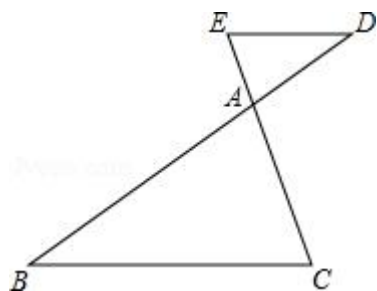


2016 年上海市普陀区中考数学一模试卷

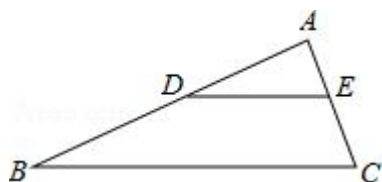
一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 如图，BD、CE 相交于点 A，下列条件中，能推得 $DE \parallel BC$ 的条件是 ()



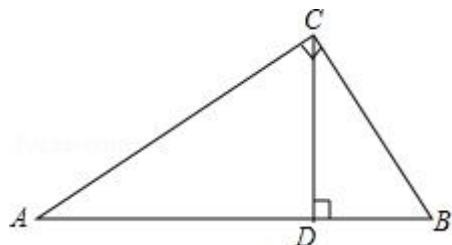
- A. $AE: EC = AD: DB$ B. $AD: AB = DE: BC$
C. $AD: DE = AB: BC$ D. $BD: AB = AC: EC$

2. (4 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，D 是 AB 的中点， $DE \parallel BC$ ，若 $\triangle ADE$ 的面积为 3，则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()



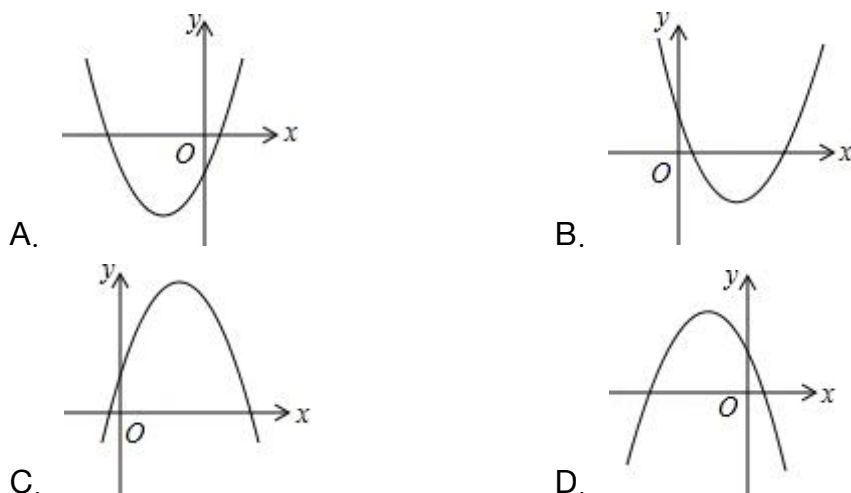
- A. 3 B. 6 C. 9 D. 12

3. (4 分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，CD 是斜边 AB 上的高，下列线段的比值不等于 $\cos A$ 的值的是 ()



- A. $\frac{AD}{AC}$ B. $\frac{AC}{AB}$ C. $\frac{BD}{BC}$ D. $\frac{CD}{BC}$

4. (4 分) 如果 a、b 同号，那么二次函数 $y = ax^2 + bx + 1$ 的大致图象是 ()



5. (4分) 下列命题中, 正确的是 ()

- A. 圆心角相等, 所对的弦的弦心距相等
- B. 三点确定一个圆
- C. 平分弦的直径垂直于弦, 并且平分弦所对的弧
- D. 弦的垂直平分线必经过圆心

6. (4分) 已知在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 M 、 N 分别是边 BC 、 CD 的中点,

如果 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 那么向量 $\overrightarrow{MN}$ 关于 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的分解式是 ()

- A. $\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$
- B. $-\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$
- C. $\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$
- D. $-\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. (4分) 如果 $\frac{x}{y} = \frac{2}{5}$, 那么 $\frac{y-x}{y+x} =$ _____.

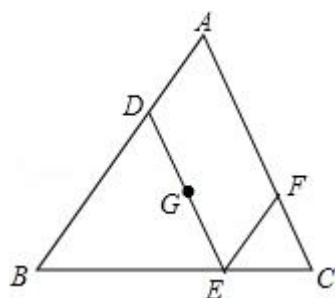
8. (4分) 计算: $2(\vec{a} + \vec{b}) + (\vec{a} - \vec{b}) =$ _____.

9. (4分) 计算: $\sin^2 45^\circ + \cot 30^\circ \cdot \tan 60^\circ =$ _____.

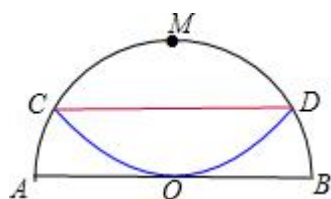
10. (4分) 已知点 P 把线段分割成 AP 和 PB 两段 ($AP > PB$), 如果 AP 是 AB 和 PB 的比例中项, 那么 $AP: AB$ 的值等于_____.

11. (4分) 在函数① $y = ax^2 + bx + c$, ② $y = (x-1)^2 - x^2$, ③ $y = 5x^2 - \frac{5}{x^2}$, ④ $y = -x^2 + 2$ 中, y 关于 x 的二次函数是_____. (填写序号)

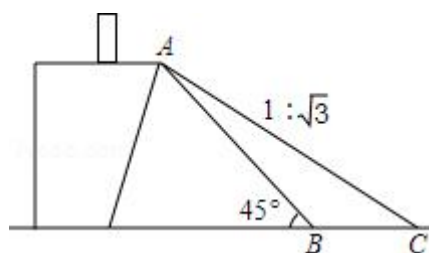
12. (4分) 二次函数 $y=x^2+2x-3$ 的图象有最_____点. (填: “高”或“低”)
13. (4分) 如果抛物线 $y=2x^2+mx+n$ 的顶点坐标为 $(1, 3)$, 那么 $m+n$ 的值等于_____.
14. (4分) 如图, 点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心, DE 经过点 G , $DE \parallel AC$, $EF \parallel AB$, 如果 DE 的长是 4, 那么 CF 的长是_____.



15. (4分) 半圆形纸片的半径为 1cm, 用如图所示的方法将纸片对折, 使对折后半圆弧的中点 M 与圆心 O 重合, 则折痕 CD 的长为_____cm.



16. (4分) 已知在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 点 P 、 Q 分别在边 AB 、 AC 上, $AC=4$, $BC=AQ=3$, 如果 $\triangle APQ$ 与 $\triangle ABC$ 相似, 那么 AP 的长等于_____.
17. (4分) 某货站用传送带传送货物, 为了提高传送过程的安全性, 工人师傅将原坡角为 45° 的传送带 AB , 调整为坡度 $i=1:\sqrt{3}$ 的新传送带 AC (如图所示). 已知原传送带 AB 的长是 $4\sqrt{2}$ 米. 那么新传送带 AC 的长是_____米.



18. (4分) 已知 $A(3, 2)$ 是平面直角坐标中的一点, 点 B 是 x 轴负半轴上一

动点，联结 AB ，并以 AB 为边在 x 轴上方作矩形 $ABCD$ ，且满足 $BC: AB=1:$

2，设点 C 的横坐标是 a ，如果用含 a 的代数式表示 D 点的坐标，那么 D 点的坐标是_____.

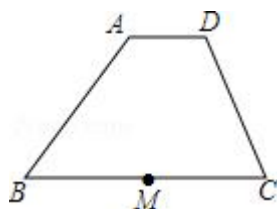
三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (10 分) 已知：如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AD = \frac{1}{3}BC$ ，点 M 是边

BC 的中点 $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$

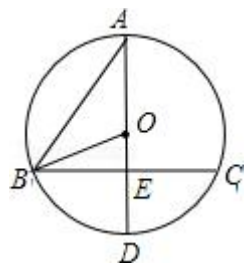
(1) 填空： $\overrightarrow{BM} =$ _____， $\overrightarrow{MA} =$ _____（结果用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示）

(2) 直接在图中画出向量 $2\vec{a} + \vec{b}$.（不要求写作法，但要指出图中表示结论的向量）



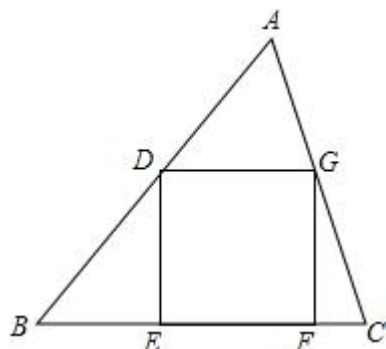
20. (10 分) 将抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 先向上平移 2 个单位，再向左平移 m ($m > 0$) 个单位，所得新抛物线经过点 $(-1, 4)$ ，求新抛物线的表达式及新抛物线与 y 轴交点的坐标.

21. (10 分) 如图，已知 AD 是 $\odot O$ 的直径， AB 、 BC 是 $\odot O$ 的弦， $AD \perp BC$ ，垂足是点 E ， $BC=8$ ， $DE=2$ ，求 $\odot O$ 的半径长和 $\sin \angle BAD$ 的值.



22. (10 分) 已知：如图，有一块面积等于 1200cm^2 的三角形纸片 ABC ，已知底边与底边 BC 上的高的和为 100cm （底边 BC 大于底边上的高），要把它加工成一个正方形纸片，使正方形的一边 EF 在边 BC 上，顶点 D 、 G 分别在边

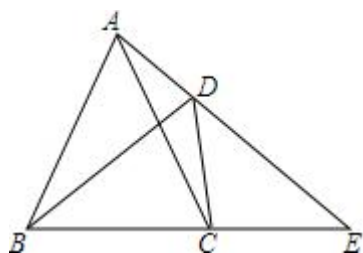
AB、AC 上，求加工成的正方形铁片 DEFG 的边长.



23. (12 分) 已知，如图，在四边形 ABCD 中， $\angle ADB = \angle ACB$ ，延长 AD、BC 相交于点 E. 求证：

(1) $\triangle ACE \sim \triangle BDE$;

(2) $BE \cdot DC = AB \cdot DE$.



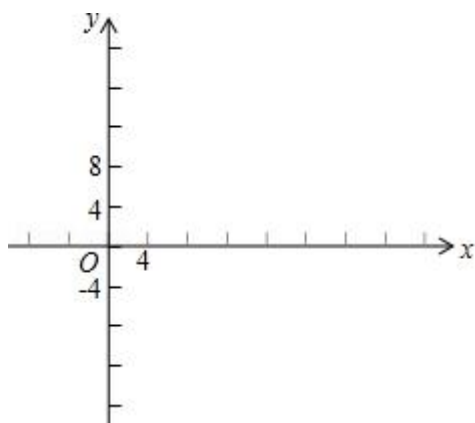
24. (12 分) 已知，如图，在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y = ax^2 - \frac{7}{3}x + c$ 的

图象经过点、A (0, 8)、B (6, 2)、C (9, m)，延长 AC 交 x 轴于点 D.

(1) 求这个二次函数的解析式及的 m 值;

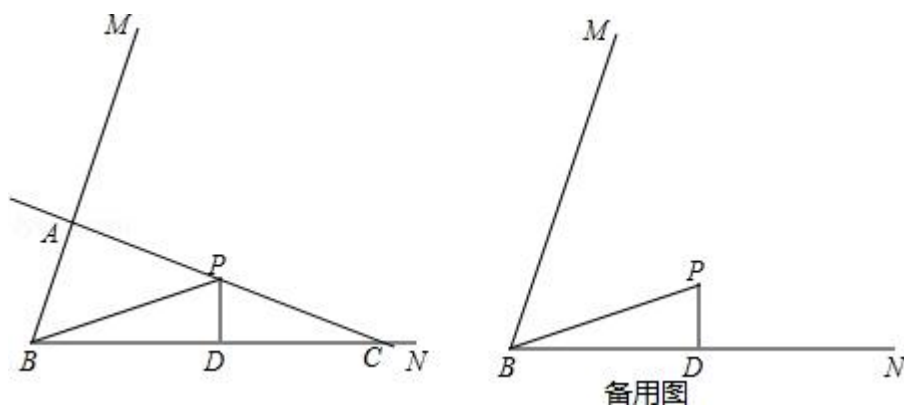
(2) 求 $\angle ADO$ 的余切值;

(3) 过点 B 的直线分别与 y 轴的正半轴、 x 轴、线段 AD 交于点 P (点 A 的上方)、M、Q，使以点 P、A、Q 为顶点的三角形与 $\triangle MDQ$ 相似，求此时点 P 的坐标.



25. (14 分) 如图, 已知锐角 $\angle MBN$ 的正切值等于 3, $\triangle PBD$ 中, $\angle BDP=90^\circ$, 点 D 在 $\angle MBN$ 的边 BN 上, 点 P 在 $\angle MBN$ 内, $PD=3$, $BD=9$, 直线 l 经过点 P , 并绕点 P 旋转, 交射线 BM 于点 A , 交射线 DN 于点 C , 设 $\frac{CA}{CP}=x$

- (1) 求 $x=2$ 时, 点 A 到 BN 的距离;
- (2) 设 $\triangle ABC$ 的面积为 y , 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出函数的定义域;
- (3) 当 $\triangle ABC$ 因 l 的旋转成为等腰三角形时, 求 x 的值.

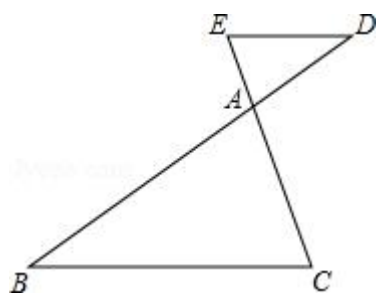


2016 年上海市普陀区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (4 分) 如图，BD、CE 相交于点 A，下列条件中，能推得 $DE \parallel BC$ 的条件是 ()



A. $AE: EC = AD: DB$

B. $AD: AB = DE: BC$

C. $AD: DE = AB: BC$

D. $BD: AB = AC: EC$

【考点】S4：平行线分线段成比例.

【分析】根据比例式看看能不能推出 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ 即可.

【解答】解：A、 $\because AE: EC = AD: DB$,

$$\therefore \frac{EC}{AE} = \frac{DB}{AD},$$

$$\therefore \text{都减去 } 1 \text{ 得: } \frac{AC}{AE} = \frac{AB}{AD},$$

$$\therefore \angle BAC = \angle EAD,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADE,$$

$$\therefore \angle D = \angle B,$$

$\therefore DE \parallel BC$, 故本选项正确;

B、根据 $AD: AB = DE: BC$ 不能推出 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$, 即不能得出内错角相等,

不能推出 $DE \parallel BC$, 故本选项错误;

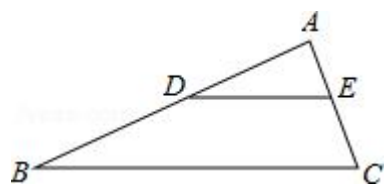
C、根据 $AD:DE=AB:BC$ 不能推出 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ ，即不能得出内错角相等，不能推出 $DE \parallel BC$ ，故本选项错误；

D、根据 $BD:AB=AC:EC$ 不能推出 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ ，即不能得出内错角相等，不能推出 $DE \parallel BC$ ，故本选项错误；

故选：A.

【点评】 本题考查了平行线分线段成比例定理的应用，能理解平行线分线段成比例定理的内容是解此题的关键.

2. (4分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，D 是 AB 的中点， $DE \parallel BC$ ，若 $\triangle ADE$ 的面积为 3，则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()



A. 3

B. 6

C. 9

D. 12

【考点】 KX: 三角形中位线定理; S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 由平行可知 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，且 $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{2}$ ，再利用三角形的面积比等于相似比的平方可求得 $\triangle ABC$ 的面积.

【解答】 解： $\because DE \parallel BC$,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$,

$\because D$ 是 AB 的中点,

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2 = \frac{1}{4}, \text{ 且 } S_{\triangle ADE} = 3,$$

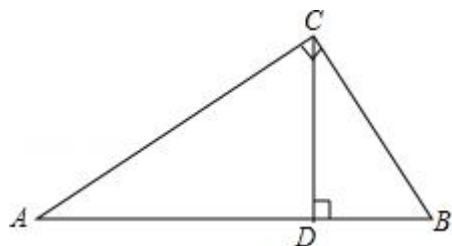
$$\therefore \frac{3}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = 12,$$

故选：D.

【点评】本题主要考查相似三角形的判定和性质，掌握相似三角形的面积比等于相似比的平方是解题的关键.

3. (4分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， CD 是斜边 AB 上的高，下列线段的比值不等于 $\cos A$ 的值的是 ()



A. $\frac{AD}{AC}$

B. $\frac{AC}{AB}$

C. $\frac{BD}{BC}$

D. $\frac{CD}{BC}$

【考点】T1：锐角三角函数的定义.

【分析】根据余角的性质，可得 $\angle A = \angle BCD$ ，根据余弦等于邻边比斜边，可得答案.

【解答】解：A、在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中， $\cos A = \frac{AD}{AC}$ ，故 A 正确；

B、在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\cos A = \frac{AC}{AB}$ ，故 B 正确

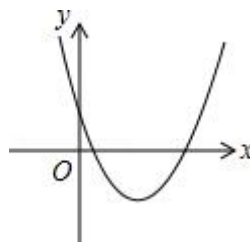
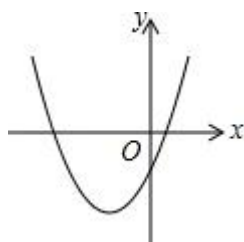
C、在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中， $\cos A = \cos \angle BCD = \frac{CD}{BC}$ ，故 C 错误；

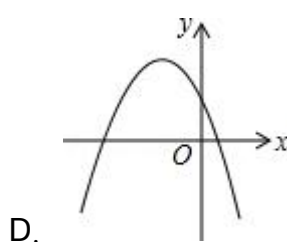
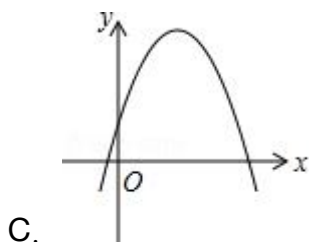
D、在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中， $\cos A = \cos \angle BCD = \frac{CD}{BC}$ ，故 D 正确；

故选：C.

【点评】本题考查了锐角三角函数的定义，在直角三角形中，锐角的正弦为对边比斜边，余弦为邻边比斜边，正切为对边比邻边.

4. (4分) 如果 a 、 b 同号，那么二次函数 $y=ax^2+bx+1$ 的大致图象是 ()





【考点】 H2: 二次函数的图象.

【分析】 分 $a > 0$ 和 $a < 0$ 两种情况根据二次函数图象的开口方向、对称轴、与 y 轴的交点情况分析判断即可得解.

【解答】 解: $a > 0$, $b > 0$ 时, 抛物线开口向上, 对称轴 $x = -\frac{b}{2a} < 0$, 在 y 轴左边, 与 y 轴正半轴相交,

$a < 0$, $b < 0$ 时, 抛物线开口向下, 对称轴 $x = -\frac{b}{2a} < 0$, 在 y 轴左边, 与 y 轴正半轴坐标轴相交,

D 选项符合.

故选: D.

【点评】 本题考查了二次函数图象, 熟练掌握函数图象与系数的关系是解题的关键, 注意分情况讨论.

5. (4 分) 下列命题中, 正确的是 ()

- A. 圆心角相等, 所对的弦的弦心距相等
- B. 三点确定一个圆
- C. 平分弦的直径垂直于弦, 并且平分弦所对的弧
- D. 弦的垂直平分线必经过圆心

【考点】 O1: 命题与定理.

【分析】 根据有关性质和定理分别对每一项进行判断即可.

【解答】 解: A、在同圆或等圆中, 相等的圆心角所对的弦相等, 故本选项错误;

B、不在一条直线上的三点确定一个圆, 错误;

C、平分弦的直径不一定垂直于弦，错误；

D、弦的垂直平分线必经过圆心，正确；

故选：D.

【点评】此题考查了命题与定理，关键是熟练掌握有关性质和定理，能对命题的真假进行判断.

6. (4分) 已知在平行四边形ABCD中，点M、N分别是边BC、CD的中点，

如果 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ ， $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$ ，那么向量 $\overrightarrow{MN}$ 关于 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的分解式是 ()

- A. $\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}$ B. $-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$ C. $\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$ D. $-\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}$

【考点】LM: *平面向量.

【分析】首先根据题意画出图形，然后连接BD，由三角形法则，求得 $\overrightarrow{BD}$ ，又由点M、N分别是边BC、CD的中点，根据三角形中位线的性质，即可求得答案.

【解答】解：如图，连接BD，

$\because$ 在平行四边形ABCD中， $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ ， $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$ ，

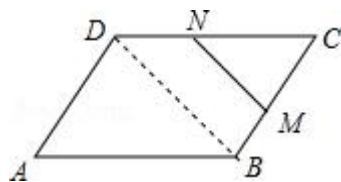
$$\therefore \overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}=\vec{b}-\vec{a},$$

$\because$ 点M、N分别是边BC、CD的中点，

$$\therefore MN\parallel BD, MN=\frac{1}{2}BD,$$

$$\therefore \overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}=\frac{1}{2}(\vec{b}-\vec{a})=-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}.$$

故选：B.



【点评】此题考查了平面向量的知识以及三角形的中位线的性质. 注意结合题意画出图形，利用图形求解是关键.

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. (4 分) 如果 $\frac{x}{y} = \frac{2}{5}$, 那么 $\frac{y-x}{y+x} = \frac{3}{7}$.

【考点】S1: 比例的性质.

【分析】根据比例设 $x=2k$, $y=5k$, 然后代入比例式进行计算即可得解.

【解答】解: $\because \frac{x}{y} = \frac{2}{5}$,

$\therefore$ 设 $x=2k$, $y=5k$,

则 $\frac{y-x}{y+x} = \frac{5k-2k}{5k+2k} = \frac{3k}{7k} = \frac{3}{7}$.

故答案为: $\frac{3}{7}$.

【点评】本题考查了比例的性质, 利用“设 k 法”表示出 x 、 y 可以使计算更加简便.

8. (4 分) 计算: $2(\vec{a} + \vec{b}) + (\vec{a} - \vec{b}) = 3\vec{a} + \vec{b}$.

【考点】LM: *平面向量.

【分析】直接利用平面向量的加减运算法则求解即可求得答案.

【解答】解: $2(\vec{a} + \vec{b}) + (\vec{a} - \vec{b}) = 2\vec{a} + 2\vec{b} + \vec{a} - \vec{b} = 3\vec{a} + \vec{b}$.

故答案为: $3\vec{a} + \vec{b}$.

【点评】此题考查了平面向量的知识. 注意掌握去括号法则.

9. (4 分) 计算: $\sin^2 45^\circ + \cot 30^\circ \cdot \tan 60^\circ = \frac{7}{2}$.

【考点】T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】直接利用特殊角的三角函数值代入求出答案.

【解答】解: 原式 $= \sin^2 45^\circ + \cot 30^\circ \cdot \tan 60^\circ$

$= \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \sqrt{3} \times \sqrt{3}$

$= \frac{7}{2}$.

故答案为: $\frac{7}{2}$.

【点评】此题主要考查了特殊角的三角函数值，正确记忆相关数据是解题关键.

10. (4分) 已知点 P 把线段分割成 AP 和 PB 两段 ($AP > PB$), 如果 AP 是 AB 和 PB 的比例中项, 那么 AP: AB 的值等于 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

【考点】S3: 黄金分割.

【分析】根据黄金分割的概念和黄金比是 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 解答即可.

【解答】解: $\because$ 点 P 把线段分割成 AP 和 PB 两段 ($AP > PB$), AP 是 AB 和 PB 的比例中项,

$\therefore$ 点 P 是线段 AB 的黄金分割点,

$$\therefore AP: AB = \frac{\sqrt{5}-1}{2},$$

故答案为: $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

【点评】本题考查的是黄金分割的概念, 把一条线段分成两部分, 使其中较长的线段为全线段与较短线段的比例中项, 这样的线段分割叫做黄金分割, 他们的比值 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 叫做黄金比.

11. (4分) 在函数① $y=ax^2+bx+c$, ② $y=(x-1)^2-x^2$, ③ $y=5x^2-\frac{5}{x^2}$, ④ $y=-x^2+2$ 中, y 关于 x 的二次函数是 ④. (填写序号)

【考点】H1: 二次函数的定义.

【分析】根据形如 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 是二次函数, 可得答案.

【解答】解: ① $a=0$ 时 $y=ax^2+bx+c$ 是一次函数,

② $y=(x-1)^2-x^2$ 是一次函数;

③ $y=5x^2-\frac{5}{x^2}$ 不是整式, 不是二次函数;

④ $y=-x^2+2$ 是二次函数,

故答案为: ④.

【点评】本题考查了二次函数, 形如 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 是二次函数, 注意二

次项的系数不能为零.

12. (4 分) 二次函数 $y=x^2+2x-3$ 的图象有最低点. (填: “高”或“低”)

【考点】H7: 二次函数的最值.

【分析】直接利用二次函数的性质结合其开口方向得出答案.

【解答】解: $\because y=x^2+2x-3$, $a=1>0$,

$\therefore$ 二次函数 $y=x^2+2x-3$ 的图象有最低点.

故答案为: 低.

【点评】此题主要考查了二次函数的性质, 得出二次函数的开口方向是解题关键.

13. (4 分) 如果抛物线 $y=2x^2+mx+n$ 的顶点坐标为 $(1, 3)$, 那么 $m+n$ 的值等于1.

【考点】H3: 二次函数的性质.

【专题】17: 推理填空题.

【分析】根据抛物线 $y=2x^2+mx+n$ 的顶点坐标为 $(1, 3)$, 可知

$-\frac{m}{2 \times 2}=1$, $\frac{4 \times 2 \times n - m^2}{4 \times 2}=3$, 从而可以得到 m 、 n 的值, 进而可以得到 $m+n$ 的值.

【解答】解: $\because$ 抛物线 $y=2x^2+mx+n$ 的顶点坐标为 $(1, 3)$,

$\therefore -\frac{m}{2 \times 2}=1$, $\frac{4 \times 2 \times n - m^2}{4 \times 2}=3$,

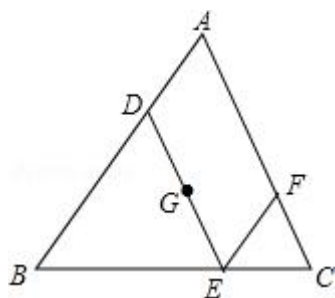
解得 $m=-4$, $n=5$,

$\therefore m+n=-4+5=1$.

故答案为: 1.

【点评】本题考查二次函数的性质, 解题的关键是明确二次函数的顶点坐标公式.

14. (4 分) 如图, 点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心, DE 经过点 G , $DE \parallel AC$, $EF \parallel AB$, 如果 DE 的长是 4, 那么 CF 的长是2.



【考点】K5: 三角形的重心.

【分析】连接 BD 并延长交 AC 于 H, 根据重心的性质得到 $\frac{BG}{BH} = \frac{2}{3}$, 根据相似三角形的性质求出 AC, 根据平行四边形的判定和性质求出 AF, 计算即可.

【解答】解: 连接 BD 并延长交 AC 于 H,

$\because$ 点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心,

$$\therefore \frac{BG}{BH} = \frac{2}{3},$$

$\because DE \parallel AC,$

$\therefore \triangle BDE \sim \triangle BAC,$

$$\therefore \frac{DE}{AC} = \frac{BG}{BH} = \frac{2}{3}, \text{ 又 } DE=4,$$

$$\therefore AC=6,$$

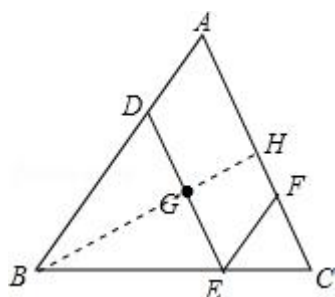
$\because DE \parallel AC, EF \parallel AB,$

$\therefore$ 四边形 ADEF 是平行四边形,

$$\therefore AF=DE=4,$$

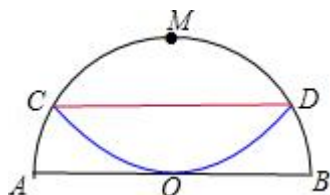
$$\therefore CF=AC - AF=2,$$

故答案为: 2.



【点评】此题考查了重心的概念和性质：三角形的重心是三角形三条中线的交点，且重心到顶点的距离是它到对边中点的距离的 2 倍。

15. (4 分) 半圆形纸片的半径为 1cm，用如图所示的方法将纸片对折，使对折后半圆弧的中点 M 与圆心 O 重合，则折痕 CD 的长为 $\sqrt{3}$ cm.



【考点】KQ：勾股定理；M2：垂径定理.

【分析】作 MO 交 CD 于 E，则 $MO \perp CD$. 连接 CO. 根据勾股定理和垂径定理求解.

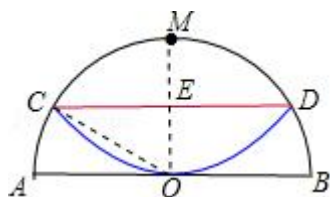
【解答】解：作 MO 交 CD 于 E，则 $MO \perp CD$ ，连接 CO，

对折后半圆弧的中点 M 与圆心 O 重合，

则 $ME = OE = \frac{1}{2}OC$ ，

在直角三角形 COE 中， $CE = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

折痕 CD 的长为 $2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ (cm).



【点评】作出辅助线，构造直角三角形，根据对称性，利用勾股定理解答.

16. (4 分) 已知在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，点 P、Q 分别在边 AB、AC 上， $AC = 4$ ， $BC = AQ = 3$ ，如果 $\triangle APQ$ 与 $\triangle ABC$ 相似，那么 AP 的长等于 $\frac{15}{4}$ 或 $\frac{12}{5}$.

【考点】S7：相似三角形的性质.

【分析】根据勾股定理求出 AB 的长，根据相似三角形的性质列出比例式解答即

可.

【解答】解: $\because AC=4, BC=3, \angle C=90^\circ$,

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 5,$$

当 $\triangle APQ \sim \triangle ABC$ 时,

$$\frac{AP}{AB} = \frac{AQ}{AC}, \text{ 即 } \frac{AP}{5} = \frac{3}{4},$$

$$\text{解得, } AP = \frac{15}{4};$$

当 $\triangle APQ \sim \triangle ACB$ 时,

$$\frac{AP}{AC} = \frac{AQ}{AB}, \text{ 即 } \frac{AP}{4} = \frac{3}{5},$$

$$\text{解得, } AP = \frac{12}{5},$$

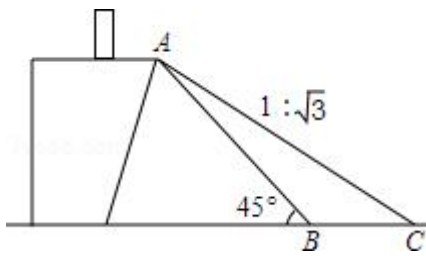
故答案为: $\frac{15}{4}$ 或 $\frac{12}{5}$.

【点评】 本题考查的是相似三角形的性质, 掌握相似三角形的对应边的比相等、正确运用分情况讨论思想是解题的关键.

17. (4 分) 某货站用传送带传送货物, 为了提高传送过程的安全性, 工人师傅

将原坡角为 45° 的传送带 AB , 调整为坡度 $i=1:\sqrt{3}$ 的新传送带 AC (如图所

示). 已知原传送带 AB 的长是 $4\sqrt{2}$ 米. 那么新传送带 AC 的长是 8 米.



【考点】 T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【分析】 根据题意首先得出 AD, BD 的长, 再利用坡角的定义得出 DC 的长, 再结合勾股定理得出答案.

【解答】解: 过点 A 作 $AD \perp CB$ 延长线于点 D ,

$$\therefore \angle ABD = 45^\circ,$$

$$\therefore AD=BD,$$

$$\therefore AB=4\sqrt{2},$$

$$\therefore AD=BD=AB\sin 45^{\circ}=4\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=4,$$

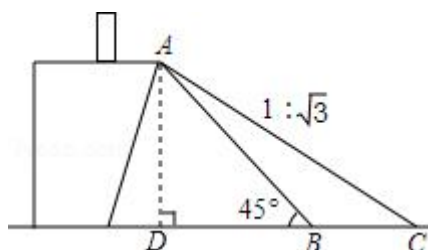
$$\therefore \text{坡度 } i=1:\sqrt{3},$$

$$\therefore \frac{AD}{DC}=\frac{4}{DC}=\frac{1}{\sqrt{3}},$$

$$\text{则 } DC=4\sqrt{3},$$

$$\text{故 } AC=\sqrt{AD^2+DC^2}=8 \text{ (m)}.$$

故答案为：8.



【点评】 此题主要考查了勾股定理以及解直角三角形的应用等知识，正确得出 DC，AD 的长是解题关键.

18. (4 分) 已知 A (3, 2) 是平面直角坐标中的一点，点 B 是 x 轴负半轴上一动点，联结 AB，并以 AB 为边在 x 轴上方作矩形 ABCD，且满足 BC: AB=1: 2，设点 C 的横坐标是 a，如果用含 a 的代数式表示 D 点的坐标，那么 D 点的坐标是 $(2, \frac{6-a}{2})$.

【考点】 D5: 坐标与图形性质; S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 如图，过 C 作 CH⊥x 轴于 H，过 A 作 AF⊥x 轴于 F，AG⊥y 轴于 G，

过 D 作 DE⊥AG 于 E，于是得到 ∠CHB=∠AFO=∠AED=90°，根据余角的性

质得到 ∠DAE=∠FAB，推出 △BCH∽△ABF，根据相似三角形的性质得到

$\frac{BH}{AF}=\frac{CH}{BF}=\frac{BC}{AB}$ ，求得 $BH=\frac{1}{2}AF=1$ ， $CH=\frac{1}{2}BF=\frac{-a+2}{2}$ ，通过 △BCH≌△ADE，得

到 $AE=BH=1$, $DE=CH=\frac{-a+2}{2}$, 求得 $EG=3-1=2$, 于是得到结论.

【解答】解: 如图, 过 C 作 $CH \perp x$ 轴于 H, 过 A 作 $AF \perp x$ 轴于 F, $AG \perp y$ 轴于

G, 过 D 作 $DE \perp AG$ 于 E,

$$\therefore \angle CHB = \angle AFO = \angle AED = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle GAF = 90^\circ, \therefore \angle DAE = \angle FAB,$$

$\therefore$ 四边形 ABCD 是矩形,

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCH = \angle ABF,$$

$$\therefore \triangle BCH \sim \triangle ABF,$$

$$\therefore \frac{BH}{AF} = \frac{CH}{BF} = \frac{BC}{AB},$$

$$\therefore A(3, 2),$$

$$\therefore AF=2, AG=3,$$

$\therefore$ 点 C 的横坐标是 a,

$$\therefore OH = -a,$$

$$\therefore BC: AB = 1: 2,$$

$$\therefore BH = \frac{1}{2}AF = 1, CH = \frac{1}{2}BF = \frac{-a+2}{2},$$

$$\therefore \triangle BCH \sim \triangle ABF,$$

$$\therefore \angle HBC = \angle DAE,$$

$$\text{在 } \triangle BCH \text{ 与 } \triangle ADE \text{ 中, } \begin{cases} \angle BHC = \angle DEA \\ \angle CBH = \angle DAE, \\ BC = AD \end{cases}$$

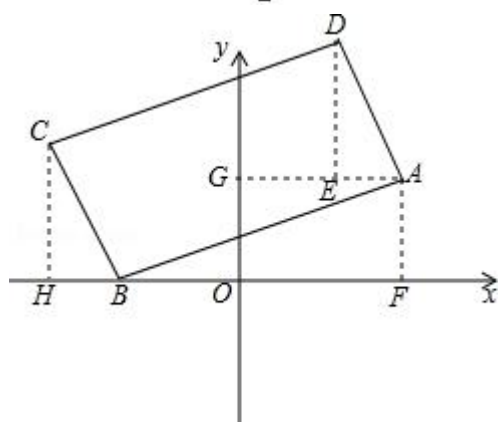
$$\therefore \triangle BCH \cong \triangle ADE,$$

$$\therefore AE = BH = 1, DE = CH = \frac{-a+2}{2},$$

$$\therefore EG = 3 - 1 = 2,$$

$$\therefore D \left(2, \frac{6-a}{2} \right).$$

故答案为: $\left(2, \frac{6-a}{2} \right)$.



【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质，坐标与图形的性质，全等三角形的判定和性质，矩形的性质，正确的画出图形是解题的关键.

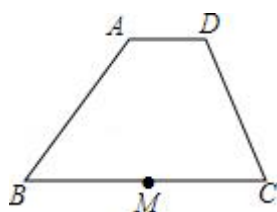
三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (10 分) 已知: 如图, 在梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $AD = \frac{1}{3}BC$, 点 M 是边

BC 的中点 $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$

(1) 填空: $\overrightarrow{BM} = \frac{3}{2}\vec{a}$, $\overrightarrow{MA} = -\frac{3}{2}\vec{a} - \vec{b}$ (结果用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示)

(2) 直接在图中画出向量 $2\vec{a} + \vec{b}$. (不要求写作法, 但要指出图中表示结论的向量)



【考点】 LM: *平面向量.

【分析】 (1) 由在梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $AD = \frac{1}{3}BC$, 可求得 $\overrightarrow{BC}$, 然后由点 M

是边 BC 的中点, 求得 $\overrightarrow{BM}$, 再利用三角形法则求解即可求得 $\overrightarrow{MA}$;

(2) 首先过点 A 作 $AE \parallel CD$, 交 BC 于点 E, 易得四边形 AECD 是平行四边形,

即可求得 $\overrightarrow{BE} = 2\vec{a}$, 即可知 $\overrightarrow{AE} = 2\vec{a} + \vec{b}$.

【解答】解：(1) $\because$ 在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AD = \frac{1}{3}BC$ ， $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$ ，

$$\therefore \overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{AD} = 3\vec{a},$$

$\because$ 点 M 是边 BC 的中点，

$$\therefore \overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{3}{2}\vec{a};$$

$$\therefore \overrightarrow{MA} = -\overrightarrow{AM} = -(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}) = -\frac{3}{2}\vec{a} - \vec{b};$$

故答案为： $\frac{3}{2}\vec{a}$ ， $-\frac{3}{2}\vec{a} - \vec{b}$ ；

(2) 过点 A 作 $AE \parallel CD$ ，交 BC 于点 E ，

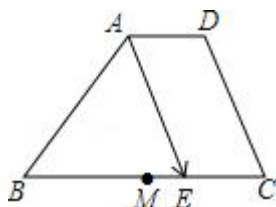
$\because AD \parallel BC$ ，

$\therefore$ 四边形 $AECD$ 是平行四边形，

$$\therefore \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{AD} = \vec{a},$$

$$\therefore \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{EC} = 2\vec{a},$$

$$\therefore \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = 2\vec{a} + \vec{b}.$$



【点评】此题考查了平面向量的知识以及平行四边形的性质. 注意掌握平行四边形法则与三角形法则的应用是解此题的关键.

20. (10 分) 将抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 先向上平移 2 个单位，再向左平移 m ($m > 0$) 个单位，所得新抛物线经过点 $(-1, 4)$ ，求新抛物线的表达式及新抛物线与 y 轴交点的坐标.

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】利用二次函数平移的性质得出平移后解析式，进而利用 $x=0$ 时求出新抛物线与 y 轴交点的坐标.

【解答】解：由题意可得： $y=\frac{1}{2}(x+m)^2+2$ ，代入 $(-1, 4)$ ，

解得： $m_1=3$ ， $m_2=-1$ （舍去），

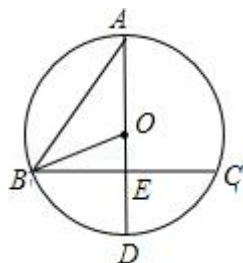
故新抛物线的解析式为： $y=\frac{1}{2}(x+3)^2+2$ ，

当 $x=0$ 时， $y=\frac{13}{2}$ ，即与 y 轴交点坐标为： $(0, \frac{13}{2})$ 。

【点评】此题主要考查了二次函数图象与几何变换，正确利用二次函数平移的性质得出解析式是解题关键。

21. (10分) 如图，已知 AD 是 $\odot O$ 的直径， AB 、 BC 是 $\odot O$ 的弦， $AD \perp BC$ ，

垂足是点 E ， $BC=8$ ， $DE=2$ ，求 $\odot O$ 的半径长和 $\sin \angle BAD$ 的值。



【考点】M2：垂径定理；T7：解直角三角形。

【分析】设 $\odot O$ 的半径为 r ，根据垂径定理求出 $BE=CE=\frac{1}{2}BC=4$ ， $\angle AEB=90^\circ$ ，

在 $Rt\triangle OEB$ 中，由勾股定理得出 $r^2=4^2+(r-2)^2$ ，求出 r 。求出 AE ，在 Rt

$\triangle AEB$ 中，由勾股定理求出 AB ，解直角三角形求出即可。

【解答】解：设 $\odot O$ 的半径为 r ，

$\because$ 直径 $AD \perp BC$ ，

$\therefore BE=CE=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2} \times 8=4$ ， $\angle AEB=90^\circ$ ，

在 $Rt\triangle OEB$ 中，由勾股定理得： $OB^2=OE^2+BE^2$ ，即 $r^2=4^2+(r-2)^2$ ，

解得： $r=5$ ，

即 $\odot O$ 的半径长为5，

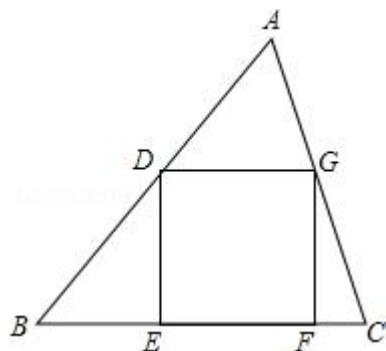
$\therefore AE=5+3=8$ ，

∴在 Rt△AEB 中，由勾股定理得： $AB = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5}$ ，

$$\therefore \sin \angle BAD = \frac{BE}{AB} = \frac{4}{4\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

【点评】 本题考查了垂径定理，勾股定理，解直角三角形的应用，能根据垂径定理求出 BE 是解此题的关键.

22. (10 分) 已知：如图，有一块面积等于 1200cm^2 的三角形纸片 ABC，已知底边与底边 BC 上的高的和为 100cm (底边 BC 大于底边上的高)，要把它加工成一个正方形纸片，使正方形的一边 EF 在边 BC 上，顶点 D、G 分别在边 AB、AC 上，求加工成的正方形铁片 DEFG 的边长.



【考点】 SA：相似三角形的应用.

【分析】 作 $AM \perp BC$ 于 M，交 DG 于 N，设 $BC = a\text{cm}$ ，BC 边上的高为 $h\text{cm}$ ， $DG = DE = x\text{cm}$ ，根据题意得出方程组求出 BC 和 AM，再由平行线得出 $\triangle ADG \sim \triangle ABC$ ，由相似三角形对应高的比等于相似比得出比例式，即可得出结果.

【解答】 解：作 $AM \perp BC$ 于 M，交 DG 于 N，如图所示：

设 $BC = a\text{cm}$ ，BC 边上的高为 $h\text{cm}$ ， $DG = DE = x\text{cm}$ ，

根据题意得：
$$\begin{cases} a+h=100 \\ \frac{1}{2}ah=1200 \end{cases},$$

解得：
$$\begin{cases} a=60 \\ h=40 \end{cases}, \text{ 或 } \begin{cases} a=40 \\ h=60 \end{cases} \text{ (不合题意，舍去),}$$

∴ $BC = 60\text{cm}$ ， $AM = h = 40\text{cm}$ ，

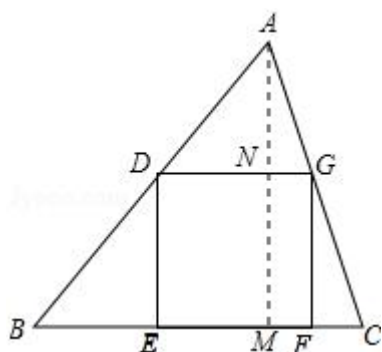
$\therefore DG \parallel BC$,

$\therefore \triangle ADG \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{AN}{AM} = \frac{DG}{BC}, \text{ 即 } \frac{40-x}{40} = \frac{x}{60},$$

解得: $x=24$,

即加工成的正方形铁片 DEFG 的边长为 24cm.

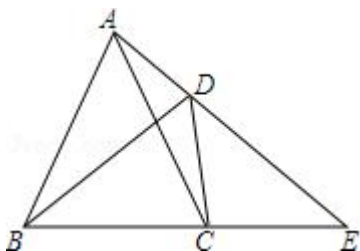


【点评】 本题考查了方程组的解法、相似三角形的运用；熟练掌握方程组的解法，证明三角形相似得出比例式是解决问题的关键.

23. (12 分) 已知, 如图, 在四边形 ABCD 中, $\angle ADB = \angle ACB$, 延长 AD、BC 相交于点 E. 求证:

(1) $\triangle ACE \sim \triangle BDE$;

(2) $BE \cdot DC = AB \cdot DE$.



【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】 14: 证明题.

【分析】 (1) 根据邻补角的定义得到 $\angle BDE = \angle ACE$, 即可得到结论;

(2) 根据相似三角形的性质得到 $\frac{BE}{AE} = \frac{ED}{EC}$, 由于 $\angle E = \angle E$, 得到 $\triangle ECD \sim \triangle EAB$,

由相似三角形的性质得到 $\frac{AE}{EC}=\frac{AB}{CD}$ ，等量代换得到 $\frac{BE}{ED}=\frac{AB}{CD}$ ，即可得到结论.

【解答】证明：(1) $\because \angle ADB=\angle ACB$,

$$\therefore \angle BDE=\angle ACE,$$

$$\therefore \triangle ACE \sim \triangle BDE;$$

$$(2) \because \triangle ACE \sim \triangle BDE,$$

$$\therefore \frac{BE}{AE}=\frac{ED}{EC},$$

$$\therefore \angle E=\angle E,$$

$$\therefore \triangle ECD \sim \triangle EAB,$$

$$\therefore \frac{AE}{EC}=\frac{AB}{CD},$$

$$\therefore \frac{BE}{ED}=\frac{AB}{CD},$$

$$\therefore BE \cdot DC=AB \cdot DE.$$

【点评】本题考查了相似三角形的判定和性质，邻补角的定义，熟练掌握相似三角形的判定和性质是解题的关键.

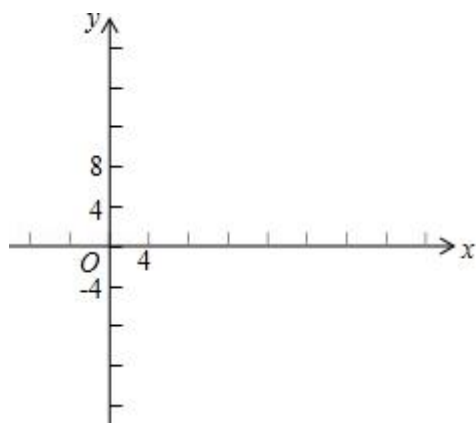
24. (12 分) 已知，如图，在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y=ax^2-\frac{7}{3}x+c$ 的

图象经过点 $A(0, 8)$ 、 $B(6, 2)$ 、 $C(9, m)$ ，延长 AC 交 x 轴于点 D .

(1) 求这个二次函数的解析式及的 m 值；

(2) 求 $\angle ADO$ 的余切值；

(3) 过点 B 的直线分别与 y 轴的正半轴、 x 轴、线段 AD 交于点 P (点 A 的上方)、 M 、 Q ，使以点 P 、 A 、 Q 为顶点的三角形与 $\triangle MDQ$ 相似，求此时点 P 的坐标.



【考点】HF：二次函数综合题.

【分析】(1) 把点 A、B 的坐标代入函数解析式求得系数 a、c 的值，从而得到

函数解析式，然后把点 C 的坐标代入来求 m 的值；

(2) 由点 A、C 的坐标求得直线 AC 的解析式，然后根据直线与坐标轴的交点

的求法得到点 D 的坐标，所以结合锐角三角函数的定义解答即可；

(3) 根据相似三角形的对应角相等进行解答.

【解答】解：(1) 把 A (0, 8)、B (6, 2) 代入 $y=ax^2-\frac{7}{3}x+c$ ，得

$$\begin{cases} 8=c \\ 2=a \times 6^2 - \frac{7}{3} \times 6 + c \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=\frac{2}{9} \\ c=8 \end{cases}$$

故该二次函数解析式为： $y=\frac{2}{9}x^2-\frac{7}{3}x+8$.

把 C (9, m)，代入 $y=\frac{2}{9}x^2-\frac{7}{3}x+8$ 得到： $m=y=\frac{2}{9} \times 9^2 - \frac{7}{3} \times 9 + 8 = 5$ ，即 $m=5$.

综上所述，该二次函数解析式为 $y=\frac{2}{9}x^2-\frac{7}{3}x+8$ ，m 的值是 5；

(2) 由 (1) 知，点 C 的坐标为：(9, 5)，

又由点 A 的坐标为 (0, 8)，

所以直线 AC 的解析式为： $y=-\frac{1}{3}x+8$ ，

令 $y=0$, 则 $0=-\frac{1}{3}x+8$,

解得 $x=24$,

即 $OD=24$,

所以 $\cot \angle ADO = \frac{OD}{OA} = \frac{24}{8} = 3$, 即 $\cot \angle ADO = 3$;

(3) 在 $\triangle APQ$ 与 $\triangle MDQ$ 中, $\angle AQP = \angle MQD$.

要使 $\triangle APQ$ 与 $\triangle MDQ$ 相似, 则 $\angle APQ = \angle MDQ$ 或 $\angle APQ = \angle DMQ$ (根据题意, 这种情况不可能),

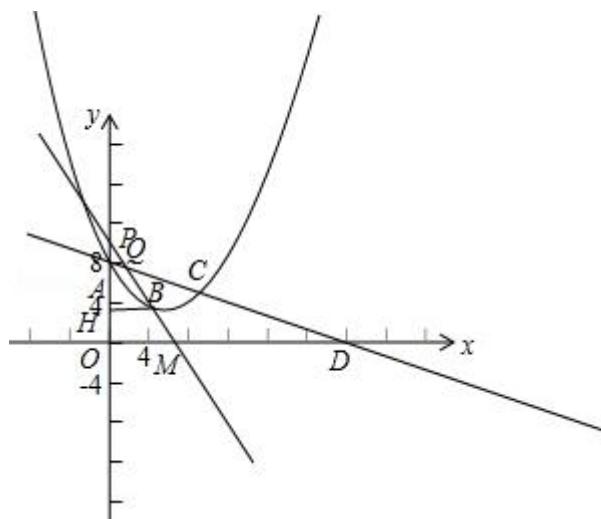
$\therefore \cot \angle APQ = \cot \angle MDQ = 3$.

作 $BH \perp y$ 轴于点 H ,

在直角 $\triangle PBH$ 中, $\cot \angle P = \frac{PH}{BH} = 3$,

$\therefore PH=18$, $OP=20$,

$\therefore$ 点 P 的坐标是 $(0, 20)$.

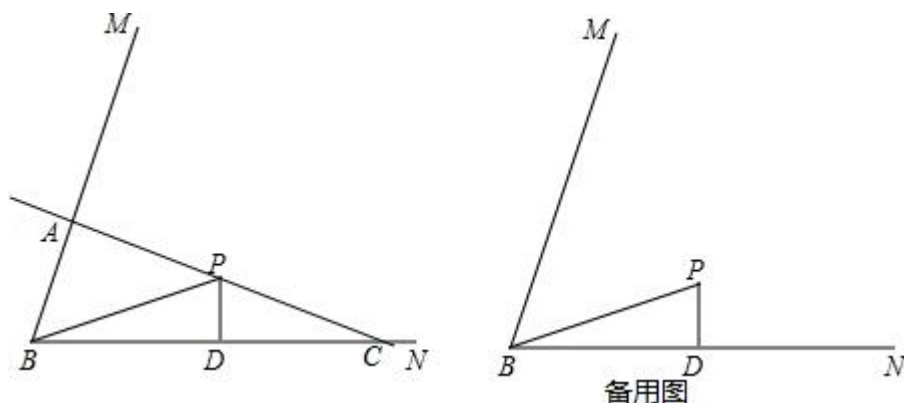


【点评】 本题是二次函数的综合题型, 其中涉及到的知识点有待定系数法求二次函数、一次函数解析式, 相似三角形的判定与性质, 锐角三角函数的定义. 在求有关动点问题时要注意分析题意分情况讨论结果.

25. (14 分) 如图, 已知锐角 $\angle MBN$ 的正切值等于 3, $\triangle PBD$ 中, $\angle BDP=90^\circ$,

点 D 在 $\angle MBN$ 的边 BN 上, 点 P 在 $\angle MBN$ 内, $PD=3$, $BD=9$, 直线 l 经过点 P , 并绕点 P 旋转, 交射线 BM 于点 A , 交射线 DN 于点 C , 设 $\frac{CA}{CP}=x$

- (1) 求 $x=2$ 时, 点 A 到 BN 的距离;
- (2) 设 $\triangle ABC$ 的面积为 y , 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出函数的定义域;
- (3) 当 $\triangle ABC$ 因 l 的旋转成为等腰三角形时, 求 x 的值.



【考点】RB: 几何变换综合题.

【专题】15: 综合题.

【分析】(1) 由 $PD \parallel AH$ 得到 $\frac{AH}{PD} = \frac{CA}{CP} = 2$, 即可;

(2) 由 $PD \parallel AH$ 得到 $\frac{AH}{PD} = \frac{CA}{CP}$, 再由 $\tan \angle MBN = 3$, 比例式表示出 BC , CD , 即可;

(3) $\triangle ABC$ 为等腰三角形时, 分三种情况① $AB=AC$, ② $CB=CA$, ③ $BC=BA$ 利用 $\tan \angle MBN = 3$, 建立方程即可.

【解答】解: (1) 如图 1,

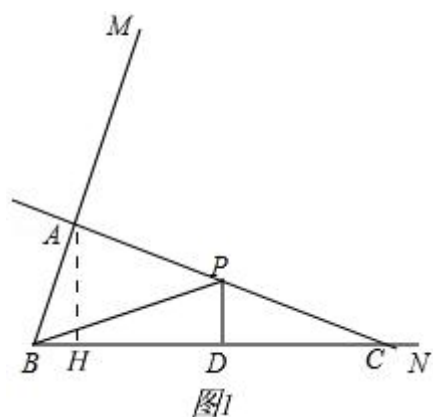


图1

过点 A 作 $AH \perp BC$,

$\therefore PD \perp BC$,

$\therefore PD \parallel AH$,

$$\therefore \frac{AH}{PD} = \frac{CA}{CP} = 2,$$

$$\therefore AH = 2PD = 6,$$

(2) $\therefore PD \parallel AH$,

$$\therefore \frac{CA}{CP} = \frac{AH}{PD} = x,$$

$$\therefore AH = PD \times x = 3x,$$

$$\therefore \tan \angle MBN = 3,$$

$$\therefore BH = x,$$

$$\therefore \frac{CD}{HD} = \frac{PD}{AH},$$

$$\therefore \frac{CD}{CD+9-x} = \frac{3}{3x},$$

$$\therefore CD = \frac{9-x}{x-1},$$

$$\therefore BC = BD + CD = 9 + \frac{9-x}{x-1} = \frac{8x}{x-1},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} \times 3x \times \frac{8x}{x-1} = \frac{12x^2}{x-1},$$

$$\therefore y = \frac{12x^2}{x-1} \quad (1 < x \leq 9),$$

(3) ①当 $AB = AC$ 时,

$$\therefore \tan \angle PCB = \tan \angle MBC = 3,$$

$$\therefore \frac{PD}{CD} = 3,$$

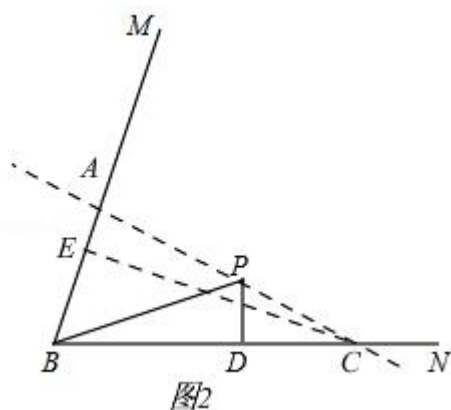
$$\therefore CD = 1,$$

$$\therefore BC = BD + CD = 10,$$

$$\therefore \frac{8x}{x-1} = 10,$$

$$\therefore x = 5,$$

②当 $CB = CA$ 时, 如图 2,



过点 C 作 $CE \perp AB$,

$$BE = \frac{1}{2}AB = \frac{\sqrt{10}}{2}x,$$

$$\therefore \tan \angle MBN = 3,$$

$$\therefore \cos \angle MBN = \frac{\sqrt{10}}{10},$$

$$\therefore \frac{BE}{BC} = \frac{\sqrt{10}}{10},$$

$$\therefore \frac{\frac{\sqrt{10}}{2}x}{\frac{8x}{x-1}} = \frac{\sqrt{10}}{10},$$

$$\therefore x = \frac{13}{5};$$

③当 $BA = BC$ 时, $\sqrt{10}x = \frac{8x}{x-1},$

$$\therefore x = 1 + \frac{4\sqrt{10}}{5},$$

∴ $\triangle ABC$ 为等腰三角形时, $x=5$ 或 $\frac{13}{5}$ 或 $1+\frac{4\sqrt{10}}{5}$.

【点评】此题是几何变换的综合题, 主要考查平行线分线段成比例定理和锐角三角函数, 由平行线分线段成比例定理建立方程是解本题的关键.