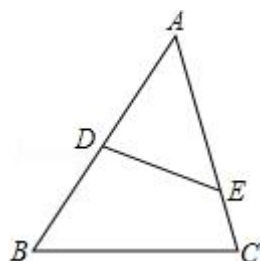


2016 年上海市崇明县中考数学一模试卷

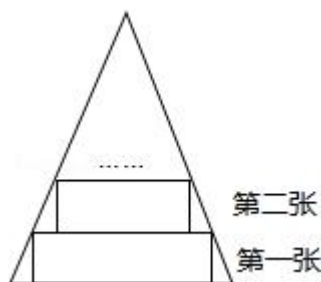
一.选择题

1. (4 分) 已知 $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$, 那么 $\frac{a}{a+b}$ 的值为 ()
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{3}{4}$
2. (4 分) 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=3$, $AB=5$, 那么 $\sin B$ 的值是 ()
- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{4}{3}$
3. (4 分) 将抛物线 $y=x^2$ 先向右平移 2 个单位, 再向下平移 3 个单位, 那么得到的新的抛物线的解析式是 ()
- A. $y=(x+2)^2+3$ B. $y=(x+2)^2-3$ C. $y=(x-2)^2+3$ D. $y=(x-2)^2-3$
4. (4 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D、E 分别在 AB、AC 上, $\angle AED=\angle B$, 那么下列各式中一定正确的是 ()



- A. $AE \cdot AC = AD \cdot AB$ B. $CE \cdot CA = BD \cdot AB$
- C. $AC \cdot AD = AE \cdot AB$ D. $AE \cdot EC = AD \cdot DB$
5. (4 分) 已知两圆的半径分别是 3 和 5, 圆心距是 1, 那么这两圆的位置关系是 ()
- A. 内切 B. 外切 C. 相交 D. 内含
6. (4 分) 如图所示, 一张等腰三角形纸片, 底边长 18cm, 底边上的高长 18cm, 现沿底边依次向下往上裁剪宽度均为 3cm 的矩形纸条, 已知剪得的纸条中有

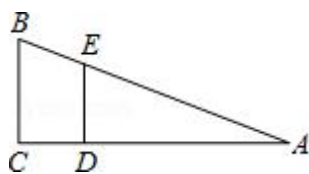
一张是正方形，则这张正方形纸条是（ ）



- A. 第 4 张 B. 第 5 张 C. 第 6 张 D. 第 7 张

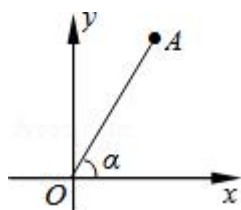
二.填空题

7. (4 分) 化简: $2(\vec{a}-2\vec{b})-3(\vec{a}+\vec{b})=$ _____.
8. (4 分) 如果在比例 1: 1000000 的地图上, A、B 两地的图上距离为 2.4 厘米, 那么 A、B 两地的实际距离为_____千米.
9. (4 分) 抛物线 $y=(a+2)x^2+3x-a$ 的开口向下, 那么 a 的取值范围是_____.
10. (4 分) 一斜面的坡度 $i=1: 0.75$, 一物体由斜面底部沿斜面向前推进了 20 米, 那么这个物体升高了_____米.
11. (4 分) 如果一个正多边形的一个外角是 36° , 那么该正多边形的边数为_____.
12. (4 分) 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 E , 如果 $AB=8$, $CD=6$, 那么 $OE=$ _____.
13. (4 分) 如图所示, 某班上体育课, 甲、乙两名同学分别站在 C 、 D 的位置时, 乙的影子恰好在甲的影子里边, 已知甲身高 1.8 米, 乙身高 1.5 米, 甲的影长是 6 米, 则甲、乙同学相距_____米.

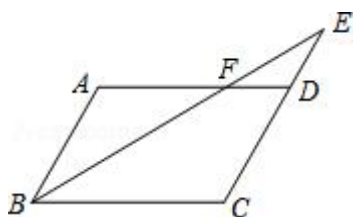


14. (4 分) 如图, 点 $A(3, t)$ 在第一象限, OA 与 x 轴所夹的锐角为 α , $\tan \alpha = \frac{3}{2}$,

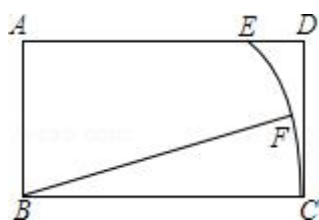
则 t 的值是_____.



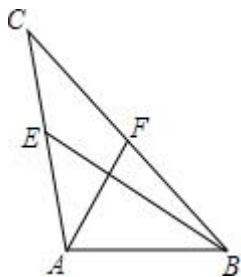
15. (4分) 如图, $\square ABCD$ 中, E 是 CD 的延长线上一点, BE 与 AD 交于点 F , $CD=2DE$. 若 $\triangle DEF$ 的面积为 1, 则 $\square ABCD$ 的面积为_____.



16. (4分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=3$, $BC=5$, 以 B 为圆心 BC 为半径画弧交 AD 于点 E , 如果点 F 是弧 EC 的中点, 联结 FB , 那么 $\tan \angle FBC$ 的值为_____.

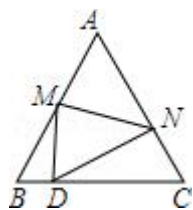


17. (4分) 新定义: 我们把两条中线互相垂直的三角形称为“中垂三角形”. 如图所示, $\triangle ABC$ 中, AF 、 BE 是中线, 且 $AF \perp BE$, 垂足为 P , 像 $\triangle ABC$ 这样的三角形称为“中垂三角形”, 如果 $\angle ABE=30^\circ$, $AB=4$, 那么此时 AC 的长为_____.



18. (4分) 如图, 等边 $\triangle ABC$ 中, D 是边 BC 上的一点, 且 $BD:DC=1:3$,

把 $\triangle ABC$ 折叠,使点A落在边BC上的点D处,那么 $\frac{AM}{AN}$ 的值为_____.

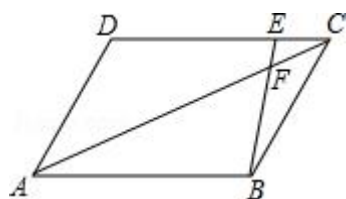


三.解答题

19. (10分) 计算: $\frac{\cot 45^\circ + \tan 60^\circ}{2(\sin 60^\circ - \cos 60^\circ)} - \cot 30^\circ$.

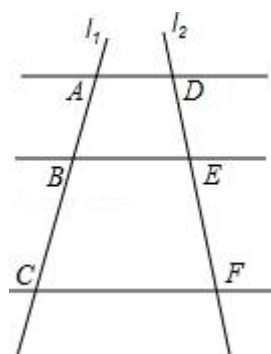
20. (10分) 已知, 平行四边形ABCD中, 点E在DC边上, 且 $DE=3EC$, AC与BE交于点F;

- (1) 如果 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$, 那么请用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 来表示 $\overrightarrow{AF}$;
- (2) 在原图中求作向量 $\overrightarrow{AF}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{AD}$ 方向上的分向量. (不要求写作法, 但要指出所作图中表示结论的向量)



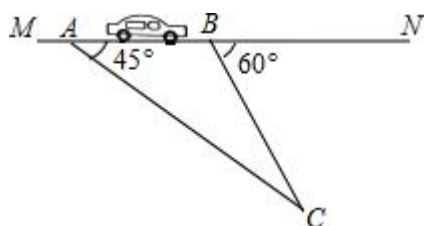
21. (10分) 如图, 已知 $AD \parallel BE \parallel CF$, 它们依次交直线 l_1 、 l_2 于点A、B、C和点D、E、F, $\frac{DE}{EF}=\frac{2}{5}$, $AC=14$;

- (1) 求AB、BC的长;
- (2) 如果 $AD=7$, $CF=14$, 求BE的长.



22. (10分) “为了安全, 请勿超速”. 如图, 一条公路建成通车, 在某直线路段

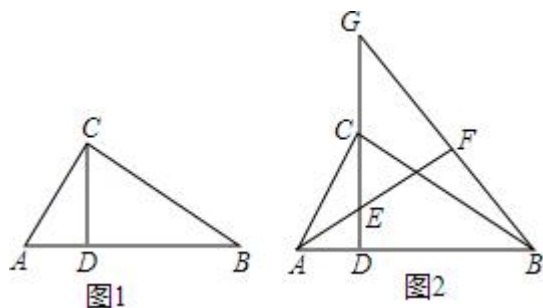
MN 限速 60 千米/小时，为了检测车辆是否超速，在公路 MN 旁设立了观测点 C，从观测点 C 测得一小车从点 A 到达点 B 行驶了 5 秒钟，已知 $\angle CAN=45^\circ$ ， $\angle CBN=60^\circ$ ， $BC=200$ 米，此车超速了吗？请说明理由。（参考数据： $\sqrt{2}\approx 1.41$ ， $\sqrt{3}\approx 1.73$ ）



23. (12 分) 如图 1， $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $CD \perp AB$ ，垂足为 D；

(1) 求证： $\triangle ACD \sim \triangle CBD$ ；

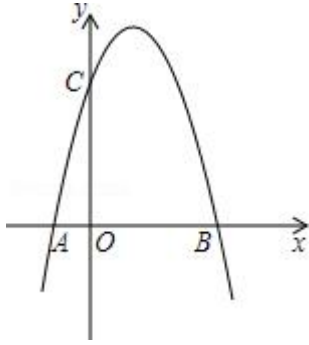
(2) 如图 2，延长 DC 至点 G，联结 BG，过点 A 作 $AF \perp BG$ ，垂足为 F，AF 交 CD 于点 E，求证： $CD^2=DE \cdot DG$ 。



24. (12 分) 如图，在直角坐标系中，一条抛物线与 x 轴交于 A、B 两点，与 y 轴交于 C 点，其中 B (3, 0)，C (0, 4)，点 A 在 x 轴的负半轴上， $OC=4OA$ ；

(1) 求这条抛物线的解析式，并求出它的顶点坐标；

(2) 联结 AC、BC，点 P 是 x 轴正半轴上一个动点，过点 P 作 $PM \parallel BC$ 交射线 AC 于点 M，联结 CP，若 $\triangle CPM$ 的面积为 2，则请求出点 P 的坐标。

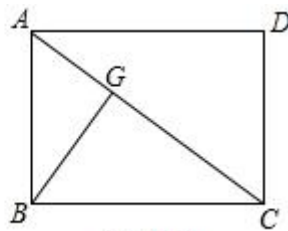
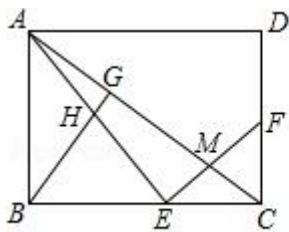


25. (14 分) 如图, 已知矩形 $ABCD$ 中, $AB=6$, $BC=8$, E 是 BC 边上一点 (不与 B 、 C 重合), 过点 E 作 $EF \perp AE$ 交 AC 、 CD 于点 M 、 F , 过点 B 作 $BG \perp AC$, 垂足为 G , BG 交 AE 于点 H ;

(1) 求证: $\triangle ABH \sim \triangle ECM$;

(2) 设 $BE=x$, $\frac{EH}{EM}=y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域;

(3) 当 $\triangle BHE$ 为等腰三角形时, 求 BE 的长.



备用图

2016 年上海市崇明县中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一.选择题

1. (4 分) 已知 $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$, 那么 $\frac{a}{a+b}$ 的值为 ()

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{2}{5}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{3}{4}$

【考点】S1: 比例的性质.

【分析】根据 $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$, 可设 $a=2k$, 则 $b=3k$, 代入所求的式子即可求解.

【解答】解: $\because \frac{a}{b} = \frac{2}{3}$,

$\therefore$ 设 $a=2k$, 则 $b=3k$,

$$\text{则原式} = \frac{2k}{2k+3k} = \frac{2}{5}.$$

故选: B.

【点评】本题考查了比例的性质, 根据 $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$, 正确设出未知数是本题的关键.

2. (4 分) 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=3$, $AB=5$, 那么 $\sin B$ 的值是 ()

A. $\frac{3}{5}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{4}{5}$

D. $\frac{4}{3}$

【考点】T1: 锐角三角函数的定义.

【分析】首先利用勾股定理求得 AC 的长, 然后利用正弦的定义求解.

【解答】解: 在直角 $\triangle ABC$ 中, $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$,

$$\text{则 } \sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{5}.$$

故选: C.

【点评】本题考查了正弦函数的定义, 是所对的直角边与斜边的比, 理解定义是关键.

3. (4 分) 将抛物线 $y=x^2$ 先向右平移 2 个单位, 再向下平移 3 个单位, 那么得

到的新的抛物线的解析式是 ()

A. $y = (x+2)^2 + 3$ B. $y = (x+2)^2 - 3$ C. $y = (x-2)^2 + 3$ D. $y = (x-2)^2$

-3

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】先确定出原抛物线的顶点坐标, 然后根据向右平移横坐标加, 向下平移纵坐标减求出新图象的顶点坐标, 然后写出即可.

【解答】解: 抛物线 $y = x^2$ 的顶点坐标为 $(0, 0)$,

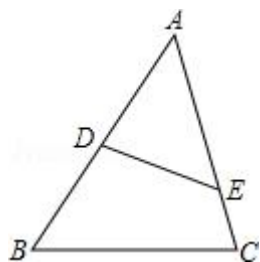
向右平移 2 个单位, 再向下平移 3 个单位后的图象的顶点坐标为 $(2, -3)$,

所以, 所得图象的解析式为 $y = (x - 2)^2 - 3$,

故选: D.

【点评】本题主要考查的是函数图象的平移, 根据平移规律“左加右减, 上加下减”利用顶点的变化确定图形的变化是解题的关键.

4. (4 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D、E 分别在 AB、AC 上, $\angle AED = \angle B$, 那么下列各式中一定正确的是 ()



A. $AE \cdot AC = AD \cdot AB$

B. $CE \cdot CA = BD \cdot AB$

C. $AC \cdot AD = AE \cdot AB$

D. $AE \cdot EC = AD \cdot DB$

【考点】S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】14: 证明题.

【分析】在 $\triangle ABC$ 中, 点 D、E 分别在 AB、AC 上, $\angle AED = \angle B$, 而 $\angle A$ 公共,

由此可以得到 $\triangle ABC \sim \triangle AED$, 然后利用相似三角形的性质即可求解.

【解答】解：∵在 $\triangle ABC$ 中，点D、E分别在AB、AC上， $\angle AED = \angle B$ ，

而 $\angle A$ 公共，

∴ $\triangle ABC \sim \triangle AED$ ，

∴ $AB : AE = AC : AD$ ，

∴ $AB \cdot AD = AC \cdot AE$ ．

故选：A．

【点评】此题主要考查了相似三角形的判定，解题的关键是证明两个三角形相似即可解决问题．

5. (4分) 已知两圆的半径分别是3和5，圆心距是1，那么这两圆的位置关系是 ()

A. 内切

B. 外切

C. 相交

D. 内含

【考点】MJ：圆与圆的位置关系．

【分析】先计算两圆的半径之差，然后根据圆和圆的位置关系的判定方法可确定这两圆的位置关系．

【解答】解：∵ $5 - 3 = 2 > 1$ ，

即圆心距小于两半径之差，

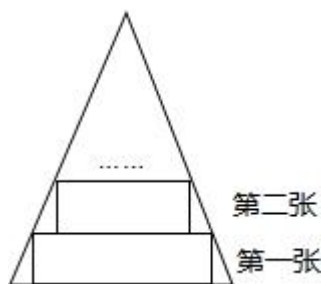
∴这两圆内含．

故选：D．

【点评】本题考查了圆和圆的位置关系：两圆的圆心距为d，两圆半径分别为R、

r，：当两圆外离 $\Leftrightarrow d > R + r$ ；两圆外切 $\Leftrightarrow d = R + r$ ；两圆相交 $\Leftrightarrow R - r < d < R + r$ ($R \geq r$)；两圆内切 $\Leftrightarrow d = R - r$ ($R > r$)；两圆内含 $\Leftrightarrow d < R - r$ ($R > r$)．

6. (4分) 如图所示，一张等腰三角形纸片，底边长18cm，底边上的高长18cm，现沿底边依次向下往上裁剪宽度均为3cm的矩形纸条，已知剪得的纸条中有一张是正方形，则这张正方形纸条是 ()



- A. 第 4 张 B. 第 5 张 C. 第 6 张 D. 第 7 张

【考点】 SA: 相似三角形的应用.

【分析】 根据相似三角形的相似比求得顶点到这个正方形的长, 再根据矩形的宽求得是第几张.

【解答】 解: 已知剪得的纸条中有一张是正方形, 则正方形中平行于底边的边是 3,

所以根据相似三角形的性质可设从顶点到这个正方形的线段为 x ,

则 $\frac{3}{18} = \frac{x}{18}$, 解得 $x=3$,

所以另一段长为 $18 - 3=15$,

因为 $15 \div 3=5$, 所以是第 5 张.

故选: B.

【点评】 本题主要考查了相似三角形的性质及等腰三角形的性质的综合运用; 由相似三角形的性质得出比例式是解决问题的关键.

二. 填空题

7. (4 分) 化简: $2(\vec{a}-2\vec{b})-3(\vec{a}+\vec{b})=$ $-\vec{a}-7\vec{b}$.

【考点】 LM: *平面向量.

【分析】 直接利用平面向量的加减运算法则求解即可求得答案.

【解答】 解: $2(\vec{a}-2\vec{b})-3(\vec{a}+\vec{b})=2\vec{a}-4\vec{b}-3\vec{a}-3\vec{b}=-\vec{a}-7\vec{b}$.

故答案为: $-\vec{a}-7\vec{b}$.

【点评】 此题考查了平面向量的运算法则. 注意掌握去括号时的符号变化是解此

题的关键.

8. (4 分) 如果在比例 1: 1000000 的地图上, A、B 两地的图上距离为 2.4 厘米, 那么 A、B 两地的实际距离为 24 千米.

【考点】S2: 比例线段.

【分析】实际距离=图上距离: 比例尺, 根据题意代入数据可直接得出实际距离.

【解答】解: 根据题意, $2.4 \div \frac{1}{1000000} = 2400000$ 厘米 = 24 千米.

即实际距离是 24 千米.

故答案为: 24.

【点评】本题考查了比例线段的知识, 注意掌握比例线段的定义及比例尺, 并能够灵活运用, 同时要注意单位的转换.

9. (4 分) 抛物线 $y = (a+2)x^2 + 3x - a$ 的开口向下, 那么 a 的取值范围是 $a < -2$.

【考点】H1: 二次函数的定义; H3: 二次函数的性质.

【专题】17: 推理填空题.

【分析】根据抛物线 $y = (a+2)x^2 + 3x - a$ 的开口向下, 可得 $a+2 < 0$, 从而可以得到 a 的取值范围.

【解答】解: $\because$ 抛物线 $y = (a+2)x^2 + 3x - a$ 的开口向下,

$$\therefore a+2 < 0,$$

得 $a < -2$,

故答案为: $a < -2$.

【点评】本题考查二次函数的性质和定义, 解题的关键是明确二次函数的开口向下, 则二次项系数就小于 0.

10. (4 分) 一斜面的坡度 $i=1: 0.75$, 一物体由斜面底部沿斜面向前推进了 20

米，那么这个物体升高了 16 米.

【考点】 T9: 解直角三角形的应用 – 坡度坡角问题.

【专题】 17: 推理填空题.

【分析】 根据一斜面的坡度 $i=1:0.75$ ，可以设出一物体由斜面底部沿斜面向前推进了 20 米时对应的竖直高度和水平距离，然后根据勾股定理可以解答此题.

【解答】 解：设一物体由斜面底部沿斜面向前推进了 20 米时，对应的竖直高度为 x ，则此时的水平距离为 $0.75x$ ，

根据勾股定理，得 $x^2 + (0.75x)^2 = 20^2$

解得 $x_1=16$ ， $x_2=-16$ （舍去），

即一物体由斜面底部沿斜面向前推进了 20 米，此时这个物体升高了 16 米.

故答案为：16.

【点评】 本题考查解直角三角形的应用 – 坡度坡角问题，解题的关键是明确什么是坡度，坡度是竖直高度与水平距离的比值.

11. (4 分) 如果一个正多边形的一个外角是 36° ，那么该正多边形的边数为 10.

【考点】 L3: 多边形内角与外角.

【分析】 利用外角和 360° 除以外角的度数 36° 可得正多边形的边数.

【解答】 解： $360 \div 36 = 10$ ，

故答案为：10.

【点评】 此题主要考查了多边形的外角，关键是掌握多边形外角和为 360° .

12. (4 分) 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ 于点 E ，如果 $AB=8$ ， $CD=6$ ，那么 $OE=$ $\sqrt{7}$.

【考点】KQ：勾股定理；M2：垂径定理.

【分析】连接 OC ，根据垂径定理求出 CE ，在 $\triangle OEC$ 中，根据勾股定理求出 OE 即可.

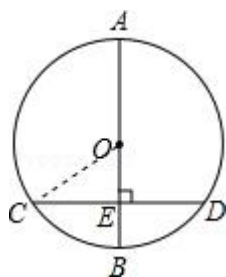
【解答】解：连接 OC . 如图所示：

$\because AB$ 是圆 O 的直径， $AB \perp CD$,

$\therefore CE = DE = \frac{1}{2}CD = 3$, $OC = OB = \frac{1}{2}AB = 4$,

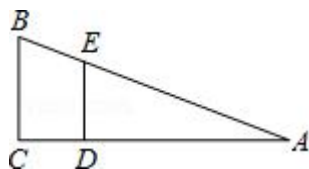
在 $\triangle OCE$ 中，由勾股定理得： $OE = \sqrt{OC^2 - CE^2} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$;

故答案为： $\sqrt{7}$.



【点评】本题考查了勾股定理、垂径定理；关键是构造直角三角形，求出 CE 的长，用的数学思想是方程思想，把 OE 当作一个未知数，题目较好.

13. (4 分) 如图所示，某班上体育课，甲、乙两名同学分别站在 C 、 D 的位置时，乙的影子恰好在甲的影子里边，已知甲身高 1.8 米，乙身高 1.5 米，甲的影长是 6 米，则甲、乙同学相距 1 米.



【考点】SA：相似三角形的应用.

【专题】12：应用题.

【分析】根据甲的身高与影长构成的三角形与乙的身高和影长构成的三角形相似，列出比例式解答.

【解答】解：设两个同学相距 x 米，

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ACB,$$

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AC},$$

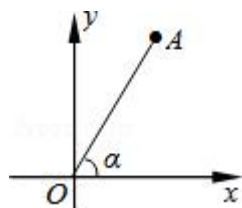
$$\therefore \frac{1.5}{1.8} = \frac{6-x}{6},$$

解得： $x=1$.

故答案为 1.

【点评】 本题考查了相似三角形的应用，根据身高与影长的比例不变，得出三角形相似，运用相似比即可解答.

14. (4 分) 如图，点 $A(3, t)$ 在第一象限， OA 与 x 轴所夹的锐角为 α ， $\tan \alpha = \frac{3}{2}$ ，
则 t 的值是 $\frac{9}{2}$.



【考点】 D5：坐标与图形性质；T7：解直角三角形.

【分析】 过点 A 作 $AB \perp x$ 轴于 B ，根据正切等于对边比邻边列式求解即可.

【解答】解：过点 A 作 $AB \perp x$ 轴于 B ，

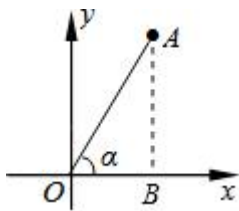
$\therefore$ 点 $A(3, t)$ 在第一象限，

$$\therefore AB=t, OB=3,$$

$$\text{又} \because \tan \alpha = \frac{AB}{OB} = \frac{t}{3} = \frac{3}{2},$$

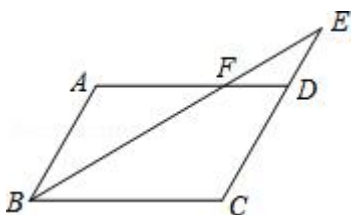
$$\therefore t = \frac{9}{2}.$$

故答案为： $\frac{9}{2}$.



【点评】 本题考查了锐角三角函数的定义，过点 A 作 x 轴的垂线，构造出直角三角形是利用正切列式的关键，需要熟记正切=对边：邻边.

15. (4 分) 如图， $\square ABCD$ 中，E 是 CD 的延长线上一点，BE 与 AD 交于点 F， $CD=2DE$. 若 $\triangle DEF$ 的面积为 1，则 $\square ABCD$ 的面积为 12.



【考点】 L5： 平行四边形的性质； S9： 相似三角形的判定与性质.

【分析】 求出 $CE=3DE$ ， $AB=2DE$ ，求出 $\frac{DE}{CE}=\frac{1}{3}$ ， $\frac{DE}{AB}=\frac{1}{2}$ ，根据平行四边形的性质得出 $AB \parallel CD$ ， $AD \parallel BC$ ，推出 $\triangle DEF \sim \triangle CEB$ ， $\triangle DEF \sim \triangle ABF$ ，求出 $\frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle CEB}} = \left(\frac{DE}{EC}\right)^2 = \frac{1}{9}$ ， $\frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle ABF}} = \left(\frac{DE}{AB}\right)^2 = \frac{1}{4}$ ，求出 $\triangle CEB$ 的面积是 9， $\triangle ABF$ 的面积是 4，得出四边形 BCDF 的面积是 8，即可得出平行四边形 ABCD 的面积.

【解答】 解： $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形，

$$\therefore AD=BC, AB=CD,$$

$$\because CD=2DE,$$

$$\therefore CE=3DE, AB=2DE,$$

$$\therefore \frac{DE}{CE}=\frac{1}{3}, \frac{DE}{AB}=\frac{1}{2},$$

$\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形，

$$\therefore AB \parallel CD, AD \parallel BC,$$

$\therefore \triangle DEF \sim \triangle CEB, \triangle DEF \sim \triangle ABF,$

$$\therefore \frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle CEB}} = \left(\frac{DE}{EC}\right)^2 = \frac{1}{9}, \frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle ABF}} = \left(\frac{DE}{AB}\right)^2 = \frac{1}{4},$$

$\therefore \triangle DEF$ 的面积为 1,

$\therefore \triangle CEB$ 的面积是 9, $\triangle ABF$ 的面积是 4,

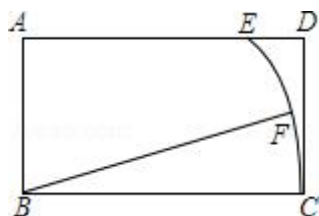
$\therefore$ 四边形 BCDF 的面积是 $9 - 1 = 8$,

$\therefore$ 平行四边形 ABCD 的面积是 $8 + 4 = 12$,

故答案为: 12.

【点评】 本题考查了平行四边形性质, 相似三角形的性质和判定的应用, 注意: 相似三角形的面积比等于相似比的平方.

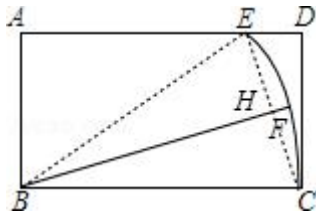
16. (4 分) 如图, 在矩形 ABCD 中, $AB=3$, $BC=5$, 以 B 为圆心 BC 为半径画弧交 AD 于点 E, 如果点 F 是弧 EC 的中点, 联结 FB, 那么 $\tan \angle FBC$ 的值为 $\frac{1}{3}$.



【考点】 KD: 全等三角形的判定与性质; KF: 角平分线的性质; LB: 矩形的性质; M4: 圆心角、弧、弦的关系; T7: 解直角三角形.

【分析】 连接 CE 交 BF 于 H, 连接 BE, 根据矩形的性质求出 $AB=CD=3$, $AD=BC=5=BE$, $\angle A=\angle D=90^\circ$, 根据勾股定理求出 $AE=4$, 求出 $DE=1$, 根据勾股定理求出 CE, 求出 CH, 解直角三角形求出即可.

【解答】 解: 连接 CE 交 BF 于 H, 连接 BE,



∵ 四边形 ABCD 是矩形，AB=3，BC=5，

∴ AB=CD=3，AD=BC=5=BE，∠A=∠D=90°，

由勾股定理得：AE=√(5²-3²)=4，DE=5-4=1，

由勾股定理得：CE=√(1²+3²)=√10，

由垂径定理得：CH=EH=1/2 CE=√10/2，

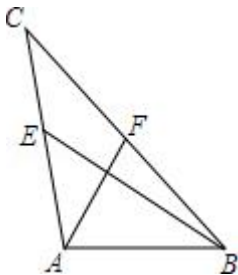
在 Rt△BHC 中，由勾股定理得：BH=√(5²-(√10/2)²)=3√10/2，

所以 tan∠FBC = FC/BH = (√10/2) / (3√10/2) = 1/3.

故答案为：1/3.

【点评】 本题考查了矩形的性质，勾股定理，解直角三角形，垂径定理的应用，能正确作出辅助线并构造出直角三角形是解此题的关键.

17. (4 分) 新定义：我们把两条中线互相垂直的三角形称为“中垂三角形”. 如图所示，△ABC 中，AF、BE 是中线，且 AF⊥BE，垂足为 P，像△ABC 这样的三角形称为“中垂三角形”，如果∠ABE=30°，AB=4，那么此时 AC 的长为 2√7.



【考点】 K5： 三角形的重心； KQ： 勾股定理.

【专题】 11： 计算题； 552： 三角形.

【分析】根据三角形中位线的性质，得到 $EF \parallel AB$ ， $EF = \frac{1}{2}AB = 2$ ，再由勾股定理得到结果.

【解答】解：如图，连接 EF ，

$\because AF$ 、 BE 是中线，

$\therefore EF$ 是 $\triangle CAB$ 的中位线，

可得： $EF = \frac{1}{2} \times 4 = 2$ ，

$\therefore EF \parallel AB$ ，

$\therefore \triangle PEF \sim \triangle ABP$ ，

$$\therefore \frac{PF}{AP} = \frac{PE}{PB} = \frac{EF}{AB} = \frac{1}{2},$$

在 $\text{Rt}\triangle ABP$ 中，

$AB = 4$ ， $\angle ABP = 30^\circ$ ，

$\therefore AP = 2$ ， $PB = 2\sqrt{3}$ ，

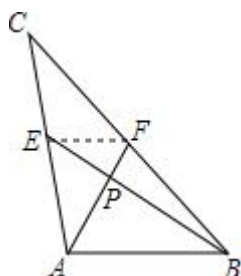
$\therefore PF = 1$ ， $PE = \sqrt{3}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle APE$ 中，

$\therefore AE = \sqrt{7}$ ，

$\therefore AC = 2\sqrt{7}$ ，

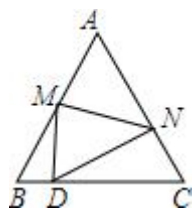
故答案为： $2\sqrt{7}$.



【点评】本题考查了相似三角形的判定和性质、勾股定理等知识，熟练应用相似三角形的判定与性质是解题关键.

18. (4 分) 如图，等边 $\triangle ABC$ 中， D 是边 BC 上的一点，且 $BD:DC = 1:3$ ，

把 $\triangle ABC$ 折叠，使点A落在边BC上的点D处，那么 $\frac{AM}{AN}$ 的值为 $\frac{5}{7}$ 。



【考点】 PB：翻折变换（折叠问题）。

【分析】 由 $BD:DC=1:3$ ，可设 $BD=a$ ，则 $CD=3a$ ，根据等边三角形的性质和折叠的性质可得： $BM+MD+BD=5a$ ， $DN+NC+DC=7a$ ，再通过证明 $\triangle BMD \sim \triangle CDN$ 即可证明 $AM:AN$ 的值。

【解答】 解： $\because BD:DC=1:3$ ，

$\therefore$ 设 $BD=a$ ，则 $CD=3a$ ，

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$\therefore AB=BC=AC=4a$ ， $\angle ABC=\angle ACB=\angle BAC=60^\circ$ ，

由折叠的性质可知：MN 是线段 AD 的垂直平分线，

$\therefore AM=DM$ ， $AN=DN$ ，

$\therefore BM+MD+BD=5a$ ， $DN+NC+DC=7a$ ，

$\because \angle MDN=\angle BAC=\angle ABC=60^\circ$ ，

$\therefore \angle NDC+\angle MDB=\angle BMD+\angle MBD=120^\circ$ ，

$\therefore \angle NDC=\angle BMD$ ，

$\because \angle ABC=\angle ACB=60^\circ$ ，

$\therefore \triangle BMD \sim \triangle CDN$ ，

$\therefore (BM+MD+BD):(DN+NC+CD)=AM:AN$ ，

即 $AM:AN=5:7$ ，

故答案为 $\frac{5}{7}$.

【点评】 本题考查了等边三角形的性质、全等三角形的判定和性质以及折叠的性质：折叠是一种对称变换，它属于轴对称，折叠前后图形的形状和大小不变，位置变化，对应边和对应角相等.

三.解答题

19. (10 分) 计算： $\frac{\cot 45^\circ + \tan 60^\circ}{2(\sin 60^\circ - \cos 60^\circ)} - \cot 30^\circ$.

【考点】 T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】 将特殊角的三角函数值代入求解.

【解答】 解：原式 $=\frac{1+\sqrt{3}}{2(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2})}-\sqrt{3}$

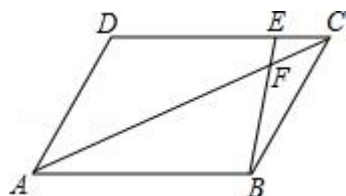
$$=\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}-\sqrt{3}$$
$$=2+\sqrt{3}-\sqrt{3}$$
$$=2.$$

【点评】 本题考查了特殊角的三角函数值，解答本题的关键是掌握几个特殊角的三角函数值.

20. (10 分) 已知，平行四边形 ABCD 中，点 E 在 DC 边上，且 DE=3EC，AC 与 BE 交于点 F；

(1) 如果 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ ， $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$ ，那么请用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 来表示 $\overrightarrow{AF}$ ；

(2) 在原图中求作向量 $\overrightarrow{AF}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{AD}$ 方向上的分向量。（不要求写作法，但要指出所作图中表示结论的向量）



【考点】 L5: 平行四边形的性质；LM: *平面向量.

【分析】 (1) 由四边形 ABCD 是平行四边形，根据平行四边形法则，易得

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 再由三角形法则, 可求得 $\overrightarrow{AC}$, 又由 $DE = 3EC$, $CD \parallel AB$, 根据平行线分线段成比例定理, 即可得 $\frac{AF}{AC} = \frac{4}{5}$, 继而求得答案;

(2) 首先过点 F 作 $FM \parallel AD$, $FN \parallel AB$, 根据平行四边形法则即可求得答案.

【解答】 解: (1) $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,

$\therefore AD \parallel BC$ 且 $AD = BC$, $CD \parallel AB$ 且 $CD = AB$,

$\therefore \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} = \vec{b}$,

又 $\because \overrightarrow{AB} = \vec{a}$,

$\therefore \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \vec{a} + \vec{b}$,

$\because DE = 3EC$,

$\therefore DC = 4EC$,

又 $\because AB = CD$,

$\therefore AB = 4EC$,

$\because CD \parallel AB$,

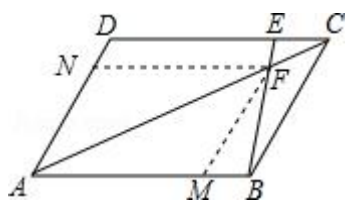
$\therefore \frac{AF}{CF} = \frac{AB}{EC} = 4$,

$\therefore \frac{AF}{AC} = \frac{4}{5}$,

$\therefore AF = \frac{4}{5} AC$,

$\therefore \overrightarrow{AF} = \frac{4}{5} \overrightarrow{AC} = \frac{4}{5} (\vec{a} + \vec{b}) = \frac{4}{5} \vec{a} + \frac{4}{5} \vec{b}$;

(2) 如图, 过点 F 作 $FM \parallel AD$, $FN \parallel AB$, 则 $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AN}$ 分别是向量 $\overrightarrow{AF}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{AD}$ 方向上的分向量.

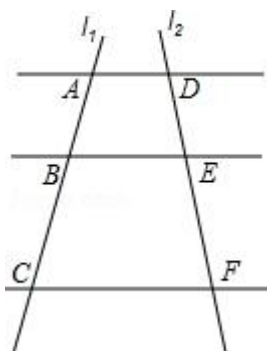


【点评】此题考查了平面向量的知识以及平行四边形的性质. 注意掌握平行四边形法则与三角形法则的应用是解此题的关键.

21. (10 分) 如图, 已知 $AD \parallel BE \parallel CF$, 它们依次交直线 l_1 、 l_2 于点 A、B、C 和点 D、E、F, $\frac{DE}{EF} = \frac{2}{5}$, $AC = 14$;

(1) 求 AB、BC 的长;

(2) 如果 $AD = 7$, $CF = 14$, 求 BE 的长.



【考点】 S4: 平行线分线段成比例.

【分析】 (1) 由平行线分线段成比例定理和比例的性质得出 $\frac{AB}{AC} = \frac{2}{7}$, 即可求出 AB 的长, 得出 BC 的长;

(2) 过点 A 作 $AG \parallel DF$ 交 BE 于点 H, 交 CF 于点 G, 得出 $AD = HE = GF = 7$, 由平行线分线段成比例定理得出比例式求出 BH, 即可得出结果.

【解答】 解: (1) $\because AD \parallel BE \parallel CF$,

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF} = \frac{2}{5},$$

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{2}{7},$$

$$\because AC = 14, \therefore AB = 4,$$

$$\therefore BC = 14 - 4 = 10;$$

(2) 过点 A 作 $AG \parallel DF$ 交 BE 于点 H, 交 CF 于点 G, 如图所示:

又 $\because AD \parallel BE \parallel CF$, $AD = 7$,

$$\therefore AD=HE=GF=7,$$

$$\therefore CF=14,$$

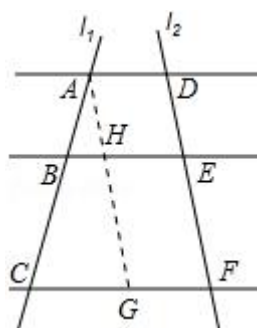
$$\therefore CG=14-7=7,$$

$$\therefore BE \parallel CF,$$

$$\therefore \frac{BH}{CG} = \frac{AB}{AC} = \frac{2}{7},$$

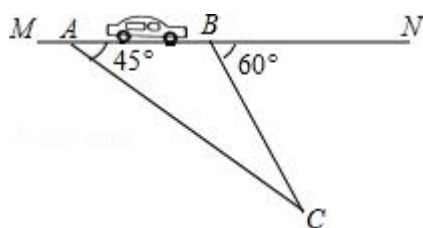
$$\therefore BH=2,$$

$$\therefore BE=2+7=9.$$



【点评】 本题考查了平行线分线段成比例：三条平行线截两条直线，所得的对应线段成比例；熟练掌握平行线分线段成比例，通过作辅助线运用平行线分线段成比例求出 BH 是解决问题的关键.

22. (10 分) “为了安全，请勿超速”. 如图，一条公路建成通车，在某直线路段 MN 限速 60 千米/小时，为了检测车辆是否超速，在公路 MN 旁设立了观测点 C ，从观测点 C 测得一小车从点 A 到达点 B 行驶了 5 秒钟，已知 $\angle CAN=45^\circ$ ， $\angle CBN=60^\circ$ ， $BC=200$ 米，此车超速了吗？请说明理由. (参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.41$ ， $\sqrt{3} \approx 1.73$)



【考点】 KU：勾股定理的应用.

【分析】根据题意结合锐角三角函数关系得出 BH, CH, AB 的长进而求出汽车的速度, 进而得出答案.

【解答】解: 此车没有超速.

理由: 过 C 作 $CH \perp MN$,

$\therefore \angle CBN = 60^\circ$, $BC = 200$ 米,

$\therefore CH = BC \cdot \sin 60^\circ = 200 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 100\sqrt{3}$ (米),

$BH = BC \cdot \cos 60^\circ = 100$ (米),

$\therefore \angle CAN = 45^\circ$,

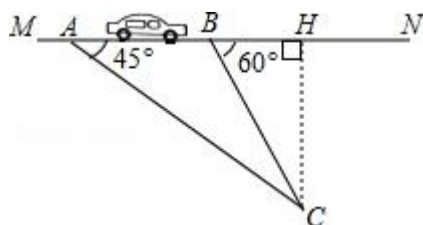
$\therefore AH = CH = 100\sqrt{3}$ 米,

$\therefore AB = 100\sqrt{3} - 100 \approx 73$ (m),

$\therefore 60$ 千米/小时 $= \frac{50}{3}$ m/s,

$\therefore \frac{73}{5} = 14.6$ (m/s) $< \frac{50}{3} \approx 16.7$ (m/s),

$\therefore$ 此车没有超速.

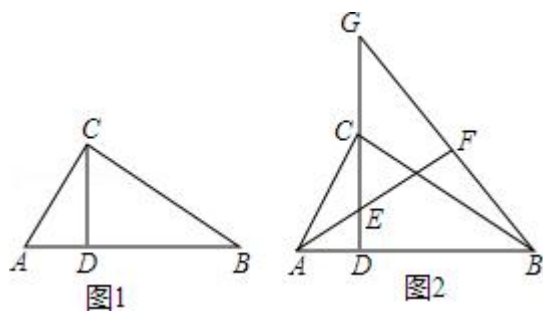


【点评】此题主要考查了勾股定理以及锐角三角函数关系的应用, 得出 AB 的长是解题关键.

23. (12 分) 如图 1, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$, 垂足为 D;

(1) 求证: $\triangle ACD \sim \triangle CBD$;

(2) 如图 2, 延长 DC 至点 G, 联结 BG, 过点 A 作 $AF \perp BG$, 垂足为 F, AF 交 CD 于点 E, 求证: $CD^2 = DE \cdot DG$.



【考点】S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】14: 证明题.

【分析】(1) 根据垂直的定义得到 $\angle ADC = \angle CDB = 90^\circ$, 根据余角的性质得到 $\angle$

$ACD = \angle B$, 由于 $\angle ADC = \angle CDB$, 即可得到结论;

(2) 根据 $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$, 得到 $\angle CAD = \angle BCD$, 推出 $\text{Rt} \triangle ACD \sim \text{Rt} \triangle$

CBD , 于是得到 $CD^2 = AD \cdot BD$, 根据 $AF \perp BG$, $GD \perp AB$, 证得 $\angle EDA = \angle EFG =$

$\angle GDP = 90^\circ$, 推出 $\triangle BGD \sim \triangle ADE$, 于是得到 $AD \cdot BD = DG \cdot DE$ 即可得到结论.

【解答】证明: (1) $\because CD \perp AB$,

$\therefore \angle ADC = \angle CDB = 90^\circ$,

$\therefore \angle BCD + \angle B = 90^\circ$,

$\because \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore \angle ACD + \angle BCD = 90^\circ$,

$\therefore \angle ACD = \angle B$,

又 $\because \angle ADC = \angle CDB$,

$\therefore \triangle ACD \sim \triangle CBD$;

(2) $\because AF \perp BG$,

$\therefore \angle AFB = 90^\circ$,

$$\therefore \angle FAB + \angle GBA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle GDB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle G + \angle GBA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle G = \angle FAB,$$

$$\text{又} \because \angle ADE = \angle GDB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle GDB,$$

$$\therefore \frac{AD}{GD} = \frac{DE}{BD},$$

$$\therefore AD \cdot BD = DE \cdot DG,$$

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle CBD,$$

$$\therefore \frac{AD}{CD} = \frac{CD}{BD},$$

$$\therefore CD^2 = AD \cdot BD,$$

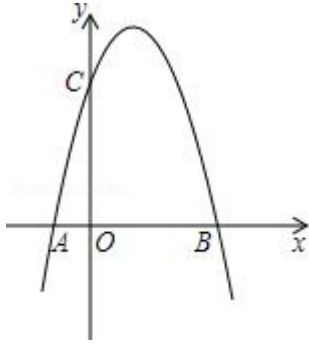
$$\therefore CD^2 = DE \cdot DG.$$

【点评】此题主要考查的是相似三角形的判定和性质，垂直的定义，熟练掌握相似三角形的判定和性质是解题的关键.

24. (12 分) 如图，在直角坐标系中，一条抛物线与 x 轴交于 A 、 B 两点，与 y 轴交于 C 点，其中 $B(3, 0)$ ， $C(0, 4)$ ，点 A 在 x 轴的负半轴上， $OC=4OA$ ；

(1) 求这条抛物线的解析式，并求出它的顶点坐标；

(2) 联结 AC 、 BC ，点 P 是 x 轴正半轴上一个动点，过点 P 作 $PM \parallel BC$ 交射线 AC 于点 M ，联结 CP ，若 $\triangle CPM$ 的面积为 2，则请求出点 P 的坐标.



【考点】HF：二次函数综合题.

【分析】(1) 根据 OA 与 OC 的关系，可得 A 点坐标，根据待定系数法，可得函数解析式；

(2) 根据锐角三角函数，可得 PH 的长，根据相似三角形的性质，可得 MC 的长，根据三角形的面积，可得关于 x 的方程，根据解方程，可得答案.

【解答】解：(1) $\because C(0, 4), O(0, 0),$

$$\therefore OC=4.$$

$$\because OC=4OA,$$

$$\therefore OA=1.$$

$\because$ 点 A 在 x 轴的负半轴上，

$$\therefore A(-1, 0).$$

设这条抛物线的解析式为 $y=ax^2+bx+c$,

$\because$ 抛物线过点 A $(-1, 0)$, B $(3, 0)$, C $(0, 4)$

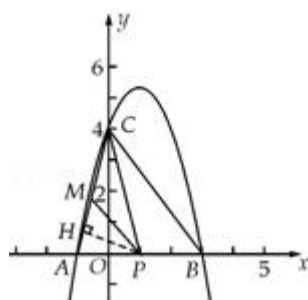
$$\therefore \begin{cases} a-b+c=0 \\ 9a+3b+c=0, \\ c=4 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=-\frac{4}{3} \\ b=\frac{8}{3}, \\ c=4 \end{cases}$$

$$\therefore \text{这条抛物线的解析式为 } y=-\frac{4}{3}x^2+\frac{8}{3}x+4,$$

它的顶点坐标为 $(1, \frac{16}{3})$;

(2) 过点 P 作 $PH \perp AC$, 垂足为 H.



$\therefore$ P 点在 x 轴的正半轴上,

$\therefore$ 设 P $(x, 0)$.

$\therefore$ A $(-1, 0)$,

$\therefore$ PA=x+1.

$\therefore$ 在 Rt $\triangle AOC$ 中, $OA^2+OC^2=AC^2$

又 $\therefore$ OA=1, OC=4,

$$\therefore AC=\sqrt{OA^2+OC^2}=\sqrt{1^2+4^2}=\sqrt{17},$$

$\therefore \angle AOC=90^\circ$,

$$\therefore \sin \angle CAO = \frac{OC}{AC} = \frac{4}{\sqrt{17}} = \frac{4\sqrt{17}}{17}$$

$\therefore \angle PHA=90^\circ$,

$$\therefore \sin \angle CAO = \frac{PH}{AP} = \frac{PH}{x+1} = \frac{4\sqrt{17}}{17}$$

$$\therefore PH = \frac{4\sqrt{17}(x+1)}{17}.$$

$\therefore$ PM//BC,

$$\therefore \frac{BP}{AB} = \frac{CM}{AC}$$

$\therefore$ B $(3, 0)$, P $(x, 0)$

①点 P 在点 B 的左侧时, $BP=3-x$

$$\therefore \frac{3-x}{4} = \frac{CM}{\sqrt{17}},$$

$$\therefore CM = \frac{\sqrt{17}(3-x)}{4}.$$

$$\therefore S_{\triangle PCM} = 2,$$

$$\therefore \frac{1}{2}CM \cdot PH = 2,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{17}(3-x)}{4} \cdot \frac{4\sqrt{17}(x+1)}{17} = 2.$$

解得 $x=1$.

$$\therefore P(1, 0);$$

②点 P 在点 B 的右侧时, $BP=x-3$

$$\therefore \frac{x-3}{4} = \frac{CM}{\sqrt{17}},$$

$$\therefore CM = \frac{\sqrt{17}(x-3)}{4},$$

$$\therefore S_{\triangle PCM} = 2,$$

$$\therefore \frac{1}{2}CM \cdot PH = 2,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{17}(x-3)}{4} \cdot \frac{4\sqrt{17}(x+1)}{17} = 2.$$

解得 $x_1=1+2\sqrt{2}$, $x_2=1-2\sqrt{2}$ (不合题意, 舍去)

$$\therefore P(1+2\sqrt{2}, 0).$$

综上所述, P 的坐标为 $(1, 0)$ 或 $(1+2\sqrt{2}, 0)$.

【点评】 本题考查了二次函数综合题, 利用待定系数法求函数解析式; 利用锐角三角函数得出 PH 的长是解题关键, 又利用相似三角形的性质得出 CM 的长, 利用三角形的面积得出关于 x 的方程.

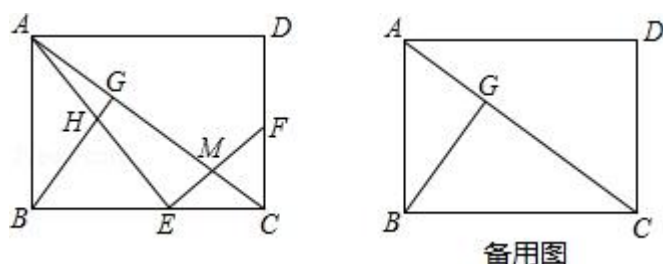
25. (14 分) 如图, 已知矩形 ABCD 中, $AB=6$, $BC=8$, E 是 BC 边上一点 (不与 B、C 重合), 过点 E 作 $EF \perp AE$ 交 AC、CD 于点 M、F, 过点 B 作 $BG \perp$

AC, 垂足为 G, BG 交 AE 于点 H;

(1) 求证: $\triangle ABH \sim \triangle ECM$;

(2) 设 $BE=x$, $\frac{EH}{EM}=y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域;

(3) 当 $\triangle BHE$ 为等腰三角形时, 求 BE 的长.



【考点】SO: 相似形综合题.

【专题】15: 综合题; 55D: 图形的相似.

【分析】(1) 由矩形的四个角为直角, 得到 $\angle ABC$ 为直角, 再由 BG 垂直于 AC, AE 垂直于 EF, 得到一对直角相等, 利用同角的余角相等得到一对角相等, 再利用外角性质得到另一对角相等, 利用两角相等的三角形相似即可得证;

(2) 延长 BG, 交 AD 于点 K, 利用两角相等的三角形相似得到三角形 ABK 与三角形 ABC 相似, 由相似得比例求出 AK 的长, 由 AK 与 BE 平行, 得到三角形 AHK 与三角形 BHE 相似, 表示出 EH, 由第一问的结论, 利用相似三角形对应边成比例表示出 $\frac{AH}{EM}$, 即可确定出 y 与 x 的函数解析式, 并求出定义域即可;

(3) 当 $\triangle BHE$ 为等腰三角形时, 分三种情况考虑: ①当 $BH=BE$ 时, 利用等腰三角形的性质, 角平分线定义及锐角三角函数定义求出 BE 的长; ②当 $HB=HE$ 时, 利用等腰三角形的性质及锐角三角函数定义求出 BE 的长; ③当 $EB=EH$ 时, 利用等腰三角形的性质及勾股定理求出 BE 的长即可.

【解答】(1) 证明: $\because$ 四边形 ABCD 是矩形,

$\therefore \angle ABC = 90^\circ$, 即 $\angle ABG + \angle CBG = 90^\circ$,

$\because EF \perp AE, BG \perp AC$,

$\therefore \angle AEF = \angle BGA = 90^\circ$,

$\therefore \angle AEF = \angle ABC, \angle ACB + \angle CBG = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABG = \angle ACB$,

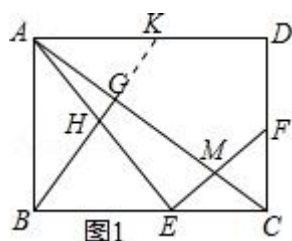
$\because \angle AEC = \angle ABC + \angle BAE$, 即 $\angle AEF + \angle CEF = \angle ABC + \angle BAE$,

$\therefore \angle BAE = \angle CEF$,

又 $\because \angle ABG = \angle ACB$,

$\therefore \triangle ABH \sim \triangle ECM$;

(2) 解: 延长 BG 交 AD 于点 K ,



$\therefore \angle ABG = \angle ACB$,

又 $\because$ 在矩形 $ABCD$ 中, $\angle BAK = \angle ABC = 90^\circ$,

$\therefore \triangle ABK \sim \triangle BCA$,

$\therefore \frac{AK}{AB} = \frac{AB}{BC}$, 即 $\frac{AK}{6} = \frac{6}{8}$,

$\therefore AK = \frac{9}{2}$,

$\because$ 在矩形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 且 $BE = x$,

$\therefore \frac{BE}{AK} = \frac{EH}{AH} = \frac{2x}{9}$,

$\therefore EH = \frac{2x}{9} \cdot AH$,

$\therefore \triangle ABH \sim \triangle ECM$,

$$\begin{aligned}\therefore \frac{AH}{EM} \cdot \frac{AB}{EC} &= \frac{6}{8-x}, \\ \therefore \frac{EH}{EM} &= y, \\ \therefore y &= \frac{\frac{2x}{9} \cdot AH}{EM} = \frac{2x}{9} \cdot \frac{AH}{EM} = \frac{2x}{9} \cdot \frac{6}{8-x} = \frac{4x}{24-3x} \quad (0 < x < 8); \end{aligned}$$

(3) 解：当 $\triangle BHE$ 为等腰三角形时，存在以下三种情况：

①当 $BH=BE$ 时，则有 $\angle BHE = \angle BEH$ ，

$$\therefore \angle BHE = \angle AHG,$$

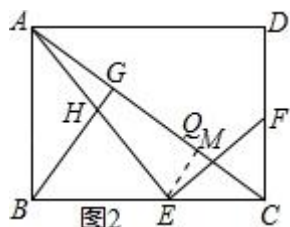
$$\therefore \angle BEH = \angle AHG,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle BGA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BEH + \angle BAE = \angle AHG + \angle EAM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle EAM, \text{ 即 } AE \text{ 为 } \angle BAC \text{ 的平分线},$$

过点 E 作 $EQ \perp AC$ ，垂足为 Q ，如图 2 所示，



则 $EQ=EB=x$ ， $CE=8-x$ ，

$$\therefore \sin \angle ACB = \frac{EQ}{EC} = \frac{x}{8-x} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore x=3, \text{ 即 } BE=3;$$

②当 $HB=HE$ 时，则有 $\angle HBE = \angle HEB$ ，

$$\therefore \angle ABC = \angle BGC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE + \angle HEB = \angle BCG + \angle HBE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle BCG,$$

$$\therefore \tan \angle BAE = \tan \angle BCA = \frac{x}{6} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore x = \frac{9}{2}, \text{ 即 } BE = \frac{9}{2};$$

③当 $EB=EH$ 时, 则有 $\angle EHB = \angle EBH$,

又 $\because \angle EHB = \angle AHG$,

$$\therefore \angle AHG = \angle EBH,$$

$$\because \angle BGA = \angle BGC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAE + \angle AHG = \angle BCG + \angle EBH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAE = \angle BCG,$$

$$\therefore EA = EC = 8 - x,$$

$$\because \text{在 Rt} \triangle ABE \text{ 中, } AB^2 + BE^2 = AE^2, \text{ 即 } 6^2 + x^2 = (8 - x)^2,$$

$$\text{解得: } x = \frac{7}{4}, \text{ 即 } BE = \frac{7}{4},$$

综上所述, 当 $\triangle BHE$ 是等腰三角形时, BE 的长为 3 或 $\frac{9}{2}$ 或 $\frac{7}{4}$.

【点评】 此题属于相似形综合题, 涉及的知识有: 矩形的性质, 相似三角形的判定与性质, 平行线等分线段定理, 勾股定理, 锐角三角函数定义, 以及等腰三角形的性质, 熟练掌握相似三角形的判定与性质是解本题的关键.