项 A 不符合题意;

$\because \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$, $\therefore DE \parallel BC$, 选项 B 不符合题意;

$\because \frac{DB}{EC} = \frac{AB}{AC}$, $\therefore DE \parallel BC$, 选项 C 不符合题意;

$\frac{AD}{DB} = \frac{DE}{BC}$, $DE \parallel BC$ 不一定成立, 选项 D 符合题意.

故选: D.



【点评】本题考查平行线分线段成比例定理, 如果一条直线截三角形的两边 (或两边的延长线) 所得的对应线段成比例, 那么这条直线平行于三角形的第三边

2. (4 分) 将二次函数 $y = x^2 - 1$ 的图象向右平移一个单位, 向下平移 2 个单位得到 ()

- A. $y = (x - 1)^2 + 1$ B. $y = (x + 1)^2 + 1$ C. $y = (x - 1)^2 - 3$ D. $y = (x + 1)^2 - 3$

$^2+3$

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【专题】46: 几何变换.

【分析】先根据二次函数的性质得到抛物线 $y=x^2-1$ 的顶点坐标为 $(0, -1)$, 再利用点平移的规律, 点 $(0, -1)$ 平移后的对应点的坐标为 $(1, -3)$, 然后根据顶点式写出平移后的抛物线解析式.

【解答】解: 抛物线 $y=x^2-1$ 的顶点坐标为 $(0, -1)$, 把点 $(0, -1)$ 向右平移一个单位, 向下平移 2 个单位得到对应点的坐标为 $(1, -3)$, 所以平移后的抛物线解析式为 $y=(x-1)^2-3$.

故选: C.

【点评】本题考查了二次函数图象与几何变换: 由于抛物线平移后的形状不变, 故 a 不变, 所以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法: 一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标, 利用待定系数法求出解析式; 二是只考虑平移后的顶点坐标, 即可求出解析式.

3. (4 分) 已知 α 为锐角, 且 $\sin\alpha=\frac{5}{13}$, 那么 α 的余弦值为 ()

- A. $\frac{5}{12}$ B. $\frac{12}{5}$ C. $\frac{5}{13}$ D. $\frac{12}{13}$

【考点】T3: 同角三角函数的关系.

【专题】11: 计算题.

【分析】利用平方关系得到 $\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}$, 然后把 $\sin\alpha=\frac{5}{13}$ 代入计算即可.

【解答】解: $\because \sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$,

$$\therefore \cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\sqrt{1-\left(\frac{5}{13}\right)^2}=\frac{12}{13}.$$

故选: D.

【点评】本题考查了同角三角函数的关系: $\sin^2A+\cos^2A=1$.

4. (4分) 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的图象经过原点和第一、二、三象限, 那么下列结论成立的是 ()

A. $a > 0, b > 0, c = 0$

B. $a > 0, b < 0, c = 0$

C. $a < 0, b > 0, c = 0$

D. $a < 0, b < 0, c = 0$

【考点】H4: 二次函数图象与系数的关系.

【专题】16: 压轴题.

【分析】先根据图象经过象限的情况判断出 a 的符号, 由抛物线与 y 轴的交点判断 c 的符号, 然后根据对称轴及抛物线与 x 轴交点情况进行推理.

【解答】解: $\because$ 抛物线经过原点,

$$\therefore c=0,$$

$\because$ 抛物线经过第一, 二, 三象限,

可推测出抛物线开口向上, 对称轴在 y 轴左侧

$$\therefore a > 0,$$

$\because$ 对称轴在 y 轴左侧,

$$\therefore \text{对称轴为 } x = -\frac{b}{2a} < 0,$$

又因为 $a > 0$,

$$\therefore b > 0.$$

故选: A.

【点评】解决此类题目, 可现根据条件画出函数图象的草图再做解答.

5. (4分) 在比例尺为 1: 10000 的地图上, 一块面积为 2cm^2 的区域表示的实际面积是 ()

A. 2000000cm^2

B. 20000m^2

C. 4000000m^2

D. 40000m^2

【考点】S2: 比例线段.

【专题】1：常规题型.

【分析】先根据面积的比等于比例尺的平方求出实际面积,然后再进行单位转化.

【解答】解: 设实际面积是 x , 则 $\frac{2}{x} = (\frac{1}{10000})^2$,

解得 $x=200\ 000\ 000\text{cm}^2$,

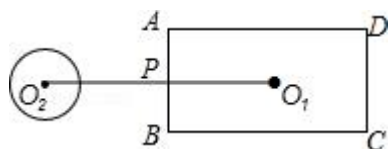
$\therefore 1\text{m}^2=10000\text{cm}^2$,

$\therefore 200\ 000\ 000\text{cm}^2=20000\text{m}^2$.

故选: B.

【点评】本题主要考查了比例线段中的比例尺, 利用面积的比等于比例尺的平方是解题的关键, 本题单位换算容易出错, 需要特别注意.

6. (4 分) 如图, 矩形 $ABCD$ 的长为 6, 宽为 3, 点 O_1 为矩形的中心, $\odot O_2$ 的半径为 1, $O_1O_2 \perp AB$ 于点 P , $O_1O_2=6$. 若 $\odot O_2$ 绕点 P 按顺时针方向旋转 360° , 在旋转过程中, $\odot O_2$ 与矩形的边只有一个公共点的情况一共出现 ()



- A. 3 次 B. 4 次 C. 5 次 D. 6 次

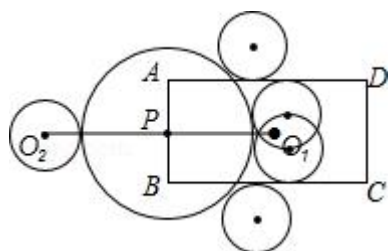
【考点】MB: 直线与圆的位置关系.

【专题】32: 分类讨论.

【分析】根据题意作出图形, 直接写出答案即可.

【解答】解: 如图, $\odot O_2$ 与矩形的边只有一个公共点的情况一共出现 4 次,

故选: B.



【点评】本题考查了直线与圆的位置关系，解题的关键是了解当圆与直线相切时，点到圆心的距离等于圆的半径.

二、填空题（本大题共 12 小题，每题 4 分，满分 48 分）

7. (4 分) 如果 $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$, 那么 $\frac{x+y}{y} = \underline{\frac{8}{5}}$.

【考点】S1: 比例的性质.

【分析】由 $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$, 根据比例的性质, 即可求得 $\frac{x+y}{y}$ 的值.

【解答】解: $\because \frac{x}{y} = \frac{3}{5}$,

$$\therefore \frac{x+y}{y} = \frac{3+5}{5} = \frac{8}{5}.$$

故答案为: $\frac{8}{5}$.

【点评】此题考查了比例的性质. 此题比较简单, 解题的关键是注意掌握比例的性质与比例变形.

8. (4 分) 如果两个相似三角形周长的比是 2: 3, 那么它们的相似比是 2: 3.

【考点】S7: 相似三角形的性质.

【分析】根据相似三角形周长的比等于相似比解答即可.

【解答】解: $\because$ 两个相似三角形周长的比是 2: 3,

$\therefore$ 两个相似三角形相似比是 2: 3,

故答案为: 2: 3.

【点评】本题考查的是相似三角形性质, 掌握相似三角形周长的比等于相似比是解题的关键.

9. (4 分) 已知线段 AB 的长为 2 厘米, 点 P 是线段 AB 的黄金分割点 ($AP < BP$), 那么 BP 的长是 $\sqrt{5}-1$ 厘米.

【考点】S3: 黄金分割.

【分析】根据黄金比是 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 进行计算即可.

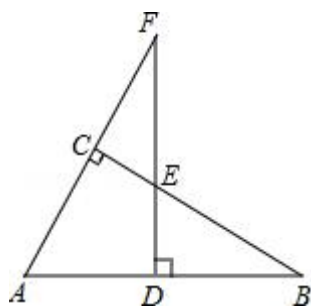
【解答】解：∵点P是线段AB的黄金分割点， $AP < BP$ ，

$$\therefore BP = \frac{\sqrt{5}-1}{2}AB = \sqrt{5}-1 \text{ 厘米}.$$

故答案为： $\sqrt{5}-1$.

【点评】本题考查的是黄金分割的概念，把一条线段分成两部分，使其中较长的线段为全线段与较短线段的比例中项，这样的线段分割叫做黄金分割，他们的比值 $(\frac{\sqrt{5}-1}{2})$ 叫做黄金比.

10. (4分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，点F在边AC的延长线上，且 $FD \perp AB$ ，垂足为点D，如果 $AD=6$ ， $AB=10$ ， $ED=2$ ，那么 $FD=$ 12 .



【考点】S9：相似三角形的判定与性质.

【分析】根据垂直的定义得到 $\angle BDE = \angle ADF = 90^\circ$ ，根据三角形的内角和得到 $\angle F = \angle B$ ，推出 $\triangle ADF \sim \triangle BDE$ ，根据相似三角形的性质得到 $\frac{AD}{DE} = \frac{DF}{BD}$ ，代入数据即可得到结论.

【解答】解：∵ $FD \perp AB$ ，

$$\therefore \angle BDE = \angle ADF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ, \angle CEF = \angle BED,$$

$$\therefore \angle F = \angle B,$$

$$\therefore \triangle ADF \sim \triangle BDE,$$

$$\therefore \frac{AD}{DE} = \frac{DF}{BD},$$

$$\text{即 } \frac{6}{2} = \frac{DF}{10-6},$$

解得：DF=12，

故答案为：12.

【点评】 本题考查了直角三角形的性质，相似三角形的判定和性质，熟练掌握相似三角形的判定和性质是解题的关键.

11. (4分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\cos A=\frac{1}{3}$ ， $AC=2$ ，那么 $BC=\underline{4\sqrt{2}}$.

【考点】 T7：解直角三角形.

【分析】 根据 $\angle C=90^\circ$ ，得出 $\cos A=\frac{AC}{AB}$ ，再根据 $AC=2$ ，求出 AB ，最后根据勾股定理即可求出 BC .

【解答】 解： $\because \angle C=90^\circ$ ，

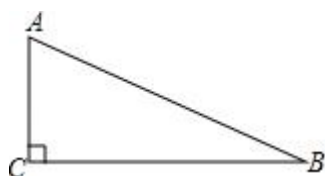
$$\therefore \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore AC=2,$$

$$\therefore AB=6,$$

$$\therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{36 - 4} = 4\sqrt{2}.$$

故答案为： $4\sqrt{2}$.



【点评】 本题考查了解直角三角形，用到的知识点锐角三角函数、勾股定理，关键是根据题意求出 AB .

12. (4分) 已知一条斜坡，向上前进 5 米，水平高度升高了 4 米，那么坡比为 $\underline{1: 0.75}$.

【考点】 T9：解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

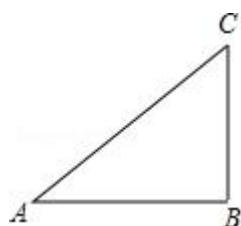
【分析】 先求出水平方向上前进的距离，然后根据坡比=竖直方向上升的距离：水平方向前进的距离，即可解题.

【解答】解：如图所示：AC=5 米，BC=4 米，

则 $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = 3$ 米，

则坡比 $= \frac{BC}{AB} = \frac{4}{3} = 1: 0.75$.

故答案为：1: 0.75.



【点评】本题考查了解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题，坡度是坡面的铅直高度 h 和水平宽度 l 的比，又叫做坡比，它是一个比值，反映了斜坡的陡峭程度，一般用 i 表示，常写成 $i=1: m$ 的形式.

13. (4 分) 过 $\triangle ABC$ 的重心作 $DE \parallel BC$ ，分别交 AB 于点 D ， AC 于点 E ，如果

$$\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AC} = \vec{b}, \text{ 那么 } \overrightarrow{DE} = \frac{2}{3}\vec{b} - \frac{2}{3}\vec{a}.$$

【考点】K5：三角形的重心；LM：*平面向量.

【分析】由过 $\triangle ABC$ 的重心作 $DE \parallel BC$ ，可得 $\overrightarrow{DE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ ，再利用三角形法则求解即可求得答案.

【解答】解： $\because$ 过 $\triangle ABC$ 的重心作 $DE \parallel BC$,

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \overrightarrow{DE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{2}{3}\vec{b} - \frac{2}{3}\vec{a}.$$

故答案为： $\frac{2}{3}\vec{b} - \frac{2}{3}\vec{a}$.

【点评】此题考查了平面向量的知识以及三角形重心的性质. 注意掌握三角形法则的应用.

14. (4 分) 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两根为 -3 和 1 ，那么抛物线 $y = ax^2 + bx + c$

($a \neq 0$) 的对称轴是直线 $x = -1$.

【考点】HA: 抛物线与 x 轴的交点.

【分析】 根据函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴的交点的横坐标就是方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根及两根之和公式来解决此题.

【解答】 解: $\because$ 函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴的交点的横坐标就是方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根,

$$\therefore x_1+x_2 = -3+1 = -\frac{b}{a} = -2.$$

$$\text{则对称轴 } x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{b}{a}\right) = \frac{1}{2} \times (-2) = -1.$$

【点评】 要求熟悉二次函数与一元二次方程的关系和两根之和公式, 并熟练运用. (利用二次函数的对称性解答更直接)

15. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=12$, $BC=5$, 以点 A 为圆心作 $\odot A$, 要使 B 、 C 两点中的一点在圆外, 另一点在圆内, 那么 $\odot A$ 的半径长 r 的取值范围为 $12 < r < 13$.

【考点】M8: 点与圆的位置关系.

【分析】 熟记“设点到圆心的距离为 d , 则当 $d=r$ 时, 点在圆上; 当 $d > r$ 时, 点在圆外; 当 $d < r$ 时, 点在圆内”即可求解,

【解答】 解: 如果以点 A 为圆心作圆, 使点 C 在圆 A 内, 则 $r > 12$,

点 B 在圆 A 外, 则 $r < 13$,

因而圆 A 半径 r 的取值范围为 $12 < r < 13$.

故答案为 $12 < r < 13$.

【点评】 本题考查了对点与圆的位置关系的判断. 设点到圆心的距离为 d , 则当 $d=r$ 时, 点在圆上; 当 $d > r$ 时, 点在圆外; 当 $d < r$ 时, 点在圆内.

16. (4 分) 已知 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 内切, $\odot O_1$ 的半径长是 3 厘米, 圆心距 $O_1O_2=2$ 厘米, 那么 $\odot O_2$ 的半径长等于 5 或 1 厘米.

【考点】MJ：圆与圆的位置关系.

【专题】11：计算题.

【分析】设 $\odot O_2$ 的半径为 r ，根据内切的判定方法得到 $r - 3 = 2$ 或 $3 - r = 2$ ，然后解方程即可.

【解答】解：设 $\odot O_2$ 的半径为 r ,

$\therefore \odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 内切,

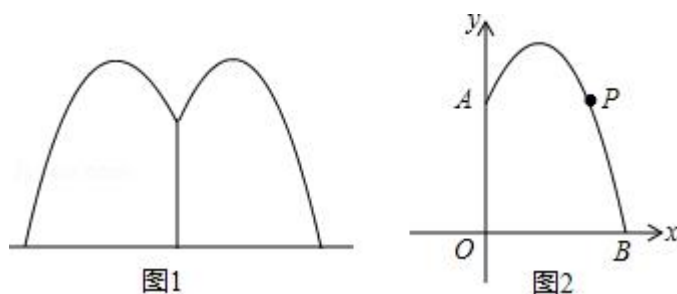
$\therefore r - 3 = 2$ 或 $3 - r = 2$,

$\therefore r = 5$ 或 $r = 1$.

故答案为5或1.

【点评】本题考查了圆和圆的位置关系：设两圆的圆心距为 d ，两圆的半径分别为 R 、 r ：两圆外离 $\Leftrightarrow d > R + r$ ；两圆外切 $\Leftrightarrow d = R + r$ ；两圆相交 $\Leftrightarrow R - r < d < R + r$ ($R \geq r$)；两圆内切 $\Leftrightarrow d = R - r$ ($R > r$)；两圆内含 $\Leftrightarrow d < R - r$ ($R > r$).

17. (4分) 闵行体育公园的圆形喷水池的水柱(如图1)如果曲线APB表示落点B离点O最远的一条水流(如图2), 其上的水珠的高度 y (米)关于水平距离 x (米)的函数解析式为 $y = -x^2 + 4x + \frac{9}{4}$, 那么圆形水池的半径至少为 $\frac{9}{2}$ 米时, 才能使喷出的水流不落在水池外.



【考点】HE：二次函数的应用.

【分析】根据二次函数的解析式求得抛物线与 x 轴的交点坐标的横坐标, 即为所求的结果.

【解答】解：当 $y=0$ 时，即 $-x^2+4x+\frac{9}{4}=0$ ，

解得 $x_1=\frac{9}{2}$ ， $x_2=-\frac{1}{2}$ （舍去）。

答：水池的半径至少 $\frac{9}{2}$ 米时，才能使喷出的水流不落在水池外。

故答案为： $\frac{9}{2}$ 。

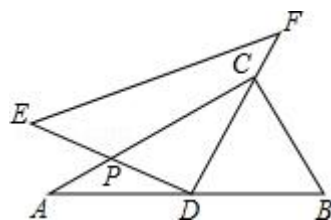
【点评】本题考查了二次函数的应用，注意抛物线的解析式的三种形式在解决抛物线的问题中的作用。

18. (4 分) 将一副三角尺如图摆放，其中在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $\angle B=60^\circ$ ，

在 $\text{Rt}\triangle EDF$ 中， $\angle EDF=90^\circ$ ， $\angle E=45^\circ$ 。点 D 为边 AB 的中点， DE 交 AC 于

点 P ， DF 经过点 C ，将 $\triangle EDF$ 绕点 D 顺时针方向旋转角 α ($0^\circ < \alpha < 60^\circ$) 后

得 $\triangle E'DF'$ ， DE' 交 AC 于点 M ， DF' 交 BC 于点 N ，那么 $\frac{PM}{CN}$ 的值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 。



【考点】R2：旋转的性质。

【分析】先根据直角三角形斜边上的中线性质的 $CD=AD=DB$ ，则 $\angle ACD=\angle$

$A=30^\circ$ ， $\angle BCD=\angle B=60^\circ$ ，由于 $\angle EDF=90^\circ$ ，可利用互余得 $\angle CPD=60^\circ$ ，再

根据旋转的性质得 $\angle PDM=\angle CDN=\alpha$ ，于是可判断 $\triangle PDM \sim \triangle CDN$ ，得到

$\frac{PM}{CN}=\frac{PD}{CD}$ ，然后在 $\text{Rt}\triangle PCD$ 中利用正切的定义求解。

【解答】解： $\because$ 点 D 为斜边 AB 的中点，

$\therefore CD=AD=DB$ ，

$\therefore \angle ACD=\angle A=30^\circ$ ， $\angle BCD=\angle B=60^\circ$ ，

$\because \angle EDF=90^\circ$ ，

$\therefore \angle CPD=60^\circ$ ，

$$\therefore \angle MPD = \angle NCD,$$

$\therefore \triangle EDF$ 绕点 D 顺时针方向旋转 α ($0^\circ < \alpha < 60^\circ$),

$$\therefore \angle PDM = \angle CDN = \alpha,$$

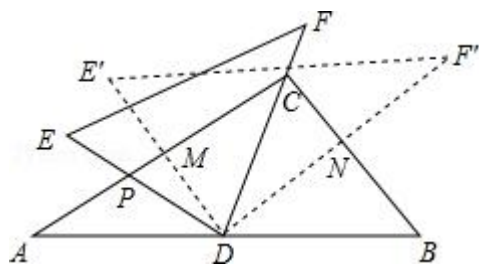
$$\therefore \triangle PDM \sim \triangle CDN,$$

$$\therefore \frac{PM}{CN} = \frac{PD}{CD},$$

在 $\text{Rt}\triangle PCD$ 中, $\therefore \tan \angle PCD = \tan 30^\circ = \frac{PD}{CD},$

$$\therefore \frac{PM}{CN} = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

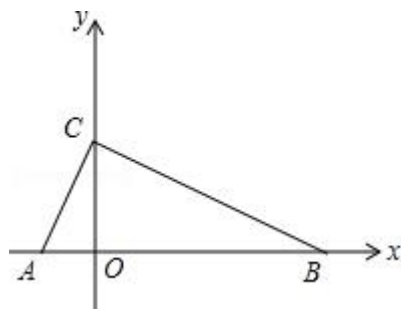
故答案是: $\frac{\sqrt{3}}{3}.$



【点评】 本题考查了旋转的性质: 对应点到旋转中心的距离相等; 对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角; 旋转前、后的图形全等. 也考查了相似三角形的判定与性质.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 满分 78 分)

19. (10 分) 如图, 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的斜边 AB 在 x 轴上, 斜边上的高 CO 在 y 轴的正半轴上, 且 $OA=1$, $OC=2$, 求经过 A 、 B 、 C 三点的二次函数解析式.



【考点】 H8: 待定系数法求二次函数解析式.

【分析】由同角的余角相等得到一对角相等，再由一对直角相等，得到三角形 AOB 与三角形 AOC 相似，由相似得比例，求出 OC 的长，即可确定出 C 坐标；由 B 与 C 坐标设出抛物线的二根式，将 A 坐标代入求出 a 的值，确定出抛物线解析式即可．

【解答】解： $\because \angle AOC = \angle ACB = 90^\circ$,

$$\therefore \angle CAO + \angle ACO = 90^\circ, \quad \angle CAO + \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACO = \angle ABC,$$

$$\text{又} \because \angle AOC = \angle COB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ACO \sim \triangle CBO,$$

$$\therefore \frac{OC}{OB} = \frac{OA}{OC}, \quad \text{即 } OC^2 = OB \cdot OA,$$

$$\because OA = 1, \quad OC = 2,$$

$$\therefore OB = 4,$$

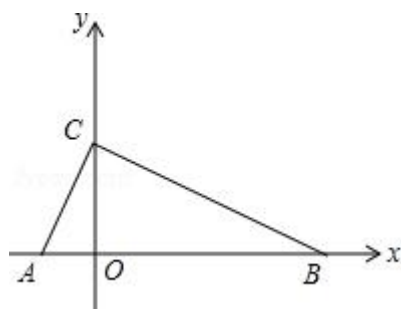
则 B (4, 0),

$$\because A (-1, 0), \quad C (0, 2)$$

设抛物线解析式为 $y = a(x+1)(x-4)$,

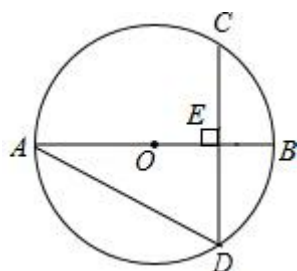
$$\text{将 } C (0, 2) \text{ 代入得: } 2 = -4a, \quad \text{即 } a = -\frac{1}{2},$$

$$\text{则过 A、B、C 三点的抛物线的解析式为 } y = -\frac{1}{2}(x+1)(x-4) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2,$$



【点评】本题考查的是二次函数综合题，涉及到相似三角形的判定与性质以及用待定系数法求二次函数的解析式等知识，难度适中．

20. (10 分) 已知：如图，在 $\odot O$ 中，弦 CD 垂直于直径 AB ，垂足为点 E ，如果 $\angle BAD=30^\circ$ ，且 $BE=2$ ，求弦 CD 的长.



【考点】 M2：垂径定理；T7：解直角三角形.

【分析】 连接 OD ，设 $\odot O$ 的半径为 r ，则 $OE=r-2$ ，再根据圆周角定理得出 $\angle DOE=60^\circ$ ，由直角三角形的性质可知 $OD=2OE$ ，由此可得出 r 的长，在 $Rt\triangle OED$ 中根据勾股定理求出 DE 的长，进而可得出结论.

【解答】 解：连接 OD ，设 $\odot O$ 的半径为 r ，则 $OE=r-2$ ，

$$\therefore \angle BAD=30^\circ,$$

$$\therefore \angle DOE=60^\circ,$$

$$\therefore CD \perp AB,$$

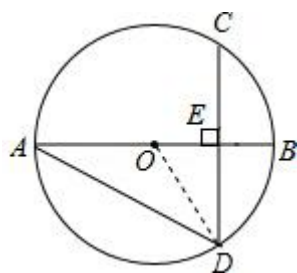
$$\therefore CD=2DE, \angle ODE=30^\circ,$$

$$\therefore OD=2OE, \text{ 即 } r=2(r-2), \text{ 解得 } r=4;$$

$$\therefore OE=4-2=2,$$

$$\therefore DE=\sqrt{OD^2-OE^2}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3},$$

$$\therefore CD=2DE=4\sqrt{3}.$$

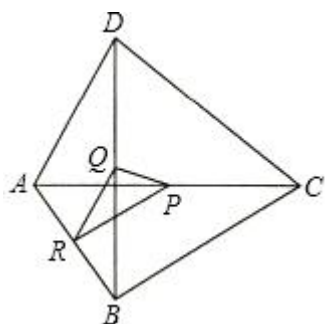


【点评】 本题考查的是垂径定理，熟知平分弦的直径平分这条弦，并且平分弦所对的两条弧是解答此题的关键.

21. (10 分) 如图，已知四边形 $ABCD$ ，点 P 、 Q 、 R 分别是对角线 AC 、 BD 和边 AB 的中点，设 $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$.

(1) 试用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的线性组合表示向量 $\overrightarrow{PQ}$ ；(需写出必要的说理过程)

(2) 画出向量 $\overrightarrow{PQ}$ 分别在 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 方向上的分向量.



【考点】 LM: *平面向量.

【分析】 (1) 由点 P 、 Q 、 R 分别是对角线 AC 、 BD 和边 AB 的中点，直接利用三角形中位线的性质，即可求得 $\overrightarrow{PR} = \frac{1}{2} \overrightarrow{CB} = -\frac{1}{2} \vec{a}$ ， $\overrightarrow{RQ} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2} \vec{b}$ ，再利用三角形法则求解即可求得答案；

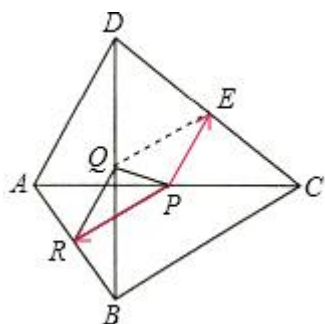
(2) 利用平行线四边形法则求解即可求得答案.

【解答】 解：(1) $\because$ 点 P 、 Q 、 R 分别是对角线 AC 、 BD 和边 AB 的中点，

$$\therefore \overrightarrow{PR} = \frac{1}{2} \overrightarrow{CB} = -\frac{1}{2} \vec{a}, \quad \overrightarrow{RQ} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2} \vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PR} + \overrightarrow{RQ} = -\frac{1}{2} \vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b};$$

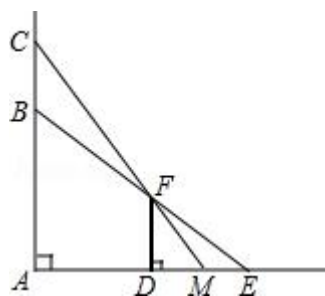
(2) 如图： $\overrightarrow{PR}$ 与 $\overrightarrow{RQ}$ 即为所求.



【点评】此题考查了平行向量的知识. 注意掌握三角形法则与平行四边形法则的应用.

22. (10 分) 如图, 一只猫头鹰蹲在树 AC 上的 B 处, 通过墙顶 F 发现一只老鼠在 E 处, 刚想起飞捕捉时, 老鼠突然跑到矮墙 DF 的阴影下, 猫头鹰立即从 B 处向上飞至树上 C 处时, 恰巧可以通过墙顶 F 看到老鼠躲在 M 处 (A、D、M、E 四点在同一条直线上).

已知, 猫头鹰从 B 点观测 E 点的俯角为 37° , 从 C 点观察 M 点的俯角为 53° , 且 $DF=3$ 米, $AB=6$ 米. 求猫头鹰从 B 处飞高了多少米时, 又发现了这只老鼠? (结果精确到 0.01 米) (参考数据: $\sin 37^\circ = \cos 53^\circ = 0.602$, $\cos 37^\circ = \sin 53^\circ = 0.799$, $\tan 37^\circ = \cot 53^\circ = 0.754$, $\cot 37^\circ = \tan 53^\circ = 1.327$).



【考点】TA: 解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题.

【分析】根据猫头鹰从 B 点观测 E 点的俯角为 37° , 可知 $\angle E=37^\circ$, 在 $\triangle DEF$ 中, 已知 DF 的长度即可求得 DE 的长度, 然后证得 D 是 AE 的中点, 从而求得 AE 的长度, 根据猫头鹰从 C 点观察 M 点的俯角为 53° , 可知 $\angle AMC=53^\circ$, 进而求得 DM, 即可求得 AM, 在 $\triangle AMC$ 中, 根据余切函数求得 AC, 即可求

得 BC.

【解答】解： $\because DF=3$, $\angle E=37^\circ$, $\cot 37^\circ = \frac{DE}{DF}$,

$$\therefore DE=3 \cdot \cot 37^\circ,$$

$$\because DF=3 \text{ 米}, AB=6 \text{ 米}, AC \parallel DF,$$

$\therefore D$ 是 AE 的中点,

$$\therefore AE=2DE=6 \cdot \cot 37^\circ,$$

$$\because \cot 53^\circ = \frac{DM}{DF},$$

$$\therefore DM=3 \cdot \cot 53^\circ,$$

$$\therefore AM=AD+DM=3 (\cot 37^\circ + \cot 53^\circ),$$

$$\because \cot 37^\circ = \frac{AC}{AM},$$

$$\therefore AC=AM \cdot \cot 37^\circ,$$

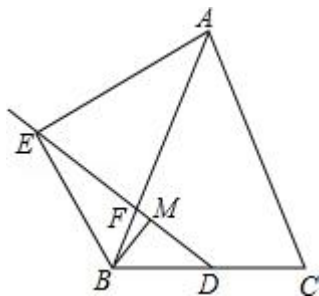
$$\therefore BC=AC-6 \approx 2.28 \text{ (米)}.$$

【点评】本题考查了解直角三角形的应用，解答本题的关键是构造直角三角形并解直角三角形，利用三角函数求解相关线段，难度一般.

23. (12 分) 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中 $AB=AC$ ，点 D 为 BC 边的中点，点 F 在边 AB 上，点 E 在线段 DF 的延长线上，且 $\angle BAE = \angle BDF$ ，点 M 在线段 DF 上，且 $\angle EBM = \angle C$.

(1) 求证： $EB \cdot BD = BM \cdot AB$;

(2) 求证： $AE \perp BE$.



【考点】S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】14: 证明题.

【分析】(1) 根据等腰三角形的性质得到 $\angle ABC = \angle C$, 由已知条件得到 $\angle EBM = \angle C$, 等量代换得到 $\angle EBM = \angle ABC$, 求得 $\angle ABE = \angle DBM$, 推出 $\triangle BEA \sim \triangle BDM$, 根据相似三角形的性质得到 $\frac{BE}{BM} = \frac{AB}{BD}$, 于是得到结论;

(2) 连接 AD , 由等腰三角形的性质得到 $AD \perp BC$, 推出 $\triangle ABD \sim \triangle EBM$, 根据相似三角形的性质得到 $\angle ADB = \angle EMB = 90^\circ$, 求得 $\angle AEB = \angle BMD = 90^\circ$, 于是得到结论.

【解答】证明: (1) $\because AB = AC$,

$$\therefore \angle ABC = \angle C,$$

$$\because \angle EBM = \angle C,$$

$$\therefore \angle EBM = \angle ABC,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle DBM,$$

$$\because \angle BAE = \angle BDF,$$

$$\therefore \triangle BEA \sim \triangle BMD,$$

$$\therefore \frac{BE}{BM} = \frac{AB}{BD},$$

$$\therefore EB \cdot BD = BM \cdot AB;$$

(2) 连接 AD ,

$\because AB = AC$, 点 D 为 BC 边的中点,

$$\therefore AD \perp BC,$$

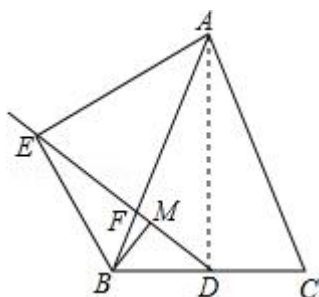
$$\therefore \frac{BE}{BM} = \frac{AB}{BD}, \quad \angle ABD = \angle EBM,$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle EBM,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle EMB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle BMD = 90^\circ,$$

$$\therefore AE \perp BE.$$



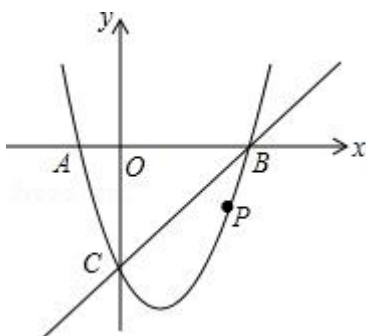
【点评】此题考查了相似三角形的判定与性质、勾股定理、等边三角形的判定与性质以及三角函数等知识. 此题综合性较强, 难度较大, 解题的关键是准确作出辅助线, 掌握转化思想与数形结合思想的应用.

24. (12 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴交于 A、B 两点, B 点的坐标为 $(3, 0)$, 与 y 轴交于点 C $(0, -3)$, 点 P 是直线 BC 下方抛物线上的任意一点.

(1) 求这个二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的解析式.

(2) 连接 PO, PC, 并将 $\triangle POC$ 沿 y 轴对折, 得到四边形 POP'C, 如果四边形 POP'C 为菱形, 求点 P 的坐标.

(3) 如果点 P 在运动过程中, 能使得以 P、C、B 为顶点的三角形与 $\triangle AOC$ 相似, 请求出此时点 P 的坐标.



【考点】HF: 二次函数综合题.

【分析】(1) 根据待定系数法，可得函数解析式；

(2) 根据菱形的对角线互相垂直平分，可得 P 点的纵坐标，根据自变量与函数值的对应关系，可得答案；

(3) 分类讨论：①当 $\angle PCB=90^\circ$ ，根据互相垂直的两条直线的一次项系数互为负倒数，可得 BP 的解析式，根据自变量与函数值的对应关系，可得 P 点坐标；根据勾股定理，可得 BC，CP 的长，根据两组对边对应成比例且夹角相等的两个三角形相似，可得答案；

②当 $\angle BPC=90^\circ$ 时，根据相似三角形的性质，可得 P 点的坐标，根据两组对边对应成比例且夹角相等的两个三角形相似，可得答案.

【解答】解：(1) 将 B、C 点代入函数解析式，得

$$\begin{cases} 9+3b+c=0 \\ c=-3 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} b=-2 \\ c=-3 \end{cases},$$

这个二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的解析式为 $y=x^2-2x-3$ ；

(2) 四边形 POP'C 为菱形，得

OC 与 PP'互相垂直平分，得

$$y_P = \frac{OC}{2} - \frac{3}{2}, \text{ 即 } x^2 - 2x - 3 = -\frac{3}{2},$$

$$\text{解得 } x_1 = \frac{2+\sqrt{10}}{2}, x_2 = \frac{2-\sqrt{10}}{2} \text{ (舍)}, P \left(\frac{2+\sqrt{10}}{2}, -\frac{3}{2} \right);$$

(3) $\angle PBC < 90^\circ$,

①如图 1,

当 $\angle PCB=90^\circ$ 时，过 P 作 $PH \perp y$ 轴于点 H,

BC 的解析式为 $y=x-3$ ，CP 的解析式为 $y=-x-3$,

设点 P 的坐标为 $(m, -3-m)$,

将点 P 代入 $y=x^2-2x-3$ 中,

解得 $m_1=0$ (舍), $m_2=1$, 即 $P(1, -4)$;

$$AO=1, OC=3, CB=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}, CP=\sqrt{1^2+(-4+3)^2}=\sqrt{2},$$

此时 $\frac{BC}{OC} = \frac{CP}{AO} = 3$, $\triangle AOC \sim \triangle PCB$;

②如图 2,

当 $\angle BPC=90^\circ$ 时, 作 $PH \perp y$ 轴于 H , 作 $BD \perp PH$ 于 D ,

BC 的解析式为 $y=x-3$, CP 的解析式为 $y=\frac{\sqrt{5}-3}{2}x-3$,

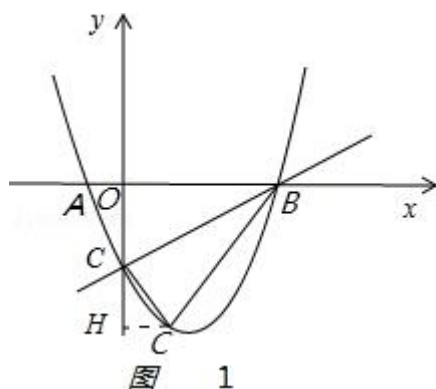
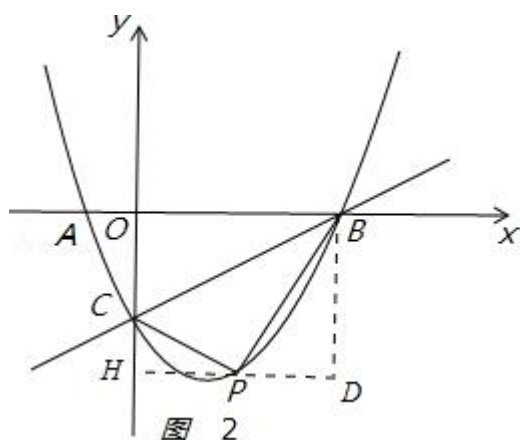
设点 P 的坐标为 (m, m^2-2m-3) ,

由 $K_{cp} \cdot K_{pb} = -1$, 得 $m = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 或 $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ (舍去)

此时, $\frac{PC}{BP} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{5}}{5} \neq \frac{CO}{AO} = 3$,

以 P 、 C 、 B 为顶点的三角形与 $\triangle AOC$ 不相似;

综上所述: P 、 C 、 B 为顶点的三角形与 $\triangle AOC$ 相似, 此时点 P 的坐标 $(1, -4)$.

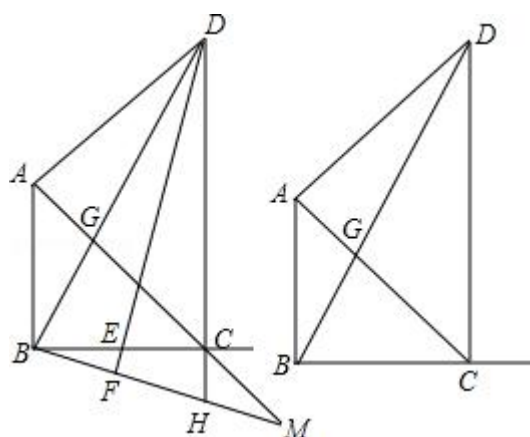


【点评】 本题考查了二次函数综合题, 利用待定系数法求函数解析式; 利用菱形

的性质得出 P 点的坐标是解题关键；利用相似三角形的判定与性质得出关于 m 的方程是解题关键.

25. (14 分) 如图, 在直角梯形 ABCD 中, $AB \parallel CD$, $\angle ABC = 90^\circ$, 对角线 AC、BD 交于点 G, 已知 $AB = BC = 3$, $\tan \angle BDC = \frac{1}{2}$, 点 E 是射线 BC 上任意一点, 过点 B 作 $BF \perp DE$, 垂足为点 F, 交射线 AC 于点 M, 射线 DC 于点 H.

- (1) 当点 F 是线段 BH 中点时, 求线段 CH 的长;
- (2) 当点 E 在线段 BC 上时 (点 E 不与 B、C 重合), 设 $BE = x$, $CM = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并指出 x 的取值范围;
- (3) 连接 GF, 如果线段 GF 与直角梯形 ABCD 中的一条边 (AD 除外) 垂直时, 求 x 的值.



【考点】SO: 相似形综合题.

【分析】(1)) 根据题意可先求出 $CD = 6$, 根据 $BF \perp DE$ 和 F 为线段 BH 中点的条件, 由等腰三角形三线合一的性质得到 $\triangle BHD$ 为等腰三角形, 从而求出 $BD = HD = 3\sqrt{5}$, 再求 $CH = 3\sqrt{5} - 6$;

(2) 设 $BE = x$, $CM = y$, 要求 y 关于 x 的函数解析式, 先利用 $AB \parallel CH$, 得到成比例线段 $\frac{CH}{AB} = \frac{CM}{AM}$, 得到 $\frac{CH}{3} = \frac{y}{y+3\sqrt{2}}$, 再根据 $\triangle BCH \sim \triangle DCE$, 得到 $\frac{CH}{CE} = \frac{BC}{DC} = \frac{3}{6}$,

则可以用含 x 的式子表示 $CH = \frac{3-x}{2}$, 代入 $\frac{CH}{3} = \frac{y}{y+3\sqrt{2}}$ 中, 整理化简可得 $y = \frac{9\sqrt{2}-3\sqrt{2}x}{3+x}$ (根据点 E 在线段 BC 上, 则可得到 $0 < x < 3$)

(3) ①如下图 2, 当 $GF \perp BC$ 时, 此时 $GF \parallel AB \parallel CD$, 根据平行线等分线段定理得到 $\frac{BG}{GD} = \frac{BF}{FH} = \frac{1}{2}$, 根据题意易证 $\triangle BCH \sim \triangle DCE$, 根据其相似比得

$$BF = \frac{1}{3}BH = \frac{1}{6}DE, \text{ 再根据 } \triangle BFE \sim \triangle DCE \text{ 的相似比 } \frac{BF}{DC} = \frac{BE}{DE} \text{ 得到 } \frac{\frac{1}{6}DE}{6} = \frac{x}{DE}, \text{ 解}$$

方程即可得 $x = 21 - 6\sqrt{11}$ (根据 $x = 21 + 6\sqrt{11} > 3$, 舍去) ②当 E 在射线 BC

上时 (图 3), $GF \parallel BE$, 设 GF 与 CD 交点为 K , 先根据①中条件可求出 $GK = 2$,

$DK = 4$, 设 $KF = a$, 则可得 $\frac{a}{3} = \frac{KH}{HC} = \frac{KH}{2-KH}$, 分别用含 a 的式子表示 $KH = \frac{2a}{3+a}$,

$HC = \frac{6}{3+a}$, 再利用 $\tan \angle KDF = \tan \angle CBH$ 作为等量关系列方程 $\frac{a}{4} = \frac{\frac{6}{3+a}}{3}$ 可解得

$$a = \frac{-3+\sqrt{41}}{2} \quad (a = \frac{-3-\sqrt{41}}{2} < 0 \text{ 故舍去}) \text{ 易求出 } CE = \frac{3}{2}a = \frac{-9+3\sqrt{41}}{4} \text{ 从而求出}$$

$$BE = CE + 3 = \frac{3+3\sqrt{41}}{4}, \text{ 再综合①②可知 } x \text{ 的值为 } 21 - 6\sqrt{11} \text{ 或 } \frac{3+3\sqrt{41}}{4}.$$

【解答】 解: (1) $\because$ 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle ABC = 90^\circ$

$$\therefore \angle DCB = 90^\circ$$

$$\because AB = BC = 3, \tan \angle BDC = \frac{1}{2}$$

$$\therefore CD = 6$$

$$\because BF \perp DE$$

$\therefore$ 当 F 为线段 BH 中点时, $\triangle BHD$ 为等腰三角形,

$$\therefore BD = HD = \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5}$$

$$CH = DH - DC = 3\sqrt{5} - 6$$

(2) $\because AB \parallel CH$,

$$\therefore \frac{CH}{AB} = \frac{CM}{AM}$$

$$\therefore \frac{a}{4} = \frac{3+a}{3}$$

解得 $a = \frac{-3+\sqrt{41}}{2}$ ($a = \frac{-3-\sqrt{41}}{2} < 0$ 故舍去)

$$\therefore \frac{KF}{CE} = \frac{DK}{DC} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore CE = \frac{3}{2}a = \frac{-9+3\sqrt{41}}{4}, \quad BE = CE + 3 = \frac{3+3\sqrt{41}}{4}$$

综上所述：x 的值为 $21 - 6\sqrt{11}$ 或 $\frac{3+3\sqrt{41}}{4}$

【点评】本题主要考查了平行线等分线段定理的应用和相似三角形的相似比作为等量关系列方程解方程的方法. (1) 中根据条件判断出 $\triangle BHD$ 为等腰三角形是解题的关键；(2) 中则主要是利用了相似三角形和平行线等分线段定理中的成比例线段作为等量关系，得到 x 与 y 之间的等量关系，整理即可得到 y 关于 x 的函数关系式；(3) 中主要是根据线段 GF 与直角梯形 ABCD 中的一条边 (AD 除外) 垂直时的两种情况分类讨论， $GF \perp BC$ 和 $GF \perp DC$ 时分别都有对应的相似三角形，根据相似三角形中的成比例线段作为等量关系列方程解方程即可.