

2016 年上海市松江区中考数学一模试卷

一.选择题

1. (3 分) 如果两个相似三角形的面积比是 1: 4, 那么它们的周长比是 ()

- A. 1: 16 B. 1: 4 C. 1: 6 D. 1: 2

2. (3 分) 下列函数中, 属于二次函数的是 ()

- A. $y=2x+1$ B. $y=(x-1)^2-x^2$
C. $y=2x^2-7$ D. $y=\frac{1}{x^2}$

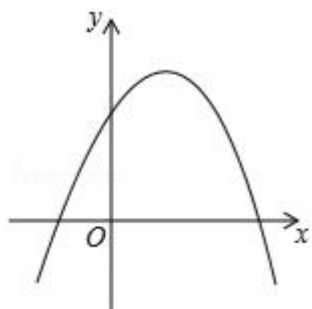
3. (3 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $BC=1$, $AB=2$, 则下列结论正确的是 ()

- A. $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\tan A = \frac{1}{2}$ D. $\cot A = \frac{\sqrt{3}}{3}$

4. (3 分) 若四边形 $ABCD$ 的对角线交于点 O , 且有 $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{DC}$, 则以下结论正确的是 ()

- A. $\overrightarrow{AO}=2\overrightarrow{OC}$ B. $|\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{BD}|$ C. $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BD}$ D. $\overrightarrow{DO}=2\overrightarrow{OB}$

5. (3 分) 如果二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 那么 ()



- A. $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$ B. $a > 0$, $b < 0$, $c > 0$
C. $a > 0$, $b > 0$, $c < 0$ D. $a < 0$, $b < 0$, $c < 0$

6. (3 分) P 是 $\triangle ABC$ 一边上的一点 (P 不与 A 、 B 、 C 重合), 过点 P 的一条直线截 $\triangle ABC$, 如果截得的三角形与 $\triangle ABC$ 相似, 我们称这条直线为过点 P 的 $\triangle ABC$ 的“相似线”. $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle A=30^\circ$, 当点 P 为 AC 的

中点时，过点 P 的 $\triangle ABC$ 的“相似线”最多有几条？（ ）

- A. 1 条 B. 2 条 C. 3 条 D. 4 条

二. 填空题

7. (4 分) 若 $a:b:c=1:3:2$ ，且 $a+b+c=24$ ，则 $a+b-c=$ _____.

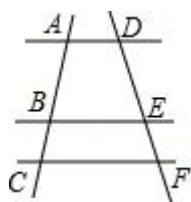
8. (4 分) 已知线段 $a=2\text{cm}$ ， $b=8\text{cm}$ ，那么线段 a 和 b 的比例中项为_____cm.

9. (4 分) 二次函数 $y=-2x^2-x+3$ 的图象与 y 轴的交点坐标为_____.

10. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，如果 $AC=4$ ， $\sin B=\frac{2}{3}$ ，那么 $AB=$ _____.

11. (4 分) 一位运动员投掷铅球，如果铅球运行时离地面的高度为 y (米) 关于水平距离 x (米) 的函数解析式为 $y=-\frac{1}{12}x^2+\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}$ ，那么铅球运动过程中最高点离地面的距离为_____米.

12. (4 分) 如图，直线 $AD\parallel BE\parallel CF$ ， $BC=\frac{2}{3}AB$ ， $DE=6$ ，那么 EF 的值是_____.

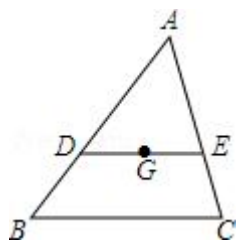


13. (4 分) 在一个斜坡上前进 5 米，水平高度升高了 1 米，则该斜坡坡度 $i=$ _____.

14. (4 分) 若点 $A(-3, y_1)$ 、 $B(0, y_2)$ 是二次函数 $y=-2(x-1)^2+3$ 图象上的两点，那么 y_1 与 y_2 的大小关系是_____ (填 $y_1 > y_2$ 、 $y_1=y_2$ 或 $y_1 < y_2$).

15. (4 分) 将抛物线 $y=x^2$ 沿 x 轴向右平移 2 个单位后所得抛物线的解析式是_____.

16. (4 分) 如图，已知 $DE\parallel BC$ ，且 DE 经过 $\triangle ABC$ 的重心 G ，若 $BC=6\text{cm}$ ，那么 DE 等于_____cm.



17. (4分) 已知二次函数的图象经过 $(0, 3)$ 、 $(4, 3)$ 两点, 则该二次函数的图象对称轴为直线_____.

18. (4分) 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=3$, $AC=4$, 点 D 是 AB 边上一点, 将 $\triangle ABC$ 沿着直线 CD 翻折, 点 A 落在直线 AB 上的点 A' 处, 则 $\sin \angle A'CD=$ _____.

三.解答题

19. (10分) 已知抛物线 $y=x^2+bx+3$ 经过点 $A(-1, 8)$, 顶点为 M ;

(1) 求抛物线的表达式;

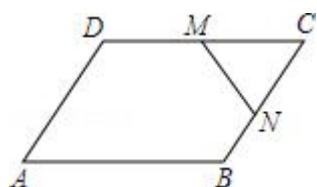
(2) 设抛物线对称轴与 x 轴交于点 B , 连接 AB 、 AM , 求 $\triangle ABM$ 的面积.

20. (16分) 如图, 已知平行四边形 $ABCD$, 点 M 、 N 是边 DC 、 BC 的中点,

设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$;

(1) 求向量 $\overrightarrow{MN}$ (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示);

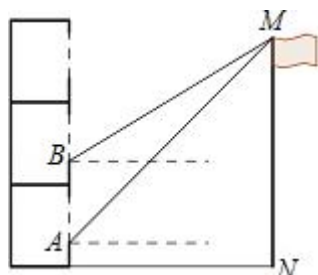
(2) 在图中求作向量 $\overrightarrow{MN}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{AD}$ 方向上的分向量; (不要求写作法, 但要指出所作图中表示结论的向量)



21. (10分) 如图, 小明所在教学楼的每层高度为 3.5 米, 为了测量旗杆 MN 的高度, 他在教学楼一楼的窗台 A 处测得旗杆顶部 M 的仰角为 45° , 他在二楼窗台 B 处测得 M 的仰角为 31° , 已知每层楼的窗台离该层的地面高度均为 1

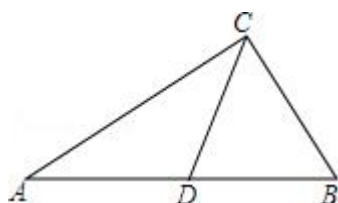
米，求旗杆 MN 的高度；(结果保留两位小数)

(参考数据: $\sin 31^\circ \approx 0.52$, $\cos 31^\circ \approx 0.86$, $\tan 31^\circ \approx 0.60$)



22. (10 分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\tan A=\frac{1}{2}$, 点 D 在边 AB 上, AD:

DB=3: 1, 求 $\cot \angle DCB$ 的值.

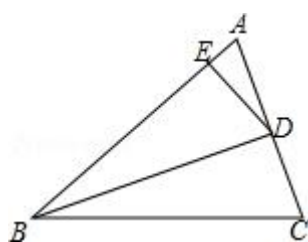


23. (10 分) 已知如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BD 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 D, 点 E 在

AB 上, 且 $BD^2=BE \cdot BC$;

(1) 求证: $\angle BDE=\angle C$;

(2) 求证: $AD^2=AE \cdot AB$.



24. (10 分) 如图, 已知抛物线 $y=ax^2+bx-3$ 与 x 轴交于 A、B 两点, 与 y 轴交

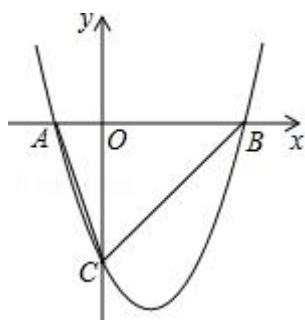
于点 C, O 是坐

标原点, 已知点 B 的坐标是 (3, 0), $\tan \angle OAC=3$;

(1) 求该抛物线的函数表达式;

(2) 点 P 在 x 轴上方的抛物线上, 且 $\angle PAB=\angle CAB$, 求点 P 的坐标;

- (3) 点 D 是 y 轴上一动点, 若以 D 、 C 、 B 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似, 求出符合条件的点 D 的坐标.



25. (18 分) 已知, 等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle B = \angle BCD = 45^\circ$, $AD = 3$, $BC = 9$, 点 P 是对角线 AC 上的一个动点, 且 $\angle APE = \angle B$, PE 分别交射线 AD 和射线 CD 于点 E 和点 G ;

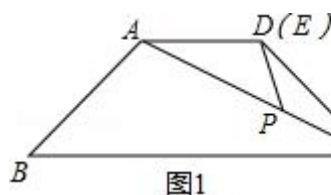


图1

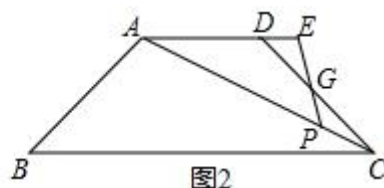


图2

- (1) 如图 1, 当点 E 、 D 重合时, 求 AP 的长;
- (1) 如图 2, 当点 E 在 AD 的延长线上时, 设 $AP = x$, $DE = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出它的定义域;
- (3) 当线段 $DG = \sqrt{2}$ 时, 求 AE 的值.

2016 年上海市松江区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一.选择题

1. (3 分) 如果两个相似三角形的面积比是 1: 4, 那么它们的周长比是 ()

- A. 1: 16 B. 1: 4 C. 1: 6 D. 1: 2

【考点】S7: 相似三角形的性质.

【分析】根据相似三角形周长的比等于相似比, 相似三角形面积的比等于相似比的平方解答即可.

【解答】解: $\because$ 两个相似三角形的面积比是 1: 4,

$\therefore$ 两个相似三角形的相似比是 1: 2,

$\therefore$ 两个相似三角形的周长比是 1: 2,

故选: D.

【点评】本题考查的是相似三角形的性质, 掌握相似三角形周长的比等于相似比, 相似三角形面积的比等于相似比的平方是解题的关键.

2. (3 分) 下列函数中, 属于二次函数的是 ()

- A. $y=2x+1$ B. $y=(x-1)^2-x^2$
C. $y=2x^2-7$ D. $y=\frac{1}{x^2}$

【考点】H1: 二次函数的定义.

【分析】根据一次函数、反比例函数、二次函数的定义判断各选项即可得出答案.

【解答】解: A、是一次函数, 故本选项错误;

B、整理后是一次函数, 故本选项错误;

C、 $y=2x^2-7$ 是二次函数, 故本选项正确;

D、 y 与 x^2 是反比例函数关系, 故本选项错误.

故选：C.

【点评】本题考查了二次函数的定义，关键是掌握二次函数的定义条件：二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的定义条件是：a、b、c 为常数， $a \neq 0$ ，自变量最高次数为 2.

3. (3 分) 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $BC=1$ ， $AB=2$ ，则下列结论正确的是 ()

A. $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\tan A = \frac{1}{2}$ D. $\cot A = \frac{\sqrt{3}}{3}$

【考点】T1：锐角三角函数的定义.

【分析】首先利用勾股定理求得 AC 的长，然后利用三角函数的定义求解，即可作出判断.

【解答】解：在直角 $\triangle ABC$ 中， $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$.

则 $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{2}$ ，故 A 错误；

$\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，故 B 正确；

$\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，故 C 错误；

$\cot A = \frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$ ，故 D 错误.

故选：B.

【点评】本题考查锐角三角函数的定义及运用：在直角三角形中，锐角的正弦为对边比斜边，余弦为邻边比斜边，正切为对边比邻边.

4. (3 分) 若四边形 ABCD 的对角线交于点 O，且有 $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{DC}$ ，则以下结论正确的是 ()

A. $\overrightarrow{AO} = 2\overrightarrow{OC}$ B. $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$ C. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ D. $\overrightarrow{DO} = 2\overrightarrow{OB}$

【考点】LM：*平面向量.

【分析】首先根据题意画出图形，然后由 $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{DC}$ ，可得 $AB \parallel CD$ ， $AB = 2DC$ 即可证得 $\triangle OAB \sim \triangle OCD$ ，然后由相似三角形的对应边成比例，证得 OA ：

$OC = OB$ ： $OD = AB$ ： $CD = 2$ ：1，继而求得答案.

【解答】解：A、 $\because \overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{DC}$,

$\therefore AB \parallel CD$, $AB=2DC$,

$\therefore \triangle OAB \sim \triangle OCD$,

$\therefore OA:OC=AB:DC=2:1$,

$\therefore OA=2OC$,

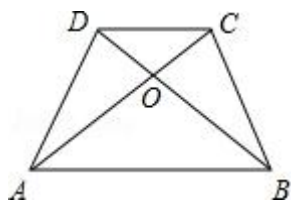
$\therefore \overrightarrow{AO}=2\overrightarrow{OC}$; 故正确;

B、 $|\overrightarrow{AC}|$ 不一定等于 $|\overrightarrow{BD}|$; 故错误;

C、 $\overrightarrow{AC} \neq \overrightarrow{BD}$, 故错误;

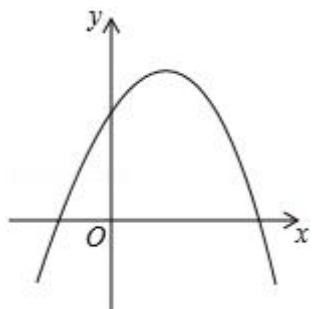
D、 $\overrightarrow{DO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$; 故错误.

故选：A.



【点评】此题考查了平面向量的知识以及相似三角形的判定与性质. 注意掌握证得 $\triangle AOB \sim \triangle COD$ 是解此题的关键.

5. (3分) 如果二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 那么 ()



A. $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$

B. $a > 0$, $b < 0$, $c > 0$

C. $a > 0$, $b > 0$, $c < 0$

D. $a < 0$, $b < 0$, $c < 0$

【考点】H4: 二次函数图象与系数的关系.

【专题】 31: 数形结合.

【分析】 利用抛物线开口方向确定 a 的符号, 利用对称轴方程可确定 b 的符号,
利用抛物线与 y 轴的交点位置可确定 c 的符号.

【解答】 解: $\because$ 抛物线开口向下,

$$\therefore a < 0,$$

$\because$ 抛物线的对称轴在 y 轴的右侧,

$$\therefore x = -\frac{b}{2a} > 0,$$

$$\therefore b > 0,$$

$\because$ 抛物线与 y 轴的交点在 x 轴上方,

$$\therefore c > 0.$$

故选: A.

【点评】 本题考查了二次函数图象与系数的关系: 对于二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$), 二次项系数 a 决定抛物线的开口方向和大小: 当 $a > 0$ 时, 抛物线向上开口; 当 $a < 0$ 时, 抛物线向下开口; 一次项系数 b 和二次项系数 a 共同决定对称轴的位置: 当 a 与 b 同号时 (即 $ab > 0$), 对称轴在 y 轴左; 当 a 与 b 异号时 (即 $ab < 0$), 对称轴在 y 轴右; 常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点位置: 抛物线与 y 轴交于 $(0, c)$; 抛物线与 x 轴交点个数由 Δ 决定: $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 2 个交点; $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 1 个交点; $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时, 抛物线与 x 轴没有交点.

6. (3 分) P 是 $\triangle ABC$ 一边上的一点 (P 不与 A 、 B 、 C 重合), 过点 P 的一条直线截 $\triangle ABC$, 如果截得的三角形与 $\triangle ABC$ 相似, 我们称这条直线为过点 P 的 $\triangle ABC$ 的“相似线”. $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle A=30^\circ$, 当点 P 为 AC 的

中点时，过点 P 的 $\triangle ABC$ 的“相似线”最多有几条？（ ）

- A. 1 条 B. 2 条 C. 3 条 D. 4 条

【考点】S8: 相似三角形的判定.

【专题】23: 新定义.

【分析】根据相似三角形的判定方法分别利用平行线以及垂直平分线的性质得出对应角相等即可得出.

【解答】解：如图所示：

当 $PD \parallel BC$ 时， $\triangle APD \sim \triangle ACB$;

当 $PE \parallel AB$ 时， $\triangle CPE \sim \triangle BAC$;

当 $PF \perp AB$ 时， $\triangle APF \sim \triangle ABC$

故过点 P 的 $\triangle ABC$ 的相似线最多有 3 条.

$\therefore \angle CPE$ 不可能为 60° ,

$\therefore$ 当 $\angle CPE=60^\circ$ 时，相似的这种情形不存在.

理由：连接 PB,

$\therefore \angle CPB = \angle A + \angle ABP$,

$\therefore PB > PC$, $PC = PA$,

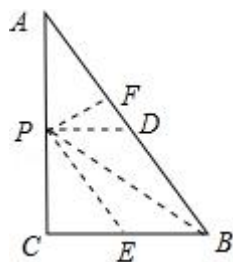
$\therefore PB > PA$,

$\therefore \angle PBA < \angle A$,

$\therefore \angle CPB < 60^\circ$,

$\therefore \angle CPE$ 不可能为 60° ,

故选：C.



【点评】此题主要考查了相似三角形的判定，正确掌握相似三角形的判定方法作出辅助线是解题关键.

二.填空题

7. (4分) 若 $a:b:c=1:3:2$ ，且 $a+b+c=24$ ，则 $a+b-c=$ 8.

【考点】S1：比例的性质.

【分析】设 $a=k$ ，则 $b=3k$ ， $c=2k$ ，根据 $a+b+c=24$ 即可代入求得 k ，然后代入求得所求代数式的值.

【解答】解：∵ $a:b:c=1:3:2$ ，

∴ 设 $a=k$ ，则 $b=3k$ ， $c=2k$ ，

又 ∵ $a+b+c=24$ ，

∴ $k+3k+2k=24$ ，

∴ $k=4$ ，

∴ $a+b-c=k+3k-2k=2k=2 \times 4=8$.

故答案是：8.

【点评】本题考查了比例的性质，根据 $a:b:c=1:3:2$ 正确设出未知数是解决本题的关键.

8. (4分) 已知线段 $a=2\text{cm}$ ， $b=8\text{cm}$ ，那么线段 a 和 b 的比例中项为 4 cm.

【考点】S2：比例线段.

【分析】比例的基本性质：两外项之积等于两内项之积.

【解答】解：根据比例中项的概念结合比例的基本性质，

得：比例中项的平方等于两条线段的乘积.

设它们的比例中项是 x ，则 $x^2=2 \times 8$ ， $x=\pm 4$ （线段是正数，负值舍去）.

故答案为 4.

【点评】考查了比例中项的概念，注意：求两条线段的比例中项的时候，应舍去负数.

9. (4 分) 二次函数 $y=-2x^2-x+3$ 的图象与 y 轴的交点坐标为 (0, 3).

【考点】H5: 二次函数图象上点的坐标特征.

【分析】把 $x=0$ 代入即可求得.

【解答】解：把 $x=0$ 代入 $y=-2x^2-x+3$ 得， $y=3$,

所以二次函数 $y=-2x^2-x+3$ 的图象与 y 轴的交点坐标为 (0, 3),

故答案为 (0, 3).

【点评】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征， y 轴上的点的横坐标为 0 是解题的关键.

10. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，如果 $AC=4$ ， $\sin B=\frac{2}{3}$ ，那么 $AB=\underline{6}$.

【考点】T1: 锐角三角函数的定义.

【分析】根据正弦函数的定义即可直接求解.

【解答】解： $\because \sin B = \frac{AC}{AB}$,

$$\therefore AB = \frac{AC}{\sin B} = \frac{4}{\frac{2}{3}} = 6.$$

故答案是：6.

【点评】本题考查了正弦函数的定义，是所对的直角边与斜边的比，理解定义是关键.

11. (4 分) 一位运动员投掷铅球，如果铅球运行时离地面的高度为 y （米）关于水平距离 x （米）的函数解析式为 $y=-\frac{1}{12}x^2+\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}$ ，那么铅球运动过程中

最高点离地面的距离为 3 米.

【考点】HE: 二次函数的应用.

【分析】直接利用配方法求出二次函数最值即可.

【解答】解: 由题意可得:

$$\begin{aligned}y &= -\frac{1}{12}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{3} \\&= -\frac{1}{12}(x^2 - 8x) + \frac{5}{3} \\&= -\frac{1}{12}(x - 4)^2 + 3,\end{aligned}$$

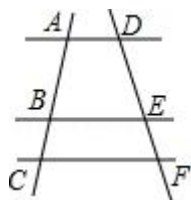
故铅球运动过程中最高点离地面的距离为: 3m.

故答案为: 3.

【点评】此题主要考查了二次函数的应用, 正确利用配方法求出最值是解题关键.

12. (4 分) 如图, 直线 $AD \parallel BE \parallel CF$, $BC = \frac{2}{3}AB$, $DE = 6$, 那么 EF 的值是

4.



【考点】S4: 平行线分线段成比例.

【分析】根据平行线分线段成比例定理得到 $\frac{DE}{EF} = \frac{AB}{BC}$, 即可得出结果.

【解答】解: $\because AD \parallel BE \parallel CF$, $BC = \frac{2}{3}AB$,

$$\therefore \frac{DE}{EF} = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{2},$$

$$\text{即 } \frac{6}{EF} = \frac{3}{2},$$

解得: $EF = 4$

故答案为: 4.

【点评】本题考查了平行线分线段成比例: 三条平行线截两条直线, 所得的对应线段成比例.

13. (4 分) 在一个斜坡上前进 5 米, 水平高度升高了 1 米, 则该斜坡坡度 $i = \underline{1:}$

$\underline{2\sqrt{6}}$.

【考点】T9: 解直角三角形的应用 – 坡度坡角问题.

【专题】17: 推理填空题.

【分析】根据在一个斜坡上前进 5 米, 水平高度升高了 1 米, 可以计算出此时的水平距离, 水平高度与水平距离的比值即为坡度, 从而可以解答本题.

【解答】解: 设在一个斜坡上前进 5 米, 水平高度升高了 1 米, 此时水平距离为 x 米,

根据勾股定理, 得 $x^2 + 1^2 = 5^2$,

解得, $x_1 = 2\sqrt{6}$, $x_2 = -2\sqrt{6}$ (舍去),

故该斜坡坡度 $i = 1: 2\sqrt{6}$.

故答案为: $1: 2\sqrt{6}$.

【点评】本题考查解直角三角形的应用 – 坡度坡角问题, 解题的关键是明确什么是坡度.

14. (4 分) 若点 A $(-3, y_1)$ 、B $(0, y_2)$ 是二次函数 $y = -2(x - 1)^2 + 3$ 图象

上的两点, 那么 y_1 与 y_2 的大小关系是 $\underline{y_1 < y_2}$ (填 $y_1 > y_2$ 、 $y_1 = y_2$ 或 $y_1 < y_2$).

【考点】H5: 二次函数图象上点的坐标特征.

【分析】分别计算自变量为 -2 、 3 时的函数值, 然后比较函数值的大小即可.

【解答】解: 当 $x = -3$ 时, $y_1 = -2(x - 1)^2 + 3 = -29$;

当 $x = 0$ 时, $y_2 = -2(x - 1)^2 + 3 = 1$;

$\therefore -29 < 1$,

$\therefore y_1 < y_2$,

故答案为: $y_1 < y_2$.

【点评】 本题考查了二次函数图象上点的坐标特征：二次函数图象上点的坐标满足其解析式．也考查了二次函数的性质．

15. (4 分) 将抛物线 $y=x^2$ 沿 x 轴向右平移 2 个单位后所得抛物线的解析式是 $y=(x-2)^2$ ．

【考点】 H6： 二次函数图象与几何变换．

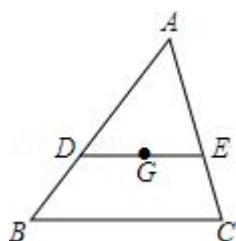
【分析】 直接根据“左加右减”的原则进行解答即可．

【解答】 解： 由“左加右减”的原则可知， 将抛物线 $y=x^2$ 向右平移 2 个单位， 所得函数解析式为： $y=(x-2)^2$ ．

故答案为： $y=(x-2)^2$ ．

【点评】 本题考查的是函数图象平移的法则， 根据“上加下减， 左加右减”得出是解题关键．

16. (4 分) 如图， 已知 $DE \parallel BC$ ， 且 DE 经过 $\triangle ABC$ 的重心 G ， 若 $BC=6\text{cm}$ ， 那么 DE 等于 4 cm ．



【考点】 K5： 三角形的重心．

【分析】 利用重心到顶点的距离与重心到对边中点的距离之比为 2： 1， 进而求出答案．

【解答】 解： 连接 AG 并延长到 BC 上一点 N ，

$\because \triangle ABC$ 的重心 G ， $DE \parallel BC$ ，

$\therefore \triangle ADG \sim \triangle ABN$ ， $BN=CN$ ， $DG=GE$ ，

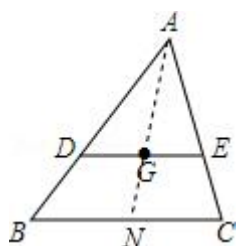
$$\therefore \frac{AG}{AN} = \frac{DG}{BN} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{DG}{3} = \frac{2}{3},$$

解得： $DG=2$,

$$\therefore DE=4.$$

故答案为： 4.



【点评】 此题主要考查了重心的定义以及相似三角形的判定与性质，得出 DG 的长是解题关键.

17. (4 分) 已知二次函数的图象经过 $(0, 3)$ 、 $(4, 3)$ 两点，则该二次函数的图象对称轴为直线 $x=2$.

【考点】 H3: 二次函数的性质.

【专题】 17: 推理填空题.

【分析】 根据二次函数图象具有对称性，由二次函数的图象经过 $(0, 3)$ 、 $(4, 3)$ 两点，可以得到该二次函数的图象对称轴，从而可以解答本题.

【解答】 解： $\because$ 二次函数的图象经过 $(0, 3)$ 、 $(4, 3)$ 两点，

$$\therefore \text{该二次函数的图象对称轴为直线： } x = \frac{0+4}{2} = 2,$$

故答案为： $x=2$.

【点评】 本题考查二次函数的性质，解题的关键是明确二次函数的性质，二次函数的图象关于对称轴对称.

18. (4 分) 已知在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $BC=3$ ， $AC=4$ ， 点 D 是 AB 边上一点，将 $\triangle ABC$ 沿着直线 CD 翻折，点 A 落在直线 AB 上的点 A' 处，则 $\sin \angle A'CD = \frac{4}{5}$.

【考点】 PB: 翻折变换 (折叠问题).

【分析】 点 A 落在直线 AB 上的点 A' 处, 则 $CD \perp AB$, D 就是垂足, 根据三角形的面积公式求得 CD 的长, 然后在直角 $\triangle ACD$ 中利用勾股定理求得 AD, 再根据 $\sin \angle A'CD = \sin \angle ACD$ 求解.

【解答】 解: 作 $CD \perp AB$ 于点 D.

在直角 $\triangle ABC$ 中, $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$,

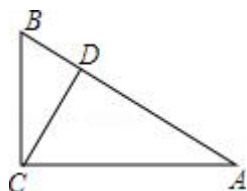
$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CD = \frac{1}{2} BC \cdot AC,$$

$$\therefore CD = \frac{BC \cdot AC}{AB} = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5},$$

在直角 $\triangle ACD$ 中, $AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \frac{16}{5}$,

$$\therefore \sin \angle A'CD = \sin \angle ACD = \frac{AD}{AC} = \frac{\frac{16}{5}}{4} = \frac{4}{5}.$$

故答案是: $\frac{4}{5}$.



【点评】 本题考查了图形的折叠以及勾股定理的应用, 正确理解 $\angle ACD = \angle A'CD$ 是关键.

三.解答题

19. (10 分) 已知抛物线 $y = x^2 + bx + 3$ 经过点 A (-1, 8), 顶点为 M;

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 设抛物线对称轴与 x 轴交于点 B, 连接 AB、AM, 求 $\triangle ABM$ 的面积.

【考点】 H8: 待定系数法求二次函数解析式; HA: 抛物线与 x 轴的交点.

【分析】 (1) 把点 A 的坐标代入函数解析式, 列出关于系数 b 的方程, 通过解

方程求得 b 的值即可；

(2) 由 (1) 中函数解析式得到对称轴为 $x=2$ ，然后结合三角形的面积公式进行解答即可.

【解答】 解：(1) $\because$ 抛物线 $y=x^2+bx+3$ 经过点 $A(-1, 8)$,

$$\therefore 8 = (-1)^2 - b + 3,$$

解得 $b = -4$,

$\therefore$ 所求抛物线的表达式为 $y=x^2-4x+3$;

(2) 作 $AH \perp BM$ 于点 H ,

$\because$ 由抛物线 $y=x^2-4x+3$ 解析式可得,

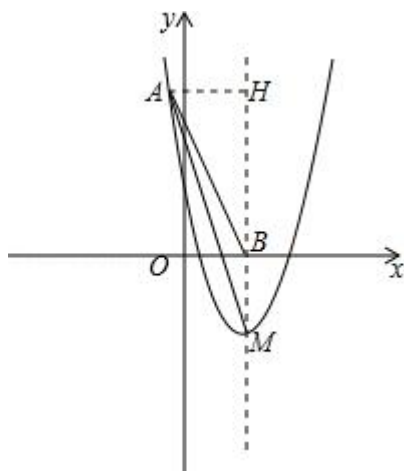
点 M 的坐标为 $(2, -1)$, 点 B 的坐标为 $(2, 0)$,

$\therefore BM=1$,

$\because$ 对称轴为直线 $x=2$,

$\therefore AH=3$,

$\therefore \triangle ABM$ 的面积 $S = \frac{1}{2} \times 1 \times 3 = \frac{3}{2}$.



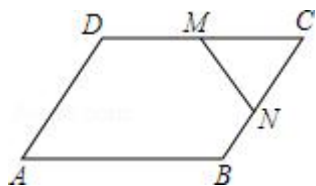
【点评】 本题考查了待定系数法求二次函数解析式，抛物线与 x 轴的交点. 解题的关键是正确求出抛物线的解析式.

20. (16 分) 如图, 已知平行四边形 $ABCD$, 点 M 、 N 是边 DC 、 BC 的中点,

设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$;

(1) 求向量 $\overrightarrow{MN}$ (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示);

(2) 在图中求作向量 $\overrightarrow{MN}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{AD}$ 方向上的分向量; (不要求写作法, 但要指出所作图中表示结论的向量)



【考点】 LM: *平面向量.

【分析】 (1) 由四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 可得 $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \vec{a} - \vec{b}$, 又由点 M 、 N 是边 DC 、 BC 的中点, 根据三角形中位线的性质, 即可求得向量 $\overrightarrow{MN}$;

(2) 首先平移向量 $\overrightarrow{MN}$, 然后利用平行四边形法则, 即可求得答案.

【解答】 解: (1) 方法一: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AB \parallel DC, AD \parallel BC, AB = DC, AD = BC,$$

$$\therefore \overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AD} = \vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{DC} = \vec{a}, \overrightarrow{BC} = \vec{b},$$

$\because$ 点 M 、 N 分别为 DC 、 BC 的中点,

$$\therefore \overrightarrow{MC} = \frac{1}{2}\vec{a}, \overrightarrow{NC} = \frac{1}{2}\vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CN} = \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}.$$

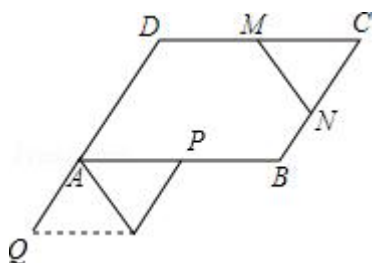
方法二: $\because \overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AD} = \vec{b}$,

$$\therefore \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \vec{a} - \vec{b},$$

$\because$ 点 M 、 N 分别为 DC 、 BC 的中点,

$$\therefore \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2} \overrightarrow{DB} = \frac{1}{2} \overrightarrow{a} - \frac{1}{2} \overrightarrow{b};$$

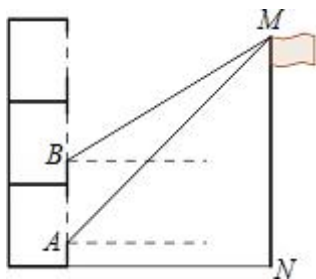
(2) 作图：结论： $\overrightarrow{AP}$ 、 $\overrightarrow{AQ}$ 是向量 $\overrightarrow{MN}$ 分别在 $\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{AD}$ 方向上的分向量.



【点评】此题考查了平面向量的知识、平行四边形的性质以及三角形的中位线的性质. 注意掌握平行四边形法则与三角形法则的应用是解此题的关键.

21. (10 分) 如图, 小明所在教学楼的每层高度为 3.5 米, 为了测量旗杆 MN 的高度, 他在教学楼一楼的窗台 A 处测得旗杆顶部 M 的仰角为 45° , 他在二楼窗台 B 处测得 M 的仰角为 31° , 已知每层楼的窗台离该层的地面高度均为 1 米, 求旗杆 MN 的高度; (结果保留两位小数)

(参考数据: $\sin 31^\circ \approx 0.52$, $\cos 31^\circ \approx 0.86$, $\tan 31^\circ \approx 0.60$)



【考点】TA: 解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题.

【分析】过点 M 的水平线交直线 AB 于点 H, 设 $MH=x$, 则 $AH=x$, 结合等腰直角三角形的性质和解直角三角形 ABH 得到 $AB=AH - BH=x - 0.60x=0.4x=3.5$, 由此求得 MH 的长度, 则 $MN=AB+BH$.

【解答】解: 过点 M 的水平线交直线 AB 于点 H,

由题意, 得 $\angle AMH = \angle MAH = 45^\circ$, $\angle BMH = 31^\circ$, $AB = 3.5$,

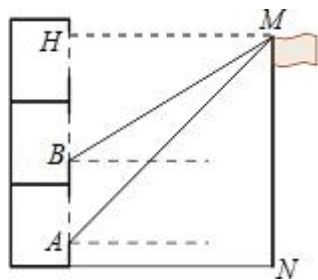
设 $MH=x$ ，则 $AH=x$ ， $BH=x\tan 31^\circ=0.60x$ ，

$$\therefore AB=AH-BH=x-0.60x=0.4x=3.5,$$

解得 $x=8.75$ ，

则旗杆高度 $MN=x+1=9.75$ (米)

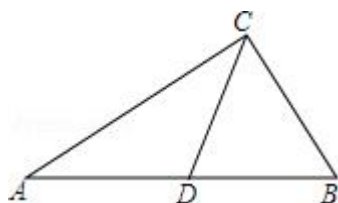
答：旗杆 MN 的高度约为 9.75 米.



【点评】本题考查了解直角三角形——仰角俯角问题. 要求学生能借助仰角构造直角三角形并解直角三角形.

22. (10 分) 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\tan A=\frac{1}{2}$ ，点 D 在边 AB 上， AD ：

$DB=3:1$ ，求 $\cot \angle DCB$ 的值.



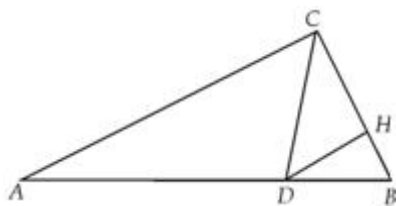
【考点】T7：解直角三角形.

【专题】2B：探究型.

【分析】作辅助线 $DH \perp BC$ ，根据， $\angle C=90^\circ$ ， $\tan A=\frac{1}{2}$ ，点 D 在边 AB 上， AD ：

$DB=3:1$ ，可知 $\triangle BDH \sim \triangle BAC$ ，从而可以得到各边之间的关系，从而可以得到 $\cot \angle DCB$ 的值.

【解答】解：过 D 点作 $DH \perp BC$ 于点 H ，如下图所示：



$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore DH \parallel AC,$$

$$\therefore \triangle BDH \sim \triangle BAC,$$

$$\therefore \angle BDH = \angle A,$$

$$\because AD:DB = 3:1,$$

$$\therefore BH:BC = BD:BA = 1:4,$$

设 $BH = x$, 则 $BC = 4x$, $CH = 3x$,

$$\because \angle C = 90^\circ, \tan A = \frac{1}{2}, \angle BDH = \angle A,$$

$$\therefore DH = 2x,$$

$$\because DH \perp BC,$$

$$\therefore \cot \angle DCB = \frac{CH}{DH} = \frac{3x}{2x} = \frac{3}{2},$$

$$\text{即 } \cot \angle DCB = \frac{3}{2}.$$

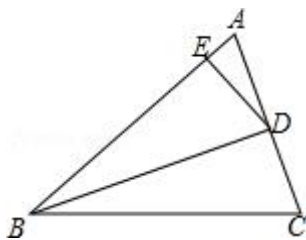
【点评】 本题考查解直角三角形，解题的关键是找出各边之间的关系，然后求出所求角的三角函数值.

23. (10 分) 已知如图，在 $\triangle ABC$ 中，BD 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 D，点 E 在

AB 上，且 $BD^2 = BE \cdot BC$;

(1) 求证: $\angle BDE = \angle C$;

(2) 求证: $AD^2 = AE \cdot AB$.



【考点】S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】14: 证明题.

【分析】(1) 根据角平分线的定义得到 $\angle ABD = \angle CBD$, 由 $BD^2 = BE \cdot BC$, 得到

$\frac{BD}{BE} = \frac{BC}{BD}$, 推出 $\triangle EBD \sim \triangle DBC$, 根据相似三角形的性质即可得到结论;

(2) 由 $\angle BDE = \angle C$, 推出 $\angle DBC = \angle ADE$, 等量代换得到 $\angle ABD = \angle ADE$, 证得 $\triangle ADE \sim \triangle ABD$, 根据相似三角形的性质即可得到结论.

【解答】证明: (1) $\because BD$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle ABD = \angle CBD,$$

$$\because BD^2 = BE \cdot BC,$$

$$\therefore \frac{BD}{BE} = \frac{BC}{BD},$$

$$\therefore \triangle EBD \sim \triangle DBC,$$

$$\therefore \angle BDE = \angle C;$$

$$(2) \because \angle BDE = \angle C,$$

$$\angle DBC + \angle C = \angle BDE + \angle ADE,$$

$$\therefore \angle DBC = \angle ADE,$$

$$\because \angle ABD = \angle CBD,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ADE,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABD,$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AD},$$

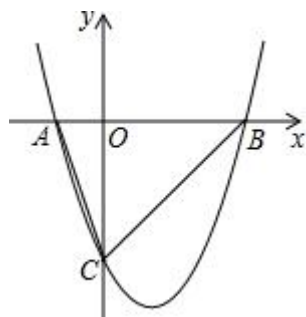
即 $AD^2 = AE \cdot AB$.

【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质，角平分线的性质，熟练掌握相似三角形的性质即可得到结论.

24. (10 分) 如图，已知抛物线 $y = ax^2 + bx - 3$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点，与 y 轴交于点 C ， O 是坐

标原点，已知点 B 的坐标是 $(3, 0)$ ， $\tan \angle OAC = 3$;

- (1) 求该抛物线的函数表达式;
- (2) 点 P 在 x 轴上方的抛物线上，且 $\angle PAB = \angle CAB$ ，求点 P 的坐标;
- (3) 点 D 是 y 轴上一动点，若以 D 、 C 、 B 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似，求出符合条件的点 D 的坐标.



【考点】 HF：二次函数综合题.

【分析】 (1) 根据正切函数，可得 A 点坐标，根据待定系数法，可得函数解析式;

(2) 根据正切函数，可得 P 点坐标，根据图象上的点满足函数解析式，可得关于 x 的方程，根据解方程，可得答案;

(3) 根据两组对边对应成比例且夹角相等的两个三角形相似，可得关于 y 的方程，根据解方程，可得答案.

【解答】 解 (1) $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx - 3$ 与 y 轴交于点 C ,

∴ 点 C 的坐标为 (0, -3),

∴ OC=3,

∴ $\tan \angle OAC=3$,

∴ OA=1, 即点 A 的坐标为 (-1, 0),

又点 B (3, 0), ∴ $\begin{cases} a-b-3=0 \\ 9a+3b-3=0 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} a=1 \\ b=-2 \end{cases}$,

∴ 抛物线的函数表达式是 $y=x^2-2x-3$;

(2) ∵ $\angle PAB=\angle CAB$,

∴ $\tan \angle PAB=\tan \angle CAB=3$,

∵ 点 P 在 x 轴上方,

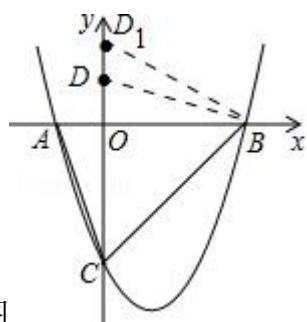
设点 P 的横坐标为 x, 则点 P 的纵坐标为 3(x+1),

∴ $3(x+1)=x^2-2x-3$,

得 $x=-1$ (舍去) 或 $x=6$,

当 $x=6$ 时, $y=21$,

∴ 点 P 的坐标为 (6, 21);



(3) 如图

设点 D 的坐标为 (0, y),

易得 $\triangle ABC$ 为 $\angle ABC=45^\circ$ 的锐角三角形, 所以 $\triangle DCB$ 也是锐角三角形,

∴ 点 D 在点 C 的上方,

$$\therefore \angle DCB=45^{\circ},$$

$$\therefore \angle ABC=\angle DCB,$$

$$\therefore AB=4, BC=3\sqrt{2}, DC=y+3,$$

$$\textcircled{1} \text{ 如果 } \frac{DC}{AB} = \frac{BC}{BC}, \text{ 则 } \frac{y+3}{4} = \frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{2}},$$

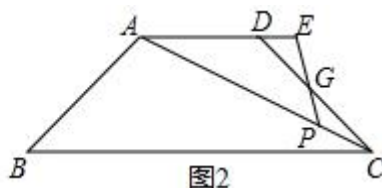
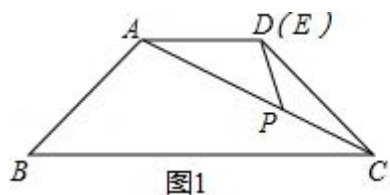
$$\therefore y=1, \text{ 即点 } D(0, 1),$$

$$\textcircled{2} \text{ 如果 } \frac{DC}{BC} = \frac{BC}{AB} \text{ 则 } \frac{y+3}{3\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4},$$

$$\therefore y=\frac{3}{2}, \text{ 即点 } D_1(0, \frac{3}{2}).$$

【点评】 本题考查了二次函数综合题，利用待定系数求函数解析式；利用正切函数得出 P 点坐标是解题关键，又利用图象上的点满足函数解析式得出 P 点坐标；利用两组对边对应成比例且夹角相等的两个三角形相似得出关于 y 的方程是解题关键，要分类讨论，以防遗漏.

25. (18 分) 已知，等腰梯形 ABCD 中，AD//BC， $\angle B=\angle BCD=45^{\circ}$ ，AD=3，BC=9，点 P 是对角线 AC 上的一个动点，且 $\angle APE=\angle B$ ，PE 分别交射线 AD 和射线 CD 于点 E 和点 G；



(1) 如图 1，当点 E、D 重合时，求 AP 的长；

(1) 如图 2，当点 E 在 AD 的延长线上时，设 AP=x，DE=y，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出它的定义域；

(3) 当线段 $DG=\sqrt{2}$ 时，求 AE 的值.

【考点】 SO：相似形综合题.

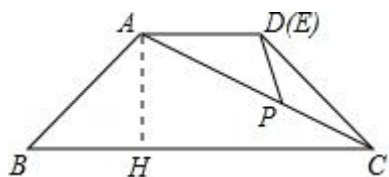
【专题】 15：综合题；55D：图形的相似.

【分析】 (1) 作 AH 垂直于 BC ，垂足为 H ，如图 1 所示，由 $\angle B = \angle BCD = 45^\circ$ ，得到三角形 ABH 为等腰直角三角形，由等腰梯形的两底之差的一半求出 BH 的长，即为 AH 的长，由 $BC - BH$ 求出 HC 的长，利用勾股定理求出 AC 的长，由 AD 与 BC 平行，得到一对内错角相等，再由已知角相等，利用两角相等的三角形相似得到三角形 ADP 与三角形 CAB 相似，由相似得比例求出 AP 的长即可；

(2) 由 AD 与 BC 平行，得到一对内错角相等，再由已知角相等，利用两角相等的三角形相似得到三角形 ADP 与三角形 CAB 相似，由相似得比例列出 y 与 x 的函数解析式，并求出定义域即可；

(3) 分两种情况考虑：当点 G 在线段 CD 上时，作 $DM \parallel EP$ 交 AC 于点 M ，如图 2 所示，同理求出 AM 的长，进而求出 MC 的长，由 $CD - DG$ 求出 GC 的长，根据 GP 与 MD 平行，由平行得比例求出 PM 的长，由 DM 与 EP 平行，根据平行得比例，求出 DE 的长，根据 $AD + DE$ 求出 AE 的长；②当点 G 在 CD 的延长线上时，如图 3 所示，同理求出 DE 的长，由 $AD - DE$ 求出 AE 的长即可。

【解答】 解：(1) 作 $AH \perp BC$ 于点 H ，如图 1 所示：



$\because \angle B = \angle BCD = 45^\circ$ ， $AD = 3$ ， $BC = 9$ ，等腰梯形 $ABCD$ ， $AD = 3$ ， $BC = 9$ ，

$$\therefore BH = AH = \frac{1}{2} (BC - AD) = \frac{1}{2} \times (9 - 3) = 3,$$

$$\therefore BH = AH = 3,$$

根据勾股定理得： $AB = \sqrt{AH^2 + BH^2} = 3\sqrt{2}$ ， $CH = BC - BH = 9 - 3 = 6$ ，

$$\therefore AC = \sqrt{AH^2 + HC^2} = 3\sqrt{5},$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DAP = \angle ACB,$$

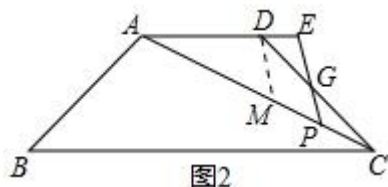
$$\text{又 } \angle APE = \angle B,$$

$$\therefore \triangle ADP \sim \triangle CAB,$$

$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AP}{BC}, \text{ 即 } \frac{3}{3\sqrt{5}} = \frac{AP}{9},$$

$$\therefore AP = \frac{9\sqrt{5}}{5};$$

(2) 如图 2 所示,



$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DAP = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle APE = \angle B,$$

$$\therefore \triangle APE \sim \triangle CBA,$$

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{AP}{BC}, \text{ 即 } \frac{3+y}{3\sqrt{5}} = \frac{x}{9},$$

$$\therefore y = \frac{\sqrt{5}}{3}x - 3 \quad \left(\frac{9\sqrt{5}}{5} < x \leq 3\sqrt{5} \right);$$

(3) 分两种情况考虑:

①当点 G 在线段 CD 上时, 作 DM//EP 交 AC 于点 M, 如图 2 所示,

$$\text{由 (1), 同理可得 } AM = \frac{9\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore CM = \frac{6\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore DG = \sqrt{2}, \quad CD = AB = 3\sqrt{2},$$

$$\therefore CG = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore \frac{CG}{DG} = \frac{CP}{MP}, \text{ 即 } \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\frac{6\sqrt{5}}{5} - MP}{MP},$$

$$\therefore MP = \frac{2\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore \frac{AD}{DE} = \frac{AM}{MP}, \text{ 即 } \frac{3}{DE} = \frac{\frac{9\sqrt{5}}{5}}{\frac{2\sqrt{5}}{5}},$$

$$\therefore AE = AD + DE = 3 + \frac{2}{3} = \frac{11}{3};$$

$$\therefore AE = AD - DE = 3 - \frac{2}{3} = \frac{7}{3}.$$

第 29 页 (共 29 页)