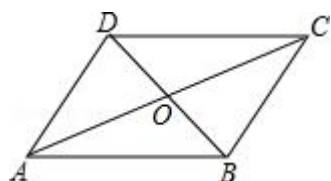


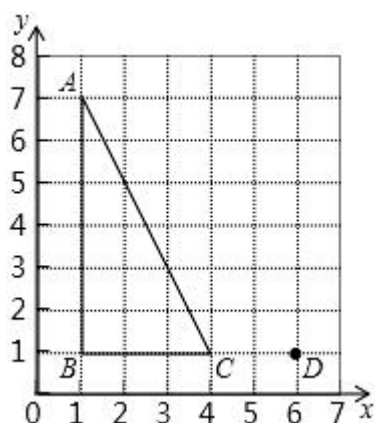
2016 年上海市虹口区中考数学一模试卷

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.

1. (4 分) 已知 α 为锐角，如果 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，那么 α 等于 ()
 A. 30° B. 45° C. 60° D. 不确定
2. (4 分) 把二次函数 $y=x^2-4x+1$ 化成 $y=a(x-m)^2+k$ 的形式是 ()
 A. $y=(x-2)^2+1$ B. $y=(x-2)^2-1$ C. $y=(x-2)^2+3$ D. $y=(x-2)^2-3$
3. (4 分) 若将抛物线 $y=x^2$ 平移，得到新抛物线 $y=(x+3)^2$ ，则下列平移方法中，正确的是 ()
 A. 向左平移 3 个单位 B. 向右平移 3 个单位
 C. 向上平移 3 个单位 D. 向下平移 3 个单位
4. (4 分) 若坡面与水平面的夹角为 α ，则坡度*i*与坡角 α 之间的关系是 ()
 A. $i=\cos\alpha$ B. $i=\sin\alpha$ C. $i=\cot\alpha$ D. $i=\tan\alpha$
5. (4 分) 如图， $\square ABCD$ 对角线 AC 与 BD 相交于点 O ，如果 $\overrightarrow{AB}=\vec{\pi}$ ， $\overrightarrow{AD}=\vec{n}$ ，那么下列选项中，与向量 $\frac{1}{2}(\vec{\pi}+\vec{n})$ 相等的向量是 ()



- A. $\overrightarrow{OA}$ B. $\overrightarrow{OB}$ C. $\overrightarrow{OC}$ D. $\overrightarrow{OD}$
6. (4 分) 如图，点 A、B、C、D 的坐标分别是 (1, 7)、(1, 1)、(4, 1)、(6, 1)，若 $\triangle CDE$ 与 $\triangle ABC$ 相似，则点 E 的坐标不可能是 ()



- A. (4, 2) B. (6, 0) C. (6, 4) D. (6, 5)

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分) [请将结果直接填入答题纸的相应位置]

7. (4 分) 若 $x: y=5: 2$, 则 $(x+y): y$ 的值是_____.

8. (4 分) 计算: $\frac{1}{2}\vec{a}-3(\vec{a}-2\vec{b})=$ _____.

9. (4 分) 二次函数 $y=x^2-2x$ 的图象的对称轴是直线_____.

10. (4 分) 如果抛物线 $y=-x^2+3x-1+m$ 经过原点, 那么 $m=$ _____.

11. (4 分) 已知点 A (x_1, y_1) 、B (x_2, y_2) 为二次函数 $y=(x-1)^2$ 图象上的两点, 若 $x_1 < x_2 < 1$, 则 y_1 _____ y_2 . (填“>”、“<”或“=”)

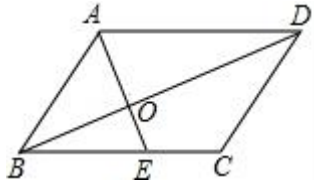
12. (4 分) 用“描点法”画二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象时, 列出了下面的表格:

x	...	-2	-1	0	1	...
y	...	-11	-2	1	-2	...

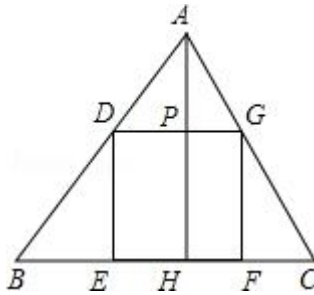
根据表格上的信息回答问题: 当 $x=2$ 时, $y=$ _____.

13. (4 分) 如果两个相似三角形的周长的比为 1: 4, 那么周长较小的三角形与周长较大的三角形对应角平分线的比为_____.

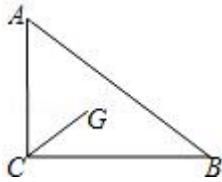
14. (4 分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, E 是边 BC 上的点, 分别连结 AE、BD 相交于点 O, 若 $AD=5$, $\frac{BO}{DO}=\frac{3}{5}$, 则 $EC=$ _____.



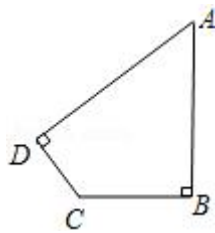
15. (4分) 如图, 正方形 DEFG 的边 EF 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上, 顶点 D、G 分别在边 AB、AC 上. 若 $\triangle ABC$ 的边 BC 长为 40 厘米, 高 AH 为 30 厘米, 则正方形 DEFG 的边长为_____厘米.



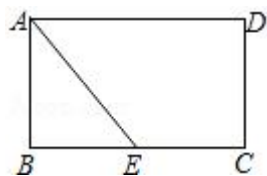
16. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 若点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, $\cos \angle BCG=\frac{2}{3}$, $BC=4$, 则 $CG=$ _____.



17. (4分) 如图, 在四边形 ABCD 中, $\angle B=\angle D=90^\circ$, $AB=3$, $BC=2$, $\tan A=\frac{4}{3}$, 则 $CD=$ _____.



18. (4分) 如图, 在矩形 ABCD 中, $AB=6$, $AD=10$, 点 E 是边 BC 的中点, 联结 AE, 若将 $\triangle ABE$ 沿 AE 翻折, 点 B 落在点 F 处, 联结 FC, 则 $\cos \angle ECF=$ _____.



三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 计算: $\cos^2 45^\circ + \tan 60^\circ \cdot \cos 30^\circ - 3 \cot^2 60^\circ$.

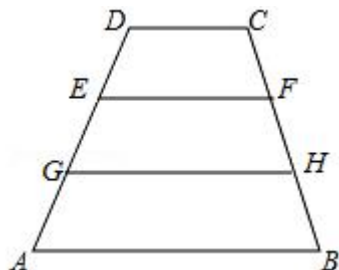
20. (10 分) 已知一个二次函数的图象经过 A (0, -3)、B (2, -3)、C (-1, 0) 三点.

(1) 求这个二次函数的解析式;

(2) 将这个二次函数图象平移, 使顶点移到点 P (0, -3) 的位置, 求所得新抛物线的表达式.

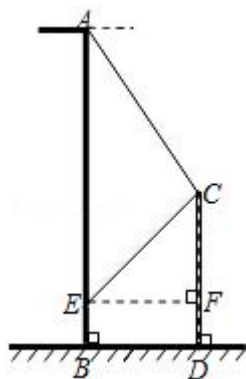
21. (10 分) 如图, $DC \parallel EF \parallel GH \parallel AB$, $AB=12$, $CD=6$, $DE: EG: GA=3: 4:$

5. 求 EF 和 GH 的长.



22. (10 分) 如图, 已知楼 AB 高 36 米, 从楼顶 A 处测得旗杆顶 C 的俯角为 60° ,

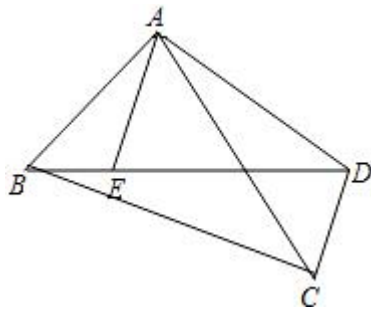
又从该楼离地面 6 米的一窗口 E 处测得旗杆顶 C 的仰角为 45° , 求该旗杆 CD 的高. (结果保留根号)



23. (12 分) 如图, 点 E 是四边形 ABCD 的对角线 BD 上的一点, $\angle BAE = \angle CBD = \angle DAC$.

(1) 求证: $DE \cdot AB = BC \cdot AE$;

(2) 求证: $\angle AED + \angle ADC = 180^\circ$.

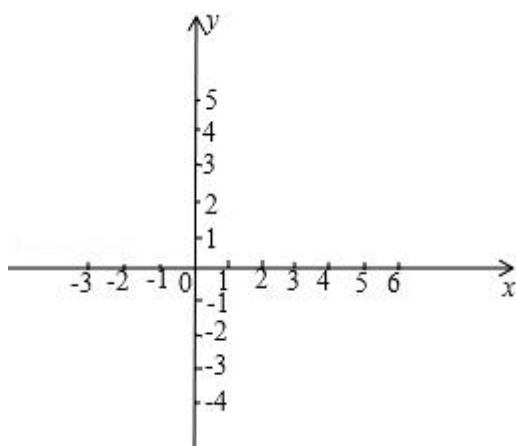


24. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 与 x 轴分别交于点 A (2, 0)、点 B (点 B 在点 A 的右侧), 与 y 轴交于点 C, $\tan \angle CBA = \frac{1}{2}$.

(1) 求该抛物线的表达式;

(2) 设该抛物线的顶点为 D, 求四边形 ACBD 的面积;

(3) 设抛物线上的点 E 在第一象限, $\triangle BCE$ 是以 BC 为一条直角边的直角三角形, 请直接写出点 E 的坐标.



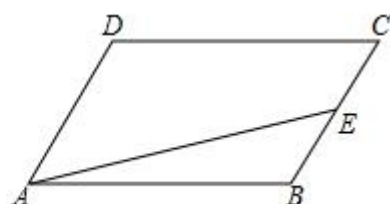
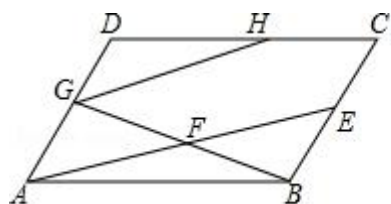
25. (14 分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, E 为边 BC 的中点, F 为线段 AE 上一点, 联结 BF 并延长交边 AD 于点 G, 过点 G 作 AE 的平行线, 交射线 DC 于点 H. 设

$$\frac{AD}{AB} = \frac{EF}{AF} = x.$$

(1) 当 $x=1$ 时, 求 $AG: AB$ 的值;

(2) 设 $\frac{S_{\triangle GDH}}{S_{\triangle EBA}} = y$, 求关于 x 的函数关系式, 并写出 x 的取值范围;

(3) 当 $DH=3HC$ 时, 求 x 的值.



备用图

2016 年上海市虹口区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.

1. (4 分) 已知 α 为锐角，如果 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，那么 α 等于 ()

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 不确定

【考点】T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】根据特殊角的三角函数值求解.

【解答】解: $\because \alpha$ 为锐角, $\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\therefore \alpha=45^\circ$.

故选: B.

【点评】本题考查了特殊角的三角函数值, 解答本题的关键是掌握几个特殊角的三角函数值.

2. (4 分) 把二次函数 $y=x^2-4x+1$ 化成 $y=a(x-m)^2+k$ 的形式是 ()

- A. $y=(x-2)^2+1$ B. $y=(x-2)^2-1$ C. $y=(x-2)^2+3$ D. $y=(x-2)^2$

- 3

【考点】H9: 二次函数的三种形式.

【分析】运用配方法把二次函数的一般式化为顶点式即可.

【解答】解: $y=x^2-4x+1$

$$=x^2-4x+4-3$$

$$=(x-2)^2-3,$$

故选: D.

【点评】 本题考查的是二次函数的三种形式，正确运用配方法把二次函数的一般式化为顶点式是解题的关键.

3. (4分) 若将抛物线 $y=x^2$ 平移，得到新抛物线 $y=(x+3)^2$ ，则下列平移方法中，正确的是 ()
- A. 向左平移 3 个单位 B. 向右平移 3 个单位
- C. 向上平移 3 个单位 D. 向下平移 3 个单位

【考点】 H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】 先确定抛物线 $y=x^2$ 的顶点坐标为 $(0, 0)$ ，抛物线 $y=(x+3)^2$ 的顶点坐标为 $(-3, 0)$ ，然后利用顶点的平移情况确定抛物线的平移情况.

【解答】 解：抛物线 $y=x^2$ 的顶点坐标为 $(0, 0)$ ，抛物线 $y=(x+3)^2$ 的顶点坐标为 $(-3, 0)$ ，

因为点 $(0, 0)$ 向左平移 3 个单位长度后得到 $(-3, 0)$ ，

所以把抛物线 $y=x^2$ 向左平移 3 个单位得到抛物线 $y=(x+3)^2$.

故选：A.

【点评】 本题考查了二次函数图象与几何变换：由于抛物线平移后的形状不变，故 a 不变，所以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法：一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标，利用待定系数法求出解析式；二是只考虑平移后的顶点坐标，即可求出解析式.

4. (4分) 若坡面与水平面的夹角为 α ，则坡度 i 与坡角 α 之间的关系是 ()
- A. $i=\cos\alpha$ B. $i=\sin\alpha$ C. $i=\cot\alpha$ D. $i=\tan\alpha$

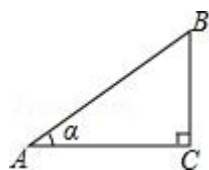
【考点】 T9: 解直角三角形的应用 – 坡度坡角问题.

【分析】 利用把坡面与水平面的夹角 α 叫做坡角，坡度 i 与坡角 α 之间的关系为：

$$i=\frac{h}{l}=\tan\alpha.$$

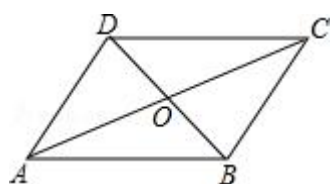
【解答】 解：如图所示： $i=\tan\alpha$.

故选：D.



【点评】此题主要考查了解直角三角形的应用－坡度坡角的定义，正确把握坡角的定义是解题关键.

5. (4分) 如图， $\square ABCD$ 对角线 AC 与 BD 相交于点 O ，如果 $\overrightarrow{AB} = \vec{\pi}$ ， $\overrightarrow{AD} = \vec{n}$ ，那么下列选项中，与向量 $\frac{1}{2}(\vec{\pi} + \vec{n})$ 相等的向量是 ()



- A. $\overrightarrow{OA}$ B. $\overrightarrow{OB}$ C. $\overrightarrow{OC}$ D. $\overrightarrow{OD}$

【考点】LM: *平面向量.

【分析】由四边形 $ABCD$ 是平行四边形根据平行四边形法则，可求得 $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} = \vec{n}$ ，然后由三角形法则，求得 $\overrightarrow{AC}$ 与 $\overrightarrow{BD}$ ，继而求得答案.

【解答】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} = \vec{n},$$

$$\therefore \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \vec{\pi} + \vec{n}, \quad \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} = \vec{n} - \vec{\pi},$$

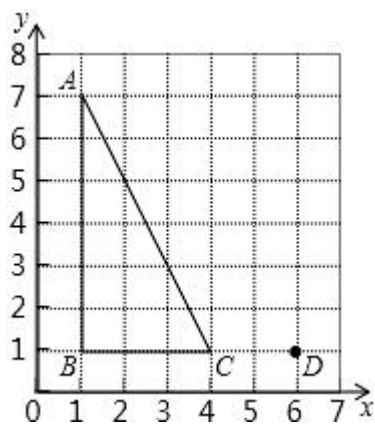
$$\therefore \overrightarrow{OA} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = -\frac{1}{2}(\vec{\pi} + \vec{n}), \quad \overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(\vec{\pi} + \vec{n}), \quad \overrightarrow{OB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BD} = -\frac{1}{2}(\vec{n} - \vec{\pi}),$$

$$\overrightarrow{OD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}(\vec{n} - \vec{\pi}).$$

故选：C.

【点评】此题考查了平面向量的知识以及平行四边形的性质. 注意掌握三角形法则与平行四边形法则的应用是解此题的关键.

6. (4分) 如图，点 A 、 B 、 C 、 D 的坐标分别是 $(1, 7)$ 、 $(1, 1)$ 、 $(4, 1)$ 、 $(6, 1)$ ，若 $\triangle CDE$ 与 $\triangle ABC$ 相似，则点 E 的坐标不可能是 ()



- A. (4, 2) B. (6, 0) C. (6, 4) D. (6, 5)

【考点】 D5: 坐标与图形性质; S8: 相似三角形的判定.

【分析】 根据相似三角形的判定: 两边对应成比例且夹角相等的两三角形相似即可判断.

【解答】 解: $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, $AB=6$, $BC=3$, $AB:BC=2$.

A、当点 E 的坐标为 (4, 2) 时, $\angle CDE=90^\circ$, $CD=2$, $DE=1$, 则 $AB:BC=CD:$

DE , $\triangle CDE \sim \triangle ABC$, 故本选项不符合题意;

B、当点 E 的坐标为 (6, 0) 时, $\angle CDE=90^\circ$, $CD=2$, $DE=1$, 则 $AB:BC=CD:$

DE , $\triangle CDE \sim \triangle ABC$, 故本选项不符合题意;

C、当点 E 的坐标为 (6, 4) 时, $\angle CDE=90^\circ$, $CD=2$, $DE=3$, 则 $AB:BC \neq$

$DE:CD$, $\triangle EDC$ 与 $\triangle ABC$ 不相似, 故本选项符合题意;

D、当点 E 的坐标为 (6, 5) 时, $\angle CDE=90^\circ$, $CD=2$, $DE=4$, 则 $AB:BC=CD:$

DE , $\triangle CDE \sim \triangle ABC$, 故本选项不符合题意;

故选: C.

【点评】 本题考查了相似三角形的判定, 难度中等. 牢记相似三角形的判定定理是解题的关键.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分) [请将结果直接填入答题纸的相应位置]

7. (4分) 若 $x:y=5:2$, 则 $(x+y):y$ 的值是 $\frac{7}{2}$.

【考点】S1: 比例的性质.

【分析】根据合比性质: $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$, 可得答案.

【解答】解: 由合比性质, 得

$$\frac{x+y}{y}=\frac{5+2}{2}=\frac{7}{2},$$

故答案为: $\frac{7}{2}$.

【点评】本题考查了比例的性质, 利用合比性质是解题关键.

8. (4分) 计算: $\frac{1}{2}\vec{a}-3(\vec{a}-2\vec{b})=-\frac{5}{2}\vec{a}+6\vec{b}$.

【考点】LM: *平面向量.

【分析】直接利用平面向量的加减运算法则求解即可求得答案.

【解答】解: $\frac{1}{2}\vec{a}-3(\vec{a}-2\vec{b})=\frac{1}{2}\vec{a}-3\vec{a}+6\vec{b}=-\frac{5}{2}\vec{a}+6\vec{b}$.

故答案为: $-\frac{5}{2}\vec{a}+6\vec{b}$.

【点评】此题考查了平面向量的运算法则. 注意掌握去括号时的符号变化是解此题的关键.

9. (4分) 二次函数 $y=x^2-2x$ 的图象的对称轴是直线 $x=1$.

【考点】H3: 二次函数的性质.

【分析】先把二次函数 $y=x^2-2x$ 写成顶点坐标式 $y=(x-1)^2-1$, 进而写出图象的对称轴方程.

【解答】解: $\because y=x^2-2x$,

$$\therefore y=(x-1)^2-1,$$

$\therefore$ 二次函数的图象对称轴为 $x=1$.

故答案为 $x=1$.

【点评】本题主要考查了二次函数的性质, 解答本题的关键是把二次函数写出顶点坐标式, 此题难度不大.

10. (4 分) 如果抛物线 $y = -x^2 + 3x - 1 + m$ 经过原点, 那么 $m = \underline{1}$.

【考点】H5: 二次函数图象上点的坐标特征.

【专题】11: 计算题.

【分析】把原点坐标代入 $y = -x^2 + 3x - 1 + m$ 中得到关于 m 的一次方程, 然后解一次方程即可.

【解答】解: $\because$ 抛物线 $y = -x^2 + 3x - 1 + m$ 经过点 $(0, 0)$,

$$\therefore -1 + m = 0,$$

$$\therefore m = 1.$$

故答案为 1.

【点评】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征: 二次函数图象上点的坐标满足其解析式.

11. (4 分) 已知点 A (x_1, y_1) 、B (x_2, y_2) 为二次函数 $y = (x - 1)^2$ 图象上的两点, 若 $x_1 < x_2 < 1$, 则 $y_1 \underline{>} y_2$. (填“>”、“<”或“=”)

【考点】H5: 二次函数图象上点的坐标特征.

【专题】11: 计算题.

【分析】先利用顶点式得到抛物线的对称轴为直线 $x = 1$, 由于抛物线开口向上, 在对称轴左侧, y 随 x 的增大而减小, 于是可判断 y_1 与 y_2 的大小.

【解答】解: $\because$ 二次函数 $y = (x - 1)^2$ 图象的对称轴为直线 $x = 1$,

$$\text{而 } x_1 < x_2 < 1,$$

$$\therefore y_1 > y_2.$$

故答案为 >.

【点评】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征: 二次函数图象上点的坐标满足其解析式. 解决本题的关键是运用二次函数的性质比较 y_1 与 y_2 的大小.

12. (4 分) 用“描点法”画二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象时, 列出了下面的表格:

x	...	-2	-1	0	1	...
y	...	-11	-2	1	-2	...

根据表格上的信息回答问题: 当 $x=2$ 时, $y=$ -11.

【考点】 H3: 二次函数的性质.

【分析】 首先根据表格数据得到二次函数图象的对称轴为 $x=0$, 然后求出当 $x=2$ 时 y 的值.

【解答】 解: 由表格数据可知:

当 $x=-1$, $y=-2$; $x=1$, $y=-2$,

则二次函数的图象对称轴为 $x=0$,

又知 $x=-2$ 和 $x=2$ 关于 $x=0$ 对称,

当 $x=-2$ 时, $y=-11$, 即当 $x=2$ 时, $y=-11$.

故答案为 -11.

【点评】 本题主要考查了二次函数的性质的知识, 解答本题的关键是根据表格数据得到二次函数图象的对称轴为 $x=0$, 此题难度不大.

13. (4 分) 如果两个相似三角形的周长的比为 $1:4$, 那么周长较小的三角形与周长较大的三角形对应角平分线的比为 $1:4$.

【考点】 S7: 相似三角形的性质.

【分析】 根据相似三角形周长的比等于相似比、相似三角形对应角平分线的比等于相似比解答即可.

【解答】 解: $\because$ 两个相似三角形的周长的比为 $1:4$,

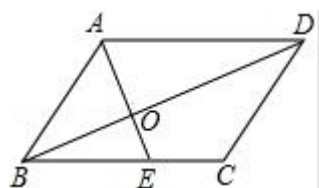
$\therefore$ 两个相似三角形的相似比为 $1:4$,

$\therefore$ 周长较小的三角形与周长较大的三角形对应角平分线的比为 $1:4$,

故答案为：1：4.

【点评】本题考查的是相似三角形的性质，掌握相似三角形周长的比等于相似比、相似三角形对应高的比、对应中线的比、对应角平分线的比都等于相似比是解题的关键.

14. (4分) 如图，在 $\square ABCD$ 中，E是边BC上的点，分别连结AE、BD相交于点O，若 $AD=5$ ， $\frac{BO}{DO}=\frac{3}{5}$ ，则 $EC=$ 2 .



【考点】L5：平行四边形的性质；S9：相似三角形的判定与性质.

【分析】根据平行四边形的性质得到 $AD \parallel BC$ ， $AD=BC$ ，推出 $\triangle BEO \sim \triangle DAO$ ，

根据相似三角形的性质得到 $\frac{BE}{AD} = \frac{BO}{DO} = \frac{3}{5}$ ，求得 $BE=3$ ，即可得到结论.

【解答】解： $\because$ 四边形ABCD是平行四边形，

$$\therefore AD \parallel BC, AD=BC,$$

$$\therefore \triangle BEO \sim \triangle DAO,$$

$$\therefore \frac{BE}{AD} = \frac{BO}{DO} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore AD=5,$$

$$\therefore BE=3,$$

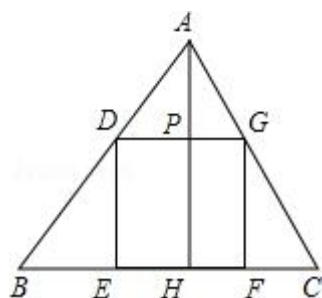
$$\therefore CE=5-3=2,$$

故答案为：2.

【点评】此题考查了平行四边形的性质以及相似三角形的判定与性质. 熟练掌握相似三角形的判定和性质是解题的关键.

15. (4分) 如图，正方形DEFG的边EF在 $\triangle ABC$ 的边BC上，顶点D、G分别在边AB、AC上. 若 $\triangle ABC$ 的边BC长为40厘米，高AH为30厘米，则

正方形 DEFG 的边长为 $\frac{120}{7}$ 厘米.



【考点】 LE: 正方形的性质; S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 由 $DG \parallel BC$ 得 $\triangle ADG \sim \triangle ABC$, 利用相似三角形对应边上高的比等于相似比, 列方程求解.

【解答】 解: 设正方形的边长为 x .

由正方形 DEFG 得, $DG \parallel EF$, 即 $DG \parallel BC$,

$\therefore AH \perp BC$,

$\therefore AP \perp DG$.

由 $DG \parallel BC$ 得 $\triangle ADG \sim \triangle ABC$

$$\therefore \frac{DG}{BC} = \frac{AP}{AH}.$$

$\therefore PH \perp BC$, $DE \perp BC$

$\therefore PH = ED$, $AP = AH - PH$,

$$\text{即 } \frac{DG}{BC} = \frac{AH - PH}{AH},$$

由 $BC = 40$, $AH = 30$, $DE = DG = x$,

$$\text{得 } \frac{x}{40} = \frac{30 - x}{30},$$

$$\text{解得 } x = \frac{120}{7}.$$

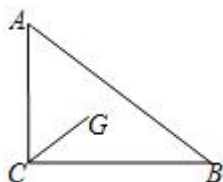
故正方形 DEFG 的边长是 $\frac{120}{7}$.

故答案为: $\frac{120}{7}$.

【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质. 关键是由平行线得到相似三角形,

利用相似三角形的性质列方程.

16. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 若点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, $\cos \angle BCG=\frac{2}{3}$, $BC=4$, 则 $CG=$ 2.



【考点】 K5: 三角形的重心.

【分析】 延长 CG 交 AB 于 D , 作 $DE \perp BC$ 于 E , 根据重心的概念得到点 D 为 AB 的中点, 根据直角三角形的性质得到 $DC=DB$, 根据等腰三角形的三线合一得到 $CE=2$, 根据余弦的概念求出 CD , 根据三角形的重心的概念得到答案.

【解答】 解: 延长 CG 交 AB 于 D , 作 $DE \perp BC$ 于 E ,

$\because$ 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心,

$\therefore$ 点 D 为 AB 的中点,

$\therefore DC=DB$, 又 $DE \perp BC$,

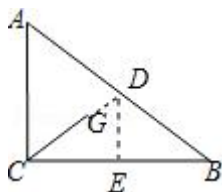
$\therefore CE=BE=\frac{1}{2}BC=2$, 又 $\cos \angle BCG=\frac{2}{3}$,

$\therefore CD=3$,

$\because$ 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心,

$\therefore CG=\frac{2}{3}CD=2$,

故答案为: 2.

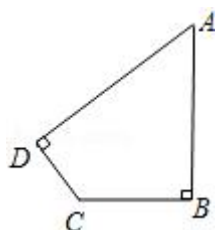


【点评】 本题考查的是三角形的重心的概念和性质以及锐角三角函数的定义, 掌握三角形的重心是三角形三条中线的交点, 且重心到顶点的距离是它到对边

中点的距离的 2 倍是解题的关键.

17. (4 分) 如图, 在四边形 ABCD 中, $\angle B = \angle D = 90^\circ$, $AB = 3$, $BC = 2$, $\tan A = \frac{4}{3}$,

则 $CD = \frac{6}{5}$.



【考点】T7: 解直角三角形.

【分析】延长 AD 和 BC 交于点 E, 在直角 $\triangle ABE$ 中利用三角函数求得 BE 的长,

则 EC 的长即可求得, 然后在直角 $\triangle CDE$ 中利用三角函数的定义求解.

【解答】解: 延长 AD 和 BC 交于点 E.

$\therefore$ 在直角 $\triangle ABE$ 中, $\tan A = \frac{BE}{AB} = \frac{4}{3}$, $AB = 3$,

$\therefore BE = 4$,

$\therefore EC = BE - BC = 4 - 2 = 2$,

$\therefore \triangle ABE$ 和 $\triangle CDE$ 中, $\angle B = \angle EDC = 90^\circ$, $\angle E = \angle E$,

$\therefore \angle DCE = \angle A$,

$\therefore$ 直角 $\triangle CDE$ 中, $\tan \angle DCE = \tan A = \frac{DE}{DC} = \frac{4}{3}$,

$\therefore$ 设 $DE = 4x$, 则 $DC = 3x$,

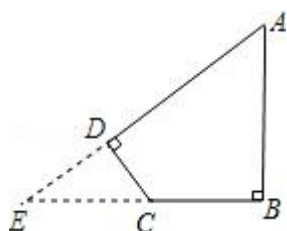
在直角 $\triangle CDE$ 中, $EC^2 = DE^2 + DC^2$,

$\therefore 4 = 16x^2 + 9x^2$,

解得: $x = \frac{2}{5}$,

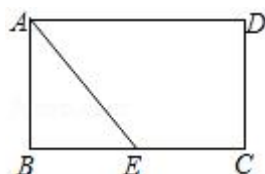
则 $CD = \frac{6}{5}$.

故答案是: $\frac{6}{5}$.



【点评】此题考查了相似三角形的判定与性质，含 30° 直角三角形的性质，熟练掌握相似三角形的判定与性质是解本题的关键.

18. (4 分) 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=6$ ， $AD=10$ ，点 E 是边 BC 的中点，联结 AE ，若将 $\triangle ABE$ 沿 AE 翻折，点 B 落在点 F 处，联结 FC ，则 $\cos \angle ECF = \frac{5\sqrt{61}}{61}$.



【考点】PB：翻折变换（折叠问题）；T7：解直角三角形.

【分析】由矩形的性质得出 $\angle B=90^\circ$ ， $BC=AD=10$ ，由勾股定理求出 AE ，由翻折变换的性质得出 $\triangle AFE \cong \triangle ABE$ ，得出 $\angle AEF = \angle AEB$ ， $EF=BE=5$ ，因此 $EF=CE$ ，由等腰三角形的性质得出 $\angle EFC = \angle ECF$ ，由三角形的外角性质得出 $\angle AEB = \angle ECF$ ， $\cos \angle ECF = \cos \angle AEB = \frac{BE}{AE}$ ，即可得出结果.

【解答】解：如图所示：

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore \angle B=90^\circ$ ， $BC=AD=10$ ，

$\because E$ 是 BC 的中点，

$\therefore BE=CE=\frac{1}{2}BC=5$ ，

$\therefore AE=\sqrt{AB^2+BE^2}=\sqrt{6^2+5^2}=\sqrt{61}$ ，

由翻折变换的性质得： $\triangle AFE \cong \triangle ABE$ ，

$$\therefore \angle AEF = \angle AEB, EF = BE = 5,$$

$$\therefore EF = CE,$$

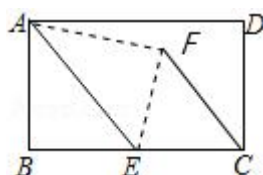
$$\therefore \angle EFC = \angle ECF,$$

$$\therefore \angle BEF = \angle EFC + \angle ECF,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle ECF,$$

$$\therefore \cos \angle ECF = \cos \angle AEB = \frac{BE}{AE} = \frac{5}{\sqrt{61}} = \frac{5\sqrt{61}}{61}.$$

故答案为: $\frac{5\sqrt{61}}{61}$.



【点评】 本题考查了矩形的性质、勾股定理、翻折变换的性质、等腰三角形的判定与性质、三角形的外角性质、三角函数；熟练掌握矩形的性质和翻折变换的性质，证出 $\angle AEB = \angle ECF$ 是解决问题的关键.

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 计算: $\cos^2 45^\circ + \tan 60^\circ \cdot \cos 30^\circ - 3 \cot^2 60^\circ$.

【考点】 T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】 将特殊角的三角函数值代入求解.

【解答】 解: 原式 = $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 3 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2$

= 1.

【点评】 本题考查了特殊角的三角函数值, 解答本题的关键是掌握几个特殊角的三角函数值.

20. (10 分) 已知一个二次函数的图象经过 A (0, -3)、B (2, -3)、C (-1, 0) 三点.

(1) 求这个二次函数的解析式;

(2) 将这个二次函数图象平移，使顶点移到点 P (0, -3) 的位置，求所得新抛物线的表达式.

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换; H8: 待定系数法求二次函数解析式.

【专题】11: 计算题.

【分析】(1) 利用待定系数法求抛物线解析式;

(2) 利用顶点式写出所得新抛物线的表达式.

【解答】解: (1) 设所求二次函数的解析式为 $y=ax^2+bx+c$, 由题意得

$$\begin{cases} c=-3 \\ 4a+2b+c=-3, \\ a-b+c=0 \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} a=1 \\ b=-2. \\ c=-3 \end{cases}$

所以这个二次函数的解析式为 $y=x^2-2x-3$;

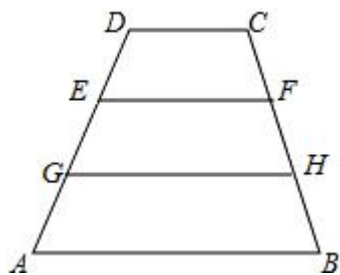
(2) 因为新抛物线是由抛物线 $y=x^2-2x-3$ 平移得到, 而新抛物线的顶点坐标是 (0, -3),

所以新抛物线的解析式为 $y=x^2-3$.

【点评】本题考查了二次函数图象与几何变换: 由于抛物线平移后的形状不变, 故 a 不变, 所以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法: 一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标, 利用待定系数法求出解析式; 二是只考虑平移后的顶点坐标, 即可求出解析式.

21. (10 分) 如图, $DC \parallel EF \parallel GH \parallel AB$, $AB=12$, $CD=6$, $DE: EG: GA=3: 4:$

5. 求 EF 和 GH 的长.



【考点】S4：平行线分线段成比例.

【专题】11：计算题.

【分析】过C作 $CQ \parallel AD$ ，交GH于N，交EF于M，交AB于Q，则可判断四边形AQCD为平行四边形，所以 $AQ = CD = 6$ ，同理可得 $EM = EM = CD = 6$ ，则 $BQ = AB - AQ = 6$ ，再利用平行线分线段成比例定理得到 $DE : EG : GA = CF : HF : HB = 3 : 4 : 5$ ，然后根据平行于三角形的一边，并且和其他两边（或两边的延长线）相交的直线，所截得的三角形的三边与原三角形的三边对应成比例得到 $MF : BQ = CF : CB = 3 : (3+4+5)$ ， $NH : BQ = CH : CB = (3+4) : (3+4+5)$ ，则可计算出MF和NH，从而得到GH和EF的长

【解答】解：过C作 $CQ \parallel AD$ ，交GH于N，交EF于M，交AB于Q，如图，

$\therefore CD \parallel AB$,

$\therefore$ 四边形AQCD为平行四边形，

$\therefore AQ = CD = 6$,

同理可得 $GN = EM = CD = 6$,

$\therefore BQ = AB - AQ = 6$,

$\therefore DC \parallel EF \parallel GH \parallel AB$,

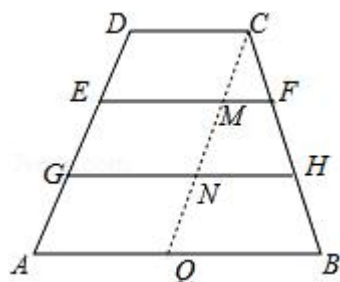
$\therefore DE : EG : GA = CF : HF : HB = 3 : 4 : 5$,

$\therefore MF \parallel NH \parallel BQ$,

$\therefore MF : BQ = CF : CB = 3 : (3+4+5)$ ， $NH : BQ = CH : CB = (3+4) : (3+4+5)$ ，

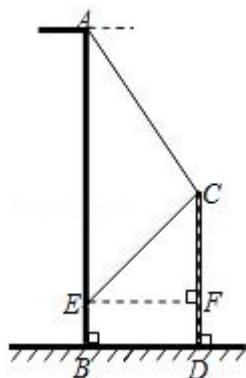
$$\therefore MF = \frac{3}{12} \times 6 = 1.5, \quad NH = \frac{7}{12} \times 6 = 3.5,$$

$$\therefore EF = EM + MF = 6 + 1.5 = 7.5, \quad HG = GN + NH = 6 + 3.5 = 9.5.$$



【点评】 本题考查了平行线分线段成比例定理：三条平行线截两条直线，所得的对应线段成比例。平行于三角形的一边，并且和其他两边（或两边的延长线）相交的直线，所截得的三角形的三边与原三角形的三边对应成比例。

22. (10 分) 如图，已知楼 AB 高 36 米，从楼顶 A 处测得旗杆顶 C 的俯角为 60° ，又从该楼离地面 6 米的一窗口 E 处测得旗杆顶 C 的仰角为 45° ，求该旗杆 CD 的高。（结果保留根号）



【考点】 TA：解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题。

【分析】 过点 C 作 $CG \perp AE$ ，垂足为点 G ，由题意得 $\angle CEF = 45^\circ = \angle CEG$ ， $\angle ACG = 60^\circ$ ，设 $CG = x$ ，在 $Rt\triangle ACG$ 中， $AG = CG \cdot \tan \angle ACG = \sqrt{3}x$ ，在 $Rt\triangle ECG$ 中， $EG = CG \cdot \cot \angle CEG = x$ ，根据 $AG + EG = AE$ ，列方程 $\sqrt{3}x + x = 36 - 6$ ，得到 $CF = EG = 15\sqrt{3} - 15$ ，于是得到结论。

【解答】 解：过点 C 作 $CG \perp AE$ ，垂足为点 G ，

由题意得 $\angle CEF = 45^\circ = \angle CEG$ ， $\angle ACG = 60^\circ$ ，

设 $CG=x$,

在 $\text{Rt}\triangle ACG$ 中, $AG=CG\cdot\tan\angle ACG=\sqrt{3}x$,

在 $\text{Rt}\triangle ECG$ 中, $EG=CG\cdot\cot\angle CEG=x$,

$$\therefore AG+EG=AE,$$

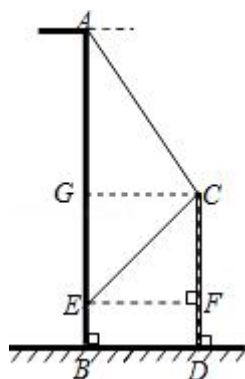
$$\therefore \sqrt{3}x+x=36-6,$$

解得: $x=15\sqrt{3}-15$,

$$\therefore CF=EG=15\sqrt{3}-15,$$

$$\therefore CD=15\sqrt{3}-15+6=15\sqrt{3}-9.$$

答: 该旗杆 CD 的高为 $(15\sqrt{3}-9)$ 米.

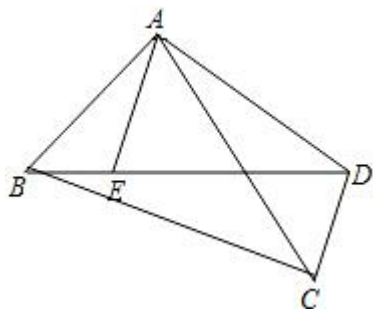


【点评】此题主要考查了仰角与俯角问题, 正确应用锐角三角函数关系是解题关键.

23. (12 分) 如图, 点 E 是四边形 $ABCD$ 的对角线 BD 上的一点, $\angle BAE=\angle CBD=\angle DAC$.

(1) 求证: $DE\cdot AB=BC\cdot AE$;

(2) 求证: $\angle AED+\angle ADC=180^\circ$.



【考点】S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】14: 证明题.

【分析】(1) 根据已知条件得到 $\angle BAC = \angle EAD$, 根据三角形额外角的性质得到

$\angle ABC = \angle AED$, 推出 $\triangle ABC \sim \triangle AED$, 根据相似三角形对应边成比例得到结论;

(2) 根据相似三角形的性质得到 $\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD}$, 推出 $\triangle ABE \sim \triangle ACD$, 根据相似三角形的性质得到 $\angle AEB = \angle ADC$, 等量代换即可得到结论.

【解答】证明: (1) $\because \angle BAE = \angle DAC$,

$$\therefore \angle BAE + \angle EAC = \angle DAC + \angle EAC,$$

$$\text{即 } \angle BAC = \angle EAD,$$

$$\because \angle ABC = \angle ABE + \angle CBD,$$

$$\angle AED = \angle ABE + \angle BAE,$$

$$\because \angle CBD = \angle BAE,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle AED,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle AED,$$

$$\therefore \frac{AB}{AE} = \frac{BC}{DE},$$

$$\therefore DE \cdot AB = BC \cdot AE;$$

(2) $\because \triangle ABC \sim \triangle AED$,

$$\therefore \frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD}, \text{ 即 } \frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD},$$

$$\therefore \angle BAE = \angle DAC$$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle ACD,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle ADC,$$

$$\therefore \angle AED + \angle AEB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AED + \angle ADC = 180^\circ.$$

【点评】 本题考查了相似三角形的性质和判定，邻补角的定义，三角形外角的性质，熟练掌握相似三角形的判定和性质是解题的关键.

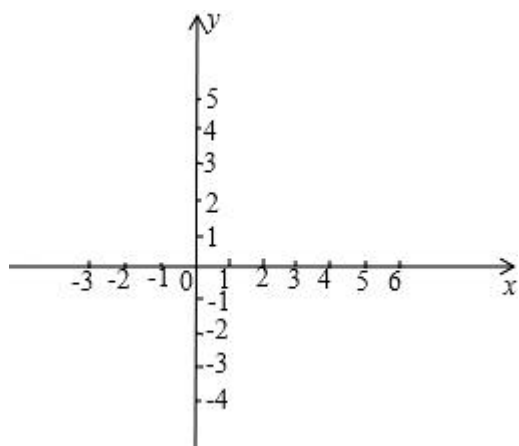
24. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 与 x 轴分别交于点

A (2, 0)、点 B (点 B 在点 A 的右侧)，与 y 轴交于点 C, $\tan \angle CBA = \frac{1}{2}$.

(1) 求该抛物线的表达式;

(2) 设该抛物线的顶点为 D, 求四边形 ACBD 的面积;

(3) 设抛物线上的点 E 在第一象限, $\triangle BCE$ 是以 BC 为一条直角边的直角三角形, 请直接写出点 E 的坐标.



【考点】 H8: 待定系数法求二次函数解析式; HA: 抛物线与 x 轴的交点.

【分析】 (1) 由抛物线解析式和已知条件得出 C 和 B 的坐标, (0, 3), $OC=3$,

把 A (2, 0)、B (6, 0) 分别代入 $y = ax^2 + bx + 3$ 得出方程组, 解方程即可;

(2) 把抛物线解析式化成顶点式得出顶点坐标, 四边形 ACBD 的面积=△ABC 的面积+△ABD 的面积, 即可得出结果;

(3) 设点 E 的坐标为 $(x, \frac{1}{4}x^2 - 2x + 3)$, 分两种情况: ①当 $\angle CBE=90^\circ$ 时; ②当 $\angle BCE=90^\circ$ 时; 分别由三角函数得出方程, 解方程即可.

【解答】解: (1) $\because$ 当 $x=0$ 时, $\therefore C(0, 3)$, $OC=3$,

在 Rt△COB 中, $\therefore \tan \angle CBA = \frac{1}{2}$,

$$\therefore \frac{OC}{OB} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore OB = 2OC = 6,$$

$\therefore$ 点 B (6, 0),

把 A (2, 0)、B (6, 0) 分别代入 $y=ax^2+bx+3$, 得: $\begin{cases} 4a+2b+3=0 \\ 36a+6b+3=0 \end{cases}$, 解得: $\begin{cases} a=\frac{1}{4} \\ b=-2 \end{cases}$

$\therefore$ 该抛物线表达式为 $y=\frac{1}{4}x^2 - 2x + 3$;

$$(2) \therefore y = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 3 = \frac{1}{4}(x-4)^2 - 1$$

$\therefore$ 顶点 D (4, -1),

$\therefore$ 四边形 ACBD 的面积=△ABC 的面积+△ABD 的面积= $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 + \frac{1}{2} \times 4 \times 1 = 8$;

(3) 设点 E 的坐标为 $(x, \frac{1}{4}x^2 - 2x + 3)$, 分两种情况:

①当 $\angle CBE=90^\circ$ 时,

作 $EM \perp x$ 轴于 M, 如图所示:

则 $\angle BEM = \angle CBA$,

$$\therefore \frac{BM}{EM} = \tan \angle BEM = \tan \angle CBA = \frac{1}{2},$$

$$\therefore EM = 2BM,$$

$$\text{即 } 2(x-6) = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 3,$$

解得: $x=10$, 或 $x=6$ (不合题意, 舍去),

∴ 点 E 坐标为 (10, 8);

② 当 $\angle BCE_1 = 90^\circ$ 时, 作 $E_1N \perp y$ 轴于 N,

则 $\angle E_1CN = \angle CBA$,

$$\therefore \frac{E_1N}{CN} = \tan \angle E_1CN = \tan \angle CBA = \frac{1}{2},$$

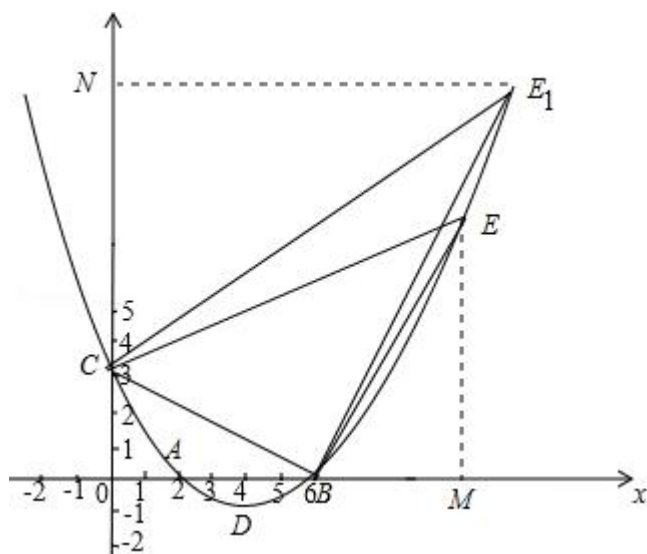
$$\therefore CN = 2E_1N,$$

$$\text{即 } 2x = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 3 - 3,$$

解得: $x=16$, 或 $x=0$ (不合题意, 舍去),

∴ 点 E_1 坐标为 (16, 35);

综上所述: 点 E 坐标为 (10, 8) 或 (16, 35).



【点评】 本题考查了抛物线与 x 轴的交点、抛物线解析式的求法、三角函数的应用、解方程等知识; 本题综合性强, 有一定难度, 求出抛物线解析式是解决问题的关键.

25. (14 分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, E 为边 BC 的中点, F 为线段 AE 上一点,

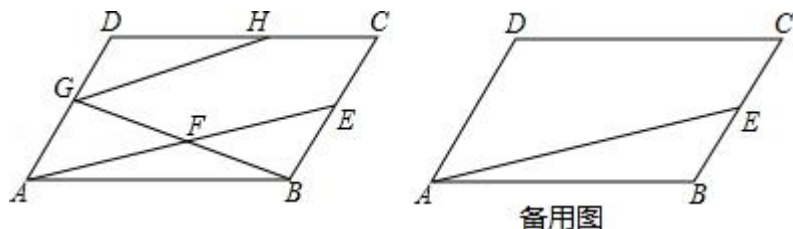
联结 BF 并延长交边 AD 于点 G, 过点 G 作 AE 的平行线, 交射线 DC 于点 H. 设

$$\frac{AD}{AB} = \frac{EF}{AF} = x.$$

(1) 当 $x=1$ 时, 求 AG: AB 的值;

(2) 设 $\frac{S_{\triangle GDH}}{S_{\triangle EBA}}=y$, 求关于 x 的函数关系式, 并写出 x 的取值范围;

(3) 当 $DH=3HC$ 时, 求 x 的值.



【考点】 SO: 相似形综合题.

【专题】 15: 综合题; 55D: 图形的相似.

【分析】 (1) 由平行四边形 $ABCD$, 得到 AD 与 BC 平行且相等, 由两直线平行得到两对内错角相等, 进而确定出三角形 BEF 与三角形 AGF 相似, 由相似得比例, 把 $x=1$ 代入已知等式, 结合比例式得到 $AG=BE$, $AD=AB$, 即可求出所求式子的值;

(2) 设 $AB=1$, 根据已知等式表示出 AD 与 BE , 由 AD 与 BC 平行, 得到比例式, 表示出 AG 与 DG , 利用两角相等的三角形相似得到三角形 GDH 与三角形 ABE 相似, 利用相似三角形面积之比等于相似比的平方列出 y 与 x 的函数解析式, 并求出 x 的范围即可;

(3) 分两种情况考虑: ①当点 H 在边 DC 上时, 如图 1 所示; ②当 H 在 DC 的延长线上时, 如图 2 所示, 分别利用相似得比例列出关于 x 的方程, 求出方程的解即可得到 x 的值.

【解答】 解: (1) 在 $\square ABCD$ 中, $AD=BC$, $AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle BEF = \angle GAF, \angle EBF = \angle AGF,$$

$$\therefore \triangle BEF \sim \triangle GAF,$$

$$\therefore \frac{BE}{AG} = \frac{EF}{AF},$$

$$\therefore x=1, \text{ 即 } \frac{AD}{AB} = \frac{EF}{AF} = 1,$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{BE}{AG} = 1,$$

$$\therefore AD=AB, AG=BE,$$

$\therefore E$ 为 BC 的中点,

$$\therefore BE = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore AG = \frac{1}{2}AB,$$

$$\text{则 } AG:AB = \frac{1}{2};$$

$$(2) \therefore \frac{AD}{AB} = \frac{EF}{AF} = x,$$

$$\therefore \text{不妨设 } AB=1, \text{ 则 } AD=x, BE=\frac{1}{2}x,$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{BE}{AG} = \frac{EF}{AF} = x,$$

$$\therefore AG = \frac{1}{2}, DG = x - \frac{1}{2},$$

$$\therefore GH \parallel AE,$$

$$\therefore \angle DGH = \angle DAE,$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle AEB,$$

$$\therefore \angle DGH = \angle AEB,$$

在 $\square ABCD$ 中, $\angle D = \angle ABE$,

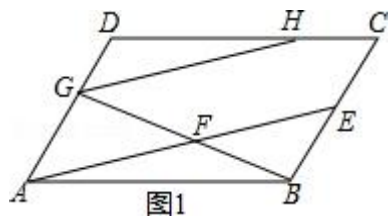
$$\therefore \triangle GDH \sim \triangle EBA,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle GDH}}{S_{\triangle EBA}} = \left(\frac{DG}{BE}\right)^2,$$

$$\therefore y = \left(\frac{x - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}x} \right)^2 = \frac{4x^2 - 4x + 1}{x^2} \quad (x > \frac{1}{2});$$

(3) 分两种情况考虑:

①当点 H 在边 DC 上时, 如图 1 所示:



$$\therefore DH = 3HC,$$

$$\therefore \frac{DH}{DC} = \frac{3}{4},$$

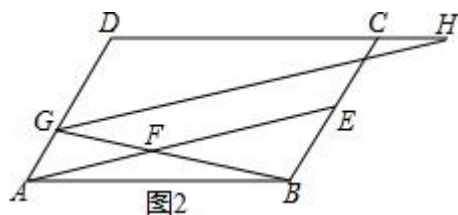
$$\therefore \frac{DH}{AB} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \triangle GDH \sim \triangle EBA,$$

$$\therefore \frac{DG}{BE} = \frac{DH}{AB} = \frac{3}{4}, \quad \text{即} \quad \frac{x - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}x} = \frac{3}{4},$$

$$\text{解得: } x = \frac{4}{5};$$

②当 H 在 DC 的延长线上时, 如图 2 所示:



$$\therefore DH = 3HC,$$

$$\therefore \frac{DH}{DC} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \frac{DH}{AB} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \triangle GDH \sim \triangle EBA,$$

$$\therefore \frac{DG}{BE} = \frac{DH}{AB} = \frac{3}{2}, \quad \text{即} \quad \frac{x - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}x} = \frac{3}{2},$$

解得： $x=2$,

综上所述，可知 x 的值为 $\frac{4}{5}$ 或 2 .

【点评】 此题属于相似型综合题，涉及的知识有：平行四边形的性质，相似三角形的判定与性质，以及平行线的性质，熟练掌握相似三角形的判定与性质是解本题的关键.