

2016 年上海市嘉定区中考数学一模试卷

一、选择题（共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分，每小题只有一个选项是正确的）

1. (4 分) 已知 $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$ ，那么下列等式中一定正确的是 ()

A. $\frac{3x}{y} = \frac{9}{2}$

B. $\frac{x+3}{y+3} = \frac{6}{5}$

C. $\frac{x-3}{y-2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{x}{y}$

D. $\frac{x+y}{x} = \frac{5}{2}$

2. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AB=5$ ， $AC=3$ 。下列选项中，正确的是 ()

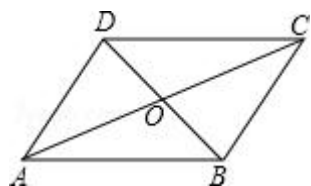
A. $\sin A = \frac{3}{5}$

B. $\cos A = \frac{3}{5}$

C. $\tan A = \frac{3}{5}$

D. $\cot A = \frac{3}{5}$

3. (4 分) 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O ，如果 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ 。那么下列选项中，正确的是 ()



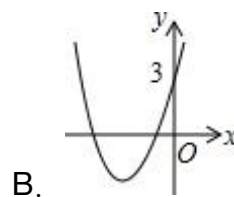
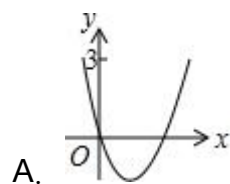
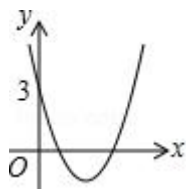
A. $\overrightarrow{OC} = \frac{1}{2} (\vec{a} + \vec{b})$

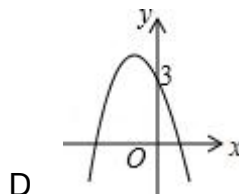
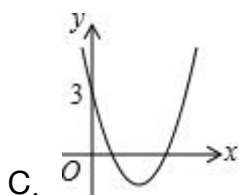
B. $\overrightarrow{OA} = \frac{1}{2} (\vec{a} + \vec{b})$

C. $\overrightarrow{OD} = \frac{1}{2} (\vec{a} - \vec{b})$

D. $\overrightarrow{BD} = (\vec{a} - \vec{b})$

4. (4 分) 已知二次函数 $y = x^2 + bx + 3$ 如图所示，那么函数 $y = x^2 + (b-1)x + 3$ 的图象可能是 ()





5. (4分) 下列四个命题中，假命题是 ()

- A. 两角对应相等，两个三角形相似
- B. 三边对应成比例，两个三角形相似
- C. 两边对应成比例且其中一边的对角相等，两个三角形相似
- D. 两边对应成比例且夹角相等，两个三角形相似

6. (4分) 已知 $\odot O_1$ 的半径为3， $\odot O_2$ 的半径长 r ($r > 0$)，如果 $O_1O_2=3$ ，那么

$\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 不可能存在的位置关系是 ()

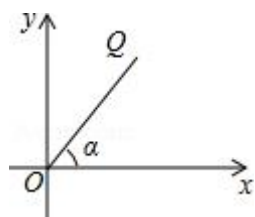
- A. 两圆内含
- B. 两圆内切
- C. 两圆相交
- D. 两圆外切

二、填空题 (共 12 小题，每小题 4 分，满分 48 分)

7. (4分) 计算： $\frac{3}{2}\vec{a} - (\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}) =$ _____.

8. (4分) 如果两个相似三角形的周长比为4:9，那么它们的面积比是_____.

9. (4分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 内有一点 $Q(3, 4)$ ，那么射线 OQ 与 x 轴正半轴的夹角 α 的余弦值是_____.

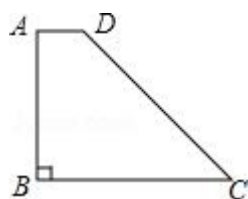


10. (4分) 已知一个斜坡的坡度 $i=1:\sqrt{3}$ ，那么该斜坡的坡角的度数是_____度.

11. (4分) 如果抛物线 $y=(m+1)x^2$ 的最低点是原点，那么实数 m 的取值范围是_____.

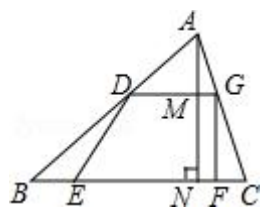
12. (4分) 抛物线 $y=2(x-1)^2-1$ 与 y 轴的交点坐标是_____.

13. (4分) 如果将抛物线 $y=x^2+2x-1$ 向上平移, 使它经过原点, 那么所得抛物线的表达式是_____.
14. (4分) 如果一个正多边形的中心角为 72° , 那么这个正多边形的边数是_____.
15. (4分) 如果 $\odot O_2$ 与 $\odot O_1$ 外切, $\odot O_1$ 的半径为 6, 圆心距 $O_1O_2=10$, 那么 $\odot O_2$ 的半径长是_____.
16. (4分) 在 $\odot O$ 中, 已知 $\widehat{AB}=2\widehat{AC}$, 那么线段 AB 与 $2AC$ 的大小关系是_____. (从“ $<$ ”或“ $=$ ”或“ $>$ ”中选择)
17. (4分) 将一个矩形沿着一条对称轴翻折, 如果所得到的矩形与这个矩形相似, 那么我们就将这样的矩形定义为“白银矩形”. 事实上, “白银矩形”在日常生活中随处可见. 如, 我们常见的 A_4 纸就是一个“白银矩形”. 请根据上述信息求 A_4 纸的较长边与较短边的比值. 这个比值是_____.
18. (4分) 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle ABC=90^\circ$, $AB=CB$, $\tan \angle C=\frac{4}{3}$ (如图), 点 E 在 CD 边上运动, 联结 BE . 如果 $EC=EB$, 那么 $\frac{DE}{CD}$ 的值是_____.



三、解答题 (共 7 小题, 满分 78 分)

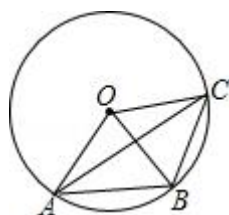
19. (10分) 计算: $3\sin 60^\circ - 2\cos 30^\circ - \tan 60^\circ \cdot \cot 45^\circ$.
20. (10分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB > AC$, $BC=6$, BC 边上的高 $AN=4$. 直角梯形 $DEFG$ 的底 EF 在 BC 边上, $EF=4$, 点 D 、 G 分别在边 AB 、 AC 上, 且 $DG \parallel EF$, $GF \perp EF$, 垂足为 F . 设 GF 的长为 x , 直角梯形 $DEFG$ 的面积为 y , 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出函数的定义域.



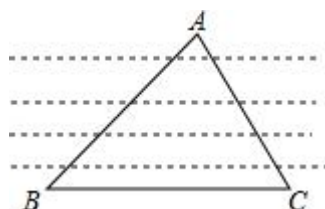
21. (10 分) 已知: 如图, 已知点 A、B、C 在 $\odot O$ 上, 且点 B 是 $\widehat{AC}$ 的中点, 当 $OA=5\text{cm}$, $\cos \angle OAB = \frac{3}{5}$ 时.

(1) 求 $\triangle OAB$ 的面积;

(2) 联结 AC, 求弦 AC 的长.



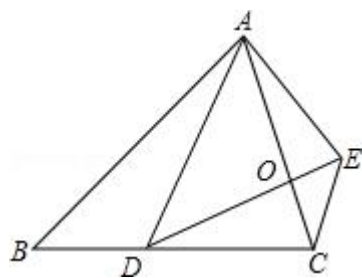
22. (10 分) 如图, 为了测量河宽, 在河的一边沿岸边选取 B、C 两点, 在对岸岸边选择点 A. 测得 $\angle B=45^\circ$, $\angle C=60^\circ$, $BC=30$ 米. 求这条河的宽度 (这里指点 A 到直线 BC 的距离). (结果精确到 1 米, 参考数据 $\sqrt{2} \approx 1.4$, $\sqrt{3} \approx 1.7$)



23. (12 分) 已知: 如图, 已知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 均为等腰三角形, $BA=BC$, $DA=DE$. 如果点 D 在 BC 边上, 且 $\angle EDC = \angle BAD$. 点 O 为 AC 与 DE 的交点.

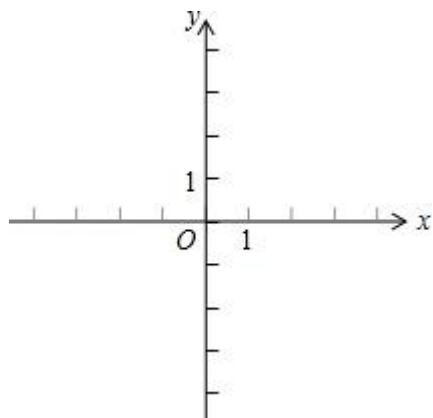
(1) 求证: $\triangle ABC \sim \triangle ADE$;

(2) 求证: $DA \cdot OC = OD \cdot CE$.



24. (12 分) 已知在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 经过点 $A(4, 0)$ 、点 $C(0, -4)$, 点 B 与点 A 关于这条抛物线的对称轴对称.

- (1) 用配方法求这条抛物线的顶点坐标;
- (2) 联结 AC 、 BC , 求 $\angle ACB$ 的正弦值;
- (3) 点 P 是这条抛物线上的一个动点, 设点 P 的横坐标为 m ($m > 0$). 过点 P 作 y 轴的垂线 PQ , 垂足为 Q . 如果 $\angle QPO = \angle BCO$, 求 m 的值.



25. (14 分) 已知: $\triangle ABC$, $\angle ABC = 90^\circ$, $\tan \angle BAC = \frac{1}{2}$, 点 D 点在 AC 边的

延长线上, 且 $DB^2 = DC \cdot DA$ (如图).

- (1) 求 $\frac{DC}{CA}$ 的值;
- (2) 如果点 E 在线段 BC 的延长线上, 联结 AE . 过点 B 作 AC 的垂线, 交 AC 于点 F , 交 AE 于点 G .
 - ①如图 1, 当 $CE = 3BC$ 时, 求 $\frac{BF}{FG}$ 的值;
 - ②如图 2, 当 $CE = BC$ 时, 求 $\frac{S_{\triangle BCD}}{S_{\triangle BEG}}$ 的值;

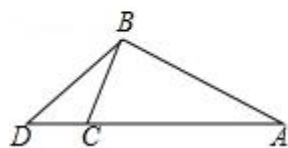


图1

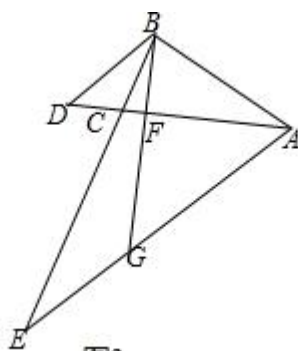


图2

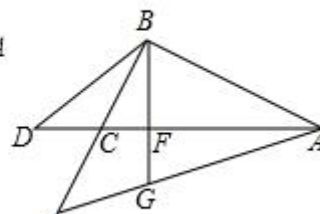


图3

2016 年上海市嘉定区中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分，每小题只有一个选项是正确的）

1. (4 分) 已知 $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$ ，那么下列等式中一定正确的是（ ）

A. $\frac{3x}{y} = \frac{9}{2}$

B. $\frac{x+3}{y+3} = \frac{6}{5}$

C. $\frac{x-3}{y-2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{x}{y}$

D. $\frac{x+y}{x} = \frac{5}{2}$

【考点】S1：比例的性质.

【专题】11：计算题.

【分析】利用比例的性质由 $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$ 得 $2x=3y$ ，然后再根据比例的性质变形四个比例式，若结果为 $2x=3y$ 可判断其正确；否则判断其错误.

例式，若结果为 $2x=3y$ 可判断其正确；否则判断其错误.

【解答】解：A、 $3x \cdot 2 = 9y$ ，则 $2x=3y$ ，所以 A 选项正确；

B、 $5(x+3) = 6(y+3)$ ，则 $5x - 6y = 3$ ，所以 B 选项错误；

C、 $2y(x-3) = 3x(y-2)$ ，则 $xy - 6x + 6y = 0$ ，所以 C 选项错误；

D、 $2(x+y) = 5x$ ，则 $3x=2y$ ，所以 D 选项错误.

故选：A.

【点评】本题考查了比例的性质：内项之积等于外项之积；合比性质；分比性质；合分比性质；等比性质.

2. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AB=5$ ， $AC=3$. 下列选项中，正确的是（ ）

A. $\sin A = \frac{3}{5}$

B. $\cos A = \frac{3}{5}$

C. $\tan A = \frac{3}{5}$

D. $\cot A = \frac{3}{5}$

【考点】T1：锐角三角函数的定义.

【分析】首先在直角 $\triangle ABC$ 中利用勾股定理求得 BC 的长，然后利用三角函数

的定义进行判断.

【解答】解: 在直角 $\triangle ABC$ 中 $BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$.

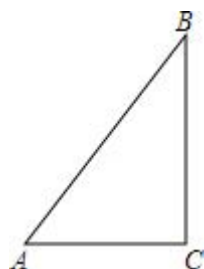
A、 $\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{4}{5}$, 选项错误;

B、 $\cos A=\frac{AC}{AB}=\frac{3}{5}$, 选项正确;

C、 $\tan A=\frac{BC}{AC}=\frac{4}{3}$, 选项错误;

D、 $\cot A=\frac{AC}{BC}=\frac{3}{4}$, 选项错误.

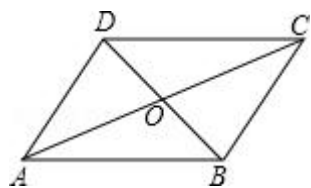
故选: B.



【点评】本题考查锐角三角函数的定义及运用: 在直角三角形中, 锐角的正弦为对边比斜边, 余弦为邻边比斜边, 正切为对边比邻边.

3. (4分) 如图, 在平行四边形ABCD中, 对角线AC与BD相交于点O, 如果

$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$. 那么下列选项中, 正确的是 ()



A. $\overrightarrow{OC}=\frac{1}{2}(\vec{a}+\vec{b})$ B. $\overrightarrow{OA}=\frac{1}{2}(\vec{a}+\vec{b})$ C. $\overrightarrow{OD}=\frac{1}{2}(\vec{a}-\vec{b})$ D. $\overrightarrow{BD}=(\vec{a}-\vec{b})$

【考点】LM: *平面向量.

【分析】由在平行四边形ABCD中, $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$, 利用平行四边形法则, 可求得 $\overrightarrow{AC}$, 然后由三角形法则, 求得 $\overrightarrow{OC}$ 与 $\overrightarrow{OD}$, 再由平行四边形的对角线互相平分, 即可求得答案.

【解答】解: A、 $\because$ 在平行四边形ABCD中, $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$,

$$\therefore \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} = \vec{b}, \quad \overrightarrow{OC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC},$$

$$\therefore \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \vec{a} + \vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{OC} = \frac{1}{2} (\vec{a} + \vec{b}); \text{ 故正确;}$$

$$\text{B、} \because \overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{OC} = -\frac{1}{2} (\vec{a} + \vec{b}); \text{ 故错误;}$$

$$\text{C、} \because \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a},$$

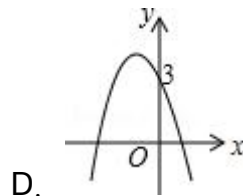
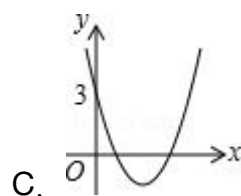
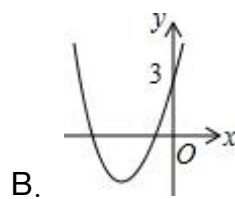
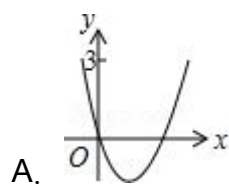
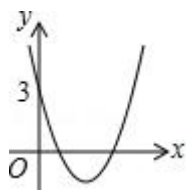
$$\therefore \overrightarrow{OD} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BD} = \frac{1}{2} (\vec{b} - \vec{a}), \text{ 故错误;}$$

$$\text{D、} \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a}; \text{ 故错误.}$$

故选：A.

【点评】此题考查了平面向量的知识以及平行四边形的性质. 注意掌握平行四边形法则与三角形法则的应用是解此题的关键.

4. (4 分) 已知二次函数 $y = x^2 + bx + 3$ 如图所示, 那么函数 $y = x^2 + (b - 1)x + 3$ 的图象可能是 ()



【考点】H2: 二次函数的图象.

【专题】2B: 探究型.

【分析】根据函数 $y = x^2 + (b - 1)x + 3$ 可知该函数的开口方向和一定过点 $(0, 3)$,

且通过变形可以与二次函数 $y=x^2+bx+3$ 建立关系，从而可以解答本题.

【解答】解： $\because$ 函数 $y=x^2+(b-1)x+3$ 的 $a=1>0$ ，过点 $(0, 3)$ ，

$\therefore$ 该函数的图象开口向上，一定过点 $(0, 3)$ ，

故选项 A、D 错误；

又 $\because$ 二次函数 $y=x^2+bx+3$ 的图象已知，对称轴在 y 轴右侧，故可知 $b<0$ ，所以

$$b-1<0,$$

抛物线 $y=x^2+(b-1)x+3$ 的对称轴为 $x=\frac{b-1}{2}>0$ ，即对称轴也在 y 轴的右侧，

故选项 B 错误，选项 C 正确，

故选：C.

【点评】 本题考查二次函数的图象，解题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答问题.

5. (4 分) 下列四个命题中，假命题是 ()

- A. 两角对应相等，两个三角形相似
- B. 三边对应成比例，两个三角形相似
- C. 两边对应成比例且其中一边的对角相等，两个三角形相似
- D. 两边对应成比例且夹角相等，两个三角形相似

【考点】 O1：命题与定理.

【分析】 根据相似三角形的判定进行解答即可.

【解答】解：A、两角对应相等，两个三角形相似是真命题；

B、三边对应成比例，两个三角形相似是真命题；

C、两边对应成比例且两边的夹角相等，两个三角形相似，故是假命题；

D、两边对应成比例且夹角相等，两个三角形相似是真命题；

故选：C.

【点评】 本题考查了命题与定理：判断一件事情的语句，叫做命题．许多命题都是由题设和结论两部分组成，题设是已知事项，结论是由已知事项推出的事项，一个命题可以写成“如果…那么…”形式．有些命题的正确性是用推理证实的，这样的真命题叫做定理．

6. (4 分) 已知 $\odot O_1$ 的半径为 3， $\odot O_2$ 的半径长 r ($r > 0$)，如果 $O_1O_2=3$ ，那么 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 不可能存在的位置关系是 ()

A. 两圆内含 B. 两圆内切 C. 两圆相交 D. 两圆外切

【考点】 MJ：圆与圆的位置关系．

【分析】 两圆半径和等于圆心距时，两圆外切．设两圆的半径分别为 R 和 r ，且 $R \geq r$ ，圆心距为 d ：外离，则 $d > R+r$ ；外切，则 $d=R+r$ ；相交，则 $R-r < d < R+r$ ；内切，则 $d=R-r$ ；内含，则 $d < R-r$ ．根据题意得出 $R+r > d$ ，即可得出结论．

【解答】 解： $\because \odot O_1$ 的半径为 3， $\odot O_2$ 的半径长 r ($r > 0$)，

$$\therefore 3+r > 3,$$

即 $R+r > d$,

$\therefore \odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 不可能存在的位置关系是两圆外切．

故选：D．

【点评】 本题考查了圆与圆的位置关系，利用了两圆外切时圆心距等于两圆半径的和．

二、填空题 (共 12 小题，每小题 4 分，满分 48 分)

7. (4 分) 计算： $\frac{3}{2}\vec{a} - (\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}) = \underline{\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{3}{2}\vec{b}}$ ．

【考点】 LM：*平面向量．

【分析】 直接利用平面向量的加减运算法则求解即可求得答案．

【解答】 解： $\frac{3}{2}\vec{a} - (\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}) = \frac{3}{2}\vec{a} - \vec{a} + \frac{3}{2}\vec{b} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{3}{2}\vec{b}$ ．

故答案为: $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{3}{2}\vec{b}$.

【点评】此题考查了平面向量的运算法则. 注意掌握去括号时的符号的变化是解此题的关键.

8. (4 分) 如果两个相似三角形的周长比为 4: 9, 那么它们的面积比是 16: 81.

【考点】S7: 相似三角形的性质.

【分析】根据相似三角形周长的比等于相似比、相似三角形面积的比等于相似比的平方解答即可.

【解答】解: $\because$ 两个相似三角形的周长比为 4: 9,

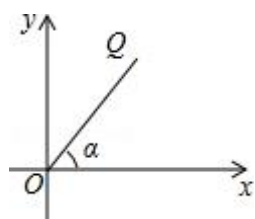
$\therefore$ 两个相似三角形的相似比为 4: 9,

$\therefore$ 两个相似三角形的面积比为 16: 81,

故答案为: 16: 81.

【点评】本题考查的是相似三角形的性质, 掌握相似三角形周长的比等于相似比、相似三角形面积的比等于相似比的平方是解题的关键.

9. (4 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 内有一点 $Q(3, 4)$, 那么射线 OQ 与 x 轴正半轴的夹角 α 的余弦值是 $\frac{3}{5}$.



【考点】D5: 坐标与图形性质; T1: 锐角三角函数的定义.

【分析】作 $QA \perp x$ 轴于点 A , 在直角 $\triangle OAQ$ 中利用勾股定理求得 OQ 的长, 然后根据余弦的定义求解.

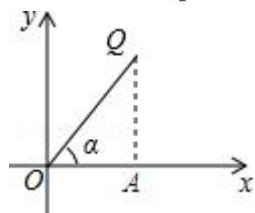
【解答】解: 作 $QA \perp x$ 轴于点 A .

则 $OA=3$, $QA=4$,

在直角 $\triangle OAQ$ 中, $OQ = \sqrt{OA^2 + QA^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$,

$$\text{则 } \cos \alpha = \frac{OA}{OQ} = \frac{3}{5}.$$

故答案是: $\frac{3}{5}$.



【点评】 本题考查锐角三角函数的定义及运用: 在直角三角形中, 锐角的正弦为对边比斜边, 余弦为邻边比斜边, 正切为对边比邻边.

10. (4 分) 已知一个斜坡的坡度 $i=1: \sqrt{3}$, 那么该斜坡的坡角的度数是 30 度.

【考点】 T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【分析】 坡度=坡角的正切值, 据此直接解答.

【解答】 解: $\because \tan \alpha = 1: \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore$ 坡角 $= 30^\circ$.

【点评】 此题主要考查学生对坡度及坡角的理解及掌握.

11. (4 分) 如果抛物线 $y = (m+1)x^2$ 的最低点是原点, 那么实数 m 的取值范围是 $m > -1$.

【考点】 H7: 二次函数的最值.

【分析】 直接利用二次函数的性质得出 $m+1$ 的取值范围进而得出答案.

【解答】 解: $\because$ 抛物线 $y = (m+1)x^2$ 的最低点是原点,

$\therefore m+1 > 0$,

解得: $m > -1$.

故答案为: $m > -1$.

【点评】 此题主要考查了二次函数的性质, 正确掌握二次函数的性质是解题关键.

12. (4 分) 抛物线 $y = 2(x-1)^2 - 1$ 与 y 轴的交点坐标是 (0, 1).

【考点】 H5: 二次函数图象上点的坐标特征.

【专题】 2B: 探究型.

【分析】 根据 y 轴上点的坐标特点令 $x=0$, 求出 y 的值即可.

【解答】 解: 令 $x=0$, 则 $y=2(0-1)^2-1=1$,

故抛物线 $y=2(x-1)^2-1$ 与 y 轴的交点坐标是 $(0, 1)$.

故答案为: $(0, 1)$

【点评】 本题考查的是二次函数图象上点的坐标特点及 y 轴上点的坐标特点, 熟知 y 轴上点的横坐标为 0 的特点是解答此题的关键.

13. (4 分) 如果将抛物线 $y=x^2+2x-1$ 向上平移, 使它经过原点, 那么所得抛物线的表达式是 $y=x^2+2x$.

【考点】 H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】 根据图象向上平移加, 可得答案.

【解答】 解: $y=x^2+2x-1$ 向上平移, 使它经过原点 $y=x^2+2x$,

故答案为: $y=x^2+2x$.

【点评】 本题考查了二次函数图象与几何变换, 要求熟练掌握平移的规律: 左加右减, 上加下减.

14. (4 分) 如果一个正多边形的中心角为 72° , 那么这个正多边形的边数是 5.

【考点】 MM: 正多边形和圆.

【分析】 根据正多边形的中心角和为 360° 和正多边形的中心角相等, 列式计算即可.

【解答】 解: 根据题意得:

这个多边形的边数是 $360^\circ \div 72^\circ = 5$,

故答案为: 5.

【点评】 本题考查的是正多边形的中心角的有关计算，掌握正多边形的中心角和边数的关系是解题的关键.

15. (4 分) 如果 $\odot O_2$ 与 $\odot O_1$ 外切， $\odot O_1$ 的半径为 6，圆心距 $O_1O_2=10$ ，那么 $\odot O_2$ 的半径长是__4__.

【考点】 MJ: 圆与圆的位置关系.

【分析】 由两圆相切得出 $R+r=O_1O_2$ ，即可得出结果.

【解答】 解： $\because \odot O_2$ 与 $\odot O_1$ 外切，

$\therefore$ 两圆的半径之和等于圆心距，即 $R+r=O_1O_2$,

$\therefore r=O_1O_2 - R=10 - 6=4$.

故答案为： 4.

【点评】 本题考查了圆与圆的位置关系；由两圆位置关系来判断半径和圆心距之间数量关系是解决问题的关键；设两圆的半径分别为 R 和 r ，且 $R \geq r$ ，圆心距为 d . 外离： $d > R+r$ ；外切： $d=R+r$ ；相交： $R - r < d < R+r$ ；内切： $d=R - r$ ；内含： $d < R - r$.

16. (4 分) 在 $\odot O$ 中，已知 $\widehat{AB}=2\widehat{AC}$ ，那么线段 AB 与 $2AC$ 的大小关系是 $\leq$ _. (从“ $<$ ”或“ $=$ ”或“ $>$ ”中选择)

【考点】 K6: 三角形三边关系； M4: 圆心角、弧、弦的关系.

【分析】 根据圆心角、弧、弦的关系定理得到 $AC=BC$ ，根据三角形三边关系定理理解得即可.

【解答】 解： 如图， $\because \widehat{AB}=2\widehat{AC}$,

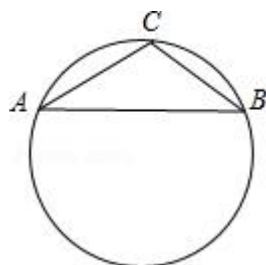
$\therefore \widehat{AC}=\widehat{BC}$,

$\therefore AC=BC$,

在 $\triangle ABC$ 中， $AC+BC > AB$,

$$\therefore AB < 2AC,$$

故答案为: $<$.



【点评】 本题考查的是圆心角、弧、弦的关系、三角形三边关系，掌握在同圆或等圆中，如果两个圆心角、两条弧、两条弦中有一组量相等，那么它们所对应的其余各组量都分别相等是解题的关键.

17. (4 分) 将一个矩形沿着一条对称轴翻折，如果所得到的矩形与这个矩形相似，那么我们就将这样的矩形定义为“白银矩形”. 事实上，“白银矩形”在日常生活中随处可见. 如，我们常见的 A_4 纸就是一个“白银矩形”. 请根据上述信息求 A_4 纸的较长边与较短边的比值. 这个比值是 $\sqrt{2}$.

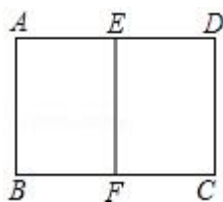
【考点】 S6: 相似多边形的性质.

【分析】 根据相似多边形的对应边的比相等列出比例式，计算即可.

【解答】 解：由题意得，四边形 $ABFE \sim$ 四边形 $ADCB$,

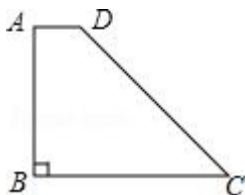
$$\begin{aligned}\therefore \frac{AB}{AD} &= \frac{AE}{AB}, \\ \therefore AB^2 &= \frac{AD^2}{2}, \\ \therefore \frac{AD}{AB} &= \sqrt{2}.\end{aligned}$$

故答案为: $\sqrt{2}$.



【点评】 本题考查的是相似多边形的性质，掌握相似多边形的对应边的比相等、对应角相等是解题的关键.

18. (4分) 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = CB$, $\tan \angle C = \frac{4}{3}$ (如图), 点 E 在 CD 边上运动, 联结 BE . 如果 $EC = EB$, 那么 $\frac{DE}{CD}$ 的值是 $\frac{1}{3}$.



【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质; T7: 解直角三角形.

【分析】 根据 $AB = AC$ 以及 $\tan \angle C = \frac{4}{3}$, 可以假设 $AB = BC = 4a$, 求出 DE , CD 即可.

【解答】 解: 如图作 $DM \perp BC$, $EN \perp BC$ 垂足分别为 M , N , 设 $AB = BC = 4a$,

$$\therefore \tan \angle C = \frac{DM}{CM} = \frac{4}{3},$$

$$\therefore CM = 3a, CD = 5a,$$

$$\therefore EB = EC, EN \perp BC,$$

$$\therefore NC = BN = 2a,$$

$$\therefore \tan \angle C = \frac{EN}{CN} = \frac{4}{3},$$

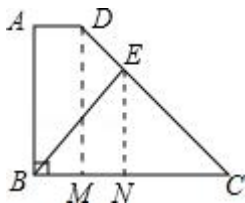
$$\therefore \frac{EN}{2a} = \frac{4}{3},$$

$$\therefore EN = \frac{8a}{3},$$

$$\therefore EC = \sqrt{EN^2 + CN^2} = \frac{10a}{3},$$

$$\therefore DE = CD - EC = 5a - \frac{10a}{3} = \frac{5a}{3},$$

$$\therefore \frac{DE}{CD} = \frac{\frac{5a}{3}}{5a} = \frac{1}{3}.$$



【点评】 本题考查直角梯形的性质、勾股定理、等腰三角形的性质等知识, 设未

知数，列出相应的代数式是解决问题的关键.

三、解答题 (共 7 小题, 满分 78 分)

19. (10 分) 计算: $3\sin 60^\circ - 2\cos 30^\circ - \tan 60^\circ \cdot \cot 45^\circ$.

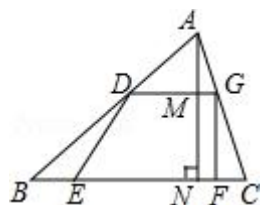
【考点】T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】把特殊角的三角函数值代入原式计算即可.

【解答】解: 原式 $= 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} \times 1 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

【点评】本题考查的是特殊角的三角函数值, 熟记特殊角的三角函数值、正确进行二次根式的加减运算是解题的关键.

20. (10 分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB > AC$, $BC=6$, BC 边上的高 $AN=4$. 直角梯形 $DEFG$ 的底 EF 在 BC 边上, $EF=4$, 点 D 、 G 分别在边 AB 、 AC 上, 且 $DG \parallel EF$, $GF \perp EF$, 垂足为 F . 设 GF 的长为 x , 直角梯形 $DEFG$ 的面积为 y , 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出函数的定义域.



【考点】HD: 根据实际问题列二次函数关系式; S4: 平行线分线段成比例.

【分析】由平行线分线段成比例定理得出 $\frac{DG}{BC} = \frac{AG}{AC}$, 证出四边形 $GFMN$ 为矩形,

得出 $GF=MN=x$, 由平行线分线段成比例定理得出 $\frac{AG}{AC} = \frac{AM}{AN}$, 得出 $\frac{DG}{6} = \frac{4-x}{4}$,

因此 $DG=6 - \frac{3}{2}x$, 即可得出结果.

【解答】解: $\because DG \parallel EF$,

$\therefore DG \parallel BC$,

$\therefore \frac{DG}{BC} = \frac{AG}{AC}$,

$\because GF \perp EF$, $AN \perp BC$, 四边形 $DEFG$ 为直角梯形,

$\therefore$ 四边形 $GFMN$ 为矩形,

$$\therefore GF=MN=x,$$

$$\therefore DG \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{AG}{AC} = \frac{AM}{AN} = \frac{AN-GF}{AN} = \frac{4-x}{4},$$

$$\therefore \frac{DG}{BC} = \frac{4-x}{4},$$

$$\text{即: } \frac{DG}{6} = \frac{4-x}{4},$$

$$\text{解得: } DG = 6 - \frac{3}{2}x,$$

$$\therefore y = \frac{(DG+EF)}{2} \cdot MN = \frac{(6-\frac{3}{2}x+4)}{2} \cdot x = -\frac{3}{4}x^2 + 5x,$$

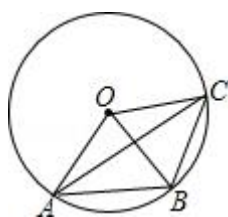
$$\text{即 } y \text{ 关于 } x \text{ 的函数关系式为: } y = -\frac{3}{4}x^2 + 5x \quad (0 < x < 4).$$

【点评】 本题考查了平行线分线段成比例定理、直角梯形面积的计算、矩形的判定与性质；本题难度适中，由平行线分线段成比例定理得出比例式是解决问题的关键.

21. (10分) 已知：如图，已知点 A、B、C 在 $\odot O$ 上，且点 B 是 $\widehat{AC}$ 的中点，当 $OA=5\text{cm}$ ， $\cos \angle OAB = \frac{3}{5}$ 时.

(1) 求 $\triangle OAB$ 的面积；

(2) 联结 AC，求弦 AC 的长.



【考点】 KG：线段垂直平分线的性质；M2：垂径定理；T7：解直角三角形.

【分析】 (1) 过 O 作 $OH \perp AB$ 于 H，根据 $\cos \angle OAB = \frac{3}{5}$ ，得到 $\frac{AH}{AO} = \frac{3}{5}$ ，求得

$AH=3\text{cm}$ ， $OH=4\text{cm}$ ， $AB=2AH=6\text{cm}$ ，根据三角形的面积公式即可进行求解；

(2) 设 AC 交 OB 于 M，由 B 是 $\widehat{AC}$ 的中点，得到 $\widehat{AB} = \widehat{BC}$ ，求出 $AB=BC$ ，推出

OB 垂直平分 AC，即可得到结论.

【解答】解：(1) 过 O 作 $OH \perp AB$ 于 H,

$$\therefore \cos \angle OAB = \frac{3}{5},$$

$$\therefore \frac{AH}{AO} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore AH = 3\text{cm}, OH = 4\text{cm}, AB = 2AH = 6\text{cm},$$

$$\therefore S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2}AB \cdot OH = 12\text{cm}^2;$$

(2) 设 AC 交 OB 于 M, $\therefore B$ 是 $\widehat{AC}$ 的中点,

$$\therefore \widehat{AB} = \widehat{BC}, \therefore AB = BC,$$

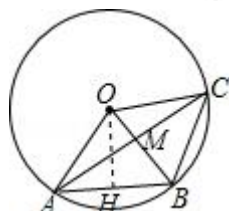
$$\therefore OA = OC,$$

故 O, B 均在线段 AC 的垂直平分线上,

$\therefore OB$ 垂直平分 AC,

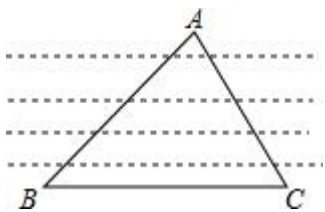
$$\therefore AM = AB \cdot \sin \angle MBA = 6 \times \frac{4}{5} = \frac{24}{5},$$

$$\therefore AC = 2AM = \frac{48}{5}\text{cm}.$$



【点评】 本题考查了垂径定理，解直角三角形，线段垂直平分线的判定和性质，正确的作出辅助线构造直角三角形是解题的关键.

22. (10 分) 如图，为了测量河宽，在河的一边沿岸边选取 B、C 两点，在对岸岸边选择点 A. 测得 $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 60^\circ$, $BC = 30$ 米. 求这条河的宽度 (这里指点 A 到直线 BC 的距离). (结果精确到 1 米, 参考数据 $\sqrt{2} \approx 1.4$, $\sqrt{3} \approx 1.7$)



【考点】T8: 解直角三角形的应用.

【分析】作 $AD \perp BC$ 于 D , 由三角函数得出 $CD = \frac{\sqrt{3}}{3}AD$, $AD = BD$, 由已知条件得出关于 AD 的方程, 解方程即可.

【解答】解: 过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D . 如图所示:

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\because \angle C = 60^\circ$,

$$\therefore \tan C = \frac{AD}{CD} = \sqrt{3},$$

$$\therefore CD = \frac{\sqrt{3}}{3}AD,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\because \angle B = 45^\circ$,

$$\therefore \tan \angle B = \frac{AD}{BD} = 1,$$

$$\therefore AD = BD,$$

$$\therefore BC = BD + CD = 30 \text{ 米},$$

$$\therefore AD + \frac{\sqrt{3}}{3}AD = 30 \text{ 米},$$

$$\text{解得: } AD = 15(3 - \sqrt{3}) \approx 20.$$

答: 河的宽度约为 20 米.

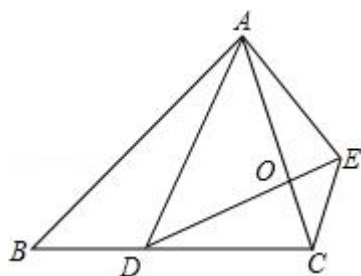
【点评】考查了解直角三角形的应用 - 方向角问题, 解此题的关键是把实际问题抽象到直角三角形中, 利用三角函数求解.

23. (12 分) 已知: 如图, 已知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 均为等腰三角形, $BA = BC$,

$DA = DE$. 如果点 D 在 BC 边上, 且 $\angle EDC = \angle BAD$. 点 O 为 AC 与 DE 的交点.

(1) 求证: $\triangle ABC \sim \triangle ADE$;

(2) 求证: $DA \cdot OC = OD \cdot CE$.



【考点】S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】14: 证明题.

【分析】 (1) 根据三角形的外角的性质和角的和差得到 $\angle B = \angle ADE$ ，由于

$$\frac{BA}{BC} = \frac{DA}{DE} = 1, \text{ 根据得到结论;}$$

(2) 根据相似三角形的性质得到 $\angle BAC = \angle DAE$, 于是得到 $\angle BAD = \angle CAE = \angle$

CDE, 证得 $\triangle COD \sim \triangle EOA$, 根据相似三角形的性质得到 $\frac{OC}{OE} = \frac{OD}{OA}$, 由 $\angle AOD =$

$\angle COE$, 推出 $\triangle AOD \sim \triangle COE$, 根据相似三角形的性质即可得到结论.

【解答】证明: (1) $\because \angle ADC = \angle ABC + \angle BAD = \angle ADE + \angle EDC,$

$$\therefore \angle B = \angle ADE,$$

$$\therefore \frac{BA}{BC} = \frac{DA}{DE} = 1,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADE;$$

$$(2) \quad \because \triangle ABC \sim \triangle ADE,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle DAE,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAE = \angle CDE,$$

$$\therefore \angle \text{COD} = \angle \text{EOA},$$

$$\therefore \Delta \text{COD} \simeq \Delta \text{EOA},$$

$$\therefore \frac{OC}{OE} = \frac{OD}{OA},$$

$$\therefore \angle AOD = \angle COE,$$

$$\therefore \triangle AOD \sim \triangle EOC,$$

$$\therefore DA : CE = OD : OC,$$

$$\text{即 } DA \cdot OC = OD \cdot CE.$$

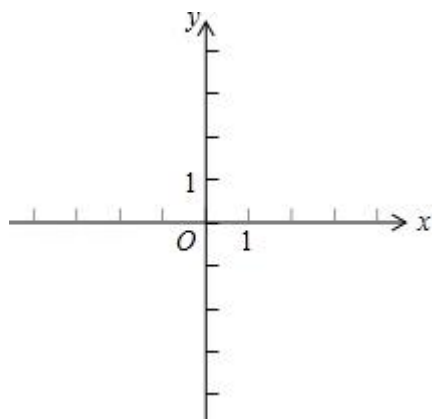
【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质，三角形的外角的性质，熟练掌握相似三角形的判定定理是解题的关键.

24. (12 分) 已知在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 经过点 $A(4, 0)$ 、点 $C(0, -4)$ ，点 B 与点 A 关于这条抛物线的对称轴对称.

(1) 用配方法求这条抛物线的顶点坐标;

(2) 联结 AC 、 BC ，求 $\angle ACB$ 的正弦值;

(3) 点 P 是这条抛物线上的一个动点，设点 P 的横坐标为 m ($m > 0$). 过点 P 作 y 轴的垂线 PQ ，垂足为 Q . 如果 $\angle QPO = \angle BCO$ ，求 m 的值.



【考点】 HF：二次函数综合题.

【分析】 (1) 根据待定系数法，可得函数解析式，根据配方法，可得顶点坐标;

(2) 根据函数值相等两点关于对称轴对称，可得 B 点坐标，根据等腰直角三角形的性质，可得 BH 的长，根据勾股定理，可得 BC 的长，根据锐角三角的正弦函数等于对边比斜边;

(3) 根据相等角的正切值相等，可得 P 点纵坐标与横坐标的关系，根据点在函

数图象上，可得点的坐标满足函数解析式，根据解方程，可得答案.

【解答】解：(1) 将 A、C 点坐标代入函数解析式，得

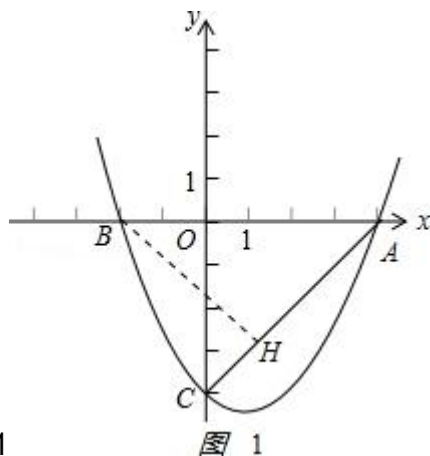
$$\begin{cases} \frac{1}{2} \times 4^2 + 4b + c = 0 \\ c = -4 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} b = -1 \\ c = -4 \end{cases},$$

抛物线的解析式为 $y = \frac{1}{2}x^2 - x - 4$,

配方得 $y = \frac{1}{2}(x-1)^2 - \frac{9}{2}$,

顶点坐标为 $(1, -\frac{9}{2})$;



(2) 作 $BH \perp AC$ 于 H 点，如图 1

抛物线的对称轴为 $x=1$,

A 到对称轴的距离是 $4-1=3$,

B 点的横坐标为 $1-3=-2$, B $(-2, 0)$,

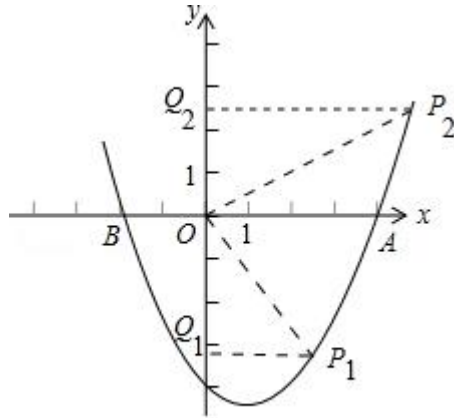
$AB=4-(-2)=6$.

由 $OA=OC=4$, 得 $\angle OAC=45^\circ$,

$\therefore \triangle ABH$ 是等腰直角三角形, $BH=AH=3\sqrt{2}$.

又 $BC=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$.

在 $Rt\triangle BCH$ 中, $\sin \angle ACB = \frac{BH}{BC} = \frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$;



(3) 如图 2

图 2

$$\text{Rt}\triangle BOC \text{ 中, } \tan \angle BCO = \frac{BO}{OC} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2},$$

$$\text{故 Rt}\triangle OPQ \text{ 中, } \tan \angle QPO = \frac{OQ}{PQ} = \frac{|y_P|}{|x_P|} = \frac{1}{2},$$

①设 $P(m, \frac{1}{2}m)$, 将 P 点代入抛物线的解析式 $y = \frac{1}{2}x^2 - x - 4$, 得

$$\frac{1}{2}m^2 - m - 4 = \frac{1}{2}m.$$

$$\text{解得 } m = \frac{3+\sqrt{41}}{2}, m = \frac{3-\sqrt{41}}{2} \text{ (不符合题意, 舍);}$$

②设 $P(m, -\frac{1}{2}m)$, 将 P 点代入抛物线的解析式 $y = \frac{1}{2}x^2 - x - 4$, 得

$$\frac{1}{2}m^2 - m - 4 = -\frac{1}{2}m.$$

$$\text{解得 } m = \frac{1+\sqrt{33}}{2}, m = \frac{1-\sqrt{33}}{2} \text{ (不符合题意, 舍),}$$

$$\text{综上所述: } m_2 = \frac{3+\sqrt{41}}{2}, m_1 = \frac{1+\sqrt{33}}{2}.$$

【点评】 本题考查了二次函数综合题, 利用配方法是求顶点坐标的关键; 利用等腰直角三角形的性质得出 BH 的长是解题关键; 利用相等角的正切值相等得出 P 点纵坐标与横坐标的关系是解题关键.

25. (14 分) 已知: $\triangle ABC$, $\angle ABC = 90^\circ$, $\tan \angle BAC = \frac{1}{2}$, 点 D 点在 AC 边的延长线上, 且 $DB^2 = DC \cdot DA$ (如图).

(1) 求 $\frac{DC}{CA}$ 的值;

(2) 如果点 E 在线段 BC 的延长线上, 联结 AE . 过点 B 作 AC 的垂线, 交 AC

于点 F，交 AE 于点 G.

①如图 1，当 $CE=3BC$ 时，求 $\frac{BF}{FG}$ 的值；

②如图 2，当 $CE=BC$ 时，求 $\frac{S_{\triangle BCD}}{S_{\triangle BEG}}$ 的值；

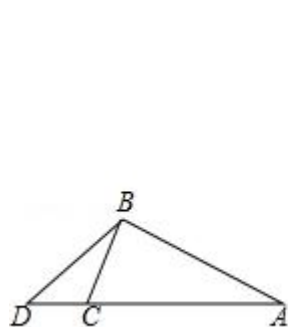


图1

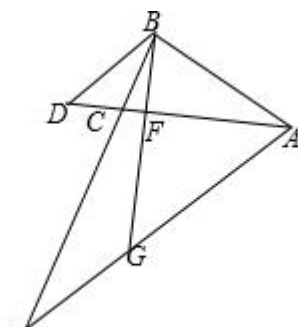


图2

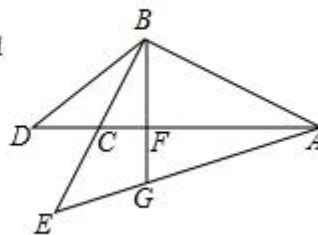


图3

【考点】SO：相似形综合题.

【专题】16：压轴题；31：数形结合.

【分析】(1) 由三角函数和已知条件得出 $\frac{BC}{AB} = \frac{1}{2}$, $\frac{DC}{DB} = \frac{DB}{DA}$, 证出 $\triangle DBC \sim \triangle DAB$, 得出对应边成比例, 即可得出结果;

(2) ①作 $EH \perp BG$ 交 BG 的延长线于 H , 由平行线得出 $\triangle BCF \sim \triangle BEH$, 得出

$$\frac{BF}{BH} = \frac{CF}{EH} = \frac{BC}{BE} = \frac{1}{4}, \text{ 证明 } \triangle CFB \sim \triangle BFA, \text{ 得出 } \frac{CF}{BF} = \frac{BF}{AF} = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{2}, \text{ 得出 } \frac{CF}{AF} = \frac{CF}{BF} \cdot \frac{BF}{AF} = \frac{1}{4}, \text{ 证出 } AF=EH, \text{ 再由平行线证出 } \triangle AFG \sim \triangle EHG, \text{ 得出 } \frac{FG}{GH} = \frac{AF}{EH} = 1, \text{ 设 } BF=a, \text{ 则 } BH=4a, \text{ 得出 } FG=GH=\frac{3}{2}a, \text{ 即可得出结果;}$$

②作 $EH \perp BG$ 交 BG 的延长线于 H , 同①1 得出 $\frac{CF}{AF} = \frac{CF}{BF} \cdot \frac{BF}{AF} = \frac{1}{4}$, 设 $CF=a$, 则

$AF=4a$, $EH=2a$, $CA=CF+AF=5a$, 由 (1) 知 $\frac{DC}{CA} = \frac{1}{3}$, 得出 $DC=\frac{5}{3}a$, 由平行

线得出 $\triangle AFG \sim \triangle EHG$, 得出 $\frac{FG}{GH} = \frac{AF}{EH} = \frac{4a}{2a} = 2$, 设 $GH=b$, 则 $FG=2b$,

$BF=FH=3b$, $BG=BF+FG=5b$, 由三角形的面积公式即可得出结果.

【解答】解 (1) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\tan \angle BAC = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{2}$,

$\therefore DB^2 = DC \cdot DA$,

$$\therefore \frac{DC}{DB} = \frac{DB}{DA},$$

$$\because \angle D = \angle D,$$

$$\therefore \triangle DBC \sim \triangle DAB,$$

$$\therefore \frac{DC}{DB} = \frac{DB}{DA} = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{DC}{DA} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore \frac{DC}{CA} = \frac{DC}{DA-DC} = \frac{1}{3};$$

(2) ①作 $EH \perp BG$ 交 BG 的延长线于 H , 如图 1 所示:

$$\because CE = 3BC,$$

$$\therefore \frac{BC}{BE} = \frac{1}{4},$$

$$\because BF \perp AD,$$

$$\therefore AD \parallel EH,$$

$$\therefore \triangle BCF \sim \triangle BEH,$$

$$\therefore \frac{BF}{BH} = \frac{CF}{EH} = \frac{BC}{BE} = \frac{1}{4},$$

$$\because \angle ABC = 90^\circ, BF \perp AD,$$

$$\therefore \triangle CFB \sim \triangle BFA,$$

$$\therefore \frac{CF}{BF} = \frac{BF}{AF} = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{CF}{AF} = \frac{CF}{BF} \cdot \frac{BF}{AF} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore \frac{CF}{EH} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore AF = EH,$$

$$\therefore AD \parallel EH,$$

$$\therefore \triangle AFG \sim \triangle EHG,$$

$$\therefore \frac{FG}{GH} = \frac{AF}{EH} = 1,$$

设 $BF=a$,

$$\therefore \frac{BF}{BH} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore BH=4a,$$

$$\therefore FH=BH - BF=4a - a=3a,$$

$$\therefore FG=GH=\frac{3}{2}a,$$

$$\therefore \frac{BF}{FG} = \frac{a}{\frac{3}{2}a} = \frac{2}{3};$$

②作 $EH \perp BG$ 交 BG 的延长线于 H , 如图 2 所示:

$$\therefore CE=BC,$$

$$\therefore \frac{BC}{BE} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore BF \perp AD,$$

$$\therefore AD \parallel EH,$$

$$\therefore \triangle BCF \sim \triangle BEH,$$

$$\therefore \frac{BF}{BH} = \frac{CF}{EH} = \frac{BC}{BE} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \angle ABC=90^\circ, BF \perp AD,$$

$$\therefore \triangle CFB \sim \triangle BFA,$$

$$\therefore \frac{CF}{BF} = \frac{BF}{AF} = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{CF}{AF} = \frac{CF}{BF} \cdot \frac{BF}{AF} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4},$$

设 $CF=a$, 则 $AF=4a$, $EH=2a$, $CA=CF+AF=a+4a=5a$,

由 (1) 知 $\frac{DC}{CA} = \frac{1}{3}$,

$$\therefore DC = \frac{5}{3}a,$$

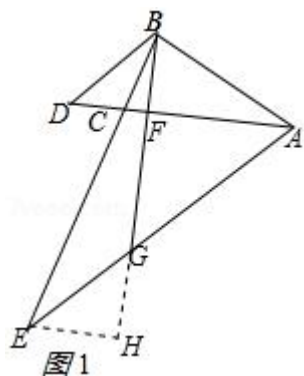
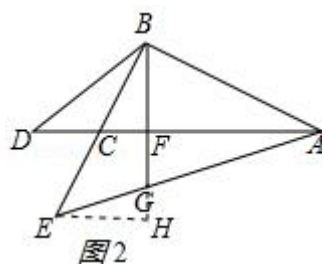
$$\therefore AD \parallel EH,$$

$$\therefore \triangle AFG \sim \triangle EHG,$$

$$\therefore \frac{FG}{GH} = \frac{AF}{EH} = \frac{4a}{2a} = 2,$$

设 $GH=b$, 则 $FG=2b$, $BF=FH=3b$, $BG=BF+FG=3b+2b=5b$,

$$\therefore \frac{S_{\triangle BCD}}{S_{\triangle BEG}} = \frac{\frac{1}{2}DC \cdot BF}{\frac{1}{2}BG \cdot EH} = \frac{\frac{5}{3}a \cdot 3b}{5b \cdot 2a} = \frac{1}{2}.$$



【点评】 本题是相似形综合题目，考查了相似三角形的判定与性质、平行线的性质、三角形面积的计算、比例的性质等知识；本题综合性强，难度较大，特别是（2）中，需要多次证明三角形相似才能得出结果。